

Київський національний університет будівництва і архітектури
Кафедра геоінформатики і фотограмметрії

Л.5 Мережевий аналіз

доц., к.т.н. Горковчук Ю.В.

FACULTY
Geoinformation
systems and territory
management

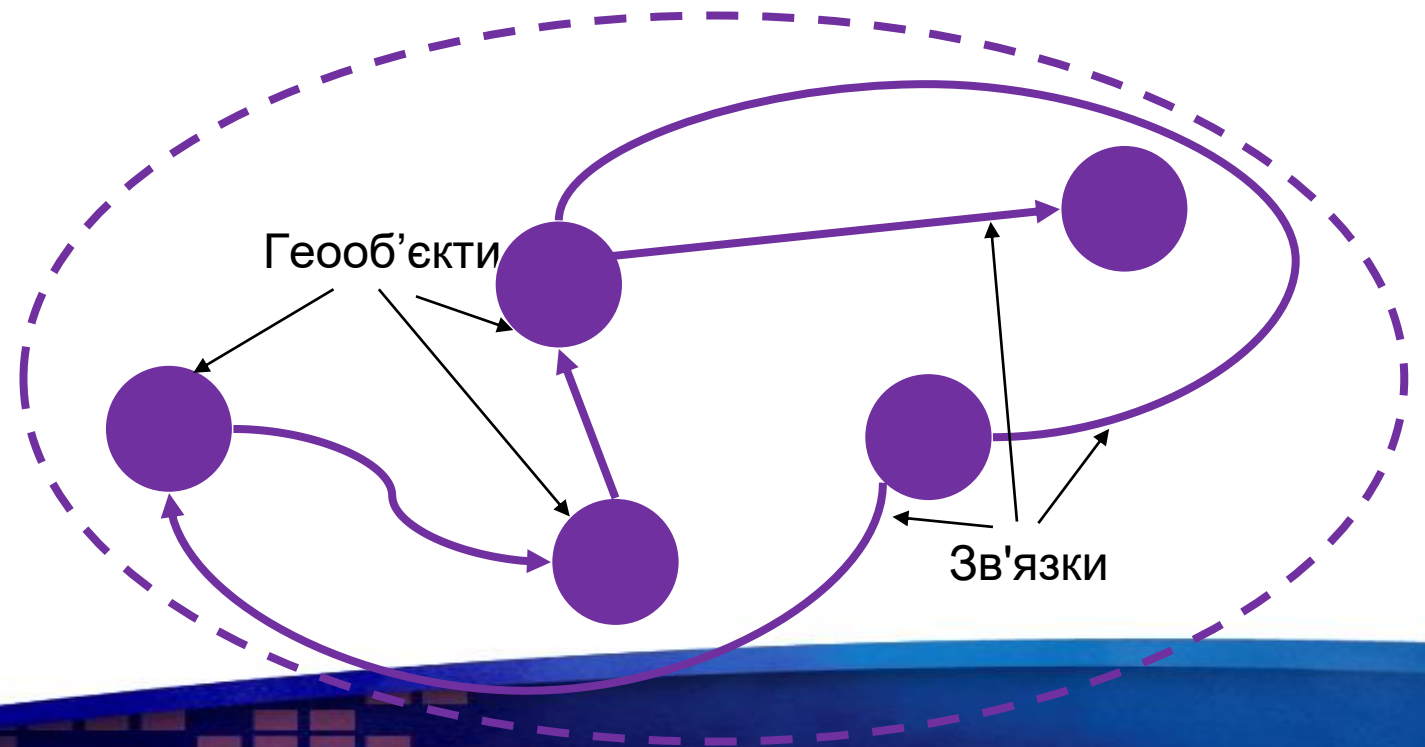


» Географічні мережі

- сукупності лінійних фрагментів природного (річки, напрямки змін/ переміщень) або антропогенного (дороги, комунікації) характеру

Метою вивчення географічних мереж є виявлення закономірностей їх будови, формування та розвитку, а також моніторинг, оптимізація і керування (наприклад, у випадку транспортних і комунікаційних мереж).

географічна мережа може бути подана у вигляді **суперпозиції** (об'єднання, накладення) великої кількості різноманітних просторових **відносин і зв'язків** (транспортних, технологічних, екологічних, міграційних, інформаційних та ін) між різними **геооб'єктами** (населеними пунктами, підприємствами, адміністративними та економічними районами, екосистемами та ін.)

