

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І
АРХІТЕКТУРИ**

ОСНОВИ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
ДЛЯ СТУДЕНТІВ, ЯКІ НАВЧАЮТЬСЯ ЗА НАПРЯМОМ ПІДГОТОВКИ
122 «ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ»

Київ 2018

УДК 004.92
ББК 32.973
Б19

Укладачі: Є.В. Бородавка, доктор технічних наук, доцент

Рецензент: В.М. Міхайленко, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: В.М. Міхайленко, доктор технічних наук,
професор, завідувач кафедри ІТППМ

*Затверджено на засіданні кафедри інформаційних технологій проектування
та прикладної математики, протокол №14 від 1 квітня 2018 року.*

Б19 Основи динамічного програмування: методичні вказівки до виконання
лабораторних робіт / Уклад. **Є.В. Бородавка**. – К.: КНУБА, 2018. – 16 с.

Методична розробка містить перелік лабораторних робіт, які необхідно
виконати студентам протягом курсу «Основи динамічного програмування».

Призначено для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 122
«Інформаційні системи і технології» при виконанні лабораторних робіт з
дисципліни «м».

УДК 004.92
ББК 32.973

© Бородавка Є.В. 2018

© КНУБА, 2018

Загальні положення

Лабораторні роботи є логічним продовженням лекційного курсу з дисципліни «Основи динамічного програмування» і призначення для закріплення теоретичного матеріалу на практиці.

Тематика і зміст лабораторних робіт обумовлені основними розділами робочої навчальної програми з дисципліни «Основи динамічного програмування».

Problem A-[Intermediate] Камешки

Камешки

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

У вас есть N ($10 \leq N \leq 100$) камешков. Вам нужно разделить их на P ($P \leq N$) кучек чтобы произведение чисел, которые соответствуют количеству камешков в каждой кучке, было максимальным.

Например при $N = 10$ и $P = 3$ можно разделить камешки так $10 = 1 + 1 + 8$. В этом случае произведение будет $1 * 1 * 8 = 8$. Оптимальным же будет разделение $10 = 3 + 3 + 4$. При этом произведение будет $3 * 3 * 4 = 36$.

Input format

Одна строка, которая содержит два числа: число камешков N ($10 \leq N \leq 100$) и число кучек P ($P \leq N$) разделенные пробелом.

Output format

Произведение чисел, которые соответствуют количеству камешков в каждой кучке.

Notes

Input	Output
10 3	36

Problem C-[Intermediate] Роботы 1

Роботы 1

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

На поле квадратной формы, которое состоит из $R \times R$ ($R = 10^9$) клеток, находятся $R \times R$ роботов (по одному роботу в каждой клетке). Каждый робот находится ровно в центре клетки и его размер существенно меньше размера клетки. Для заданной пары роботов найти количество роботов, которые находятся строго между ними на линии, соединяющей этих двух роботов.

Input format

Первая строка содержит 4 числа: координаты робота А и координаты робота Б.

Output format

Количество роботов между заданными роботами на прямой, которая их соединяет.

Notes

Пример:

```
.....  
.....  
....3  
.....  
1...2
```

Между роботами 1 (1,1) и 2 (5,1) находится 3 робота (2,1), (3,1), (4,1).

Между роботами 1 (1,1) и 3 (5,3) находится 1 робот (3,2).

Input	Output
1 1 5 1	3
5 3 1 1	1

Problem I-[Intermediate] Маршрут с минимальным количеством пересадок

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Сотруднику компании необходимо попасть из города А в город В пользуясь любимым воздушным транспортом. К сожалению, не всегда из города А есть прямой рейс в город В, и маршрут может содержать пересадки. Поскольку этот сотрудник знает по опыту, что каждая такая пересадка увеличивает шанс потери багажа, он очень заинтересован, чтобы количество пересадок было минимальным. Необходимо найти оптимальный с точки зрения этого сотрудника маршрут и вывести количество пересадок, которые он содержит.

