

Задача 85

Період піврозпаду ізоотопу стронцію $^{90}_{38}\text{Sr}$ складає 28 років. Знайти середній час життя ядра цього ізоотопу.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$$\left. \begin{array}{l} \tau - ? \\ T_{1/2} = 28 \text{ років} \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{Кількість ядер } dN(t), \text{ що розпадаються за проміжок} \\ \text{часу від } t \text{ до } t + dt, \text{ дорівнює} \end{array} \quad dN = -\lambda N dt, \quad (1)$$

де λ – стала розпаду.

Час життя кожного з цих ядер дорівнює t . Сума часів життя всіх N_0 ядер, які були при $t=0$, може бути отримана інтегруванням виразу $t dN(t)$. Розділивши результат на N_0 , одержимо середній час життя радіоактивного ядра:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t dN(t) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N(t) dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N_0 \exp(-\lambda t) dt = \\ &= \int_0^{\infty} t \lambda \exp(-\lambda t) dt = \frac{1}{\lambda}. \end{aligned} \quad (2)$$

З урахуванням того, що стала розпаду λ і період піврозпаду пов'язані співвідношенням

$$\lambda = \ln 2 / T_{1/2}, \quad \text{одержимо} \quad \tau = T_{1/2} / \ln 2. \quad (3)$$

Після підставлення числових значень величин у співвідношення (3) визначимо

$$\tau = \frac{28}{0,693} = 40,4 \text{ р.}$$

Відповідь: $\tau = 40,4$ року.

Задача 86

Середній час життя атомів деякої радіоактивної речовини $\tau = 1$ с. Визначити ймовірність ω того, що ядро атома розпадеться за проміжок часу $t = 1$ с.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$$\begin{array}{l|l} \omega - ? & \\ \hline \tau = 1 \text{ с}, & \\ t = 1 \text{ с} & \end{array}$$

За проміжок часу t розпадається кількість атомів

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 [1 - \exp(-\lambda t)] = N_0 [1 - \exp(-t / \tau)],$$

де N – кількість атомів, що не розпалися за час t ; N_0 – кількість атомів, що не розпалися, на момент, взятий за початковий (при $t = 0$); λ – стала радіоактивного розпаду; τ – середній час життя радіоактивних атомів.

Ймовірність розпаду одного атома дорівнює

$$\omega = \frac{\Delta N}{N_0} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Після підставлення числових значень у це співвідношення визначимо

$$\omega = 1 - \exp(-1) = 0,63.$$

Відповідь: $\omega = 0,63$.

Задача 87

Визначити початкову активність A_0 радіоактивного магнію ^{27}Mg масою $m = 0,2 \text{ мкг}$, а також його активність A через одну годину. Припустимо, що всі атоми ізоотопу – радіоактивні.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$A_0 - ? \quad A - ?$	Активність ізоотопу у початковий момент часу ($t = 0$) дорівнює
$m = 0,2 \text{ мкг} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ кг},$	$A_0 = \lambda N_0,$ (1)
$t = 1 \text{ год} = 3600 \text{ с},$	де λ – стала радіоактивного розпаду; N_0 –
$M = 27 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	кількість атомів у початковий момент.

Візьмемо до уваги, що стала розпаду

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad (2)$$

де $T_{1/2}$ – період піврозпаду, для ^{27}Mg $T_{1/2} = 10 \text{ хв} = 600 \text{ с}$.

Кількість атомів визначимо із співвідношення

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A, \quad (3)$$

де N_A – стала Авогадро (кількість атомів в одному молі речовини), $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$; M – молярна маса магнію.

З урахуванням виразів (2) і (3) співвідношення (1) набере вигляду

$$A_0 = \frac{m N_A}{M T_{1/2}} \ln 2. \quad (4)$$

Активність ізоотопу змінюється з часом за законом

$$A = A_0 e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

Замінімо у формулі (5) сталу розпаду її значенням (2) та одержимо

$$A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = A_0 (e^{\ln 2})^{-t/T_{1/2}} = \frac{A_0}{2^{t/T_{1/2}}}. \quad (6)$$

Після підставлення числових значень у співвідношення (4) та (6) визначимо

$$A_0 = \frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{27 \cdot 10^{-3} \cdot 600} 0,697 = 5,15 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,15 (\text{ТБк}).$$

$$A = \frac{5,15 \cdot 10^{12}}{2^{3600/600}} = 8,05 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 80,5 (\text{ГБк}).$$

Відповідь: $A_0 = 5,15 \text{ ТБк}$; $A = 80,5 \text{ ГБк}$.

Задача 88

Скільки ядер, що містяться в $m = 1\text{ г}$ тритію ${}^3_1\text{H}$ розпадеться за середній час життя цього ізотопу?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\Delta N = ?$	Кількість атомів, які розпалися за час t , дорівнює
$m = 1\text{ г} = 10^{-3}\text{ кг},$	$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}), \quad (1)$
$t = \tau,$	де λ – стала радіоактивного розпаду; N_0 –
$M = 3 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$	кількість атомів у початковий момент.

Середній час життя радіоактивного ізотопу обернено пропорційний сталі розпаду $\tau = \frac{1}{\lambda}$. Кількість атомів, що розпалися за час $t = \tau$, дорівнює

$$\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda \tau}) = N_0(1 - e^{-1}). \quad (2)$$

Кількість атомів у початковий момент часу визначимо із співвідношення

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A, \quad (3)$$

де N_A – стала Авогадро (кількість атомів в одному молі речовини), $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\text{ моль}^{-1}$; M – молярна маса тритію.

