

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І  
АРХІТЕКТУРИ  
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**ВОЙЦЕХІВСЬКИЙ О.В., ЖУРАВСЬКИЙ О.Д., БАЙДА Д.М.**

**РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ З  
ВИКОРИСТАННЯМ СПРОЩЕНИХ ДІАГРАМ  
ДЕФОРМУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ (ЗА ДСТУ Б.В.2.6-156:2010)**

Частина 1

Розрахунок за I групою граничних станів

*Затверджено науково-методичною радою Київського національного університету будівництва і архітектури як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія»*

Київ 2017

УДК 624.012

ББК 38.53

В65

Рецензенти: Бамбура А.М., доктор технічних наук, професор  
Давиденко О.І., доктор технічних наук, професор  
Кріпак В.Д., кандидат технічних наук, професор

*Затверджено на науково-методичній раді Київського національного університету будівництва і архітектури, протокол № 5 від 21 лютого 2017 р.*

**Войцехівський О.В., Журавський О.Д., Байда Д.М.**

В65 Розрахунок залізобетонних конструкцій з використанням спрощених діаграм деформування матеріалів (за ДСТУ Б.В.2.6-156:2010). Частина 1. Розрахунок за I групою граничних станів. - К.: КНУБА, 2017, -168 с.

Викладені основні положення та метод розрахунку залізобетонних конструкцій з використанням спрощених діаграм деформування матеріалів. Наведені приклади розрахунку залізобетонних конструкцій, які працюють на центральний розтяг, згинання та стиск.

Призначено для студентів, які навчаються за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія».

УДК 624.012

ББК 38.53

© О.В.Войцехівський

© О.Д.Журавський

© Д.М.Байда

© КНУБА, 2017

## Зміст

Вступ.....	7
1. Фізико-механічні характеристики бетону. Епюри деформування.....	9
1.1. Постановка задачі.....	9
1.2. Загальні відомості.....	9
1.3. Міцнісні та деформативні характеристики бетону.....	9
1.4. Алгоритм розрахунку.....	13
1.5. Приклади розрахунку.....	14
2. Основні фізико-механічні характеристики арматури. Епюри деформування. Параметри перерізів.....	24
2.1. Постановка задачі.....	24
2.2. Загальні відомості.....	24
2.3. Міцнісні та деформативні характеристики арматури.....	24
2.4. Параметри перерізів.....	28
2.5. Алгоритм розрахунку.....	29
2.6. Приклади розрахунку.....	31
3. Розрахунок несучої здатності залізобетонних конструкцій, які працюють на центральний розтяг.....	38
3.1. Основні поняття про залізобетонні конструкції, що працюють на центральний розтяг. Основні розрахункові передумови.....	38
3.2. Розрахунок несучої здатності залізобетонних конструкцій, що працюють на центральний розтяг. Принципи розташування арматури.....	39
3.3. Перевірка достатності довжини анкерування робочих розтягнутих стрижнів.....	41
3.4. Алгоритм розрахунку.....	47
3.5. Приклади розрахунку.....	48
3.6. Питання для самоперевірки.....	54
4. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів прямокутного перерізу на дію згинальних моментів із одиночним армуванням.....	55
4.1. Постановка задачі.....	55
4.2. Напружено-деформований стан перерізу.....	55
4.3. Визначення контрольного значення висоти стиснутої зони... ..	58
4.4. Визначення несучої здатності перерізу при 1-му характерному випадку руйнування.....	59
4.5. Визначення несучої здатності перерізу при 2-му характерному випадку руйнування.....	61

4.6.	Алгоритм розрахунку.....	62
4.7.	Приклади розрахунку.....	63
4.8.	Питання для самоперевірки.....	67
5.	Перевірка несучої здатності залізобетонних елементів прямокутного перерізу з подвійним армуванням на дію згинальних моментів.....	68
5.1.	Постановка задачі.....	68
5.2.	Напружено-деформований стан перерізу.....	68
5.3.	Контрольний напружено-деформований стан перерізу для визначення характерного типу руйнування.....	70
5.4.	Контрольний напружено-деформований стан перерізу при 1-му характерному типі руйнування.....	72
5.5.	Контрольний напружено-деформований стан перерізу при 2-му характерному типі руйнування.....	73
5.6.	Несуча здатність перерізу з подвійним армуванням.....	73
5.7.	Висота стиснутої зони бетону $x_1$ та зусилля в стиснутій арматурі $F_s'$ при різних характерних типах руйнування.....	74
5.8.	Алгоритм розрахунку.....	77
5.9.	Приклади розрахунку.....	80
5.10.	Питання для самоперевірки.....	85
6.	Визначення площі робочої повздовжньої арматури згинальних елементів прямокутного перерізу із умов раціонального проектування.....	87
6.1.	Постановка задачі.....	87
6.2.	Основні робочі гіпотези та передумови розрахунку, що використовуються при вирішенні даної задачі.....	87
6.3.	Умова необхідності розташування робочої арматури в стиснутій зоні бетону.....	88
6.4.	Підбір робочого армування у випадку одиночного армування.....	91
6.5.	Підбір робочого армування при подвійному армуванні.....	91
6.6.	Алгоритм розрахунку.....	93
6.7.	Приклади розрахунку.....	95
6.8.	Питання для самоперевірки.....	99
7.	Розрахунок робочого повздовжнього армування згинальних елементів таврових перерізів з умови забезпечення несучої здатності.....	100
7.1.	Постановка задачі. Розрахункові розміри перерізу та передумови.....	100
7.2.	Визначення місця знаходження нейтральної осі.....	102

