# Задачі з комбінаторики

**Практичне заняття №2**

# Правило додавання і правило множення комбінацій

Дані правила дуже нагадують **алгебру подій.** В лекційному матеріалі викладені **Основні формули комбінаторики**. Я повторю їх максимально коротко:
1) Знак «плюс» слід розуміти і читати як АБО. Згадуємо демонстраційну задачу з яблуком, грушею і бананом:

$C_3^1+C_3^2+C_3^3=3+3+1=7$ способами можна обрати хоча б один фрукт.
Тобто, можна взяти 1 фрукт (будь-який з трьох) **АБО** будь-яке поєднання двох фруктів АБО всі три фрукти. Зауважте, що додавання комбінацій передбачає байдужість вибору *(не має різниці чи буде обраний один, два або три фрукти).*
Розглянемо більш змістовний приклад:

Задача 1
Студентська група складається з 23 людей, серед яких 10 хлопців і 13 дівчат. Скількома способами можна обрати двох людей однієї статі?

**Рішення**: в даному випадку підрахунок $C_{23}^2$ не підходить, тому, що загальна кількість поєднань вміщує і різностатеві пари.
Умова «обрати двох людей однієї статі» передбачає, що необхідно обрати двох хлопців **або** двох дівчат, і вже саме формулювання вказує на вірний шлях вирішення:
$C_{10}^2=\frac{10!}{8!\cdot 2!}=\frac{8!\cdot 9\cdot 10}{8!\cdot 2!}=\frac{9\cdot 10}{2}=45$ способами можна обрати 2 хлопців;
$C_{13}^2=\frac{13!}{11!\cdot 2!}=\frac{11!\cdot 12\cdot 13}{11!\cdot 2!}=\frac{12\cdot 13}{2}=78$ способами можна обрати 2 дівчат.
Таким чином, двох людей однієї статі (не має різниці – хлопців **або** дівчат) можна обрати:
$C_{10}^2+C_{13}^2=45+78=123$ способами.
**Відповідь**: 123

Правило множення комбінацій:
2) Знак «помножити» слід розуміти і читати як **І**.
Розглянемо ту ж саму студентську групу, яка пішла на танці. Скількома способами можна скласти пару з хлопця і дівчини?
$C_{10}^1=10$ способами можна обрати 1 хлопця;
$C_{13}^1=13$ способами можна обрати 1 дівчину.
Таким чином, одного хлопця **і** одну дівчину можна обрати:
$C_{10}^1\cdot C_{13}^1=10\cdot 13=130$ способами.
Коли з кожної множини обирають по 1 об`єкту, то справедливий наступний принцип підрахунку комбінацій: «**кожен** об`єкт з однієї множини може скласти пару з кожним об`єктом іншої множини».
Тобто, Олег може запросити на танок будь-яку з 13 дівчат Євген – теж будь-яку з 13, і аналогічний вибір є у всіх інших хлопців. Отже: $10\cdot 13=130$ можливих пар.

Слід зазначити, що в даному прикладі не має значення «історія» створення пари; однак, якщо прийняти до уваги ініціативу, то кількість комбінацій необхідно подвоїти, тому, що кожна з 13 дівчат теж може запросити до танцю будь-якого хлопця. Все залежить від умови тієї чи іншої задачі!

Схожий принцип справедливий і для більш складних комбінацій, наприклад: скількома способами можна обрати двох хлопців **і** двох дівчат для участі в одному епізоді КВК? Союз **І** однозначно натякає на те, що комбінації необхідно перемножити:

$C_{10}^{2} \cdot C_{13}^{2} = 45 \cdot 78 = 3510$ можливих груп артистів.

Іншими словами, **кожна** пара хлопців (45 унікальних пар) може виступати з **будь-якою** парою дівчат (78 унікальних пар). А якщо розглянути розподіл ролей між учасниками, то комбінацій буде ще більше. …

Правило множення комбінацій розповсюджується і на більшу кількість множників:

Задача 2

Скільки існує тризначних чисел, які діляться на 5?

**Рішення**: для наочності позначимо дане число трьома зірочками: *****

Комбінації будемо рахувати по розрядах – *зліва направо*:

В *розряд сотен* можна записати будь-яку з $C_9^1 = 9$ цифр (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 або 9). Нуль не підходить, так як число перестає бути тризначним.

