Розділ 3. ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Практичне заняття № 3.1

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

1. **Комплексні числа.**
2. **Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.**
3. **Дії над комплексними числами в тригонометричній формі.**

1. Комплексні числа

а) Алгебраїчна форма

Комплексним числом називається вираз виду $z = a + bi$, де a, b – дійсні числа,

i – уявна одиниця $(i^2 = -1)$.

Числа $a + bi$ та $a - bi$ називаються спряженими.

Числа $z_1 = a_1 + b_1 i$ та $z_2 = a_2 + b_2 i$ рівні між собою, коли рівні відповідно їх дійсні частини і коефіцієнти при уявних частинах.

Кожному комплексному числу $z = a + ib$ можна поставити у відповідність точку $M(a, b)$ координатної площини (рис. 1).

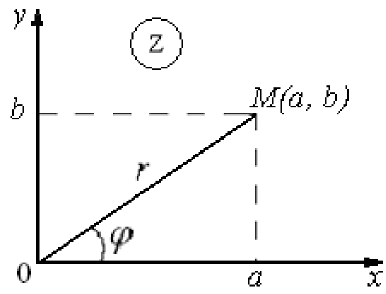


Рис. 1

б) Тригонометрична форма

В тригонометричній формі комплексне число записується у вигляді $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, де $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа, $\varphi = \arg z = arctg\,\frac{b}{a}$ – аргумент числа z, при цьому $\begin{cases} a = r\cos\varphi; \\ b = r\sin\varphi. \end{cases}$

2. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.

Нехай $z_1 = a_1 + b_1 i$ та $z_2 = a_2 + b_2 i$. Тоді:

1) $z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2)i;$

2) $z_1 \cdot z_2 = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (b_1 a_2 + a_1 b_2)i;$

3) $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}} = \dfrac{a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2}{a_1^2 + b_2^2} + \dfrac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_1^2 + b_2^2}\, i;$

3. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі.

Нехай $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ та $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$. Тоді:

1) $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2));$

2) $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2));$

3) $z^n = \left[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)\right]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$ - формула Муавра

4) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \sqrt[n]{r}(\cos\dfrac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\dfrac{\varphi + 2\pi k}{n}), \quad k = \overline{0, n-1}$

Задача 1. Розв'язати рівняння:

1) $x^2 + 4x + 5 = 0;$

Розв'язання: Дане рівняння не має дійсних коренів, але має комплексні:

$$D = 16 - 20 = -4 < 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2i}{2} = -2 \pm i;$$

Отже, маємо два комплексних кореня: $x_1 = -2 + i, \quad x_2 = -2 - i$.

Відповідь: $x_{1,2} = -2 \pm i;$

2) $(x+1)^4 + 36 = 0.$

Розв'язання: Рівняння має чотири корені:

Дійсно, $(x+1)^4 + 36 = 0 \;\Rightarrow\; (x+1)^4 = -36 \;\Rightarrow\; (x+1)^2 = \pm 6i$.

Тоді $(x+1)^2 = 6i$, або $(x+1)^2 = -6i$.

Подамо праву частину даних рівнянь у вигляді $(a+bi)^2$, для цього розв'яжемо наступне рівняння: $(a+bi)^2 = 6i \Rightarrow a^2 + 2abi - b^2 = 6i.$

Прирівняємо дійсну частину до дійсної, а уявну до уявної отримаємо систему:

$$\begin{cases}2ab=6\\ a^2-b^2=0\end{cases};\quad \begin{cases}a=\dfrac{3}{b}\\ \left(\dfrac{9}{b^2}\right)-b^2=0\end{cases};\quad \begin{cases}a=\dfrac{3}{b}\\ b^4=9\end{cases};\quad \begin{cases}a=\dfrac{3}{b}\\ b=\pm\sqrt{3}\end{cases};\quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}b_1=\sqrt{3}\\ a_1=\sqrt{3}\end{cases}\\ \begin{cases}b_2=-\sqrt{3}\\ a_2=-\sqrt{3}\end{cases}\end{array}\right.$$