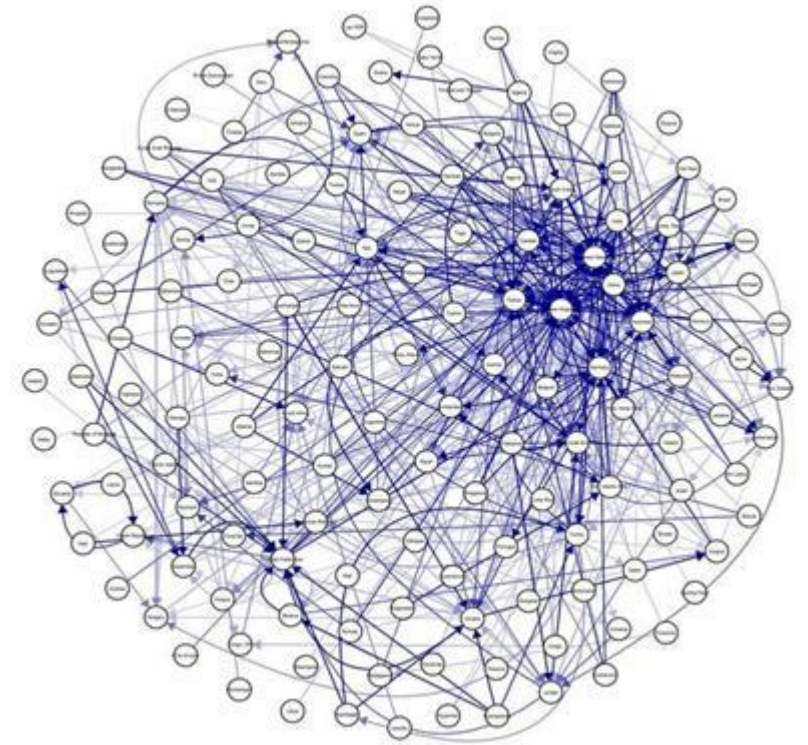


➤➤ Мережний аналіз

- розв'язання оптимізаційних задач з використанням моделі геометричної мережі

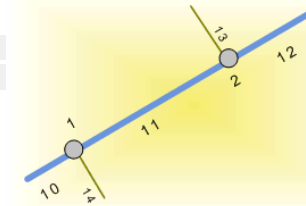
Завдання мережевого (мережного) аналізу:

- 1) подання та зберігання в базі даних метричної і топологічної інформації про структуру мережі
- 2) візуалізація географічних мереж з можливістю інтерактивного запити атрибутивної інформації по кожному елементу мережі
- 3) аналіз структури мережі на основі моделей і алгоритмів теорії графів



Мережа

- це сукупність взаємодіючих об'єктів, пов'язаних один з одним



Водные узлы связи (Точки)

OID	Shape	Equip ID	Valve Type
1		816.32	T203
2		816.45	Y53

Водопроводы (Линии)

OID	Shape	Diameter	Material
10		8	Concrete
11		10	PVC
12		8	Concrete

Водные сервисы (Линии)

OID	Shape	Service ID	Material
13		1001	Cast iron
14		1002	Copper

Геометрична мережа - це набір пов'язаних ребер і вузлів, з'єднаних за певними правилами

*В геометричних мережах (водопровід, газопровід), одночасно можна переміщатися по ребрах тільки **в одному напрямку***

Основні елементи: ребра (edges) та з'єднання (junctions) мережеві об'єкти, що поєднуються один з одним на основі топології: ребра з'єднуються з іншими ребрами в місцях з'єднань

- будується всередині набору об'єктів в базі геоданих;
- джерело ребер та з'єднань – класи об'єктів;
- має логічну мережу - набір таблиць в базі геоданих, що зберігають відносини зв'язності.

Набори мережевих даних Network Dataset набір простих просторових об'єктів (лінії і точки) та поворотів, що забезпечують зберігання даних про зв'язність вихідних об'єктів

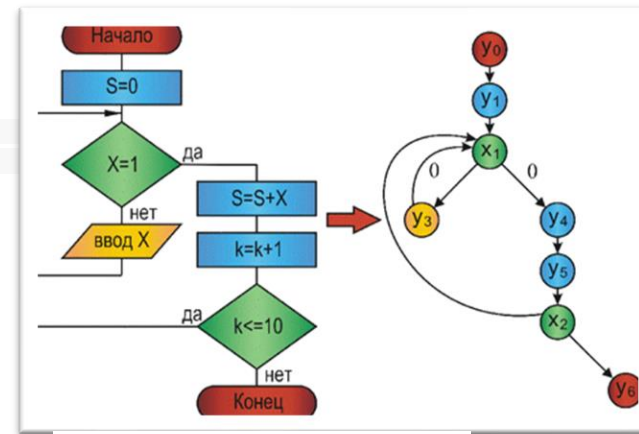
*У транспортних мережах можна пересуватися по ребрах **в обох напрямках** геометрія (лінії та вузли) та атрибутивні дані*

- відстежуються геометричні збіги між вихідними об'єктами;
- зв'язність, правило зв'язності;
- мультимодальні набори даних;
- трьохмірні набори даних;
- розширена модель мережевих атрибутів

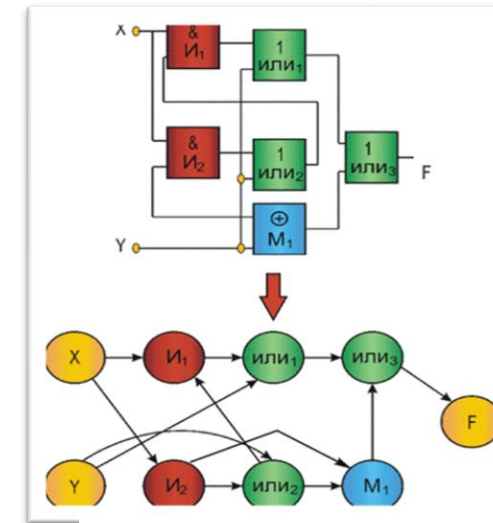
Теорія графів

- розділ дискретної математики, що досліджує властивості кінцевих множин із заданими відносинами між їх елементами

