

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5
«Інтерполяційні поліноми та сплайни»

Завдання 5.1. Обчислити наближене значення функції за допомогою інтерполяційного полінома Лагранжа:

- обчислити значення функції $y_i=f(x_i)$;
- побудувати графік функції $y=f(x)$;
- знайти $y^*=f(x^*)$.

№	$y = \cos(x)$	№	$y = \ln(x)$
1	$x_i = 20^\circ, 22^\circ, 25^\circ, 26^\circ; x^* = 23^\circ$	6	$x_i = 2; 2,5; 3; 3,4, x^* = e$
2	$x_i = 27^\circ, 28^\circ, 30^\circ, 32^\circ; x^* = 29^\circ$	7	$x_i = 10; 13; 14; 16, x^* = 11$
3	$x_i = 31^\circ, 33^\circ, 35^\circ, 36^\circ; x^* = 32^\circ$	8	$x_i = 11; 13; 16; 18, x^* = 12$
4	$x_i = 35^\circ, 38^\circ, 40^\circ, 43^\circ; x^* = 37^\circ$	9	$x_i = 1; 2; 4; 5, x^* = e$
5	$x_i = 40^\circ, 45^\circ, 48^\circ, 51^\circ; x^* = 43^\circ$	10	$x_i = 5; 6; 8; 9, x^* = 7$
	$y = \sin(x)$		$y = \lg(x)$
11	$x_i = 20^\circ, 22^\circ, 25^\circ, 26^\circ; x^* = 23^\circ$	16	$x_i = 6; 8; 11; 12, x^* = 10$
12	$x_i = 27^\circ, 28^\circ, 30^\circ, 32^\circ; x^* = 29^\circ$	17	$x_i = 7; 9; 13; 15, x^* = 10$
13	$x_i = 31^\circ, 33^\circ, 35^\circ, 36^\circ; x^* = 32^\circ$	18	$x_i = 97; 99; 101; 105, x^* = 100$
14	$x_i = 35^\circ, 38^\circ, 40^\circ, 43^\circ; x^* = 37^\circ$	19	$x_i = 107; 110; 115; 121, x^* = 113$
15	$x_i = 40^\circ, 45^\circ, 48^\circ, 51^\circ; x^* = 43^\circ$	20	$x_i = 115; 119; 124; 128, x^* = 120$
	$y = \sqrt{x}$		$y = \sqrt[3]{x}$
21	$x_i = 1; 1,21; 1,96; 2,25, x^* = 1,35$	26	$x_i = 8; 10; 15; 20, x^* = 16$
22	$x_i = 1; 1,44; 1,99; 2,56, x^* = 1,5$	27	$x_i = 125; 135; 140; 180, x^* = 150$
23	$x_i = 2,89; 400; 4,41; 5,29, x^* = 4,5$	28	$x_i = 27; 32; 48; 72, x^* = 44$
24	$x_i = 5,29; 5,76; 6,25; 7,29, x^* = 6$	29	$x_i = 100; 125; 144; 170, x^* = 130$
25	$x_i = 6,25; 7,29; 9; 9,61, x^* = 8$	30	$x_i = 16; 27; 81; 100, x^* = 40$

Завдання 5.2. Використовуючи схему Ейткена, обчислити наближене значення функції, заданої таблично, при заданому значенні аргументу x^* .

Таблиця №1				Таблиця №2			
x	y	№ вар.	x^*	x	y	№ вар.	x^*
0,2050	0,207921	1	0,2054	0,8902	1,23510	6	0,8942
0,2052	0,208130	2	0,2063	0,8909	1,23687	7	0,8973
0,2060	0,208964	3	0,2072	0,8919	1,23941	8	0,8958
0,2065	0,209486	4	0,2079	0,8940	1,24475	9	0,8948
0,2069	0,209904	5	0,2088	0,8944	1,24577	10	0,8934
0,2075	0,210530			0,8955	1,24858		
0,2085	0,211575			0,8965	1,25114		
0,2090	0,212097			0,8976	1,25371		
0,2096	0,212724			0,9010	1,26275		
0,2100	0,213142			0,9026	1,26691		