З урахуванням виразів (3) співвідношення (2) набере вигляду

$$\Delta N = \frac{m}{M} N_A (1 - e^{-1}). \quad (4)$$

Підставимо в (4) числові значення та одержимо

$$\Delta N = \frac{10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3}} 6,02 \cdot 10^{23} (1 - 2,72^{-1}) = 1,27 \cdot 10^{23}.$$

Відповідь: $\Delta N = 1,27 \cdot 10^{23}$.

Задача 89

Період піврозпаду ${}^{60}_{27}\text{Co}$ дорівнює $T_{1/2} = 5,3$ року. Визначити, яка частка початкової кількості ядер розпадеться за $t = 5$ років.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\Delta N - ?$	Кількість атомів, які розпалися за час t , дорівнює	$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}), \quad (1)$
$t = 5 \text{ років},$		
$T_{1/2} = 5,3 \text{ року}$		

де λ – стала радіоактивного розпаду; N_0 – кількість атомів у початковий момент.

Частка початкової кількості ядер, що розпадеться за час t ,

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Візьмемо до уваги, що стала розпаду

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad (2)$$

де $T_{1/2}$ – період піврозпаду

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

За допомогою розрахунків одержимо

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{5,3} 5} = 0,48.$$

Відповідь: $\Delta N/N_0 = 0,48$.

Задача 90

Визначити кількість теплоти, що вивільняється $m=1\text{мг}$ препарату ^{210}Po за період, що дорівнює середньому часу життя цих ядер. Кінетична енергія випромінюваних альфа-частинок дорівнює $W_K = 5,3\text{МеВ}$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$Q - ?$	Початкова кількість радіонуклідів дорівнює
$m = 1\text{мг} = 10^{-6}\text{кг},$	$N_0 = \frac{m}{M} N_A,$
$t = \tau,$	де m – маса препарату; M – його молярна маса.
$M = 210 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль},$	Тоді кількість ядер, що розпалися, дорівнює
$W_K = 5,3\text{МеВ} = 8,48 \cdot 10^{-13}\text{Дж}$	

$$\Delta N = \frac{m N_A}{M} (1 - e^{-\lambda \tau}) = \frac{m N_A}{M} \left(1 - \frac{1}{e}\right).$$

Середній час життя препарату визначається співвідношенням

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Тоді кількість теплоти, що вивільняється за цей час, дорівнює

$$Q = \Delta N \cdot W_K = W_K \frac{m N_A}{M} \left(1 - \frac{1}{e}\right).$$

Після підставлення числових значень фізичних величин в одержане співвідношення визначимо

$$Q = \frac{5,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{210 \cdot 10^{-3}} \left(1 - \frac{1}{e}\right) \approx 1,6 \cdot 10^6 = 1,6(\text{МДж}).$$

Відповідь: $Q = 1,6\text{МДж}$.

Задача 91

Визначити дефект маси Δm , енергію зв'язку $W_{\text{зв}}$ та питому енергію зв'язку ядра ${}^{11}_5\text{B}$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дефект маси ядра

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_a,$$

де Z – зарядове число; A – масове число; m_p , m_n і m_a – маси протона, нейтрона та атома.

У нашому випадку $Z = 5$, $A = 11$. У таблицях визначимо маси протона m_p , нейтрона m_n та атома ${}^{11}_5\text{B}$ m_a :

$$m_p = 1,00728 \text{ а. о. м.},$$

$$m_n = 1,00867 \text{ а. о. м.},$$

$$m_a = 11,00931 \text{ а. о. м.}$$

Підставимо ці дані у формулу для дефекту маси та одержимо

$$\Delta m = 5 \cdot 1,00728 + (11 - 5) \cdot 1,00867 - 11,00931 = 0,08186 \text{ а. о. м.}$$

Енергія зв'язку нуклона в ядрі

$$W_{\text{зв}} = \Delta mc^2,$$

де $c^2 = 931,4 \text{ MeB/а. о. м.}$

Розрахунки приводять до

$$W_{\text{зв}} = 0,08186 \cdot 931,4 = 76,2 (\text{MeB}) = 12,2 (\text{нДж}).$$

Питома енергія зв'язку (енергія, що припадає на один нуклон) дорівнює

$$w_{\text{зв}} = \frac{W_{\text{зв}}}{A}.$$

За допомогою обчислень одержимо

$$w_{\text{зв}} = \frac{76,2}{11} = 6,93 (\text{MeB/нуклон}).$$

Відповідь: $\Delta m = 0,08186 \text{ а. о. м.}$; $W_{\text{зв}} = 12,2 \text{ нДж}$; $w_{\text{зв}} = 6,93 \text{ MeB/нуклон}$.

Задача 92

Знайти енергію реакції ${}^9_4\text{Be} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^6_3\text{Li}$, якщо відомо, що кінетична енергія протона $W_p = 5,45 \text{ MeV}$, ядра гелію $W_{He} = 4 \text{ MeV}$ і що ядро гелію вилетіло під кутом $\alpha = 90^\circ$ до напрямку руху протона. Ядро-мішень ${}^9_4\text{Be}$ нерухоме.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$\omega - ?$	Енергія реакції Q є різницею між сумою кінетичних енергій ядер-продуктів реакції та кінетичною енергією ядра, що викликає реакцію
$W_p = 5,45 \text{ MeV},$	
$W_{He} = 4 \text{ MeV},$	
$\alpha = 90^\circ$	

$$Q = E_{Li} + E_{He} - E_p. \quad (1)$$

У цьому виразі невідома кінетична енергія $m_B = 50 \text{ т}$ літію. Для її визначення скористаємося законом збереження імпульсу

$$\vec{p}_p = \vec{p}_{He} + \vec{p}_{Li}. \quad (2)$$

Вектори $\vec{p}_H$ і $\vec{p}_{He}$ за умовою задачі взаємно перпендикулярні і, отже, разом з вектором $\vec{p}_{Li}$ утворюють прямокутний трикутник. Тому

