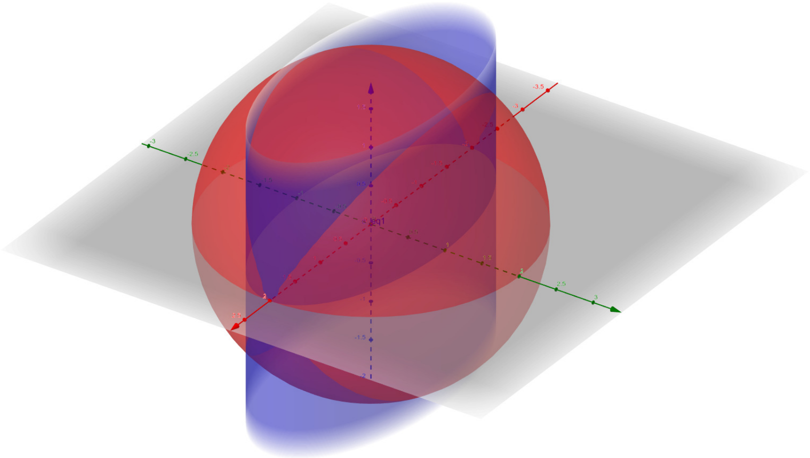
Розв'язання задач на поверхневі інтеграли

Задача 1

Знайти масу частини поверхні Ω, обмеженої S, з густиною $\mu = \mu_0$:
$\Omega : x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $S : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

Задача 1

Знайти масу частини поверхні Ω, обмеженої S, з густиною $\mu = \mu_0$:
$\Omega : x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $S : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.



Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu(x, y, f(x, y)) \sqrt{1 + (f_x'(x, y))^2 + (f_y'(x, y))^2} \mathrm{d}x \mathrm{d}y$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Обмежимося верхньою половинкою:

$$z = f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2};$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Обмежимося верхньою половинкою:

$$z = f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}; f'_x = -\frac{x}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}; f'_y = -\frac{y}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}};$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu(x, y, f(x, y)) \sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Обмежимося верхньою половинкою:

$$z = f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}; f'_x = -\frac{x}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}; f'_y = -\frac{y}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}};$$

$$\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{4 - x^2 - y^2} + \frac{y^2}{4 - x^2 - y^2}}$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Обмежимося верхньою половинкою:

$$z = f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}; f'_x = -\frac{x}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}; f'_y = -\frac{y}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}};$$

$$\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{4 - x^2 - y^2} + \frac{y^2}{4 - x^2 - y^2}} = \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}.$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_S \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_\Delta \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Обмежимося верхньою половинкою:

$$z = f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}; f'_x = -\frac{x}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}; f'_y = -\frac{y}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}};$$

$$\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{4 - x^2 - y^2} + \frac{y^2}{4 - x^2 - y^2}} = \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}.$$

Δ – еліпс на площині Oxy, $\mu(x, y, f(x, y)) = \mu_0$.

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu_0 \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} \mathrm{d}x \mathrm{d}y$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_S \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_\Delta \mu_0 \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$M = \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}y \cdot \int\limits_{-2\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{1-y^2}} \mu_0 \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} \mathrm{d}x$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu_0 \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$M = \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}y \cdot \int\limits_{-2\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{1-y^2}} \mu_0 \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} \mathrm{d}x = 4\mu_0 \int\limits_{-1}^{1} \arcsin\left(2\sqrt{\frac{1 - y^2}{4 - y^2}}\right) \mathrm{d}y \approx$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu_0 \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$M = \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}y \cdot \int\limits_{-2\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{1-y^2}} \mu_0 \frac{2}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} \mathrm{d}x = 4\mu_0 \int\limits_{-1}^{1} \arcsin\left(2\sqrt{\frac{1-y^2}{4-y^2}}\right) \mathrm{d}y \approx$$

