**Практичне заняття №2.**

**Застосування графів для розв’язання комбінаторних задач**

У математиці існує чимало завдань, в яких потрібно з наявних елементів скласти різні набори, підрахувати кількість всіляких комбінацій елементів, утворених за певним правилом. Для розв’язання таких задач можна використовувати графи та дерева.

**Приклад 1.** Андрій, Борис, Віктор і Григорій грали в шахи. Кожен зіграв з кожним по одній партії. Скільки партій було зіграно?

**Розв’язання.** Вирішимо задачу за допомогою повного графа з чотирма вершинами А, Б, В, Г, позначеними за першими літерами імен кожного з гравців. У графі проводимо ребра відповідно до зіграних шахових партій. З рис.5 видно, що граф має 6 ребер, значить, і партій було зіграно 6.

Рисунок 5

**Відповідь:** зіграно 6 партій.

**Приклад 2.** Дівчинка має 2 конверти: один звичайний, інший авіа та 3 марки: квадратну, прямокутну й трикутну. Скількома способами дівчинка може обрати конверт та марку, щоб відправити листа?

**Розв’язання.** Побудуємо дерево можливих варіантів, корінь якого лист, перший ярус – конверт, другий – марка (рис. 6). Відповідь порахуємо як кількість листів дерева (вузлів, які не мають нащадків).

Лист

Конверт

Марка

Рисунок 6

**Відповідь:** 6 способів.

**Приклад 3.** Скільки тризначних чисел можна скласти з цифр 1,3,5,7, використовуючи в запису числа кожну з них не більше одного разу?

**Розв’язання.** Задачу можна розв’язати декількома способами.

Спосіб 1. Першу цифру тризначного числа можна обрати чотирма способами. Так як після вибору першої цифри залишаться три, то другу цифру можна обрати з решти цифр вже трьома способами. Нарешті, третю цифру можна обрати (з решти двох) двома способами. Отже, загальне число шуканих тризначних чисел дорівнює добутку 4 \* 3 \* 2 = 24.

Спосіб 2. Побудуємо дерево можливих варіантів (рис. 7). Відповідь порахуємо як кількість листів дерева (вузлів, які не мають нащадків).

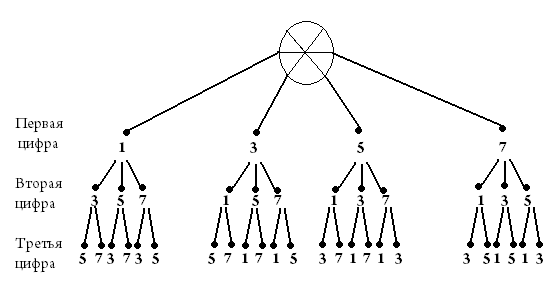
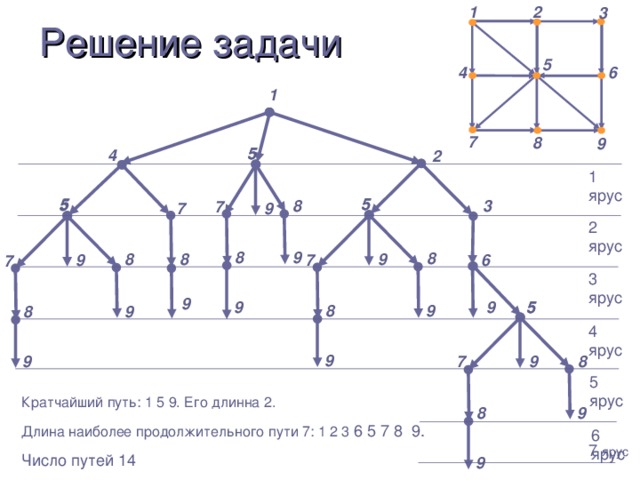
****

Рисунок 7

**Відповідь:** 24 числа.

**Приклад 4.** На рис. зображена схема місцевості. Пересуватися з пункту в пункт можна тільки в напрямку стрілок. У кожному пункті можна бувати не більше одного разу. Скількома способами можна потрапити з пункту 1 до пункту 9? У кожного з шляхів найменша довжина? У будь найбільша довжина?





**Завдання**

**Задача 1.** Скільки існує різних тризначних чисел, записаних за допомогою цифр 0,1,2, якщо цифри в числі можуть повторюватися?

**Задача 2.** В деякій країні 30 містечок, кожне з яких з’єднане з кожним іншим дорогою. Яку найбільшу кількість доріг можна закрити на ремонт, щоб з кожного міста можна було потрапити в будь-яке інше?

**Задача 3.** У містечку А є 15 телефонів. Чи можна їх з’єднати дротами так, щоб кожний телефон був з’єднаний рівно з 5 іншими?