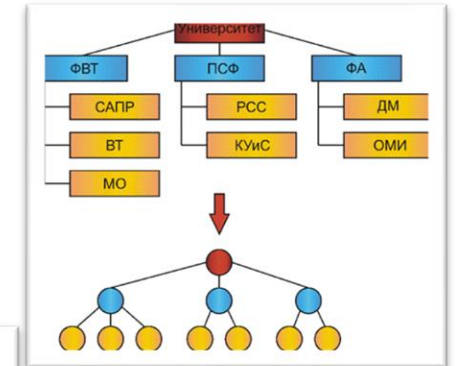
- "структури" в цивільному будівництві
- "мережі" - в електроніці
- "соціограми" - в соціології та економіці
- "молекулярні структури" - в хімії
- "дорожні карти"
- електричні чи газові розподільчі мережі тощо



Імовірнісний граф



Орієнтований граф



Граф Дерево

Граф

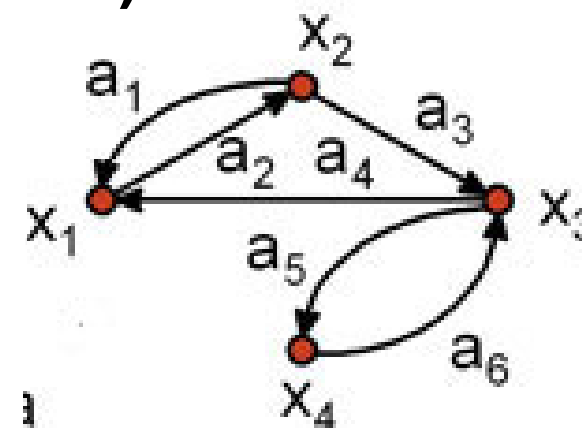
- множина точок площини x_1, x_2, \dots, x_n (вершин, або вузлів), з'єднаних між собою лініями a_1, a_2, \dots, a_m (ребрами)

Графом називається двійка виду

$$G = (X, A),$$

де $X = \{x_i\}, i=1, 2, \dots, n$ - множина вершин графа,

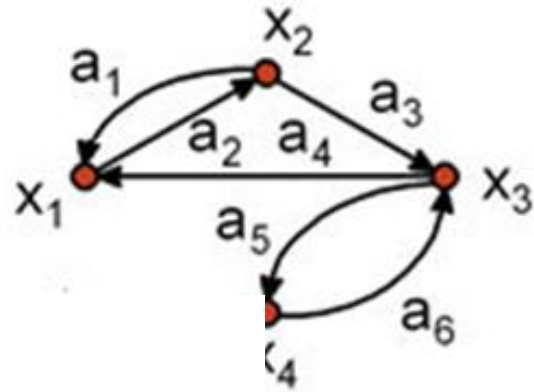
$A = \{a_i\}, i=1, 2, \dots, M$ - множина ребер графа



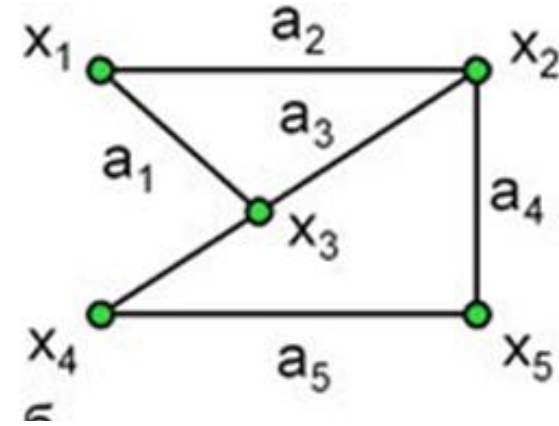
Дуга a_i може бути подана впорядкованою парою вершин (x_n, x_k) , що складається з початкової x_n та кінцевої x_k вершин. Якщо x_n, x_k - кінцеві вершини дуги a_i , то кажуть, що вершини x_n та x_k **інцидентні** дузі a_i або дуга a_i **інцидентна** вершинам x_n та x_k .

Граф

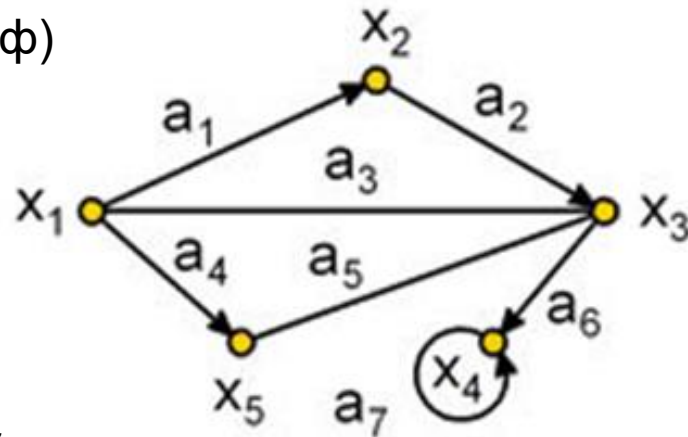
Залежно від типу ребер розрізняють:



