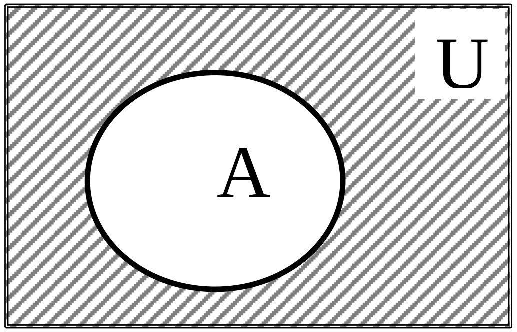
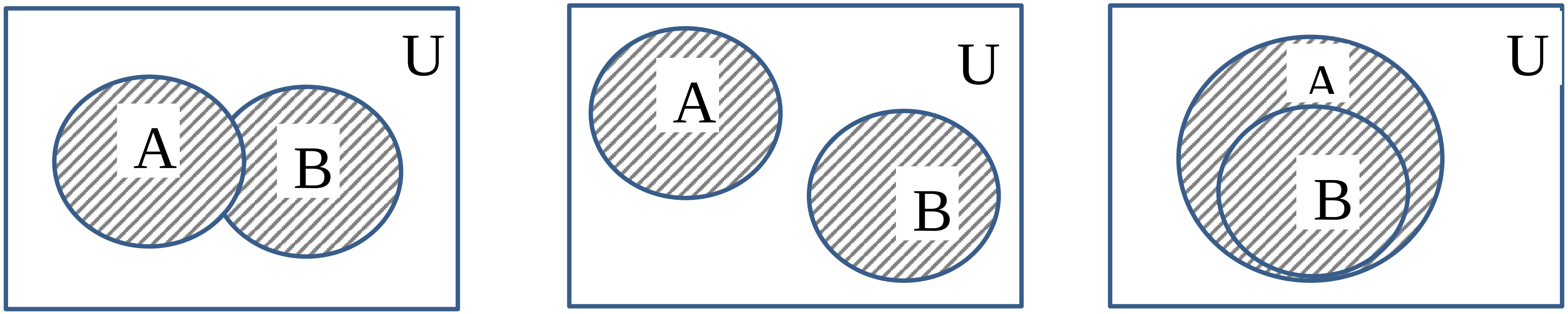
## *§3 Операції над множинами*

*Доповненням* до множини A, позначається $\overline{A}$ (читається "не A" або "доповнення до A") є множина $\overline{A} = \{x \mid x \notin A, x \in V\}$.

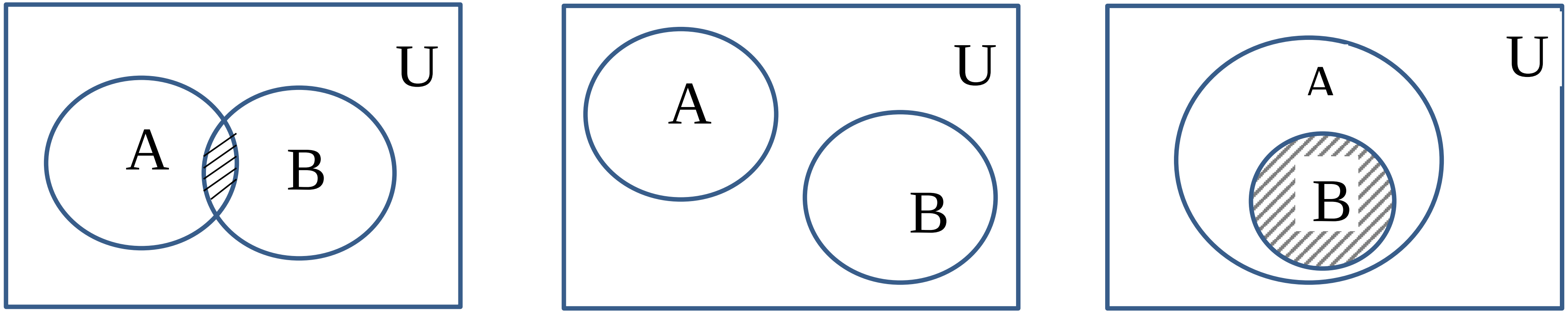



*Об'єднанням* множин A та B називають множину C, яка складається з елементів A або B, а саме:

