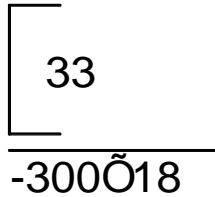


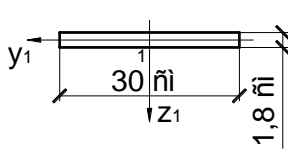
## Задача №1

Визначити геометричні характеристики заданого складеного перерізу: площу, головні центральні моменти інерції, радіуси інерції, моменти опору.

1) Вихідні дані:

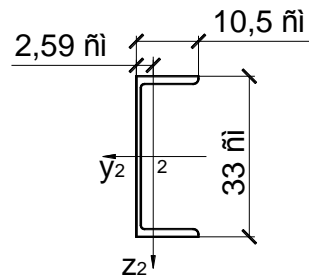


а) полоса 300X18



$$\begin{aligned} A_1 &= 1,8 \cdot 30 = 54 \text{ см}^2; \\ I_{y1} &= \frac{1,8^3 \cdot 30}{12} = 14,6 \text{ см}^4; \\ I_{z1} &= \frac{30^3 \cdot 1,8}{12} = 4050 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

б) швелер №33



$$\begin{aligned} A_2 &= 46,5 \text{ см}^2; \\ I_{y2} &= 7980 \text{ см}^4; \\ I_{z2} &= 410 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

Загальна площа:  $A = \sum A_i = 54 + 46,5 = 100,5 \text{ см}^2$ .

2) Центр ваги перерізу (визначення в осях  $(\bar{y}_1, \bar{z}_1)$ )

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{\sum A_i \bar{y}_{1i}}{A} = \frac{54 \cdot 0 + 46,5 \cdot 12,41}{100,5} = 5,74 \text{ см}; \\ z_c &= \frac{\sum A_i \bar{z}_{1i}}{A} = \frac{54 \cdot 0 + 46,5 \cdot (-17,4)}{100,5} = -8,05 \text{ см}; \end{aligned}$$

Перевірка:

$$\begin{aligned} S_{yc} &= \sum A_i z_{ci} = 54 \cdot 8,05 + 46,5 \cdot (-9,35) = -0,075 \approx 0; \\ S_{zc} &= \sum A_i y_{ci} = 54 \cdot (-5,74) + 46,5 \cdot 6,67 = 0,195 \approx 0. \end{aligned}$$

3) Центральні моменти інерції

$$\begin{aligned} I_{yc} &= \sum (I_{yi} + A_i z_i^2) = 14,6 + 54 \cdot 8,05^2 + 7980 + 46,5 \cdot (-9,35)^2 = 15559,1 \text{ см}^4; \\ I_{zc} &= \sum (I_{zi} + A_i y_i^2) = 4050 + 54 \cdot (-5,74)^2 + 410 + 46,5 \cdot 6,67^2 = 8307,9 \text{ см}^4; \\ I_{y_c z_c} &= \sum (I_{y_i z_i} + A_i y_i z_i) = 0 + 54 \cdot (-5,74) \cdot 8,05 + 0 + 46,5 \cdot 6,67 \cdot (-9,35) = -5395,1 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

4) Положення головних осей

$$\begin{aligned} \tan 2\alpha_0 &= \frac{2I_{y_c z_c}}{I_{zc} - I_{yc}} = \frac{2 \cdot (-5395,1)}{8307,9 - 15559,1} = 1,4881; \\ 2\alpha_0 &= 56^\circ \rightarrow \alpha_0 = 28^\circ. \end{aligned}$$

5) Головні моменти інерції

а)

$$\begin{aligned} I_U &= I_{yc} - I_{y_c z_c} \tan \alpha_0 = 15559,1 - (-5395,1) \cdot \tan 28^\circ = 18433,7 \text{ см}^4; \\ I_V &= I_{zc} + I_{y_c z_c} \tan \alpha_0 = 8307,9 + (-5395,1) \cdot \tan 28^\circ = 5433,3 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

б)

$$\frac{I_{\max}}{\min} = \frac{I_{yc} + I_{zc}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{yc} - I_{zc}}{2}\right)^2 + I_{yc}^2} = \frac{15559,1 + 8307,9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{15559,1 - 8307,9}{2}\right)^2 + (-5395,1)^2} = 11933,5 \pm 6500,2$$

$$I_U = I_{\max} = 11933,5 + 6500,2 = 18433,7 \text{ см}^4;$$

$$I_V = I_{\min} = 11933,5 - 6500,2 = 5433,3 \text{ см}^4.$$

Умова інваріантності:

$$I_{yc} + I_{zc} = I_U + I_V$$

$$I_{yc} + I_{zc} = 15559,1 + 8307,9 = 23867 \text{ см}^4;$$

$$I_U + I_V = 18433,7 + 5433,3 = 23867 \text{ см}^4.$$

6) Радіуси інерції

$$i_U = \sqrt{\frac{I_U}{A}} = \sqrt{\frac{18433,7}{100,5}} = 13,54 \text{ см};$$

$$i_V = \sqrt{\frac{I_V}{A}} = \sqrt{\frac{5433,3}{100,5}} = 7,35 \text{ см}.$$

7) Моменти опору

$$W_U = \frac{I_U}{V_{\max}} = \frac{18433,7}{27,2} = 677,7 \text{ см}^3;$$

$$W_V = \frac{I_V}{U_{\max}} = \frac{5433,3}{15} = 362,2 \text{ см}^3.$$

