

Зразок виконання

Домашня робота №1

Дано: $z_1 = 3 - i$, $z_2 = 1 + 2i$

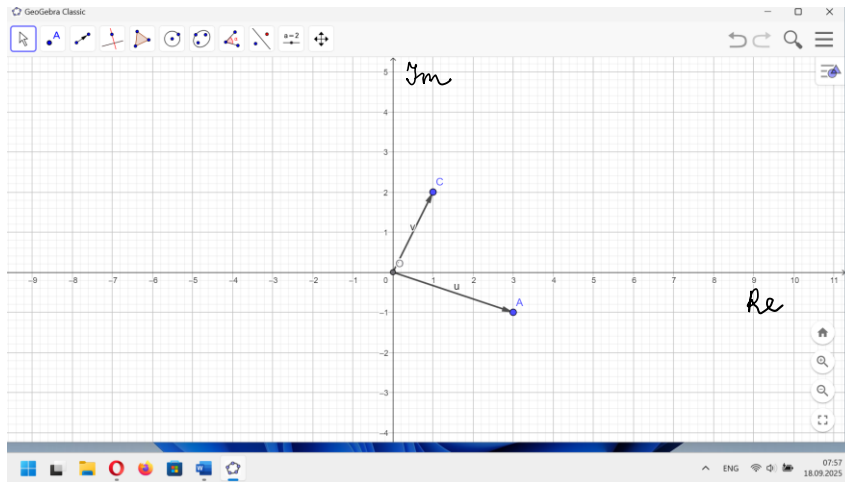
1. Указати дійсну та уявну частини чисел. Зобразити числа на комплексній площині.

Числа записано в алгебраїчній формі $z = a + ib$, $a \in R, b \in R$.

$\operatorname{Re} z = a$, $\operatorname{Im} z = b$.

$\operatorname{Re} z_1 = 3$, $\operatorname{Im} z_1 = -1$, $z_1 = (3; -1)$

$\operatorname{Re} z_2 = 1$, $\operatorname{Im} z_2 = 2$, $z_2 = (1; 2)$.



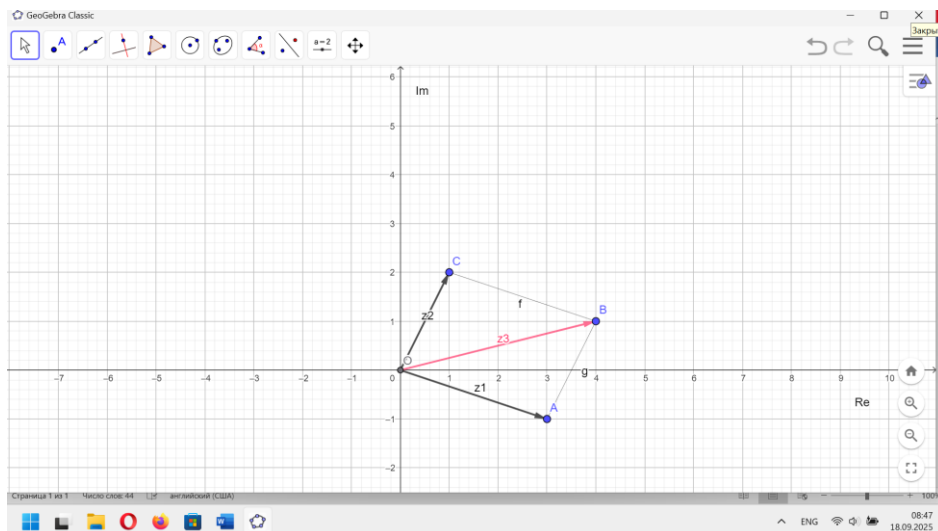
2. Знайти $z_1 + z_2$

$$z_1 + z_2 = (3 - i) + (1 + 2i) = \underline{3} - \underline{i} + \underline{1} + \underline{2i} = (3 + 1) + (-i + 2i) = 4 + i$$

Відповідь запишемо в алгебраїчній формі!

Сумою двох комплексних чисел є комплексне число $z_3 = 4 + i$, $\operatorname{Re} z_3 = 4$,

$\operatorname{Im} z_3 = 1$.



3. Знайти $z_1 - z_2$

У математиці віднімання розуміють як додавання з протилежним, тобто

$z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$. Числом, **протилежним** до z_2 буде комплексне число

$-z_2 = -(1 + 2i) = -1 - 2i$. Далі виконайте самостійно.

4. Знайти $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = (3 - i) \cdot (1 + 2i) = 3 + 6i - i - 2i^2$$

Враховуючи, що $i^2 = -1$

$$z_1 \cdot z_2 = \underline{3} + \underline{6i} - \underline{i} + \underline{2} = 5 + 5i$$

Добутком двох комплексних чисел є комплексне число.

5. Знайти z_1^2

При роботі з комплексними числами можна використовувати формули скороченого множення. Застосуємо формулу квадрата суми $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(3 - i)^2 = 9 - 6i + i^2 = 9 - 6i - 1 = 8 - 6i$$

6. Знайти число, спряжене до z_2 .

Якщо $z = a + ib$, то спряжене $\bar{z} = a - ib$, тому $\bar{z}_2 = 1 - 2i$.

Можна вивести нову важливу формулу скороченого множення:

$$z \cdot \bar{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$$

7. Знайти $\frac{z_2}{z_1}$

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{1 + 2i}{3 - i} = \frac{(1 + 2i)(3 + i)}{(3 - i)(3 + i)} = \frac{3 + i + 6i + 2i^2}{10} = \frac{1 + 7i}{10} = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$$

Не забуваємо записувати відповідь в алгебраїчній формі!

Часткою двох комплексних чисел буде комплексне число. Для виконання операції потрібно і чисельник і знаменник дробу помножити на число, спряжене до знаменника.

$$\text{Якщо } w = \frac{z_2}{z_1}, \text{ то } \operatorname{Re} w = \frac{1}{10}, \operatorname{Im} w = \frac{7}{10}$$

Завдання. Взяти два довільних комплексних числа та виконати аналогічні дії.

Оформити відповідно зразку. Перевірку зробити за допомогою тренажера.