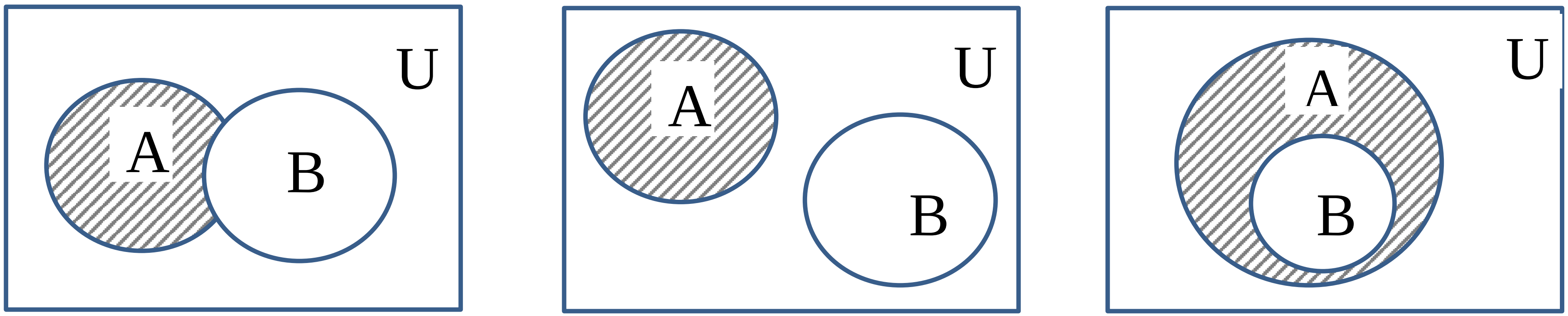
$C = A \cup B = A + B = \{x \mid x \in A$ або $x \in B\}$.



*Перетином* двох множин є третя множина C = A∩B, яка складається з елементів як A так і B: $C = \{x \mid x \in A \text{ та } x \in B\}$.

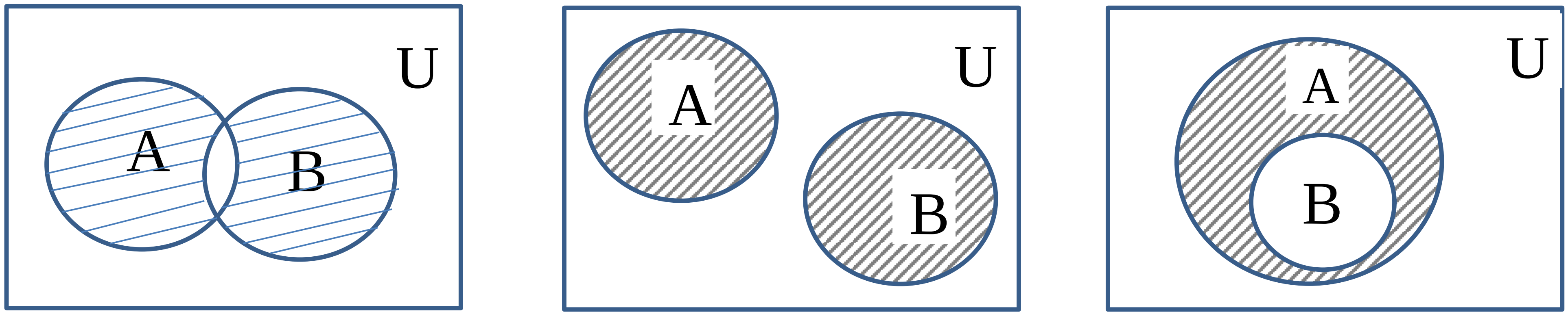



*Різницею* двох множин A та B позначається A\B або A-B називають множину C, яка складається з елементів A, що не належать B: $C = A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ та } x \notin B\}$.