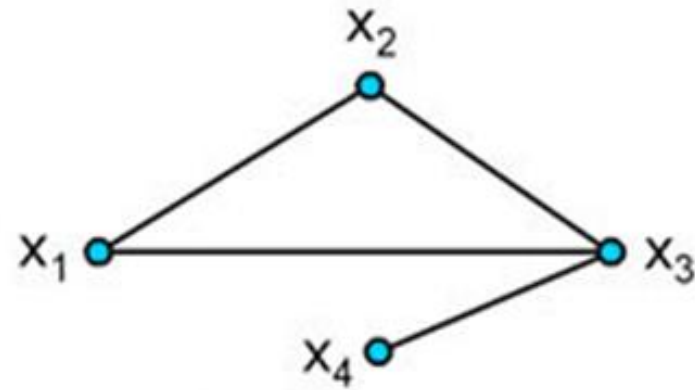
Орієнтований
(орграф)



Неорієнтований



Змішаний

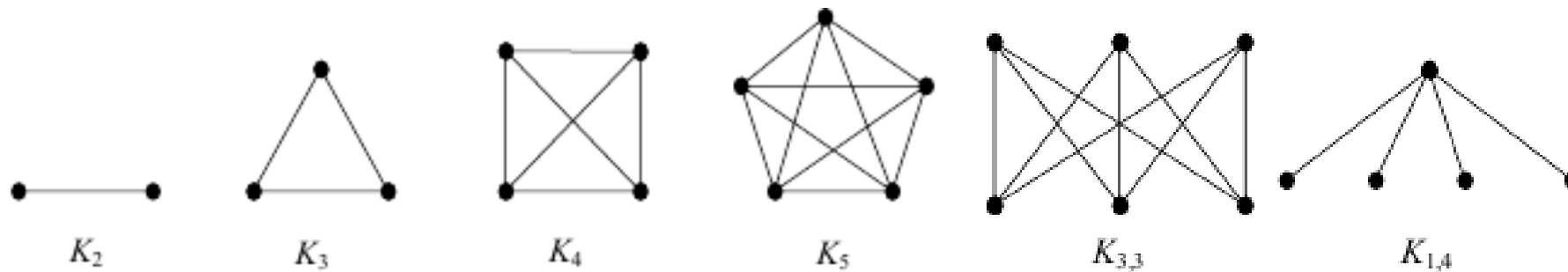


Неорієнтований дублікат

Граф

Залежно від структурних особливостей:

1. **Порожній** граф - граф з порожньою множиною ребер
2. **Тривіальний** — з однією вершиною й без ребер.
3. Граф, у якому кожна вершина суміжна з усіма іншими, називається **повним**. Повний граф з n вершинами позначається K_n
4. Граф, усі вершини якого мають степінь r , називається **регулярним (однорідним) степеня r**
5. Граф $G = (V, E)$ називається **двочастковим**, якщо множину його вершин V можна так розбити на дві підмножини V_1 і V_2 (частки), що кожне ребро графа з'єднує вершини з різних часток, тобто $E \subseteq V^{(2)} \setminus (V_1^{(2)} \cup V_2^{(2)})$.



»» Визначення

- **Маршрутом (шляхом)** називається послідовність дуг (в орієнтованому графі), така, що кінець однієї дуги є початком іншої дуги.

Простий маршрут - шлях, в якому жодна дуга не зустрічається двічі.

Елементарний маршрут - шлях, в якому жодна вершина не зустрічається двічі.

- **Контур** - шлях, у якого кінцева вершина збігається з початковою вершиною.
- **Довжиною шляху (контур)** називається число дуг шляху (або сума довжин його дуг, якщо останні задані)
- Операція вилучення вершини x із графа $G(X,W)$ полягає у вилученні з множини X елемента x , а з множини W – усіх ребер, інцидентних x .
- Операція вилучення ребра w з графа $G(X,W)$ полягає у вилученні елемента w з множини W . При цьому всі вершини зберігаються.

