

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

«Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь»

Завдання 3.1

1. сформувати матрицю системи та вектор-стовпчик правої частини;
2. визначити розмірність матриці та останній елемент вектора правої частини;
3. знайти най менший та найбільший елементи вектора правої частини;
4. обчислити ранг та визначник матриці;
5. знайти транспоновану та обернену матриці;
6. розв'язати систему:
 - матричним рівнянням,
 - методом Крамера,
 - Гаусса,
 - LU-розкладом.

Завдання 3.2 Розв'язати систему методами:

- простої ітерації;
- Зейделя.

Приклад розв'язання.

Задана система лінійних рівнянь:
$$\begin{cases} 0,32x_1 + 0,55x_2 + 0,61x_3 = 2,25 \\ 0,70x_1 - 0,65x_2 - 0,26x_3 = -0,12 \\ 1,20x_1 - 2,32x_2 + 0,75x_3 = 1,28 \end{cases}$$

1. сформувати матрицю системи та вектор-стовпчик правої частини;
2. визначити розмірність матриці та останній елемент вектора правої частини;
3. знайти най менший та найбільший елементи вектора правої частини;
4. обчислити ранг та визначник матриці;
5. знайти транспоновану та обернену матриці;
6. розв'язати систему: матричним рівнянням, методом Крамера, Гаусса, lu-розкладу.

Mathcad.

1.
$$A := \begin{pmatrix} 0.32 & 0.55 & 0.61 \\ 0.70 & -0.65 & -0.26 \\ 1.20 & -2.32 & 0.75 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 2.25 \\ -0.12 \\ 1.28 \end{pmatrix}$$
 формування матриці A та вектора-стовпчика правої частини b.

2. $n := \text{length}(A^{<0>}) \quad n = 3$ так як матриця квадратна, то визначимо розмірність як довжину першого вектора-стовпчика;

$bn := last(b)$ $bn = 2$ номер останнього елементу вектора-стовпчика;

$blast := b_{bn}$ $blast = 1.28$ значення останнього елементу вектора-стовпчика.

3. $bmin := min(b)$ $bmin = -0.12$ значення найменшого елементу вектора b ;

$bmax := max(b)$ $bmax = 2.25$ значення найбільшого елементу вектора b

4. $rA := rank(A)$ $rA = 3$ ранг матриці A ;

$\Delta := |A|$ $\Delta = -1.324$ значення визначника.

5. $AT := A^T$ транспонування; $A1 := A^{-1}$ обчислення оберненої матриці

$$AT = \begin{pmatrix} 0.32 & 0.7 & 1.2 \\ 0.55 & -0.65 & -2.32 \\ 0.61 & -0.26 & 0.75 \end{pmatrix} \quad T$$

$$A1 = \begin{pmatrix} 0.824 & 1.38 & -0.191 \\ 0.632 & 0.372 & -0.385 \\ 0.637 & -1.059 & 0.448 \end{pmatrix}$$

6. Розв'язок матричним рівнянням: $x := A^{-1}b$, $x^T = (1.44 \ 0.884 \ 2.134)$

Розв'язок методом Крамера

$$A1 := A \quad A1^{(0)} := b \quad \Delta1 := |A1| \quad \Delta1 = -1.91 \quad x1 := \frac{\Delta1}{\Delta} \quad x1 = 1.443$$

$$A2 := A \quad A2^{(1)} := b \quad \Delta2 := |A2| \quad \Delta2 = -1.171 \quad x2 := \frac{\Delta2}{\Delta} \quad x2 = 0.884$$

$$A3 := A \quad A3^{(2)} := b \quad \Delta3 := |A3| \quad \Delta3 = -2.826 \quad x3 := \frac{\Delta3}{\Delta} \quad x3 = 2.134$$

Розв'язок методом Гаусса: $x := lsolve(A, b)$,

$$x^T = (1.44 \ 0.884 \ 2.134).$$

Розв'язок методом lu-розкладу: $M := lu(A)$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.7 & -0.65 & -0.26 \\ 1 & 0 & 0 & 0.457 & 1 & 0 & 0 & 0.847 & 0.729 \\ 0 & 0 & 1 & 1.714 & -1.423 & 1 & 0 & 0 & 2.233 \end{pmatrix} \quad P := submatrix(M, 0, 2, 0, 2)$$
$$\quad \quad \quad L := submatrix(M, 0, 2, 3, 5)$$
$$\quad \quad \quad U := submatrix(M, 0, 2, 6, 8)$$

$$b := P^{-1} \cdot b \quad y := L^{-1} \cdot b \quad x := U^{-1} \cdot y \quad x = \begin{pmatrix} 1.443 \\ 0.884 \\ 2.134 \end{pmatrix}$$