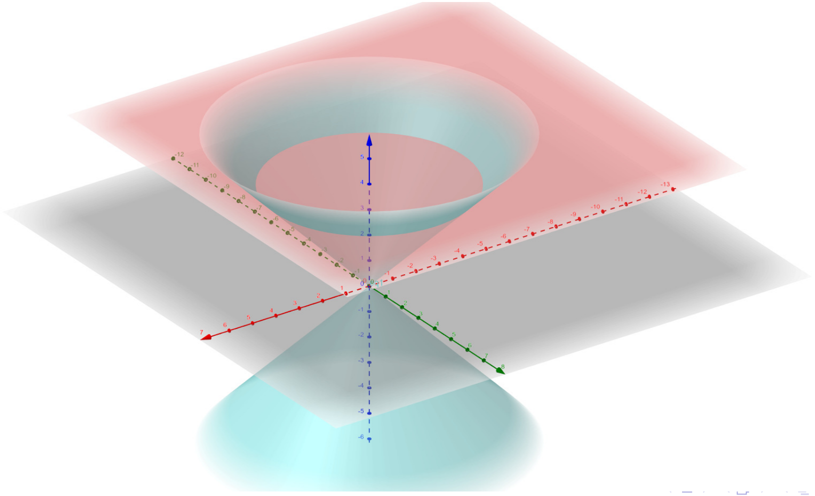
$$\approx 8,377580409572776\mu_0.$$

Задача 1

Знайти масу частини поверхні Ω, обмеженої S, з густиною $\mu = x^2 + y^2 + z^2$:
$\Omega : x^2 + y^2 = z^2, S : \{0 \leqslant z < 4\}$.

Задача 1

Знайти масу частини поверхні Ω, обмеженої S, з густиною $\mu = x^2 + y^2 + z^2$:
$\Omega : x^2 + y^2 = z^2, S : \{0 \leqslant z < 4\}$.



Розв'язання

$$M = \iint\limits_S \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_\Delta \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2};$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}; f'_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; f'_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_S \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_\Delta \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}; f'_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; f'_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}}$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_S \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_\Delta \mu(x, y, f(x, y))\sqrt{1 + (f_x'(x, y))^2 + (f_y'(x, y))^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}; f_x' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; f_y' = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$\sqrt{1 + (f_x'(x, y))^2 + (f_y'(x, y))^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}} = \sqrt{2}.$$

Розв'язання

$$M = \iint\limits_{S} \mu \mathrm{d}S = \iint\limits_{\Delta} \mu(x, y, f(x, y)) \sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2} \mathrm{d}x \mathrm{d}y$$

$$z = f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}; f'_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; f'_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$\sqrt{1 + (f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}} = \sqrt{2}.$$

Δ – коло на площині Oxy з радіусом $R = \left.\sqrt{x^2 + y^2}\right|_{z=4} = 4$,
$\mu(x, y, f(x, y)) = 2(x^2 + y^2)$.

Розв'язання

У полярній системі координат:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases}$$

Розв'язання

У полярній системі координат:

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

$$|i| = \rho$$

Розв'язання

У полярній системі координат:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

$$|i| = \rho$$

$$M = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}\theta \cdot \int\limits_{0}^{4} 2\rho^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \rho \mathrm{d}\rho$$

Розв'язання

У полярній системі координат:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

$$|i| = \rho$$

$$M = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}\theta \cdot \int\limits_{0}^{4} 2\rho^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \rho \mathrm{d}\rho = 2\pi \cdot 2\sqrt{2} \cdot \left.\frac{\rho^4}{4}\right|_0^4$$

Розв'язання

У полярній системі координат:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

$$|i| = \rho$$

$$M = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}\theta \cdot \int\limits_{0}^{4} 2\rho^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \rho\mathrm{d}\rho = 2\pi \cdot 2\sqrt{2} \cdot \left.\frac{\rho^4}{4}\right|_0^4 = 256\sqrt{2}\pi.$$

Домашнє завдання

Знайти масу частини поверхні Ω, обмеженої S, з густиною $\mu = \mu_0$:
$\Omega : x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $S : \{x^2 + y^2 = R^2, R \leqslant a\}$.