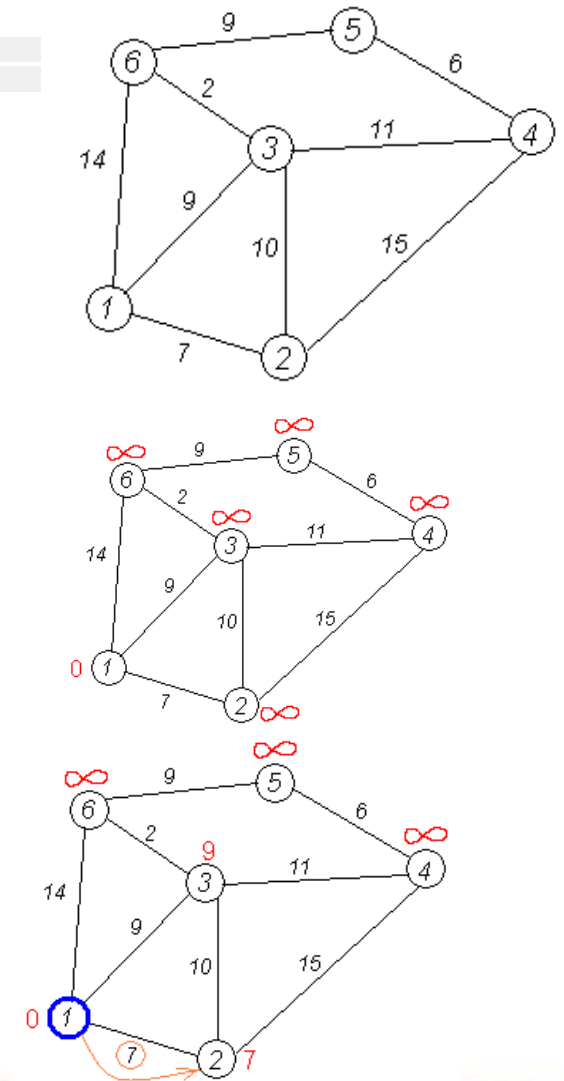
➤➤ Алгоритм Дейкстри (Dijkstra)

- знаходить найкоротший шлях від однієї вершини графа до всіх інших вершин
потрібно знайти відстані від 1-ої вершини до всіх інших

Крок 1. Ініціалізація. Відстань до всіх вершин графа дорівнює бескінечності. Відстань до $a = 0$. Жодна вершина графа ще не опрацьована.

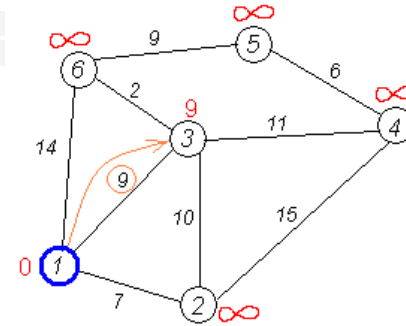
Крок 2. Знаходимо таку вершину (із ще не оброблених), поточна найкоротша відстань до якої мінімальна. В нашому випадку це вершина 1.

Крок 3. Перший по порядку сусід 1-ї вершини — 2-а вершина. Шлях до неї через 1-у вершину дорівнює найкоротшій відстані до 1-ї вершини + довжина дуги між 1-ю та 2-ю вершиною, тобто $0 + 7 = 7$.

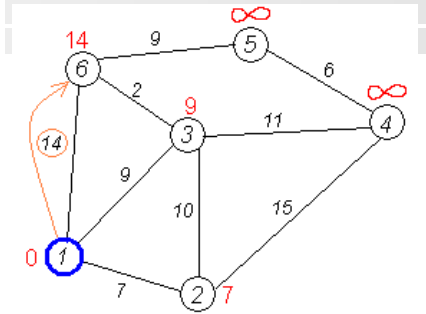


➤ Алгоритм Дейкстри (Dijkstra)

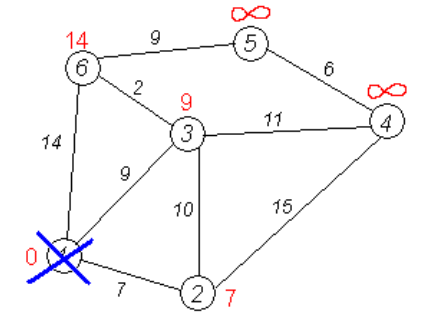
Кроки 4, 5. Аналогічну операцію повторюємо з двома іншими сусідами 1-ї вершини — 3 та 6



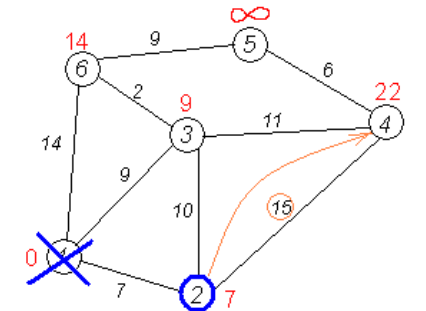
Крок 6. Всі сусіди вершини 1 перевірені. Поточна мінімальна відстань до вершини 1 вважається остаточною і обговоренню не підлягає. Тому викреслимо її з графа, щоб відмітити цей факт.



Крок 7. Знову знаходимо «найближчу» необроблену (невикреслену) вершину. Це вершина 2 з поточною найкоротшою відстанню до неї = 7. І знову намагаємося зменшити відстань до всіх сусідів 2-ої вершини – це є 1, 3 та 4.