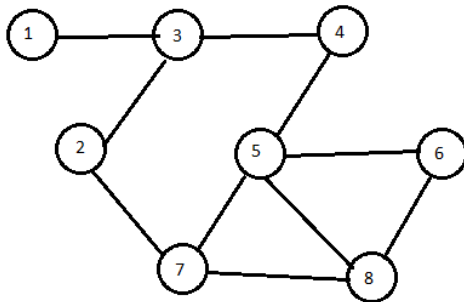
Input format

Первая строка содержит четыре числа разделенных пробелами – количество городов N ($1 \leq N \leq 100$), количество рейсов K ($1 \leq K \leq 5000$), которые соединяют эти города, индексы первого и последнего города в маршруте A, B ($A \neq B$). В следующей строке идет K пар чисел разделенных пробелами – каждая пара чисел содержит индексы двух городов, которые соединены рейсом в обе стороны (индексы представлены числами от 1 до N включительно).

Output format

Количество пересадок, которое содержит наиболее оптимальный маршрут или число -1, если проложить маршрут из A в B не возможно.

Notes



Сотруднику необходимо попасть из города 1 в город 6. Маршрут с наименьшим количеством пересадок будет $1 > 3 > 4 > 5 > 6$ и, соответственно, количество пересадок будет 3.

Input	Output
8 10 1 6 1 3 4 3 2 3 4 5 6 5 7 5 8 5 2 7 7 8 8 6	3

Problem K-[Intermediate] Максимумы в последовательности

Максимумы в последовательности

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Вам задана последовательность натуральных чисел A длины N , которая высчитывается по формуле:

$$A_1 = \text{Constant}$$

$$A_i = (A_{i-1} * B + C) \bmod M$$

Перед вами стоит задача найти K максимальных значений чисел в этой последовательности.

Input format

В единственной строке задано 6 чисел N , K , B , C , M и A_1 :
 N ($2 \leq N \leq 3 * 10^7$) – количество чисел в последовательности A ;
 K ($1 \leq K \leq \min(200, N)$) – количество чисел с максимальными значениями, которые необходимо найти;
 B ($1 \leq B \leq 10^9$) – множитель для формулы расчета элементов последовательности A ;
 C ($1 \leq C \leq 10^9$) – слагаемое для формулы расчета элементов последовательности A ;
 M ($2 \leq M \leq 10^9$) – делитель для формулы расчета элементов последовательности A ;
 A_1 ($1 \leq A_1 < M$) – первый элемент в последовательности A .

Output format

Строка, содержащая K максимальных чисел из последовательности A в возрастающем порядке.

Notes

Input	Output
5 3 2 7 9 1	3 4 7
15 3 4 1 41 1	21 21 33

Пояснение к первому примеру:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 \\ A_2 &= (A_1 * B + C) \bmod M = (1 * 2 + 7) \bmod 9 = 9 \bmod 9 = 0 \\ A_3 &= (A_2 * B + C) \bmod M = (0 * 2 + 7) \bmod 9 = 7 \bmod 9 = 7 \\ A_4 &= (A_3 * B + C) \bmod M = (7 * 2 + 7) \bmod 9 = 21 \bmod 9 = 3 \\ A_5 &= (A_4 * B + C) \bmod M = (3 * 2 + 7) \bmod 9 = 13 \bmod 9 = 4 \end{aligned}$$

Среди чисел в последовательности [1, 0, 7, 3, 4] выберем K ($K = 3$) максимальных и выведем их в возрастающем порядке: [3, 4, 7]

Problem Q-[Intermediate] Расчет хеша строки

Расчет хеша строки

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Вам дана строка и вам нужно найти хеш этой строки. Хеш рассчитывается следующим образом.

$$\text{Hash} = (c_0 * C^0 + c_1 * C^1 + c_2 * C^2 + \dots + c_{N-1} * C^{N-1}) \% D,$$

где $C = 1009$, $D = 1000000007$, N – длина строки.

Input format

Одна строка, длина которой не больше 1000 символов. Строка не содержит пробельных символов.

Output format

Хеш заданной строки.

Notes

Input	Output
Samsung	628380962

Problem S-[Intermediate] Поиск интервала с наибольшей суммой

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Для заданной последовательности чисел (x_1, x_2, \dots, x_N) найти такой интервал $(x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$, сумма чисел в котором $(S = x_i + x_{i+1} + \dots + x_j)$ будет максимальной, и вывести эту сумму. Интервал должен содержать минимум одно число.

Input format

В первой строке число N ($1 \leq N \leq 100000$), во второй строке N чисел ($-1000000 \leq x_i \leq 1000000$), разделенных пробелами.