$$(p_{Li})^2 = (p_{He})^2 + (p_p)^2. \quad (3)$$

Виразимо в цій рівності імпульси ядер через їх кінетичні енергії. Оскільки кінетичні енергії ядер за умовою набагато менші від енергій спокою цих ядер, то можна скористатися формулою класичної фізики

$$p^2 = 2mE. \quad (4)$$

Замінивши в рівнянні (3) квадрати імпульсів ядер їх виразами (4), після спрощення одержимо

$$m_{Li}E_{Li} = m_{He}E_{He} + m_pE_p,$$

звідси

$$E_{Li} = \frac{m_{He}E_{He} + m_pE_p}{m_{Li}}.$$

Підставивши цей вираз у співвідношення (1), визначимо

$$Q = \frac{m_{He}E_{He} + m_pE_p}{m_{Li}} + E_{He} - E_p. \quad (5)$$

Після підставлення у вираз (5) числових значень величин у MeV та а. о. м., одержимо

$$Q = \frac{4,00260 \cdot 4 + 1,00728 \cdot 5,45}{6,01513} + 4 - 5,45 = 2,13 (\text{MeV}).$$

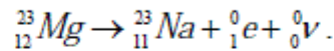
Відповідь: $Q = 2,13 \text{ MeV}$.

Задача 93

Радіоактивне ядро магнію ${}^{23}_{12}\text{Mg}$ викинуло позитрон і нейтрино. Визначити енергію Q β^+ -розпаду ядра.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Реакцію β^+ -розпаду ядра магнію можна записати так:



Припускаючи, що ядро магнію було нерухомим, і враховуючи, що маса спокою нейтрино практично дорівнює нулю, напишемо рівняння енергетичного балансу. На підставі закону збереження релятивістської повної енергії маємо

$$m_{\text{Mg}}c^2 = m_{\text{Na}}c^2 + E_{\text{Na}} + m_e c^2 + E_e + E_\nu. \quad (1)$$

Енергія розпаду дорівнює

$$Q = E_{\text{Na}} + E_e + E_\nu = (m_{\text{Mg}} - m_{\text{Na}} - m_e)c^2. \quad (2)$$

Виразимо маси ядер магнію і натрію через маси відповідних нейтральних атомів:

$$Q = ((m_{\text{Mg}} - 12m_e) - (m_{\text{Na}} - 11m_e) - m_e)c^2. \quad (3)$$

Оскільки маси спокою електрона і позитрона однакові, то після спрощень співвідношення (3) одержимо

$$Q = (m_{\text{Mg}} - m_{\text{Na}} - 2m_e)c^2.$$

У таблицях визначимо маси електрона, ізотопів магнію та натрію:

$$m_e = 0,00055 \text{ а. о. м.}; \quad m_{{}^{23}_{12}\text{Mg}} = 22,99414 \text{ а. о. м.}; \quad m_{{}^{23}_{11}\text{Na}} = 22,98977 \text{ а. о. м.}$$

Підставимо числові значення фізичних величин з урахуванням, що $c^2 = 931,4 \text{ MeB/а. о. м.}$, та проведемо розрахунки:

$$Q = (22,99414 - 22,98977 - 2 \cdot 0,00055) \cdot 931,4 = 3,05 (\text{MeB}).$$

Відповідь: $Q = 3,05 \text{ MeB}$.

Задача 94

Яку масу води, взятої при 0°C , можна закип'ятити використовуючи енергію термоядерного синтезу гелію з дейтерієм і тритієм, якщо ККД перетворення енергії дорівнює $\eta = 10\%$? Маса гелію, що утворився, $m = 1\text{г}$.

$m = ?$	РОЗВ'ЯЗАННЯ
$\eta = 10\%$,	Запишемо рівняння ядерної реакції синтезу гелію:
$m = 1\text{г} = 10^{-3}\text{кг}$,	${}_1^2\text{H} + {}_1^3\text{H} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_0^1\text{n}.$
$T = 0^\circ\text{C}$,	Маса спокою частинок, що утворилися,
$C = 4200\text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{K})$	менша за масу спокою частинок, що вступили в реакцію, тому в процесі синтезу ядер вивільниться енергія

$$Q_0 = (m_{{}_1^2\text{H}} + m_{{}_1^3\text{H}} - m_{{}_2^4\text{He}} - m_{{}_0^1\text{n}})c^2. \quad (1)$$

При одиничному акті термоядерного синтезу вивільняється енергія Q_0 і витрачається маса $T_{1/2} = 0,76$ дейтерію і тритію. Отже, використавши паливо масою m , ми вивільнимо енергію

$$Q = Q_0 \frac{m}{m_0}. \quad (2)$$

Вода при цьому отримає кількість теплоти

$$Q_B = \eta Q. \quad (3)$$

Використавши зв'язок між кількістю теплоти і теплоємністю води, можна записати

$$Q_A = Cm_B \Delta t. \quad (4)$$

Прирівнявши співвідношення (3) та (4), одержимо

$$\eta Q = Cm_B \Delta t,$$

звідси

$$m_B = \frac{\eta Q}{C \Delta t}. \quad (5)$$

Підставивши в цей вираз співвідношення (1) та (2), одержимо остаточно

$$m_B = \frac{\eta (m_{{}_1^2\text{H}} + m_{{}_1^3\text{H}} - m_{{}_2^4\text{He}} - m_{{}_0^1\text{n}}) c^2}{C m_0 \Delta t}. \quad (69)$$

Після підставлення числових значень у цей вираз визначимо

$$m_B = \frac{0,1 \cdot (2,01410 + 3,01605 - 4,00260 - 1,00867) \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{4190 \cdot 5 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 100} = 5 \cdot 10^4 (\text{кг}).$$

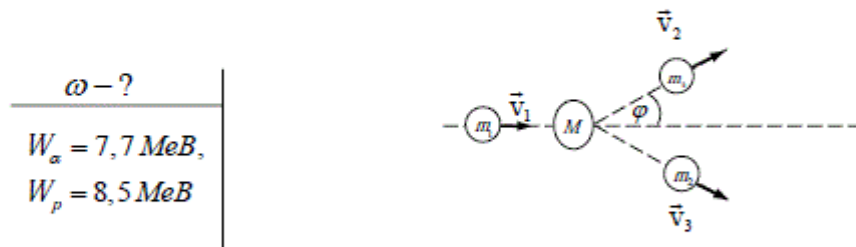
Це у 50 млн разів більше за масу термоядерного палива, яке було використане на нагрівання!