Отже отримаємо: $z_1=\sqrt{3}+i\sqrt{3},\quad z_2=-\sqrt{3}-i\sqrt{3}$, тоді

$$x+1=\sqrt{3}+i\sqrt{3};\qquad x+1=-\sqrt{3}-i\sqrt{3};$$
або
$$x=(-1+\sqrt{3})+i\sqrt{3}.\qquad x=(-1-\sqrt{3})-i\sqrt{3}.$$

Розглянемо тепер рівняння $(x+1)^2=-6i$, тоді $(a+bi)^2=-6i \;\Rightarrow\; a^2+2abi-b^2=-6i.$ Прирівняємо дійсну частину до дійсної, а уявну до уявної отримаємо наступну систему.

$$\begin{cases}2ab=-6\\ a^2-b^2=0\end{cases};\quad \begin{cases}a=\dfrac{-3}{b}\\ \left(\dfrac{9}{b^2}\right)-b^2=0\end{cases};\quad \begin{cases}a=\dfrac{-3}{b};\\ b^4=9\end{cases}\quad \begin{cases}a=\dfrac{-3}{b}\\ b=\pm\sqrt{3}\end{cases};\quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}b_1=\sqrt{3}\\ a_1=-\sqrt{3}\end{cases}\\ \begin{cases}b_2=-\sqrt{3}\\ a_2=\sqrt{3}\end{cases}\end{array}\right.$$

Отже: $z_1=-\sqrt{3}+i\sqrt{3},\quad z_2=\sqrt{3}-i\sqrt{3}$, тоді

$$x+1=\sqrt{3}+i\sqrt{3};\qquad x+1=-\sqrt{3}-i\sqrt{3};$$
або
$$x=(-1+\sqrt{3})+i\sqrt{3}.\qquad x=(-1-\sqrt{3})-i\sqrt{3}.$$

Відповідь: $x_{1,2}=(-1+\sqrt{3})\pm i\sqrt{3},\quad x_{3,4}=(-1-\sqrt{3})\pm i\sqrt{3}$.

Задача 2. Знайти x і y, вважаючи їх за дійсні:

1) $(3x-i)(2+i)+(x-iy)(1+2i)=5+6i$; 2) $(x+iy)(a-ib)=i^5 \quad |a|\neq|b|,\quad a,b\in R$.

Відповідь: 1) $x=\dfrac{20}{17},\quad y=-\dfrac{36}{17}$; 2) $x=-\dfrac{b}{a^2+b^2},\quad y=-\dfrac{a}{a^2+b^2}$.

Задача 3. Розв'язати рівняння.

1) $4x^2+9=0$; 2) $(x+1)^4-16=0$; 3) $(x+1)^4+16=0$;

4) $x^2-(3+2i)x+(5-5i)=0$; 5) $(3+i)x^2+(1+i)x-6i=0$;

6) $x^4+5x^2-36=0$; 7) $x^4-(1+i)x^2+2(1+i)=0$.

Відповідь: 1) $\pm\dfrac{3}{2}i$; 2) $1,\ -3,\ -1\pm 2i$; 3) $(-1+\sqrt{2})\pm i\sqrt{2},\ (-1-\sqrt{2})\pm i\sqrt{2}$;

4) $2+i, 1+3i$; 5) $1+i,\ -\frac{1}{5}(6+3i)$; 6) $\pm 2,\ \ \pm 3i$;

7) $\pm(1+i),\ \ \pm\sqrt[4]{2}\left(\cos\frac{\pi}{8}-i\sin\frac{\pi}{8}\right)$.

Задача 4. Подати комплексні числа в тригонометричній формі

1) $-i$;

Розв'язання: Дане число $z=a+bi$ запишемо у вигляді $z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$.

Для $z=-i$ маємо, $a=0\ \ b=-1$.

Знайдемо $r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{0^2+(-1)^2}=1$ для $a=0,\ b<0,\ \ \varphi=-\frac{\pi}{2}$, тоді запишемо, $z=1\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

Відповідь: $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

2) $\sqrt{3}-i$;

Розв'язання: Для $z=-i$ маємо, $a=\sqrt{3},\ b=-1$.

Отже, $r=\sqrt{\sqrt{3}^2+(-1)^2}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$. $\varphi=arctg\,\frac{-1}{\sqrt{3}}=-\frac{\pi}{6}$.