Output format

Сумма чисел в найденном интервале.

Notes

Для последовательности $(-10, 8, -2, 1, 0, 6, -3)$ интервалом с наибольшей суммой будет интервал $(8, -2, 1, 0, 6)$. Сумма чисел в этом интервале будет равна 13. Для последовательности $(-1, -2, -3)$ таким интервалом будет одно число -1.

Input	Output
7 -10 8 -2 1 0 6 -3	13

Problem X-[Intermediate] Максимум

Максимум

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Рассмотрим последовательность чисел a_i , $i = 0, 1, 2, \dots$, удовлетворяющих следующим условиям:

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_{2i} = a_i$$

$$a_{2i+1} = a_i + a_{i+1}$$

для каждого $i = 1, 2, 3, \dots$.

Напишите программу, которая для заданного значения n находит максимальное среди чисел a_0, a_1, \dots, a_n .

Input format

Входные данные состоят из нескольких тестов (не более 10). Каждый тест представляет собой строку, в которой записано целое число n ($1 \leq n \leq 99\,999$). В последней строке входных данных записано число 0.

Output format

Для каждого n во вводе выведите соответствующее максимальное значение.

Notes

Input	Output
5	3
10	4
0	

Problem Z. Римское шифрование

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Пс-с, только тихо! Я тут придумал новое шифрование, назвал его Римским. Хотите о нём послушать? Что значит нет? Я всё равно расскажу!

Суть шифрования достаточно проста: каждая буква в исходном тексте переводится в отдельное число соответственно к той кодировке, в которой этот текст хранится; далее это число записывается в десятичном формате, после чего оно переводится из арабской записи в римскую и кодируется шифром Цезаря.

Разве не гениально? Можно будет подать как идея на C-Lab в следующем году. Только бы прототип написать. Но не переживайте – функцию шифрования Цезаря и перевод из арабского числа в римское я уже скачал с википедии. Вам осталось только написать функцию обратного перевода из римской формы записи в арабскую для функции расшифровки. Да-да, Вам – не всё же мне одному делать?!

Input format

В единственной строке записано число R ($1 \leq R \leq 3056$) в римской форме записи.

Output format

Выведите целое число A – представление числа R в арабской форме записи.

Notes

Input	Output
X	10
CDIX	409
MDCLXVI	1666

Problem BA-[Intermediate] Куча камней

Куча камней

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

У вас есть несколько камней известного веса w_1, \dots, w_n . Напишите программу, которая распределит камни в две кучи так, что разность весов этих двух куч будет минимальной.

Input format

Ввод содержит количество камней n ($1 \leq n \leq 20$) и веса камней w_1, \dots, w_n ($1 \leq w_i \leq 100\,000$) — целые, разделённые пробельными символами.

Output format

Ваша программа должна вывести одно число — минимальную разность весов двух куч.

Notes

Input	Output
5 5 8 13 27 14	3

Problem BB-[Intermediate] Произведение цифр

Произведение цифр

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Ваша задача — найти минимальное положительное целое число Q такое, что произведение цифр числа Q в точности равняется N .

Input format

Целое число N ($0 \leq N \leq 10^9$).

Output format

Выведите целое число Q . Если такого числа не существует, выведите -1 .

Notes

Input	Output
10	25

Problem BC-[Intermediate] Миллиардная Функция Богдана

Миллиардная Функция Богдана

Time limit: 1 s

Memory limit: 64 M

Богдан — начинающий математик — решил сделать вклад в развитие этой науки и прославиться на весь мир. Но как это сделать, когда самые интересные факты, типа теоремы Пифагора, давно уже доказаны? Правильно! Придумать что-то свое, оригинальное. Вот он и придумал Теорию Функций Богдана, посвященную изучению поведения этих самых функций. Функции Богдана (ФБ) устроены довольно просто: значением N -й ФБ в точке S будет количество чисел от 1 до N , имеющих сумму цифр S . Вам, как крутым программистам, Вася поручил найти значения миллиардной ФБ ($N = 10^9$), так как сам он с такой задачей не справится. А Вам слабо?

Input format

Целое число S ($1 \leq S \leq 81$).

Output format

Значение миллиардной Функции Богдана в точке S .

Notes

Input	Output
1	10