Відповідь: $m_B = 50\text{т}$.

Задача 95-1

У реакції ${}^{14}_7N(\alpha, p){}^{17}_8O$ кінетична енергія α -частинки дорівнює $W_\alpha = 7,7 \text{ MeB}$. Визначити, під яким кутом до напрямку руху α -частинки вилітає протон, якщо відомо, що його кінетична енергія дорівнює $W_p = 7,7 \text{ MeB}$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ



Позначимо, як показано на рисунку m_1 , m_2 , m_3 , масові числа відповідно α -частинки, протона та ядра віддачі (в нашому випадку це ядро атома кисню), W_1 , W_2 , W_3 – їх кінетичні енергії. Оскільки ядро атома азоту не рухається (його масове число дорівнює M), то закон збереження енергії має вигляд

$$W_1 + Q = W_2 + W_3, \quad (1)$$

де Q – енергія ядерної реакції.

Запишемо закон збереження імпульсу

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_3. \quad (2)$$

З рівняння (2) та рисунка маємо для числових значень імпульсу

$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2 p_1 p_2 \cos \varphi. \quad (3)$$

Оскільки

$$p^2 = (mv)^2 = \frac{mv^2}{2} 2m = W 2m,$$

то рівняння (3) набере вигляду

$$2m_3 W_3 = 2m_1 W_1 + 2m_2 W_2 - 2 \cos \varphi \sqrt{2m_1 W_1 2m_2 W_2}$$

Задача 95-2

або

$$W_3 = \frac{m_1}{m_3} W_1 + \frac{m_2}{m_3} W_2 - \frac{2 \cos \varphi}{m_3} \sqrt{m_1 m_2 W_1 W_2}. \quad (4)$$

Виключимо з (1) та (4) енергію W_3 та одержимо формулу, що пов'язує кінетичну енергію частинок, які бомбардують, із кінетичною енергією одержаних частинок:

$$W_1 \left(\frac{m_3 - m_1}{m_3} \right) + Q = W_2 \left(\frac{m_2 + m_3}{m_3} \right) - \frac{2 \cos \varphi}{m_3} \sqrt{m_1 m_2 W_1 W_2}. \quad (6)$$

Визначимо енергію ядерної реакції

$$Q = [(m_1 + M) - (m_2 + m_3)] c^2. \quad (7)$$

Розв'яжемо рівняння (6) відносно $\cos \varphi$ та одержимо

$$\cos \varphi = \frac{m_2 + m_3}{2} \sqrt{\frac{W_2}{m_1 m_2 W_1}} - \frac{m_3 - m_1}{2} \sqrt{\frac{W_1}{m_1 m_2 W_2}} - \frac{m_3 Q}{2 \sqrt{m_1 m_2 W_1 W_2}}. \quad (8)$$

Візьмемо значення мас частинок, що беруть участь у реакції, з таблиць та підрахуємо енергію реакції:

$$\begin{aligned} m_1 &= 4,00388 \text{ а. о. м.}, \quad M = 14,00752 \text{ а. о. м.}, \\ m_2 &= 1,00814 \text{ а. о. м.}, \quad m_3 = 17,00453 \text{ а. о. м.} \end{aligned}$$

$$Q = [(4,00388 + 14,00752) - (1,00814 + 17,00453)] 931,4 = -1,183 (\text{MeV}).$$

Підставимо числові значення у співвідношення (8) та одержимо

$$\cos \varphi = \frac{1+17}{2} \sqrt{\frac{8,5}{4 \cdot 1 \cdot 7,7}} - \frac{17-4}{2} \sqrt{\frac{7,7}{4 \cdot 1 \cdot 8,5}} - \frac{17 \cdot (-1,183)}{2 \sqrt{4 \cdot 1 \cdot 7,7 \cdot 8,5}} = 0,59.$$

$$\varphi = \arctg 0,59 = 30,5^\circ.$$

Відповідь: $\varphi = 30,5^\circ$.

Задача 96-1

Яка енергія вивільняється при згорянні $m=1\text{г}$ ядерного пального в термоядерній реакції ${}^6_3\text{Li}({}^2_1\text{H}, \alpha){}^4_2\text{He}$? Порівняти одержаний результат з енергією, яку можна отримати під час розпаду $m=1\text{г}$ урану ${}^{235}_{92}\text{U}$. При кожному акті розпаду ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ вивільняється енергія $W_1 = 200\text{MeB}$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Запишемо рівняння термоядерної реакції

$\begin{array}{l} W_{Li} - ? \quad W_U - ? \\ \\ m = 1\text{г} = 10^{-3}\text{кг}, \\ W_1 = 200\text{MeB} \end{array}$	${}^6_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\alpha + {}^4_2\text{He}.$ Енергію, яка вивільняється під час цієї реакції, можна визначити із співвідношення $Q = \Delta mc^2, \quad (1)$
--	---