А ось в *розряд десятків* («посередині») можна вибрати будь-яку з 10 цифр: $C_{10}^1 = 10$.

За умовою, число повинно ділитися на 5, якщо воно закінчується на 5 або на 0. Таким чином, в молодшому розряді нас влаштовують 2 цифри.

**Отже, існує**: $C_9^1 \cdot C_{10}^1 \cdot 2 = 9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$ тризначних чисел, що діляться на 5.

При цьому добуток $C_9^1 \cdot C_{10}^1 \cdot 2$ розшифровується так: «9 способами можна вибрати цифру в *розряд сотен* **і** 10 способами вибрати цифру в *розряд десятків* **і** 2 способами в *розряд одиниць*»

Або ще простіше: «**кожна з** 9 цифр в *розряді сотен* комбінується **з кожною** з 10 цифр *розряду десятків* **і з кожною** з двох цифр в *розряді одиниць*».

**Відповідь**: 180

А тепер…

Да, згадаємо задачу з попереднього заняття, в якій Борі, Дімі і Володі можна здати по одній карті $C_{36}^3 \cdot P_3 = 7140 \cdot 6 = 42840$ способами. Множення тут має той самий сенс:

$C_{36}^3 = 7140$ способами можна взяти 3 карти з колоди **І в кожній** вибірці представити їх $P_3 = 3! = 6$ способами.

А тепер задача для самостійного вирішення:

Прийшов час закріпити матеріал, який пройшли, парою солідних задач:

Задача 3

У Васі вдома живуть 4 кота.

а) скількома способами можна розсадити котів по куткам кімнати?

б) скількома способами можна відпустити котів погуляти?

в) скількома способами Вася може взяти на руки двох котів (одного на ліву, іншого – на праву)?

**Вирішуємо**: по-перше, слід звернути увагу на те, що в задачі мова йде про **різні** об`єкти (навіть якщо коти – однояйцеві близнюки). Це дуже важлива умова!

а) ~~Мовчання котів~~. Даній екзекуції піддаються відразу всі коти
+ важливе їх розташування, тому тут мають місце перестановки:

$P_4 = 4! = 24$ способами можна розсадити котів по кутках кімнати.

Ще раз повторюю, що при перестановках значення має лише кількість різних об`єктів і їх взаємне розташування. В залежності від настрою Вася може розсаджувати котів полу колом на дивані, в ряд на підвіконні т.д. – перестановок у всіх випадках буде 24. Бажаючі, для зручності, можуть уявити, що коти різнокольорові (наприклад, білий, чорний рудий і смугастий) і перерахувати всі можливі комбінації.

б) Скількома способами можна відпустити котів погуляти?

Передбачається, що коти ходять гуляти тільки через двері, при цьому не має значення кількість тварин – на прогулянку можуть вийти 1,2,3 і всі 4 коти.

Рахуємо можливі комбінації:

$C_4^1 = 4$ способами можна відпустити гуляти одного кота (будь-якого з чотирьох);

$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{24}{2 \cdot 2} = 6$ способами можна відпустити гуляти двох котів (варіанти перерахуйте самостійно);

$C_4^3 = 4$ способами можна відпустити гуляти трьох котів (будь-який один з чотирьох сидить вдома);

$C_4^4 = 1$ способом можна випустити всіх котів.

Мабуть, ви здогадалися, що отримані значення слід скласти:

$C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 4 + 6 + 4 + 1 = 15$ способами можна відпустити гуляти котів.

Ентузіастам пропоную ускладнену версію задачі – коли будь-який кіт в будь-якій вибірці випадковим чином може вийти на вулицю, як через двері, так і через вікно. Комбінацій значно збільшиться!

в) Скількома способами Вася може взяти на руки двох котів?

Ситуація передбачає не тільки вибір 2 тварин, але й їх розташування на руках:

$A_4^2 = 3 \cdot 4 = 12$ способами можна взяти на руки 2 котів.