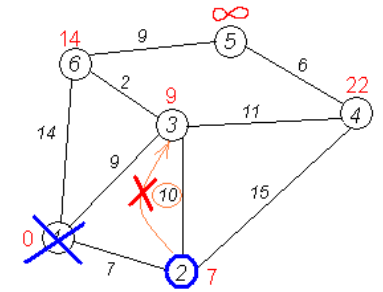


Крок 8. Від вершини 1 до 4, якщо йти через 2, шлях = найкоротша відстань до 2-ої + відстань між 2-ою і 4-ою вершинами = $7 + 15 = 22$. Оскільки $22 < \infty$, встановлюємо відстань до вершини № 4 рівною 22

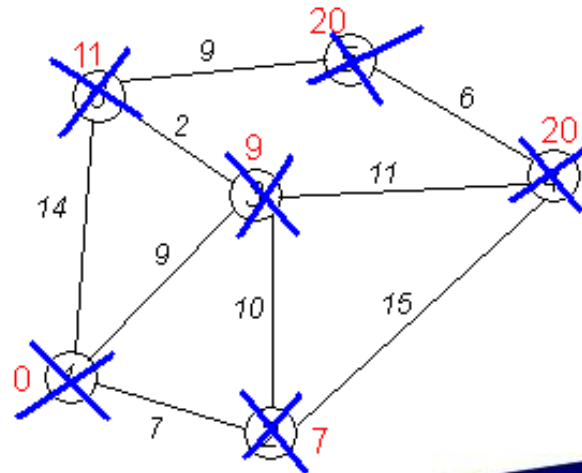
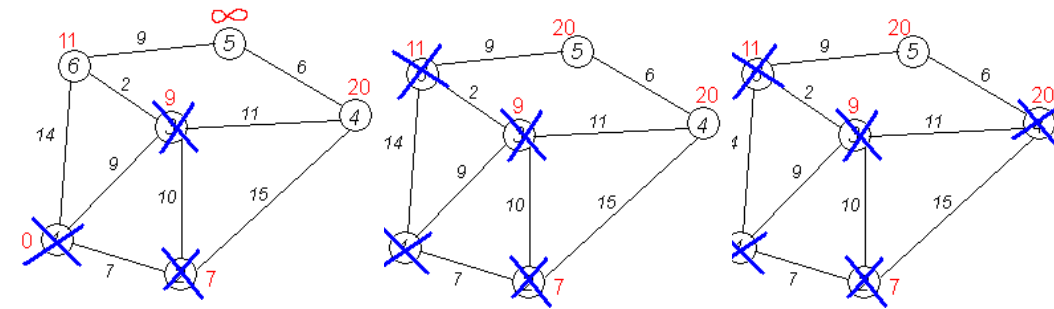


➤ Алгоритм Дейкстри (Dijkstra)

Крок 9. Ще один сусід вершини 2 — вершина 3. Якщо йти в неї через 2-у, то шлях буде $= 7 + 10 = 17$. Але 17 більше за відстань, що вже запам'ятали раніше до вершини № 3 і дорівнює 9, тому поточну відстань до 3-ої вершини **не міняємо**. Всі сусіди вершини 2 переглянуті, заморожуємо відстань до неї і викреслюємо її з графа



Крок 10. По тій же схемі повторюємо кроки 2 — 6. Тепер «найближчою» виявляється вершина № 3. Після її «оброблення» повторюємо те саме з вершинами, що залишилися (6, 4 і 5).



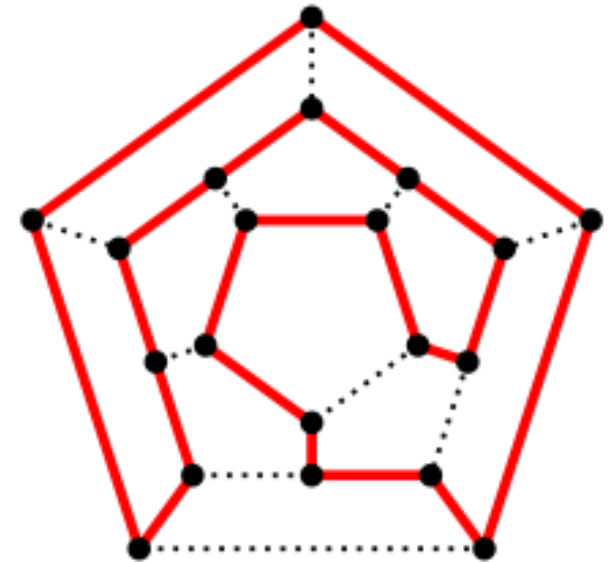
Завершення виконання алгоритму. Алгоритм закінчує роботу, коли викреслені всі вершини. Результат його роботи видно на останньому малюнку: найкоротший шлях від 1-ої вершини до 2-ої становить 7, до 3-ої — 9, до 4-ої — 20, до 5-ої — 20, до 6-ої — 11 умовних одиниць.

➤➤ Завдання комівояжера (Travelling salesman problem, TSP)

- полягає у знаходженні найвигіднішого маршруту, що проходить через вказані міста хоча б один раз

В умовах завдання вказуються критерій вигідності маршруту (найкоротший, найдешевший, сукупний критерій тощо) і відповідні матриці відстаней, вартості тощо

Гамільтонів шлях (маршрут) - шлях, що містить кожную вершину графа рівно один раз. Гамільтонів шлях, початкова і кінцева вершини якого збігаються, має назву **гамільтонового циклу**