Варіанти:

1	$\begin{cases} 0.34x_1 + 0.71x_2 + 0.63x_3 = 2.08 \\ 0.71x_1 - 0.65x_2 - 0.18x_3 = 0.17 \\ 1.17x_1 - 2.35x_2 + 0.75x_3 = 1.28 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3.75x_1 - 0.28x_2 + 0.17x_3 = 0.75 \\ 2.11x_1 - 0.11x_2 - 0.12x_3 = 1.11 \\ 0.22x_1 - 3.17x_2 + 1.81x_3 = 0.05 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 0.21x_1 - 0.18x_2 + 0.75x_3 = 0.11 \\ 0.13x_1 + 0.75x_2 - 0.11x_3 = 2.00 \\ 3.01x_1 - 0.33x_2 + 0.11x_3 = 0.13 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 0.33x_1 - 0.14x_2 - 2.00x_3 = 0.15 \\ 0.75x_1 + 0.18x_2 - 0.77x_3 = 0.11 \\ 0.28x_1 - 0.17x_2 + 0.39x_3 = 0.12 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3.01x_1 - 0.14x_2 - 0.15x_3 = 1.00 \\ 1.11x_1 + 0.13x_2 - 0.75x_3 = 0.13 \\ 0.17x_1 - 2.11x_2 + 0.71x_3 = 0.17 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 0.92x_1 - 0.83x_2 + 0.62x_3 = 2.15 \\ 0.24x_1 - 0.54x_2 + 0.43x_3 = 0.62 \\ 0.73x_1 - 0.81x_2 - 0.67x_3 = 0.88 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 1.24x_1 - 0.87x_2 - 3.17x_3 = 0.46 \\ 2.11x_1 - 0.45x_2 + 1.44x_3 = 1.50 \\ 0.48x_1 + 1.25x_2 - 0.63x_3 = 0.35 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 0.64x_1 - 0.83x_2 + 4.20x_3 = 2.23 \\ 0.58x_1 - 0.83x_2 + 1.43x_3 = 1.71 \\ 0.86x_1 + 0.77x_2 + 0.88x_3 = -0.54 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 0.32x_1 - 0.42x_2 + 0.85x_3 = 1.32 \\ 0.63x_1 - 1.43x_2 - 0.58x_3 = -0.44 \\ 0.84x_1 - 2.23x_2 - 0.52x_3 = 0.64 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 0.73x_1 + 1.24x_2 - 0.38x_3 = 0.58 \\ 1.25x_1 + 0.66x_2 - 0.78x_3 = 0.66 \\ 0.75x_1 + 1.22x_2 - 0.83x_3 = 0.92 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 0.62x_1 - 0.44x_2 - 0.86x_3 = 0.68 \\ 0.83x_1 + 0.42x_2 - 0.56x_3 = 1.24 \\ 0.58x_1 - 0.37x_2 - 0.62x_3 = 0.87 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 1.26x_1 - 2.34x_2 + 1.17x_3 = 3.14 \\ 0.75x_1 + 1.24x_2 - 0.48x_3 = -1.17 \\ 3.44x_1 - 1.85x_2 + 1.16x_3 = 1.83 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 0.46x_1 + 1.72x_2 + 2.53x_3 = 2.44 \\ 1.53x_1 - 2.32x_2 - 1.83x_3 = 2.83 \\ 0.75x_1 + 0.86x_2 + 3.72x_3 = 1.06 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 2.47x_1 + 0.65x_2 - 1.88x_3 = 1.24 \\ 1.34x_1 + 1.17x_2 + 2.54x_3 = 2.35 \\ 0.86x_1 - 1.73x_2 - 1.08x_3 = 3.15 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 4.24x_1 + 2.73x_2 - 1.55x_3 = 1.87 \\ 2.34x_1 + 1.27x_2 + 3.15x_3 = 2.16 \\ 3.05x_1 - 1.05x_2 - 0.63x_3 = -1.25 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 0.43x_1 + 1.24x_2 - 0.58x_3 = 2.71 \\ 0.74x_1 + 0.83x_2 + 1.17x_3 = 1.26 \\ 1.43x_1 - 1.58x_2 + 0.83x_3 = 1.03 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 0.43x_1 + 0.63x_2 + 1.44x_3 = 2.18 \\ 1.64x_1 - 0.83x_2 - 2.45x_3 = 1.84 \\ 0.58x_1 + 1.55x_2 + 3.18x_3 = 0.74 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 1.24x_1 + 0.62x_2 - 0.95x_3 = 1.43 \\ 2.15x_1 - 1.18x_2 + 0.57x_3 = 2.43 \\ 1.72x_1 - 0.83x_2 + 1.57x_3 = 3.88 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 0.62x_1 + 0.56x_2 - 0.43x_3 = 1.16 \\ 1.32x_1 - 0.88x_2 + 1.76x_3 = 2.07 \\ 0.73x_1 + 1.42x_2 - 0.34x_3 = 2.18 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 1.06x_1 + 0.34x_2 + 1.26x_3 = 1.17 \\ 2.54x_1 - 1.16x_2 + 0.55x_3 = 2.23 \\ 1.34x_1 - 0.47x_2 - 0.83x_3 = 3.26 \end{cases}$