Другий варіант вирішення: $C_4^2 = 6$ способами можна вибрати двох котів **і** $P_2 = 2! = 2$ способами посадити **кожну** перу на руки: $C_4^2 \cdot P_2 = 6 \cdot 2 = 12$

**Відповідь**: а) 24, б) 15, в) 12

І для очищення совісті що-небудь конкретніше на множення комбінацій …. Нехай у Васі додатково живуть 5 кішок. Скількома способами можна відпустити погуляти 2 котів і 1 кішку?

$C_4^2 \cdot C_5^1 = 6 \cdot 5 = 30$

Тобто, з **кожною** парою котів можна відпустити **кожну** кішку.

Заключна тема присвячується комбінаціям, які зустрічаються теж досить часто , приблизно, в 20-30% комбінаторних задач:

# Перестановки, поєднання і розміщення з повтореннями

Перераховані види комбінацій є в вашому лекційному матеріалі, однак деякі з них при першому читанні можуть бути не дуже зрозумілими. В цьому випадку доречним буде спочатку ознайомитися з прикладами, і тільки потім приходити до розуміння загального формулювання. Поїхали:

## Перестановки з повтореннями

В перестановках з повторенням , як і в «звичайних» перестановках приймає участь **одразу вся множина об`єктів**, але є одне але: в даній множині один або більша кількість елементів (об`єктів) повторюються. Зустрічайте ще один стандарт:

<u>Задача 4</u>

Скільки різник сполучень літер можна отримати перестановкою карток з наступними літерами: К, О, Л, О, К, О, Л, Ь, Ч, И, К?

**Рішення**: в тому випадку, коли всі літери були б різними , то слід було б застосувати банальну формулу $P_n$, однак зрозуміло, що для запропонованого набору карток деякі маніпуляції будуть спрацьовувати «вхолосту», так, наприклад, якщо поміняти місцями будь-які дві картки з літерами «К» в будь-якому слові, то отримаємо те ж саме слово. Причому, фізично картки можуть сильно відрізнятися одна від одної: одна може бути круглою з надрукованою літерою «К», інша – квадратна з намальованою літерою «К». Але в нашій задачі навіть такі картки **вважаються однаковими**, оскільки за умовою питають про сполучення літер.
Все дуже просто – всього: 11 карток, серед яких літера:
К – повторюється 3 рази;
О – повторюється 3 рази;
Л – повторюється 2 рази;
Ь – повторюється 1 раз;
Ч – повторюється 1 раз;
И – повторюється 1 раз.
Перевірка: 3 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 11, що потрібно було довести.
За формулою **кількості перестановок з повтореннями**:

$$P_{11(повт)} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \ldots \cdot n_k!} = \frac{11!}{3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{39916800}{6 \cdot 6 \cdot 2} = 554400$$

різних сполучень літер можна отримати. Більше, ніж півмільони!
На практиці вважається припустимим не записувати загальну формулу і, окрім того, опускають одиничні факторіали:

$$P_{11(повт)} = \frac{11!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{39916800}{6 \cdot 6 \cdot 2} = 554400$$

Але попередні коментарі про повторювані літери обов`язкові!
**Відповідь**: 554400

## Поєднання з повтореннями

Характерна особливість цього виду комбінацій полягає в тому, що вибірка проводиться з декількох груп, кожна з яких складається з однакових об`єктів.

Задача 5
В студентській столовій продають сосиски в тісті, ватрушки і пончики. Скількома способами можна купити 5 пиріжків?
**Рішення**: одразу зверніть увагу на типовий критерій поєднань з повтореннями – за умовою на вибір запропонована ні множина об`єктів як така, а **різні види** об`єктів; при цьому мається на увазі, що в продажу є не менше, ніж 5 хот-догів, 5 ватрушок і 5 пончиків. Пиріжки в кожній групі, зрозуміло, відрізняються – бо абсолютно ідентичні пончики можна змоделювати хіба, що на комп`ютері. Однак фізичні характеристики пиріжків за умовою задачі не суттєві, і хот-доги / ватрушки / пончики в своїх групах вважаються однаковими.
Що може бути у вибірці? По-перше, слід зазначити, що у вибірці обов`язково будуть однакові пиріжки (так як обираємо 5 штук, а на вибір запропоновано 3 види). Варіанти тут на будь-який смак: 5 хот-догів, 5 ватрушок, 5 пончиків, 3 хот-доги + 2 ватрушки, 1 хот-дог + 2 ватрушки + 2 пончики і т.д.
Як і при «звичайних» поєднаннях, порядок вибору і розміщення не мають значення – просто обрали 5 штук пиріжків і все.