*Симетричною різницею* множин A та B називають множину:

A÷B = $\{x \mid x \in A$ та $x \notin B$, або $x \in B$ та $x \notin A\}$ або A÷B = ((A\B)∪(B\A)).



***Приклад.*** Знайти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \backslash B$, $A \div B$, $\overline{A}$, $\overline{B}$ та U якщо $A = \{0; 1; 3\}$, $B = \{1; 3; 5; 7\}$.

$A \cup B = \{0; 1; 3; 5; 7\}$;

$A \cap B = \{1; 3\}$;

$A \backslash B = \{0\}$;

$A \div B = \{0; 5; 7\}$;

$\overline{A} = \{5; 7\}$;

$\overline{B} = \{0\}$;

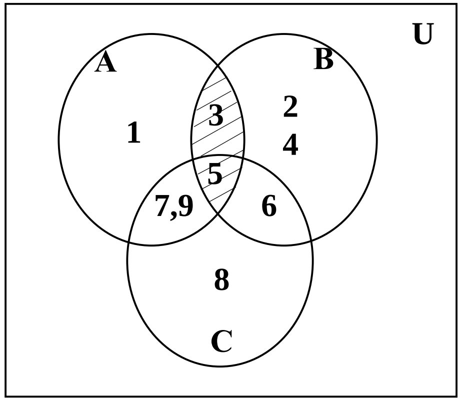
$U = \{0; 1; 3; 5; 7\}$.

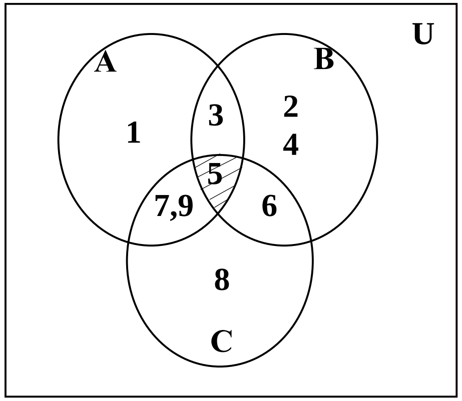
***Приклад.*** Знайти $(A \cap B) \cap C$, $(A \setminus B) \cup C$, $(A \cup B) \setminus C$ та побудувати діаграми Венна для заданих множин:

$A = \{1,3,5,7,9\}$, $B = \{2,3,4,5,6\}$, $C = \{5,6,7,8,9\}$.

$(A \cap B) \cap C$: $A \cap B = \{1,3,5,7,9\} \cap \{2,3,4,5,6\} = \{3,5\}$,

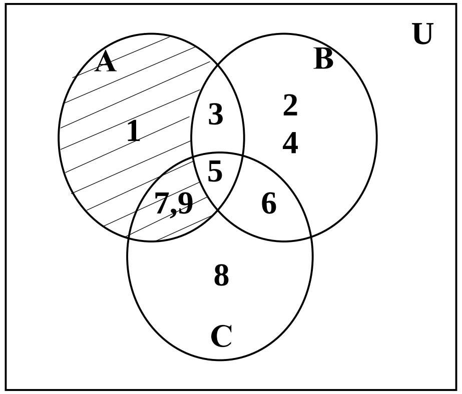
$(A \cap B) \cap C = \{3,5\} \cap \{5,6,7,8,9\} = \{5\}$.