Тоді $z=\sqrt{3}-i=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

Відповідь: $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

3) $-\cos\varphi-i\sin\varphi$.

Розв'язання: Згідно формул зведення $-\cos\varphi=\cos(\pi+\varphi)$, $-\sin\varphi=\sin(\pi+\varphi)$, тоді $-\cos\varphi-i\sin\varphi=\cos(\pi+\varphi)+i\sin(\pi+\varphi)$.

Відповідь: $\cos(\pi+\varphi)+i\sin(\pi+\varphi)$.

Задача 5. Подати комплексні числа в тригонометричній формі

1) $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$; 2) i; 3) $1-\sqrt{3}i$; 4) $-1-\sqrt{3}i$;
5) $-1+i$; 6) $-1-i$; 7) $-\cos\varphi+i\sin\varphi$; 8) $\sin\varphi-i\cos\varphi$.

Відповіді: 1) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$; 2) $\cos 0+i\sin 0$;

3) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$; 4) $2\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$;

5) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$; 6) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$;

7) $\cos(\pi-\varphi)+i\sin(\pi-\varphi)$; 8) $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\varphi\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\varphi\right)$.

Задача 6. Обчислити вираз $\dfrac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{18}}+\dfrac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{18}}$.

Розв'язання:

Розв'яжемо даний приклад двома способами, безпосереднім обчисленням та записавши числа в тригонометричній формі.

Перший спосіб.

$$\frac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{18}}+\frac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{18}}=\frac{\left((-1+i\sqrt{3})^2\right)^7(-1+i\sqrt{3})}{\left((1-i)^2\right)^9}+\frac{\left((-1-i\sqrt{3})^2\right)^7(-1-i\sqrt{3})}{\left((1+i)^2\right)^9}=$$

$$=\frac{\left(1-i2\sqrt{3}-3\right)^7(-1+i\sqrt{3})}{\left(1-2i-1\right)^9}+\frac{\left(1+i2\sqrt{3}-3\right)^7(-1-i\sqrt{3})}{\left(1+2i-1\right)^9}=$$

$$=\frac{\left(-2-i2\sqrt{3}\right)^7(-1+i\sqrt{3})}{\left(-2i\right)^9}+\frac{\left(-2+i2\sqrt{3}\right)^7(-1-i\sqrt{3})}{\left(2i\right)^9}=$$

$$=\frac{(-2)^7\left(1+i\sqrt{3}\right)^7(-1+i\sqrt{3})}{(-2)^9\left(i^2\right)^4 i}-\frac{2^7\left(-1+i\sqrt{3}\right)^7(1+i\sqrt{3})}{2^9\left(i^2\right)^4 i}=$$

$$=\frac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^7(-1+i\sqrt{3})}{4i}-\frac{\left(-1+i\sqrt{3}\right)^7(+1+i\sqrt{3})}{4i}=$$

$$=\frac{\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(-1+i\sqrt{3}\right)\left(\left(\left(1+i\sqrt{3}\right)^2\right)^3-\left(\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2\right)^3\right)}{4i}=$$

$$=\frac{(-1-3)\left(\left(1+i2\sqrt{3}-3\right)^3-\left(1-i2\sqrt{3}-3\right)^3\right)}{4i}=i\left(\left(-2+i2\sqrt{3}\right)^3-\left(-2-i2\sqrt{3}\right)^3\right)=$$

$$=-8i\left(\left(1-i2\sqrt{3}-3\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)-\left(1+i2\sqrt{3}-3\right)\left(1+i\sqrt{3}\right)\right)=$$

$$=16i\left(\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)-\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)\right)=16i\left(1+3-1-3\right)=0$$

Другий спосіб. Перепишемо кожне число в тригонометричній формі.

$-1+i\sqrt{3}=2(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3})$; $-1-i\sqrt{3}=2(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})$;

$1-i=\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$; $\qquad 1+i=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$.