21	$\begin{cases} 3.15x_1 - 1.72x_2 - 1.23x_3 = 2.15 \\ 0.72x_1 + 0.57x_2 + 1.18x_3 = 1.43 \\ 2.57x_1 - 1.34x_2 - 0.68x_3 = 1.03 \end{cases}$	22	$\begin{cases} 1.73x_1 - 0.83x_2 + 1.82x_3 = 0.36 \\ 0.27x_1 + 0.53x_2 - 0.64x_3 = 1.23 \\ 0.56x_1 - 0.48x_2 + 1.95x_3 = -0.76 \end{cases}$
23	$\begin{cases} 0.95x_1 + 0.72x_2 - 1.14x_3 = 2.15 \\ 0.63x_1 + 0.24x_2 + 0.38x_3 = 0.74 \\ 1.23x_1 - 1.08x_2 - 1.16x_3 = 0.97 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2.18x_1 + 1.72x_2 - 0.93x_3 = 1.06 \\ 1.42x_1 + 0.18x_2 + 1.12x_3 = 2.07 \\ 0.92x_1 - 1.14x_2 - 2.53x_3 = -0.45 \end{cases}$
25	$\begin{cases} 2.23x_1 - 0.73x_2 + 1.27x_3 = 2.43 \\ 2.15x_1 + 3.17x_2 - 1.43x_3 = -0.73 \\ 0.83x_1 + 0.72x_2 + 2.12x_3 = 1.42 \end{cases}$	26	$\begin{cases} 0.65x_1 - 0.93x_2 + 0.45x_3 = -0.72 \\ 1.15x_1 + 0.43x_2 - 0.72x_3 = 1.24 \\ 0.56x_1 - 0.18x_2 + 1.03x_3 = 2.15 \end{cases}$
27	$\begin{cases} 1.16x_1 - 0.28x_2 + 2.16x_3 = 1.16 \\ 0.65x_1 + 0.76x_2 - 1.18x_3 = 0.28 \\ 0.53x_1 + 1.07x_2 - 0.63x_3 = 1.27 \end{cases}$	28	$\begin{cases} 2.16x_1 - 2.83x_2 + 1.15x_3 = 2.32 \\ 1.71x_1 + 2.17x_2 - 0.83x_3 = 1.25 \\ 0.35x_1 - 0.72x_2 + 1.03x_3 = 0.82 \end{cases}$
29	$\begin{cases} 1.02x_1 + 0.72x_2 - 0.65x_3 = 1.27 \\ 0.74x_1 - 1.24x_2 - 1.73x_3 = 0.77 \\ 1.78x_1 + 2.32x_2 + 0.74x_3 = 1.16 \end{cases}$	30	$\begin{cases} 1.53x_1 - 1.63x_2 - 0.76x_3 = 2.18 \\ 0.86x_1 + 1.17x_2 + 1.84x_3 = 1.95 \\ 0.32x_1 - 0.65x_2 + 1.11x_3 - 0.47 \end{cases}$