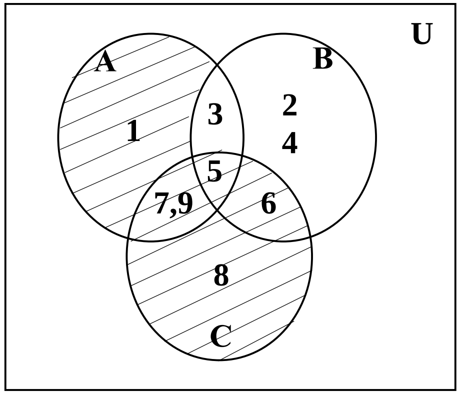


$(A \setminus B) \cup C$: $A \setminus B = \{1,3,5,7,9\} \setminus \{2,3,4,5,6\} = \{1,7,9\}$,

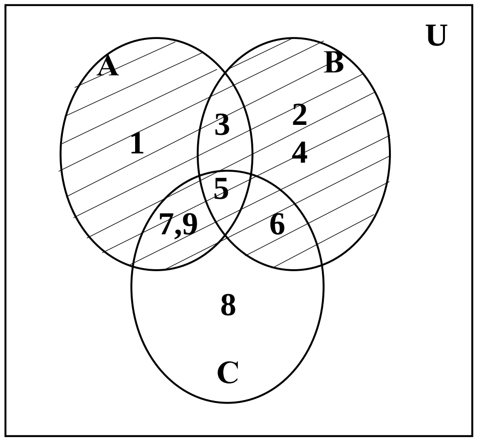
$(A \setminus B) \cup C = \{1,7,9\} \cup \{5,6,7,8,9\} = \{1,5,6,7,8,9\}$.

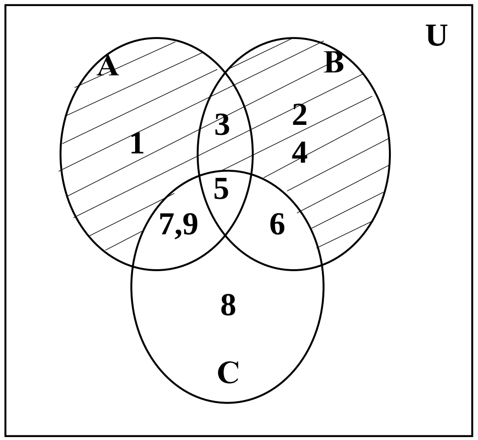



$(A \cup B) \setminus C$: $A \cup B = \{1,3,5,7,9\} \cup \{2,3,4,5,6\} = \{1,2,3,4,5,6,7,9\}$,

$(A \cup B) \setminus C = \{1,2,3,4,5,6,7,9\} \setminus \{5,6,7,8,9\} = \{1,2,3,4\}$.



# *§4 Основні закони алгебри множин*

| | |
|---|---|
| Закон ідемпотентності:<br>$A \cap A = A$ $\quad A \cup A = A$ | Закон комутативності:<br>$A \cap B = B \cap A$ $\quad A \cup B = B \cup A$ |
| Закон доповнення:<br>$A \cap \overline{A} = \varnothing$ $\quad \overline{V} = \varnothing$<br>$A \cup \overline{A} = U$ $\quad \overline{\varnothing} = U$ | Закон тотожності:<br>$A \cap \varnothing = \varnothing$ $\quad A \cap U = A$<br>$A \cup \varnothing = A$ $\quad A \cup U = U$ |
| Закон асоціативності:<br>$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$<br>$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ | Закон дистрибутивності:<br>$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$<br>$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ |
| Закони де Моргана:<br>$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$<br>$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ | Закон поглинання:<br>$(A \cup B) \cap A = A$<br>$(A \cap B) \cup A = A$ |
| Закон інволюції:<br>$\overline{\overline{A}} = A$ | Вираз для різниці:<br>$A \setminus B = A \cap \overline{B}$ |