Тоді використавши формулу Муавра отримаємо:

$$\frac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{18}}+\frac{(-1-i\sqrt{3})^{15}}{(1+i)^{18}}=\frac{2^{15}(\cos\frac{15\cdot 2\pi}{3}+i\sin\frac{15\cdot 2\pi}{3})}{2^{9}(\cos\frac{18\cdot 7\pi}{4}+i\sin\frac{18\cdot 7\pi}{4})}+\frac{2^{15}(\cos\frac{15\cdot 4\pi}{3}+i\sin\frac{15\cdot 4\pi}{3})}{2^{9}(\cos\frac{18\pi}{4}+i\sin\frac{18\pi}{4})}=$$

$$=\frac{2^{15}(\cos 10\pi+i\sin 10\pi)}{2^{9}(\cos\frac{63\pi}{2}+i\sin\frac{63\pi}{2})}+\frac{2^{15}(\cos 20\pi+i\sin 10\pi)}{2^{9}(\cos\frac{9\pi}{2}+i\sin\frac{9\pi}{2})}=\frac{2^{15}}{2^{9}i}+\frac{2^{15}}{2^{9}(-i)}=0.$$

Як бачимо коли необхідно підносити до степеня або добувати корені це зручно робити подавши число в тригонометричній формі.

Відповідь: 0.

Задача 7. Обчислити:

1) $(2+3i)(3-i)+(1+2i)^2$; 2) $\frac{1}{1+4i}+\frac{1}{4-i}$; 3) $\frac{(-3+2i)^2}{(1+i)^3}+2i-5$;

4) $\frac{(-1+i)^3-(2+i)^3}{(1-2i)^2}$; 5) $(3-\sqrt{3}i)^6$; 6) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{40}$.

Відповідь: 1) $6+11i$; 2) $\frac{5}{17}-\frac{3}{17}i$; 3) $-\frac{13}{4}+\frac{25}{4}i$; 4) $\frac{9}{25}(4+3i)$; 5) -1728; 6) $-2^{19}(1-i\sqrt{3})$

Задача 8. Розв'язати рівняння:

1) $x^4+1=0$.

Розв'язання: $x^4+1=0 \;\Rightarrow\; x^4=-1 \;\Rightarrow\; x=\sqrt[4]{-1}$.

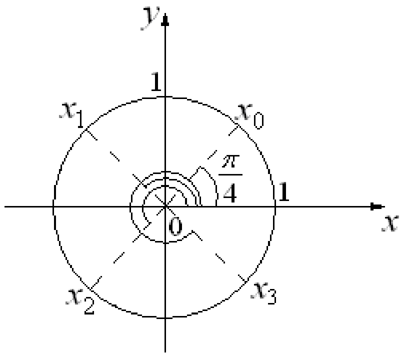
Подамо число -1 в тригонометричній формі $-1=1(\cos\pi+i\sin\pi)$ та скористаємось формулою $\sqrt[n]{r(\cos\varphi+i\sin\varphi)}$, тоді, $x=\sqrt[4]{1(\cos\pi+i\sin\pi)}$

$$x=\sqrt[4]{1}\left(\cos\frac{\pi+2\pi k}{4}+i\sin\frac{\pi+2\pi k}{4}\right),\qquad k=\overline{0,3}.$$

$k=0 \quad x_0=\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\quad k=1 \quad x_1=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$k=2 \quad x_2=\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\quad k=3 \quad x_3=\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Зобразимо ці корені



Відповідь: $x_0=\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$; $x_1=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$; $x_2=\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}$; $x_3=\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}$.

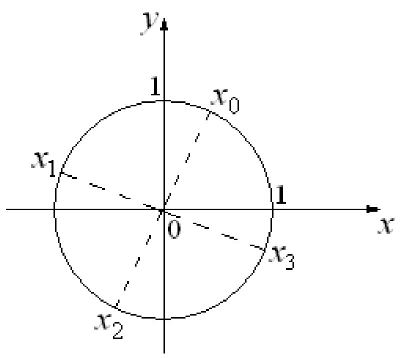
2) $x^4+i=0$.