Завдання 6

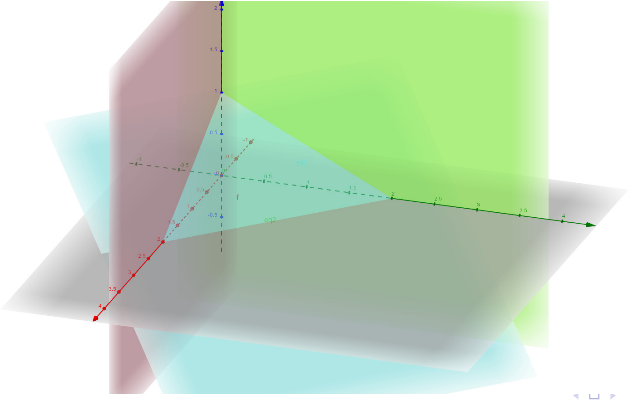
Знайти потік векторного поля $\vec{a}$ крізь замкнену поверхню S (нормаль зовнішня):

$$\vec{a} = (5x - 6y, 11x^2 + 2y, x^2 - 4z), S : x + y + 2z = 2, x, y, z = 0.$$

Завдання 6

Знайти потік векторного поля $\vec{a}$ крізь замкнену поверхню S (нормаль зовнішня):

$$\vec{a} = (5x - 6y, 11x^2 + 2y, x^2 - 4z), S : x + y + 2z = 2, x, y, z = 0.$$



Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x - 6y)}{\partial x} = 5;$$

Розв’язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x - 6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2 + 2y)}{\partial y} = 2;$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x - 6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2 + 2y)}{\partial y} = 2; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial(x^2 - 4z)}{\partial z} = -4;$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x - 6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2 + 2y)}{\partial y} = 2; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial(x^2 - 4z)}{\partial z} = -4;$$

Поверхня – піраміда, кути при вершині у початку координат – прямі. Висота – 1, катети основи – 2.

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x-6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2+2y)}{\partial y} = 2; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial(x^2-4z)}{\partial z} = -4;$$

Поверхня – піраміда, кути при вершині у початку координат – прямі. Висота – 1, катети основи – 2.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V (5+2-4)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x-6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2+2y)}{\partial y} = 2; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial(x^2-4z)}{\partial z} = -4;$$

Поверхня – піраміда, кути при вершині у початку координат – прямі. Висота – 1, катети основи – 2.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V (5+2-4)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 3V$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x - 6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2 + 2y)}{\partial y} = 2; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial(x^2 - 4z)}{\partial z} = -4;$$

Поверхня – піраміда, кути при вершині у початку координат – прямі. Висота – 1, катети основи – 2.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V (5 + 2 - 4)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 3V = 3 \cdot \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} h_{\text{тетр.}} =$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x - 6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2 + 2y)}{\partial y} = 2; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial(x^2 - 4z)}{\partial z} = -4;$$

Поверхня – піраміда, кути при вершині у початку координат – прямі. Висота – 1, катети основи – 2.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V (5 + 2 - 4)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 3V = 3 \cdot \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} h_{\text{тетр.}} =$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(5x-6y)}{\partial x} = 5; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial(11x^2+2y)}{\partial y} = 2; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial(x^2-4z)}{\partial z} = -4;$$