Таблиця №3				Таблиця №4			
x	y	№ вар.	x^*	x	y	№ вар.	x^*
0,6100	1,83781	11	0,6111	0,5400	1,66825	16	0,5415
0,6104	1,83686	12	0,6124	0,5405	1,66636	17	0,5424
0,6118	1,83354	13	0,6142	0,5410	1,66448	18	0,5436
0,6139	1,82860	14	0,6163	0,5420	1,66071	19	0,5452
0,6145	1,82720	15	0,6192	0,5429	1,65734	20	0,5461
0,6158	1,832416			0,5440	1,65322		
0,6167	1,832207			0,5449	1,664987		
0,6185	1,831791			0,5455	1,64764		
0,6200	1,831446			0,5465	1,64393		
0,6225	1,830876			0,5473	1,64097		

Таблиця №5				Таблиця №6			
x	y	№ вар.	x^*	x	y	№ вар.	x^*
0,62	0,537944	21	0,846	1,03	2,80107	26	1,277
0,67	0,511709	22	0,864	1,08	2,94468	27	1,118
0,74	0,477114	23	0,683	1,16	3,18993	28	1,204
0,80	0,449329	24	0,785	1,23	3,42123	29	1,255
0,87	0,418952	25	0,866	1,26	3,52542	30	1,282
0,96	0,382893			1,33	3,78104		
0,99	0,371577			1,39	4,01485		
1,01	0,360332			1,45	5,00013		

Завдання 5.3 Використовуючи першу та другу інтерполяційні формули Ньютона обчислити значення функції при заданому значенні аргументу (в чотирьох точках).

Таблиця №1	
x	y
1,415	0,888551
1,420	0,889599
1,425	0,890637
1,430	0,891667
1,435	0,892687
1,440	0,893698
1,445	0,894700
1,450	0,895693
1,455	0,896677
1,460	0,897653
1,465	0,898619

№ варіанту ($x^* =$)		
1	2	3
1,4161	1,4179	1,4263
1,4625	1,4633	1,4575
1,135	1,4124	1,410
1,470	1,4655	1,4662

Таблиця №1	
x	y
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,33660
0,131	1,35207
0,136	1,36773
0,141	1,38357
0,146	1,39959
0,151	1,41579

№ варіанту ($x^* =$)		
4	5	6
0,1026	0,1035	0,1074
0,1440	0,1492	0,1485
0,099	0,096	0,1006
0,161	0,153	0,156

Таблиця №3	
x	y
1,15	0,860708
1,20	0,818731
1,25	0,778801
1,30	0,740818
1,35	0,046887
1,40	0,670320
1,45	0,637628
1,50	0,576950
1,55	0,548812
1,60	0,522046
1,65	0,496585

№ варіанту ($x^* =$)		
7	8	9
0,1511	0,1535	0,1525
0,7250	0,7333	0,6730
0,1430	0,100	0,1455
0,80	0,7540	0,85

Таблиця №4	
x	y
0,180	5,61543
0,185	5,46693
0,190	5,32634
0,195	5,19304
0,200	5,06649
0,205	4,94619
0,210	4,83170
0,215	4,72261
0,220	4,61855
0,225	4,51919
0,230	4,42422

№ варіанту ($x^* =$)		
10	11	12
0,1817	0,1827	0,1873
0,2275	0,2292	0,2226
0,175	0,1776	0,1783
0,2165	0,2235	0,2235

Таблиця №5	
x	y
3,50	33,1154
3,55	33,8133
3,60	36,5982
3,65	38,4747
3,70	40,4473
3,75	42,5211
3,80	44,7012
3,85	46,9931

№ варіанту ($x^* =$)		
13	14	15
3,522	0,1535	0,1525
4,176	0,7333	0,6730
3,475	0,100	0,1455
4,005	0,7540	0,85

Таблиця №6	
x	y
0,115	8,65729
0,120	8,29329
0,125	7,95829
0,130	7,64893
0,135	7,36235
0,140	7,09613
0,145	6,84815
0,150	6,61659

№ варіанту ($x^* =$)		
16	17	18
0,1217	0,1168	0,1175
0,1736	0,1745	0,1773
0,1141	0,1110	0,1134
0,1850	0,1825	0,1900