Застосуємо формулу $C^m_{n(повт)} = C^m_{n+m-1} = \frac{(n+m-1)!}{(n-1)!\cdot m!}$ кількості поєднань з повтореннями:
$C^5_{3(повт)} = C^5_{3+5-1} = C^5_7 = \frac{7!}{2!\cdot 5!} = \frac{6\cdot 7}{2!} = 21$ способом можна купити 5 пиріжків.

**Відповідь**: 21

Який висновок можна зробити з багатьох комбінаторних задач? Найскладніше – це розібратися в умові задачі.

Ще декілька задач цього типу:

**Задача 1**. У магазині продають 4 сорти тістечок: заварне, білкове, «Грибок», «Нічка». Скількома способами можна купити 8 тістечок?

Розглянемо множину $S$ = {**з,** б, **г,** н}, в якій кожен елемент кодує назву тістечка по першій літері. Будь-який вибір 8 тістечок породжує комбінацію елементів множини S, при цьому порядок запису елементів нс має значення. Наприклад, вибравши 2 заварних тістечка, 4 білкових і по одному тістечку інших сортів, маємо комбінацію *ззббббгн* , що є поєднанням з повтореннями з 4 по 8. Навпаки, будь-яке таке поєднання однозначно дасть деякий набір тістечок. Значить, число способів купити вказане число тістечок одне

$$C^8_{4(повт)} = C^8_{4+8-1} = C^8_{11} = \frac{11!}{3!\cdot 8!} = \frac{9\cdot 10\cdot 11}{6} = \frac{3\cdot 10\cdot 11}{2} = 3\cdot 5\cdot 11 = 165.$$

Відзначимо, що можна було зробити підрахунок не по формулі , а безпосередньо застосувавши процедуру, описану при виведенні цієї формули. Кожен набір з 8 тістечок можна закодувати послідовністю з 8 нулів і 3 одиниць. Наприклад, набору *ззббббгн* відповідає послідовність 11011110101, а набору *ггггнннн* послідовність 00111101111 (заварних і білкових тістечок не обрали жодного). Послідовність 11110011011 однозначно визначає наступний набір тістечок: заварних - 4 штуки, «Грибків»

2 штуки, «Нічка» - 2 штуки, білкових немає. Отже, 8 тістечок можна вибрати, (8,3) = 165 числом способів.

**Задача 2.** В умовах попереднього прикладу знайдемо, скількома способами можна купити 8 тістечок при додатковій умові: потрібно купити хоча б по одному тістечку кожного сорту.

Додаткова умова означає, що у вибірці елементів множини $S$ свідомо повинні бути елементи з, б, г, *н*. Приберемо з вибірки по одному елементу кожного типу. Після цього отримаємо поєднання, що містить тільки 4 елементи з тих же 4 сортів. Число таких поєднань $C^3_7 = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7}{6} = 35$

Ототожнення набору об'єктів з послідовністю з нулів і одиниць є важливою ідеєю при вирішенні комбінаторних завдань. Цей прийом часто називають *0-1 кодуванням.*

**Задача 3.** Скількома способами шість однакових олівців можна розподілити між трьома дітьми?

Так як олівці однакові, то різні способи розподілу олівців між дітьми будуть відрізнятися лише кількістю олівців у кожної дитини. Застосуємо ідею 0-1 кодування. Зобразимо кожен олівець цифрою 1. Отримаємо набір з 6 одиниць. Для того щоб розподілити їх між трьома дітьми, додамо в набір дві цифри 0, що розіб'є 6 одиниць на три групи. Отриманий набір взаємно однозначно розподіляє олівці між дітьми. Наприклад, набір 11101011 означає, що перша дитина отримав три олівця, другий - один олівець, а третій - два олівця. Залишилося порахувати число наборів з двох нулів і шести одиниць, число яких дорівнює Pg (2,6) або $C_8^2$ , тобто 28.