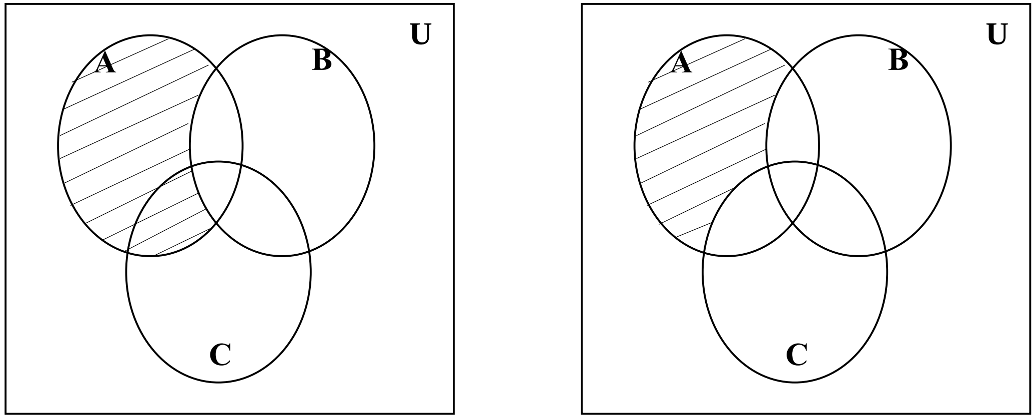
***Приклад.*** Довести тотожність використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Венна:

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

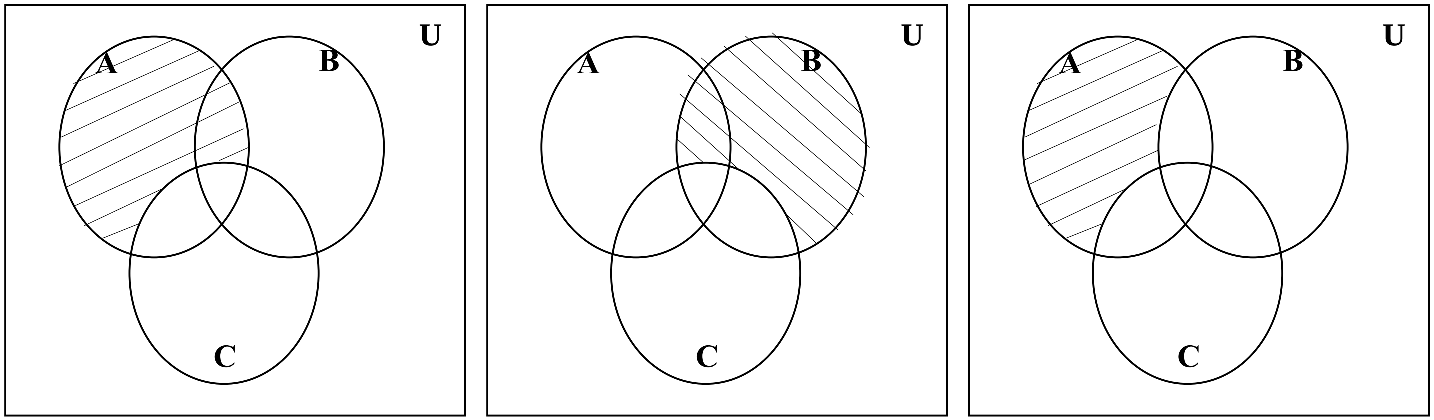
а) Нехай $x \in (A \setminus B) \setminus C$, тоді за визначенням різниці $x$ повинен обов'язково належати лише А, інакше не буде виконуватись твердження. А якщо $x \in A$, то $x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

Нехай тепер $x \in (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$, тоді $x$ повинен обов'язково належати лише А, інакше не буде виконуватись твердження. А якщо $x \in A$, то $x \in (A \setminus B) \setminus C$.

b) Тепер доведемо цю саму тотожність за допомогою діаграм Венна. Ліва сторона тотожності A\B та (A\B)\C:




Права сторона тотожності A\C, B\C та (A\C)\(B\C).




Тотожність доведено.