3,90	49,4024			
3,95	51,9354			
4,00	54,5982			

0,155	6,39986			
0,160	6,19658			
0,165	6,00551			

Таблиця №7	
x	
1,340	4,25562
1,345	4,35325
1,350	4,45522
1,355	4,56184
1,360	4,67344
1,365	4,79038
1,370	4,91306
1,375	5,04192
1,380	5,17744
1,385	5,32016
1,390	5,47069
1,395	5,62968

№ варіанту ($x^* =$)		
19	20	21
1,3617	1,3463	1,3432
1,3921	1,3868	1,3936
1,3359	1,335	1,3365
1,400	1,3990	1,3975

Таблиця №8	
x	y
0,01	0,99182
0,06	0,95193
0,11	0,91365
0,16	0,87690
0,21	0,84163
0,26	0,80778
0,31	0,77530
0,36	0,74412
0,41	0,71419
0,46	0,68547
0,51	0,65790
0,56	0,63144

№ варіанту ($x^* =$)		
22	23	24
0,027	0,1243	0,083
0,525	0,492	0,5454
0,08	0,0094	0,0075
0,61	0,66	0,573

Таблиця №9	
x	y
0,15	4,4817
0,16	4,95301
0,17	5,4739
0,18	6,0496
0,19	6,6859
0,20	7,3891
0,21	8,1662
0,22	9,0250
0,23	9,9742
0,24	11,0232
0,25	12,1825

№ варіанту ($x^* =$)		
25	26	27
0,1539	0,1732	0,1648
0,265	0,2444	0,2550
0,14	0,1415	0,1387
0,256	0,26	0,28

Таблиця №10	
x	y
0,45	20,1946
0,46	19,6133
0,47	18,9425
0,48	18,1746
0,49	17,3010
0,50	16,3123
0,51	15,1984
0,52	13,9484
0,53	12,5508
0,54	10,9937
0,55	9,3510

№ варіанту ($x^* =$)		
28	29	30
0,455	0,4732	0,4675
0,5575	0,5568	0,5511
0,44	0,445	0,4423
0,5674	0,57	0,58

Завдання 5.4. Побудувати наближення заданої функції:

- лінійним сплайном;
- параболічним сплайном;
- кубічним сплайном.

На відрізку наближення взяти три точки.

№	$f(x)$	$[a, b]$	№	$f(x)$	$[a, b]$	№	$f(x)$	$[a, b]$
1	e^x	$[-1, 1]$	11	$x + \ln(x + 2)$	$[-1, 1]$	21	$x + 0,5 \lg(x + 2)$	$[-1, 1]$
2	$\sin x$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$	12	$e^x + \frac{1}{x + 2}$	$[-1, 1]$	22	$2 + \frac{1}{x + 1}$	$[0, 2]$

3	$\cos x$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$	13	$\frac{\lg(x+2)}{x+2}$	$[-1,1]$	23	$\frac{x}{1+x^2}$	$[-1,1]$
4	$\operatorname{tg} x$	$\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$	14	$\frac{\ln(x+2)}{x+2}$	$[-1,1]$	24	$\frac{x+1}{x^2+x+2}$	$[-1,1]$
5	$\sqrt[3]{x}$	$[-1,1]$	15	$1/(x+1)$	$[0,2]$	25	$\ln(\operatorname{tg} x)$	$[0,1;1,5]$
6	$\sqrt{x+1}$	$[-1,1]$	16	$e^x + x$	$[-1,1]$	26	$e^{-x} + x^2 + 1$	$[-1,1]$
7	$\arcsin x$	$[-1,1]$	17	$\ln x + x$	$[1,3]$	27	$2^x - x^2 + 2$	$[-1,1]$
8	$\arccos x$	$[-1,1]$	18	$x + \sqrt{x}$	$[0,2]$	28	$3x + \ln(x+1)$	$[0,2]$
9	$\operatorname{arctg} x$	$[-1,1]$	19	$e^x + \ln(x+1)$	$[0,2]$	29	$x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2$	$[-1,1]$
10	$\operatorname{arctg} x$	$[-1,1]$	20	$\sqrt{ x }$	$[-1,1]$	30	$x^3 - 2x^2 + 5x + 2$	$[-1,1]$