де $c^2 = 931,4\text{MeB}/a.о.м.$ для дефекту маси вимірюної в $a.о.м.$

Дефект маси дорівнює $\Delta m = (m_{{}^6_3\text{Li}} + m_{{}^2_1\text{H}}) - 2m_{{}^4_2\text{He}}$. У таблицях додатку Б визначимо маси частинок, що беруть участь у реакції:

$$m_{{}^6_3\text{Li}} = 6,01513 a.о.м.; \quad m_{{}^2_1\text{H}} = 2,01410 a.о.м.; \quad m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260 a.о.м.$$

Підставимо ці дані у формулу для дефекту маси та одержимо

$$\Delta m = (6,01513 + 2,01410) - 4,00260 = 0,024(a.о.м.).$$

При одиничному акті термоядерного синтезу вивільняється енергія

$$Q = 0,024 \cdot 931,4 = 22,38(\text{MeB})$$

і витрачаються маси літію ${}^6_3\text{Li}$ та дейтерію у співвідношенні 3:1. Отже, з $m=1\text{г}$ на літій ${}^6_3\text{Li}$ припадає $m_1 = 0,75\text{г} = 0,75 \cdot 10^{-3}\text{кг}$.

Кількість атомів ${}^6_3\text{Li}$ визначимо із співвідношення

$$N_{Li} = \frac{m_1}{M_{Li}} N_A, \quad (2)$$

Задача 96-2

де N_A – стала Авогадро (кількість атомів в одному молі речовини),
 $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$; M_{Li} – молярна маса літію 6_3Li , $M_{Li} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Таким чином, кількість актів термоядерного синтезу N . Енергія, що при цьому вивільняється, дорівнює

$$W_{Li} = NQ = \frac{m}{M_{Li}} N_A Q.$$

За допомогою обчислень одержимо

$$W_{Li} = \frac{0,75 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 22,38 = 16,84 \cdot 10^{23} \text{ (MeB)}$$

або

$$W_{Li} = 16,84 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} = 2,69 \cdot 10^{11} \text{ (Дж)} = 2,69 \cdot 10^5 \text{ (МДж)}.$$

Визначимо, яка кількість атомів міститься в $m = 1 \text{ г}$ урану ${}^{235}_{92}U$:

$$N_U = \frac{m}{M_U} N_A. \quad (2)$$

Молярна маса урану ${}^{235}_{92}U$, $M_U = 235 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Енергія, що вивільняється при розпаді N_U атомів урану, дорівнює

$$W_U = N_U W_1 = \frac{m}{M_U} N_A W_1.$$

Підставимо числові значення фізичних величин в останній вираз та одержимо

$$W_U = \frac{10^{-3}}{235 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 200 = 5,12 \cdot 10^{23} \text{ (MeB)},$$

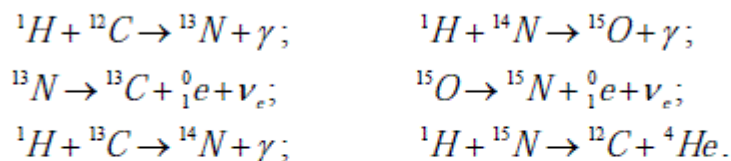
$$W_U = 5,12 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ (Дж)} = 0,82 \cdot 10^5 \text{ (МДж)}.$$

Таким чином, енергія, що вивільняється при згорянні $m = 1 \text{ г}$ ядерного пального в термоядерній реакції ${}^6_3Li({}^2_1H, \alpha){}^4_2He$ у 3,28 раза більша за енергію, яку можна отримати під час розпаду $m = 1 \text{ г}$ урану ${}^{235}_{92}U$.

Відповідь: $W_{Li} = 2,69 \cdot 10^5 \text{ МДж}$; $W_U = 0,82 \cdot 10^5 \text{ МДж}$.

Задача 97

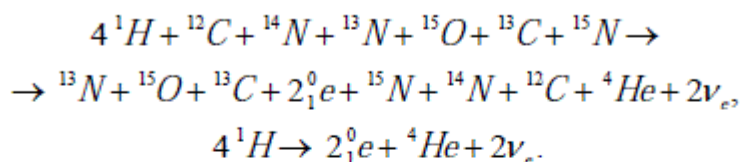
Запропонований Бете вуглецевий цикл зоряних термоядерних реакцій містить такі перетворення:



Визначити енергію, що вивільняється в цьому циклі при утворенні одного моля гелію. Врахувати, що з кожним нейтрино втрачається енергія $W_{\nu_e} = 0,527 \text{ MeB}$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Додамо окремо частини рівнянь, що містяться ліворуч та праворуч від знака $\rightarrow$:



При такому перетворенні вивільняється енергія

$$Q = \Delta mc^2 = (4m_{\text{H}} - m_{\text{He}} - 2m_e)c^2 - 2 \cdot 0,527,$$

де $c^2 = 931,4 \text{ MeB/a.o.m.}$ для дефекту маси, виміряної в *а.о.м.*;
 $2 \cdot 0,527 \text{ MeB}$ – енергія електронного нейтрино.

У таблицях додатка Б визначимо маси частинок, що беруть участь у реакції:

$$\begin{aligned} m_{\text{H}} &= 1,00783 \text{ a.o.m.}; & m_{\text{He}} &= 4,00260 \text{ a.o.m.}; & m_e &= 0,00055 \text{ a.o.m.} \\ Q &= (4 \cdot 1,00783 - 4,00260 - 2 \cdot 0,00055)931,4 - 2 \cdot 0,527 = 24,67 \text{ MeB}. \end{aligned}$$

В одному молі речовини число Авогадро молекул $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.
Таким чином, енергія, що вивільняється в циклі Бете при утворенні одного моля гелію, дорівнює

$$W = 24,67 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,485 \cdot 10^{25} (\text{MeB}) = 2,38 (\text{ТДж}).$$

Відповідь: $W = 2,38 \text{ ТДж}$.