Поверхня – піраміда, кути при вершині у початку координат – прямі. Висота – 1, катети основи – 2.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V (5+2-4)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 3V = 3\cdot\frac{1}{3}S_{\text{осн.}}h_{\text{тетр.}} =$$

$$= 3\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot 1 = 2.$$

Завдання 6

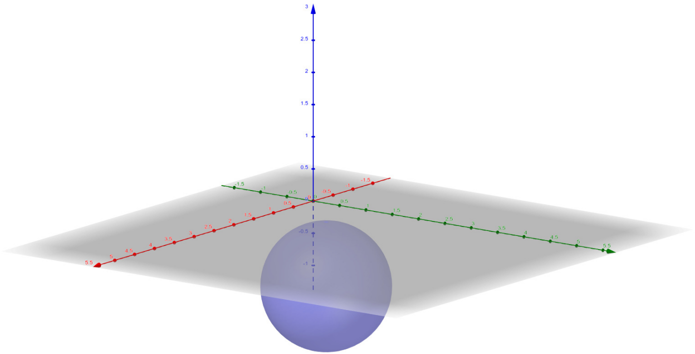
Знайти потік векторного поля $\vec{a}$ крізь замкнену поверхню S (нормаль зовнішня):

$$\vec{a} = \left(e^z + \frac{x}{4}, \ln x + \frac{y}{4}, \frac{z}{4}\right), S : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1.$$

Завдання 6

Знайти потік векторного поля $\vec{a}$ крізь замкнену поверхню S (нормаль зовнішня):

$$\vec{a} = \left(e^z + \frac{x}{4}, \ln x + \frac{y}{4}, \frac{z}{4}\right), S : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1.$$



Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial\left(e^z + \frac{x}{4}\right)}{\partial x} = \frac{1}{4}; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial\left(\ln x + \frac{y}{4}\right)}{\partial y} = \frac{1}{4}; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial\left(\frac{z}{4}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4};$$

Розв’язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oint\!\!\!\oint_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial\left(e^z + \frac{x}{4}\right)}{\partial x} = \frac{1}{4}; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial\left(\ln x + \frac{y}{4}\right)}{\partial y} = \frac{1}{4}; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial\left(\frac{z}{4}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4};$$

Поверхня – куля: радіус кулі – 1.

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial\left(e^z + \frac{x}{4}\right)}{\partial x} = \frac{1}{4};\ \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial\left(\ln x + \frac{y}{4}\right)}{\partial y} = \frac{1}{4};\ \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial\left(\frac{z}{4}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4};$$

Поверхня – куля: радіус кулі – 1.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial\left(e^z + \frac{x}{4}\right)}{\partial x} = \frac{1}{4};\ \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial\left(\ln x + \frac{y}{4}\right)}{\partial y} = \frac{1}{4};\ \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial\left(\frac{z}{4}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4};$$

Поверхня – куля: радіус кулі – 1.

$$\oiint_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint_V \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \frac{3}{4}V$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial\left(e^z + \frac{x}{4}\right)}{\partial x} = \frac{1}{4}; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial\left(\ln x + \frac{y}{4}\right)}{\partial y} = \frac{1}{4}; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial\left(\frac{z}{4}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4};$$

Поверхня – куля: радіус кулі – 1.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \frac{3}{4}V = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}\pi$$

Розв'язання

Формула Остроградського-Гауса ($\vec{a} = (P; Q; R)$):

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial\left(e^z + \frac{x}{4}\right)}{\partial x} = \frac{1}{4}; \; \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial\left(\ln x + \frac{y}{4}\right)}{\partial y} = \frac{1}{4}; \; \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial\left(\frac{z}{4}\right)}{\partial z} = \frac{1}{4};$$

Поверхня – куля: радіус кулі – 1.

$$\oiint\limits_S P\mathrm{d}y\mathrm{d}z + Q\mathrm{d}z\mathrm{d}x + R\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \iiint\limits_V \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \frac{3}{4}V = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}\pi = \pi.$$

Надсилання робіт

Adobe Scan

Надсилання робіт

Adobe Scan

CamScanner

Надсилання робіт

Adobe Scan

CamScanner

Лише PDF!

Надсилання робіт

Adobe Scan

CamScanner

Лише PDF!

yurchor@ukr.net