У всіх розглянутих вище прикладах завдань даного пункту потрібно порахувати число поєднань з повтореннями. Як було доведено, це число можна знайти за формулою поєднань з повтореннями. Проте замість того, щоб переводити завдання на мову поєднань, можна безпосередньо скористатися ідеєю 0-1 кодування, що було продемонстровано в ряді прикладів. У деяких випадках завдання можна вирішити, не вдаючись до ідеї кодування або за формулою.

**Задача 4.** Серед азартних ігор поширена гра в доміно. Кістка доміно являє собою комбінацію двох чисел, утворену з 7 елементів: 0, 1,2, 3, 4, 5, 6. Комбінації чисел невпорядковані (1: 2 і 2: 1 - це одна і та ж кістка), при цьому можливі повторення чисел (0: 0, 1: 1, 2: 2, ... - так звані дублі). Порахуємо, скільки всього існує кісток доміно.

Неважко бачити, що кістка - це поєднання з повтореннями з 7 по 2. Їх число можна знайти за формулою $C_{7+2-1}^2 = C_8^2 = \frac{8!}{6!\cdot 2!} = \frac{7\cdot 8}{2} 28$.

Знайдемо це число іншим способом. Спочатку переберемо все дублі: їх 7. Порахуємо кількість кісток, які не є дублями. Їх число дорівнює числу сполучень (без повторень) з 7 по 2, тобто = 21. Всього маємо 7 + 21 = 28 кісток доміно. •

З мого особистого досвіду, можу сказати, що поєднання з повтореннями – найбільш рідкісний гість на практиці, чого не скажеш про наступний вид комбінацій:

## Розміщення з повтореннями

З множини, що складається з $n$ елементів, обираємо $m$ елементів, при цьому важливий порядок елементів в кожній вибірці. І все було б нічого, але доволі несподіваний прикол полягає в тому, що будь-який об`єкт вхідної множини ми можемо обирати скільки завгодно разів. Коли так буває? Типовим прикладом є кодовий замок з декількома дисками, але в зв`язку з розвитком технологій актуальніше розглянути його цифрову реалізацію:

<u>Задача 6</u>

Скільки існує чотиризначних пін-кодів?

**Рішення**: насправді для розрулювання завдання достатньо знань правил комбінаторики: $C_{10}^1 = 10$ способами можна вибрати першу цифру пін-коду **і** $C_{10}^1 = 10$ способами – другу цифру пін-коду **і** стільки ж способів – третю **і** стільки ж – четверту. Таким чином, за правилом добутку комбінацій, чотиризначний пін-код можна скласти:

$C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ способами.

А тепер за допомогою формули. За умовою нам запропонований набір з $n = 10$ цифр, з котрого обирають $m = 4$ цифри і розташовують їх <u>в певному порядку</u>, при цьому цифри у вибірці можуть повторюватися *(тобто будь-якою цифрою вхідного набору можна користуватися довільну кількість разів)*. За формулою $A_{n(повт)}^m = n^m$ кількості розміщень з повтореннями: $A_{10(повт)}^4 = 10^4 = 10000$

**Відповідь**: 10000

Що спадає на думку… …якщо банкомат «з`їдає» картку після третьої невдалої спроби вводу пін-коду, то шанси підібрати його мало ймовірні. І хто сказав, що в комбінаториці не має ніякого практичного сенсу.

Наше заняття добігло кінця, і наостанок я хочу сказати, що ви не марно витратили свій час – з тієї причини, що формули комбінаторики знаходять ще інше практичне застосування: вони зустрічаються в різних задачах з **теорії ймовірностей**, і в задачах на **класичне визначення ймовірності** – особливо часто.

Ще розглянемо декілька задач на розміщення з повтореннями:

Задача 1.

Скільки чотирилітерних "слів" можна скласти з літер "М" і "А"? Випишіть ці слова і перевірте отриманий результат.

**Розв'язання.**

Складемо декілька таких "слів": ММMA, MAMA, MAAA ... Бачимо, що склад вибірки змінюється, порядок елементів у вибірці істотний. Значить, це - розміщення з повтореннями з 2 літер "М" і "А" по 4:

$$\bar{A}_2^4 = 2^4 = 16$$

Випишемо всі ці 16 «слів»:

ММММ, МММА, ММАМ, МАММ, АМММ, ММАА, МАМА, АММА, АМАМ, ААММ, МААМ, АМАА, ААМА, АААМ, МААА, АААА.