Задача 98

Визначити

енергію зв'язку ядра, яке має однакову кількість протонів і нейтронів, а його радіус у $k = 1,5$ разів менший, ніж у ядра ^{27}Al . Вважати середню густину ядерної речовини однаковою для всіх ядер.

Маси:

протона $m_p = 1,00867$ а.о.м.,

нейтрона $m_n = 1,00728$ а.о.м.,

ядра ^{27}Al $m_{\text{Al}} = 26,96661$ а.о.м.

Дано:
 $k = 1,5$
 $m_{\text{Al}} = 26,96661$ а.о.м.

$E_{\text{зв}}$ - ?

Розв'язання

З урахуванням рівності кількості протонів і нейтронів ($Z = N$), формула (21.7 б) для енергії зв'язку ядра набуває вигляду:

$$E_{\text{зв}} = (N(m_p + m_n) - m) \cdot 931,5, \quad (1)$$

де m_p , m_n , m – маса протона, нейтрона і ядра, виражена в а.о.м.

Таким чином, розв'язування задачі зводиться до визначення m і N . Обидві величини знайдемо з умови незмінності середньої густини ядерної речовини $\rho = m/V$ (V – об'єм ядра):

$$\frac{m}{V} = \frac{m_{\text{Al}}}{V_{\text{Al}}} \Rightarrow \frac{m}{m_{\text{Al}}} = \frac{V}{V_{\text{Al}}}. \quad (2)$$

Будемо вважати ядра кулями, тоді $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ і $V_{\text{Al}} = \frac{4}{3}\pi (kR)^3$. Врахувавши, що за умовою $k = 3/2$, із співвідношення (2) отримуємо:

$$m = \frac{8}{27} m_{\text{Al}}. \quad (3)$$

Маса ядра приблизно дорівнює добутку маси одного нуклона m_n на їх кількість у ядрі A . Тому $m = 2Nm_n$, $m_{\text{Al}} = 27m_n$ (27 – масове число для ^{27}Al). Підставивши ці значення у вираз (2), знаходимо

$$2Nm_n = \frac{8}{27} 27m_n \Rightarrow N = 4.$$

Знайдені значення N і m (формула (3)) підставляємо у формулу (1) і остаточно одержуємо:

$$E_{\text{зв}} = \left(4(m_p + m_n) - \frac{8}{27} m_{\text{Al}} \right) \cdot 931,5.$$

Виконаємо обчислення:

$$E_{\text{зв}} = \left(4(1,00728 + 1,00867) - \frac{8}{27} \cdot 26,96661 \right) \cdot 931,5 = 68,6 \text{ MeV}.$$

Задача 99

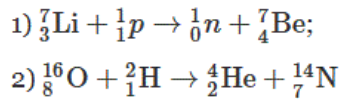
За допомогою табличних значень мас ядер нуклідів та протона й нейтрона

$$\begin{array}{ll} m_{\text{Li}} = 7,01601 & m_{\text{Be}} = 7,01693 \\ m_{\text{O}} = 15,99491 & m_{\text{H}} = 2,01410 \\ m_{\text{He}} = 4,00260 & m_{\text{N}} = 14,00307 \\ m_{\text{p}} = 1,00728 & m_{\text{n}} = 1,00867 \end{array}$$

(маси подані в а.о.м.)

Визначити

енергію Q наступних реакцій:



Розв'язання

Згідно з наведеними числовим даними, енергетичний вихід ядерної реакції слід визначати за формулою **(21.7а)**, враховуючи при цьому енергетичний еквівалент $c^2 \cdot 1 \text{ а.о.м.} = 931,5 \text{ MeV}$

$$Q = \Delta m \cdot 931,5 \text{ MeV}$$

де $\Delta m = m_1 - m_2$ – різниця сумарних мас вихідних та кінцевих ділянок учасників реакції.

Для реакції **1)**

$$Q = ((7,01601 + 1,00728) - (1,00867 + 7,01693)) \cdot 931,5 = -1,64 \text{ MeV}.$$

Знак "–" свідчить про те, що дана реакція йде з поглинанням енергії (**ендотермічна реакція**), тобто вихідним продуктам необхідно надавати енергію, щоб дана реакція стала можлива. Звичайно кінетичну енергію надають більш легким частинкам (тут це протон), розганяючи їх в прискорювачах.

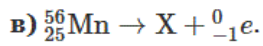
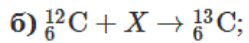
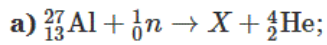
Для випадку **2)**

$$Q = ((15,99491 + 2,01410) - (4,0026 + 14,00307)) \cdot 931,5 = 3,11 \text{ MeV}.$$

В цій реакції енергія виділяється, і її називають **екзотермічною реакцією**.

Задача 100

У приведених нижче рівняннях ядерних реакцій:



Визначити

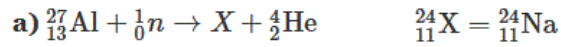
не вказані частинки X.

Розв'язання

У будь-якій ядерній реакції зберігаються зарядове Z і масове A числа:

$$\sum_i Z_{ni} = \sum_i Z_{ki}, \quad \sum_i Z_{ni} = \sum_i A_{ki},$$

де індекс "n" відповідає початковому значенню, "k" – кінцевому. Виконавши відповідні підрахунки для заданих реакцій, знаходимо:



Задача 101

Вважаючи, що в одному акті поділу ядра ^{235}U вивільняється енергія $E = 200 \text{ MeV}$,

визначити:

А) енергію W , що виділяється при поділі $m_{\text{U}} = 1 \text{ кг}$ урану ^{235}U ;

Б) масу m кам'яного вугілля з теплотворною здатністю $q = 30 \text{ МДж/кг}$ яка еквівалентна в тепловому відношенні одному кілограму ^{235}U .