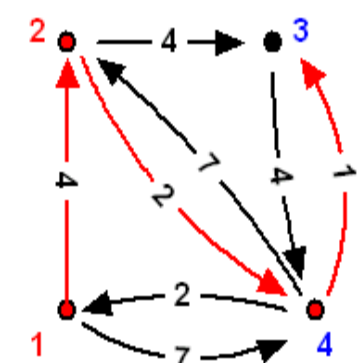
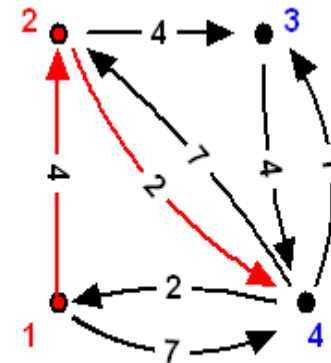
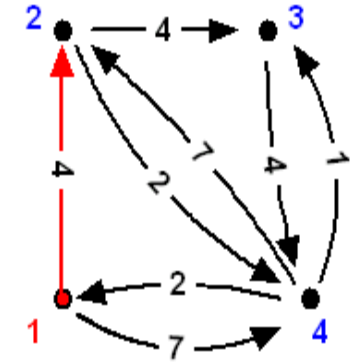
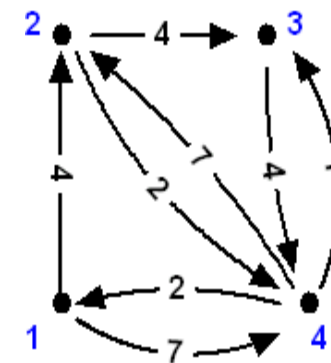
Алгоритм пошуку найкоротшого маршруту (Dantzig Shortest path algorithm (SPA))

Знайти найкоротший маршрут від точки 1 до точки 3

Крок 1: визначити найкоротшу t (найменшу за довжиною/ часом/ вартістю) ланку від вузла 1 – до вузла 2 (вартість = 4). Додати вузол 2 та ланку від 1 до 2 до маршруту

Крок 2: визначити найкоротшу ланку (найменшу за вартістю/ часом) з вузла 1 або з вузла 2 – це ланка до вузла 4 з вартістю 2 (загальна вартість = 6). Додати вузол 4 та ланку з 2 до 4 до маршруту

Крок 3: визначити найкоротшу (найменшу за вартістю /часом) ланку з набору від вузла 1 ,2 або 4 до вузла 3 – ланка 1 (загальна вартість = 7), додати вузол 3 та ланку від 4 до 3 до маршруту

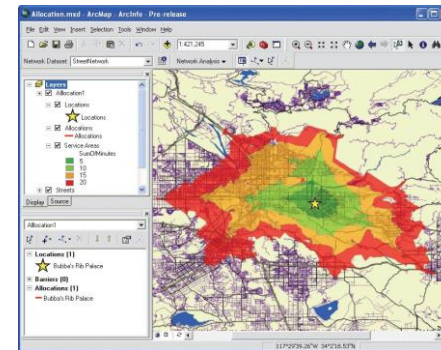
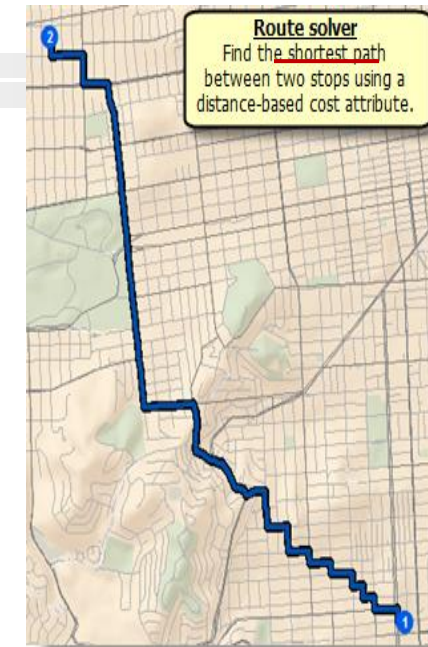
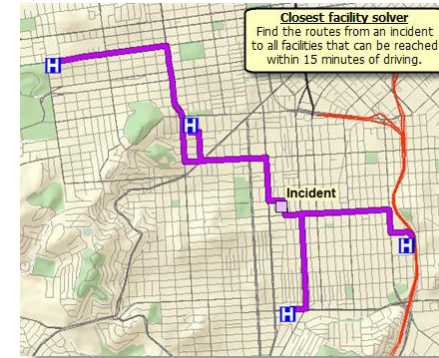


Network analysis

- Модуль ГІС ArcGIS, що реалізує наступні алгоритми мережевого аналізу
 - аналіз маршруту
 - аналіз найближчого пункту обслуговування
 - аналіз зони обслуговування/ доступності
 - аналіз матриці Джерело-Призначення
 - аналіз задачі вибору маршруту транспорту
 - аналіз розміщення-розподіл