**Задача 4.** У ковбоя Джека двоє коней: каурої і гнідої масті, два сідла: червоне і зелене, дві пари шпор: довгі і короткі, два револьвери: один марки «Кольт», інший - «Сміт - і - Вессон». Скількома способами Джек може екіпіруватися для кінної прогулянки по преріях?

**Задача 5.** Космічний корабель «Циклоп» опустився на невідому планету Х зірки V сузір'я Центавр. Планета виявилася населена і розділена океанами на три материка. Кожен материк висунув трьох представників для того, щоб летіти з кораблем на Землю. Представників першого материка звуть Ман, Зан, Сан, другого - Пин, Фин, Шин, третього - Хир, Кир, Дір. Але на «Циклопі» не вистачить анабіозних ванн для дев'яти чоловік. Він може взяти тільки трьох. Скільки способів у інопланетян скласти делегацію на Землю?

**Задача 6.** Скільки існує тризначних чисел, що складаються тільки з цифр 1, 2, 3, причому після двійки не стоїть трійка?

**Задача 7.** За умовою матчу між шахістами А і В переможцем вважається той, хто перший виграє у противника три партії (не обов'язково підряд). Нічиї виключаються. Скількома способами можна скластися хід матчу?

**Задача 8.** Команда космічного корабля «Пошук» повинна складатися з командира, пілота і лікаря. Можливі три кандидата на пост командира, назвемо їх *а1, а2. a3*, три на пост пілота - *b1, b2, b3* і два на пост лікаря - *с1, с2*. При вивченні питання про психологічну сумісність членів екіпажу з'ясувалося, що:

- *а1* несумісний з *b2* и *с1*;

- *а2* несумісний з *b3*;

- *а3* несумісний з *b3* и *с2*;

- *b2* несумісний з *с2*;

- *b3* несумісний з *с1*.

Скільки варіантів екіпажів можливо?

**Задача 9.** На рис. - схема доріг, що зв'язують міста A, B, C, D, E, F, G, H, K, L, M. По кожній дорозі можна рухатися тільки в одному напрямку, що вказує стрілка. Скільки існує різних шляхів з міста A в місто M?

B

**A**

K

C

E

G

F

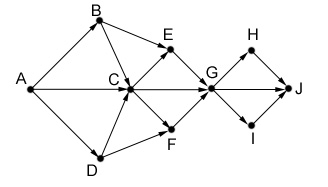
H

L

**M**

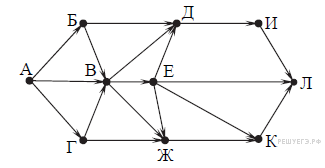
Рисунок

**Задача 10.** На рис. наведено схему доріг, що зв'язують міста A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. По кожній дорозі можна рухатися тільки в одному напрямку, що вказує стрілка. Скільки існує різних шляхів з міста A в місто J?

****

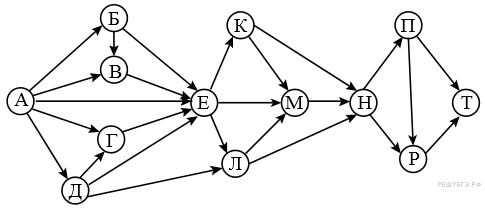
Рисунок

**Задача 11.** На рис. - схема доріг, що зв'язують міста А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, І, К, Л. По кожній дорозі можна рухатися тільки в одному напрямку, що вказує стрілка. Скільки існує різних шляхів з міста А в місто Л?

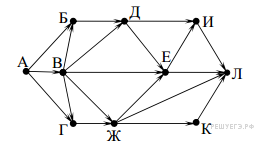


Рисунок

**Задача 12.** На рис. - схема доріг, що зв'язують міста А, Б, В, Г, Д, Е, К, Л, М, Н, П, Р, Т. По кожній дорозі можна рухатися тільки в одному напрямку, що вказує стрілка. Скільки існує різних шляхів з міста А в місто

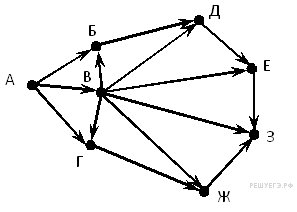


**Задача 13.** На рис. - схема доріг, що зв'язують міста А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, І, К, Л. По кожній дорозі можна рухатися тільки в одному напрямку, що вказує стрілка. Скільки існує різних шляхів з міста А в місто Л?



Рисунок

**Задача 14.** На рис. - схема доріг, що зв'язують міста А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По кожній дорозі можна рухатися тільки в одному напрямку, що вказує стрілка. Скільки існує різних шляхів з міста А в місто З?



Рисунок