Дано:
 ^{235}U
 $E = 200 \text{ MeV}$
 $m_{\text{U}} = 1 \text{ кг}$
 $q = 30 \text{ МДж/кг}$

 $W - ?$
 $m - ?$

Розв'язання

Енергія, що виділяється при поділі одного кілограма урану дорівнює

$$W = N \cdot E, \quad (1)$$

де N – кількість атомів, що розпалися.

Число N знайдемо на підставі виразів (7.3) і (7.6):

$$\nu = \frac{m_{\text{U}}}{M} = \frac{N}{N_0} \Rightarrow N = \frac{m_{\text{U}}}{M} N_0, \quad (2)$$

де $M = 235 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ – атомна маса урану, $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$ – стала Авагадро. Підставивши значення N (формула (2)) у вираз (1), одержимо:

$$W = \frac{m_{\text{U}}}{M} N_0 \cdot E = \frac{1}{235 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 200 = 5,12 \cdot 10^{26} \text{ MeV} = 8,2 \cdot 10^{13} \text{ Дж.}$$

При згорянні вугілля маси m виділяється кількість тепла (формула (8.18))

$$Q = qm \Rightarrow m = \frac{Q}{q}.$$

За умовою енергії, що виділяються, однакові $Q = W$, тому еквівалентна маса вугілля

$$m = \frac{W}{q} = \frac{8,2 \cdot 10^{13}}{30 \cdot 10^6} = 2,73 \cdot 10^6 \text{ кг} = 2733 \text{ т.}$$

Задача 102

З ядер дейтерію (${}^2\text{H}$) утворився гелій ${}^4\text{He}$ масою $m_{\text{He}} = 1 \text{ г}$.

Визначити:

А) енергію Q , що при цьому виділилася;

Б) масу m кам'яного вугілля з теплотворною здатністю $q = 30 \text{ МДж/кг}$, яку потрібно спалити для одержання такої ж кількості теплової енергії.

Дано:	Розв'язання
${}^2_1\text{H}$	Реакція утворення більш важких нуклідів з легких називається реакцією синтезу.
${}^4_2\text{He}$	Схема цієї реакції має вигляд:
$m_{\text{He}} = 1 \text{ г}$	${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}.$
$q = 30 \text{ МДж/кг}$	
$Q - ?$	Енергія реакції дорівнює
$m - ?$	

$$E = (2m_{\text{H}} - m_{\text{He}}) \cdot 931,5 \text{ МеВ},$$

де $m_{\text{H}} = 2,01410 \text{ а.о.м.}$ – маса ядра дейтерію, $m_{\text{He}} = 4,0026 \text{ а.о.м.}$ – маса ядра гелію.

Виконаємо обчислення

$$E = (2 \cdot 2,01410 - 4,00260) \cdot 931,5 = 23,846 \text{ МеВ}.$$

В одному грамі гелію міститься кількість атомів (дивись формули (7.3), (7.6))

$$N = \frac{m_{\text{He}}}{M} N_0 = \frac{10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{23} = 1,505 \cdot 10^{23},$$

тому загальна енергія, що виділилася, складає

$$Q = E \cdot N = 3,59 \cdot 10^{24} \text{ МеВ} = 5,74 \cdot 10^{11} \text{ Дж}.$$

Для одержання такої ж енергії з вугілля, необхідно спалити масу вугілля

$$m = \frac{Q}{q} = \frac{5,74 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^7} = 19140 \text{ кг} = 19,14 \text{ т}.$$

Зауваження. Якщо порівняти результати цієї і попередньої задач, то стане очевидно, що термоядерна реакція (реакція синтезу) у багато разів ефективніша, ніж реакція поділу урану.

Задача 103

Визначити

енергетичний вихід Q реакції, якщо кінетична енергія α -частинки, що налітає, $T_\alpha = 4,0$ МеВ, а утворений протон вилітає під кутом $\theta = 60^\circ$ до напрямку руху α -частинки і має кінетичну енергію $T_p = 2,09$ МеВ.

Дано:

$$T_\alpha = 4,0 \text{ МеВ}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$T_p = 2,09 \text{ МеВ}$$

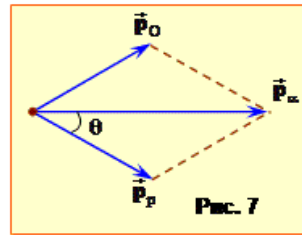
$$Q - ?$$

Розв'язання

Енергетичний вихід ядерної реакції можна визначити як різницю сумарної кінетичної енергії частинок, що утворилися в реакції, і сумарної кінетичної енергії вихідних ядер (формула (21.16a)):

$$Q = (T_p + T_O) - (T_N + T_\alpha) = T_p + T_O - T_\alpha. \quad (1)$$

Тут враховано, що ядро Нітрогену до реакції перебувало у спокої.



Таким чином, для отримання відповіді необхідно визначити кінетичну енергію ядра ^{17}O . Для цього скористаємося законом збереження імпульсу:

$$\vec{p}_\alpha = \vec{p}_p + \vec{p}_O, \quad (2)$$

де $\vec{p}_\alpha, \vec{p}_p, \vec{p}_O$ – вектори імпульсу відповідно α -частинки, протона і Оксигену. Векторному рівнянню (2) відповідає діаграма імпульсів на рис.7. З неї очевидно, що модуль вектора $\vec{p}_O$ легко визначити за теоремою косинусів:

$$p_O^2 = p_\alpha^2 - 2p_p p_\alpha \cos \theta.$$

Модуль імпульсу і кінетична енергія T зв'язані співвідношенням $p^2 = 2mT$ (див. формулу (4.3б)), тому

$$2m_O T_O = 2m_p T_p - 4\sqrt{m_\alpha m_p T_\alpha T_p} \cos \theta.$$

Звідси

$$T_O = \eta_p T_p + \eta_\alpha T_\alpha - 2\sqrt{\eta_\alpha \eta_p T_\alpha T_p} \cos \theta,$$

де введені позначення $\eta_p = \frac{m_p}{m_O} = 5,9287 \cdot 10^{-2}$, $\eta_\alpha = \frac{m_\alpha}{m_O} = 0,23546$.