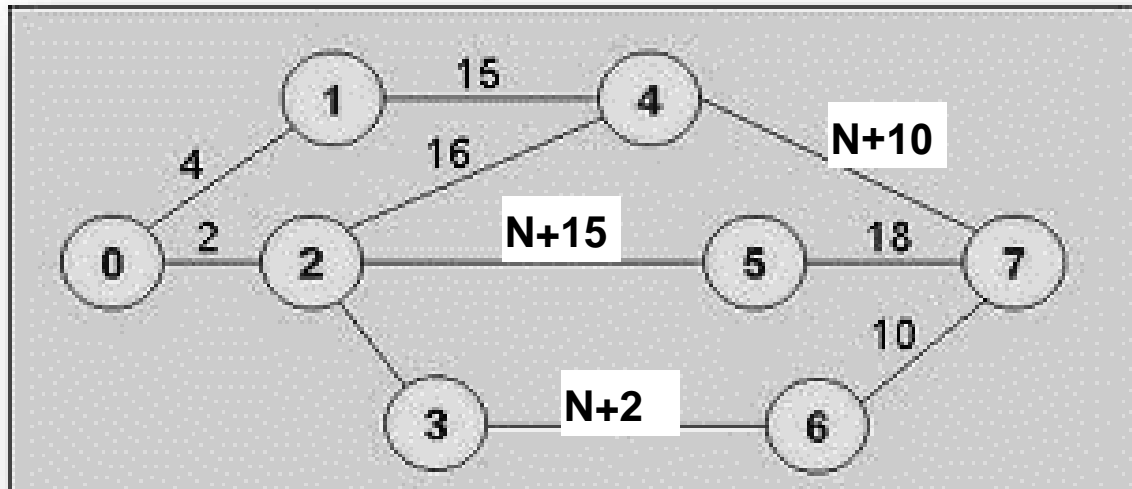
Довідка ArcGIS Desktop

<https://desktop.arcgis.com/ru/arcmap/10.3/guide-books/extensions/network-analyst/what-is-network-analyst-.htm>

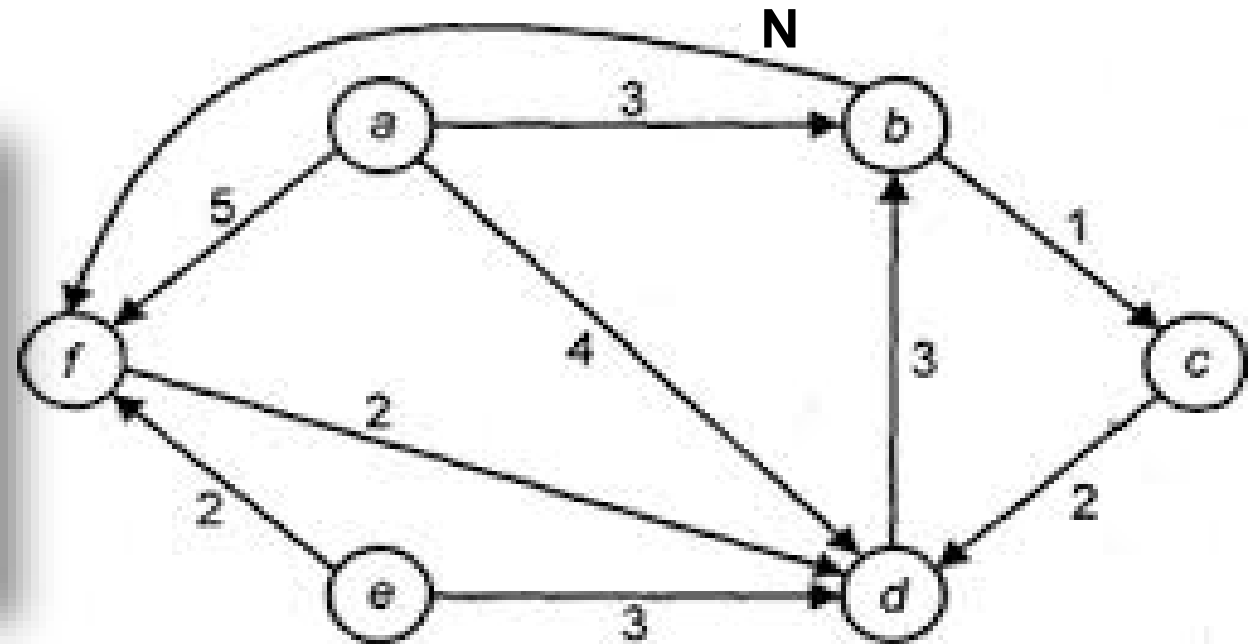


Індивідуальне завдання

1. Визначити найкоротший шлях від нульової вершини графа до всіх інших



2. Визначити найкоротший маршрут від *a* до *e*



Література

1. Зыков А. А. [Оснoвы теории графов](#). — М.: «Вузовская книга», 2004. — С. 664. — ISBN 5-9502-0057-8(М.: Наука, 1987. 383с.)
2. Р.М.ТРОХИМЧУК. ТЕОРІЯ ГРАФІВ Навчальний посібник для студентів факультету кібернетики - К.: РВЦ “Київський університет”, 1998. - 43 с.
3. Карнаух Т.О., Ставровський А.Б. Теорія графів у задачах algotist.manual.ru
4. С. Анисимов. Как построить кратчайший маршрут между двумя точками. / <http://faqs.org.ru/progr/graph/pathmake.htm>
5. The Traveling Salesman Problem Home — вичерпна інформація про задачу комівояжера(англ.) / <http://www.tsp.gatech.edu/>