Розв'язання: $x^4+i=0 \Rightarrow x^4=-i \Rightarrow x=\sqrt[4]{-i}$, подамо $-i$ в тригонометричній формі

$-i=\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}$, тоді $x=\sqrt[4]{\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}}$ $x=\cos\frac{\frac{3\pi}{2}+2\pi k}{4}+i\sin\frac{\frac{3\pi}{2}+2\pi k}{4}$, . $k=\overline{0,3}$

$k=0 \quad x_0=\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}$; $\quad k=1 \quad x_1=\cos\frac{7\pi}{8}+i\sin\frac{7\pi}{8}$;

$k=2 \quad x_2=\cos\frac{11\pi}{8}+i\sin\frac{11\pi}{8}$; $\quad k=3 \quad x_3=\cos\frac{15\pi}{8}+i\sin\frac{15\pi}{8}$.



Відповідь: $x_0=\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}$; $x_1=\cos\frac{7\pi}{8}+i\sin\frac{7\pi}{8}$;
$x_2=\cos\frac{11\pi}{8}+i\sin\frac{11\pi}{8}$; $x_3=\cos\frac{15\pi}{8}+i\sin\frac{15\pi}{8}$.

Задача 9. Знайти всі значення кореня $\sqrt[3]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$.

Розв'язання:

Представимо чисельник і знаменник підкореневого виразу в тригонометричній формі.

$$1-i=\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4});\qquad \sqrt{3}+i=2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}).$$

Використаємо формулу ділення комплексних чисел в тригонометричній формі, тоді отримаємо:

$$\sqrt[3]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})}{2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})}}=\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)\right)}=$$

$$=\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right)}.$$

Використаємо формулу вилучення кореня, маємо:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right)}=\frac{1}{\sqrt[6]{2}}\left(\cos\frac{\frac{19\pi}{12}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{19\pi}{12}+2\pi k}{3}\right),\quad k=0,1,2.$$

Отримаємо три кореня: $k=0,\quad \frac{1}{\sqrt[6]{2}}\left(\cos\frac{19\pi}{36}+i\sin\frac{19\pi}{36}\right)$;

$k=1,\quad \frac{1}{\sqrt[6]{2}}\left(\cos\frac{43\pi}{36}+i\sin\frac{43\pi}{36}\right)$; $\quad k=2,\quad \frac{1}{\sqrt[6]{2}}\left(\cos\frac{67\pi}{36}+i\sin\frac{67\pi}{36}\right)$.

Відповідь: $\frac{1}{\sqrt[6]{2}}\left(\cos\frac{19\pi}{36}+i\sin\frac{19\pi}{36}\right)$; $\frac{1}{\sqrt[6]{2}}\left(\cos\frac{43\pi}{36}+i\sin\frac{43\pi}{36}\right)$;

$\frac{1}{\sqrt[6]{2}}\left(\cos\frac{67\pi}{36}+i\sin\frac{67\pi}{36}\right)$.

Задача 10. Знайти всі значення коренів:

1) $\sqrt{-i}$; 2) $\sqrt[3]{i}$; 3) $\sqrt[6]{-27}$; 4) $\sqrt[3]{-2+2i}$; 5) $\sqrt[4]{2\sqrt{3}+2i}$.

Відповідь: 1) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$; 2) $\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3}\right)$, $k=0,1,2$;

3) $\sqrt{3}\left(\cos\frac{(2k+1)\pi}{6}+i\sin\frac{(2k+1)\pi}{6}\right)$, $k=0,1,2,3,4,5$;

4) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{(8k+3)\pi}{12}+i\sin\frac{(8k+3)\pi}{12}\right)$, $k=0,1,2$;

5) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{(12k+1)\pi}{24}+i\sin\frac{(12k+1)\pi}{24}\right)$, $k=0,1,2,3$.

Домашнє завдання

Задача 1. Знайти x і y, вважаючи їх за дійсні:

1) $(3-i)x+y(1+3i)=1-7i$; 2) $12((2x+1)(1+i)+(x+y)(3-2i))=17+6i$.

Задача 2. Розв'язати рівняння:

1) $5x^2+8x+4=0$; 2) $4x^2-2x+1=0$.

Задача 3. Обчислити:

1) $\frac{(1+i)(3+i)}{3-i}-\frac{(1-i)(3-i)}{3+i}$; 2) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$; 3) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$.

Задача 4. Знайти всі значення коренів:

1) $\sqrt[8]{\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}}$; 2) $\sqrt[5]{(2-2i)^4}$.