Підставивши вираз T_O в формулу (1), знаходимо

$$Q = (1 + \eta)T_p - (1 - \eta_\alpha)T_\alpha - 2\sqrt{\eta_\alpha \eta_p T_\alpha T_p} \cos \theta = -1,2 \text{ МеВ}.$$

Задача 104

В урановій руді відношення кількості ядер ^{238}U до кількості ядер ^{206}Pb складає $\eta = 2,8$.

Оцінити

вік τ уранової руди.

Період піврозпаду ^{238}U $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$ років. Вважати, що весь Плюмбум ^{206}Pb є кінцевим продуктом розпаду урану.

Дано: $\eta = 2,8$ $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$ років $\tau - ?$	Розв'язання Число радіоактивних ядер, що не розпалися на момент часу τ , визначається законом радіоактивного розпаду (21.11) : $N_U = N_0 e^{-\lambda \tau}$
---	---

де N_0 – число вихідних ядер, λ – стала розпаду.

Із співвідношень **(21.12)** і **(21.14)** випливає, що

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}.$$

Тоді можна записати:

$$N_U = N_0 e^{-\frac{\tau \ln 2}{T}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}}. \quad (1)$$

Число ядер, що розпалися, яке дорівнює числу ядер свинцю Pb, що утворилися:

$$N_{\text{Pb}} = N_0 - N = N_0 (1 - 2^{-\frac{\tau}{T}}). \quad (2)$$

Розділивши вирази **(1)** на **(2)**, одержимо:

$$\eta = \frac{N_U}{N_{\text{Pb}}} = \frac{1}{2^{-\frac{\tau}{T}} - 1} \Rightarrow 2^{\frac{\tau}{T}} = \frac{\eta + 1}{\eta}.$$

Із цього виразу після логарифмування отримуємо

$$\tau = T \cdot \frac{\ln \frac{\eta+1}{\eta}}{\ln 2} \approx 2 \cdot 10^9 \text{ років.}$$

Задача 105

У калориметр вмістили β -радіоактивний препарат ^{24}Na масою $m = 1$ мг. Період піврозпаду препарату $T = 15$ годин

Оцінити

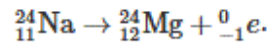
кількість тепла Q , що виділяється в калориметрі за добу. Вважати, що всі частинки мають кінетичну енергію, рівну $\eta = 1/3$ максимально можливої в цій реакції.

Енергія зв'язку: ядра ^{24}Na $E_1 = 193,5$ МеВ ядра ^{24}Mg $E_2 = 198,3$ МеВ.

Дано:
 $m = 1 \text{ мг} = 10^{-6} \text{ кг}$
 $T = 15 \text{ годин}$
 $\eta = 1/3$
 $E_1 = 193,5 \text{ МеВ}$
 $E_2 = 198,3 \text{ МеВ}$
 $Q - ?$

Розв'язання

Згідно з виразом (21.10) реакція β -розпаду ^{24}Na має вигляд



Енергетичний вихід реакції Q_1 через енергії зв'язку визначається формулою (21.18):

$$Q_1 = E_2 - E_1 = 4,8 \text{ МеВ}.$$

В реакції β -розпаду крім електрона $^0_{-1}e$ утворюється ще одна елементарна частинка – антинейтрино, яка не показана в схемі реакції (21.10). Антинейтрино відносить енергію, що може мати величину від 0 і аж до Q_1 . Тому Q_1 є максимально можливою енергією електрона, а її середнє значення набагато менше і, згідно з умовою, становить

$$Q' = Q/3 = 1,6 \text{ МеВ} = 2,56 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

Кінетичну енергію ядра ^{24}Mg можна не брати до уваги. Справді, згідно з законом збереження імпульсу, імпульси ядра ^{24}Mg та електрона за величиною однакові. Тому відношення їх кінетичних енергій (формула (4.36))

$$T_{\text{я}}/T_e = m_e/m_{\text{я}} = 0,00055/24 = 2 \cdot 10^{-5}.$$

Загальна енергія, що виділяється в калориметрі, дорівнює енергії Q' , помноженій на кількість ядер N' , що розпалися:

$$Q = Q' N'. \quad (1)$$

Відповідно до закону розпаду (21.15) число ядер, що розпалися $N' = N - N_0$, визначається виразом:

$$N' = N_0 (1 - e^{-\lambda \tau}) = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T}}\right). \quad (2)$$

Кількість ядер ^{24}Na у початковий момент N_0 знаходимо згідно з основними положеннями молекулярно-кінетичної теорії (формули (7.3) і (7.6)):

$$N_0 \frac{m}{M} N_A, \quad (3)$$

де $M = 24 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ – молярна маса ізоотопу ^{24}Na , $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$ – стала Авогадро.

Підставивши значення (3) у вираз (2), а його – у формулу (1), дістанемо:

$$\begin{aligned} Q &= Q' N' = Q' \frac{m}{M} N_A \left(1 - 2^{-\frac{\tau}{T}}\right) = \\ &= 2,56 \cdot 10^{-13} \cdot \frac{10^{-6}}{24 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \left(1 - 2^{-\frac{24}{15}}\right) = 4,3 \cdot 10^6 \text{ Дж} \approx 4,3 \text{ МДж}. \end{aligned}$$