**Відповідь.** 16.

**Задача 2.**

Вздовж дороги розташовані 6 світлофорів, кожен з яких має 3 стани: "червоний", "жовтий", "зелени
Скільки може бути різних ситуацій на дорозі, що спричинені станами цих світлофорів?

**Розв'язання.**

Випишемо декілька комбінацій: ЧЧЖЗЗЧ, ЖЖЖЖЖЖ, ЗЖЖЗЧЧ... Ми бачимо, що склад вибірки змінюється і порядок елементів істотний (адже якщо, наприклад, у вибірці ЧЧЖЗЗЧ поміняти місцями Ж і З, ситуація на дорозі буде іншою). Тому застосовуємо формулу розміщень з повтореннями з 3 по 6: $\bar{A}_3^6 = 3^6 = 729$

**Відповідь.** 729.

**Задача 3.**

15 занумерованих більярдних куль розмістили у 6 луз. Скількома способами це можна зробити?

**Розв'язання.**

Поставимо у відповідність кожному числу від 1 до 15 номер лузи, у якій знаходиться куля. Одержимо впорядковану вибірку довжиною 15, яка складається із чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 (номер відповідної лузи). Кількість таких вибірок дорівнює $\bar{A}_6^{15} = 6^{15}$.

Відповідь. $6^{15}$.

__Домашнє завдання__:

__Задача 1__

Скільки існує виграшних комбінацій з 2 карт при грі в «очко»?

Для тих, хто не знає: виграє комбінація 10 + ТУЗ (11 очок) = 21 очко і, давайте будемо вважати виграшною комбінацію з двох тузів.

*(порядок карт в будь-якій парі не має значення)*

До речі, не треба вважати приклад примітивним. Блекджек – це мало не єдина гра, для якої існує математично обґрунтований алгоритм, який дозволяє вигравати у казино.

__Задача 2__

В ліфт 12-поверхового дому сіли 3 пасажири. Кожний незалежно від інших з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому (починаючи з 2-го) поверху. Скількома способами:

1) пасажири можуть вийти на одному і  тому самому поверсі (порядок виходу не має значення);
2) дві людини можуть вийти на одному поверсі, а третій - на другому;
3) люди можуть вийти на різних поверхах;
4) пасажири можуть вийти з ліфту?

І тут часто перепитують, поточнюю: якщо 2 або 3 людини виходять на одному поверсі, то порядок виходу значення не має. ДУМАЙТЕ, використовуйте формули і правила додавання/добутку комбінацій. У випадку складностей корисно надати пасажирам імена і поміркувати, в яких комбінаціях вони можуть вийти з ліфту. Не треба засмучуватися, якщо щось не виходить, так, наприклад, пункт № 2 достатньо підступний.

Задача 3

Олексій займається спортом, причому 4 дні на тиждень – легкою атлетикою, 2 дні – силовими вправами і 1 день відпочиває. Скількома способами він може скласти собі графік занять на тиждень?

Формула тут не придатна, оскільки враховує перестановки, що співпадають (наприклад, коли міняються місцями силові вправи в середу з силовими вправами в четвер). І знову – по факту ті ж 2 силові тренування можуть сильно відрізнятися одне від іншого, але згідно умови задачі (з точки зору розкладу) вони вважаються однаковими елементами.

Задача 4

В гаманці знаходиться досить велика кількість 1-, 2-, 5- і 10-копійчаних монет. Скількома способами можна дістати три монети з гаманця?

З метою самоконтролю дайте відповідь на пару простих запитань:

1) Чи можуть всі монети у вибірці бути різними?
2) Назвіть саму «дешеву» і саму «дорогу» комбінацію монет.

Задача 5

Автомобільний номерний знак складається з 3 цифр і 3 літер. При цьому не допустимим є номер з трьома нулями, а літери обираються з набору А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У, Х (використовуються тільки ті літери кирилиці, написання яких збігається з латинськими літерами). Скільки різних номерних знаків можна скласти для регіонів?