7.3. Визначення контрольного значення моменту $M_f$ .....	103
7.4. Визначення контрольного значення моменту $M_{f1}$ .....	104
7.5. Розрахунок несучої здатності балки при розташуванні нейтральної осі в поличці.....	106
7.6. Визначення несучої здатності балки при розташуванні нейтральної осі в ребрі і пружні деформації стиску бетону знаходяться тільки в ребрі.....	106
7.7. Визначення несучої здатності перерізу при розташуванні нейтральної осі в ребрі при тому, що постійні напруження стиску бетону знаходяться тільки в поличці.....	108
7.8. Алгоритм розрахунку.....	110
7.9. Приклади розрахунку.....	113
7.10. Питання для самоперевірки.....	120
8. Підбір робочого поперечного армування з умови забезпечення несучої здатності згинальних елементів за похилим перерізом.....	122
8.1. Основні відомості про розрахунок несучої здатності згинальних елементів за похилим перерізом. Основні робочі передумови та розрахункові положення.....	122
8.2. Перевірка умови достатності розмірів поперечного перерізу елементів.....	125
8.3. Умова необхідності розрахунку поперечних стержнів.....	126
8.4. Конструктивні вимоги до встановлення поперечної арматури.....	127
8.5. Розташування поперечних стержнів розрахунковим шляхом	128
8.6. Алгоритм розрахунку.....	130
8.7. Приклади розрахунку.....	132
8.8. Питання для самоперевірки.....	136
9. Розрахунок і конструювання стиснутих елементів.....	137
9.1. Загальні положення.....	137
9.2. Урахування впливів першого порядку.....	138
9.3. Урахування впливів другого порядку.....	138
9.4. Напружено-деформований стан перерізу при першій формі рівноваги.....	141
9.5. Напружено-деформований стан перерізу при другій формі рівноваги.....	144
9.6. Конструктивні вимоги до поперечної розподільчої та монтажної арматури.....	146
9.7. Алгоритм розрахунку перерізу колони.....	148
9.8. Приклади розрахунків.....	150

Додатки.....	160
Література.....	167

## ВСТУП

З 2011 року в Україні при розрахунках залізобетонних конструкцій використовують державні стандарти, що базуються на деформаційній методиці розгляду напружено-деформованого стану перерізів [1, 2]. Деформаційна методика розрахунку передбачає використання діаграм деформування матеріалів. Стосовно бетону - це діаграма короткотривалого осьового навантаження у вигляді поліному 5-го ступеня (формула 3.5 [1]). В той же час (п.3.1.6 [1]), при виконанні перевірочних розрахунків або близьких до них припускається використовувати спрощену дволінійну діаграму деформування бетону.

В нормах проектування залізобетонних конструкцій [2] в додатку А наведено алгоритм розв'язання системи нелінійних рівнянь рівноваги залізобетонного розрахункового перерізу за деформаційним методом. В ньому показана реалізація даного методу з використанням діаграми деформування у вигляді поліному. Подібного алгоритму розв'язання задачі у випадку використання дволінійної діаграми деформування бетону, на жаль, немає.

В той же час, при вирішенні великого спектру задач практичного проектування залізобетонних конструкцій існує потреба у наявності простих, доступних для розв'язання без використання великих програмних комплексів, розрахункових апаратів, в основу яких може бути покладена дволінійна діаграма деформування бетону.

Важко переоцінити наявність такого розрахункового апарату у використанні в учбовому процесі при навчанні інженерів-проектувальників. Простота у використанні цього апарату при розгляді напружено-деформованого стану залізобетонного перерізу дозволить зрозуміти етапи роботи конструкції під дією навантаження; оцінити ефективність використання арматури в розтягнутій та стиснутій зонах залізобетону; зрозуміти основи раціонального проектування конструкцій.

В подальшому наведено результати напрацювань, виконані на кафедрі промислового та цивільного будівництва Вінницького

національного технічного університету та у відділі надійності конструкцій будівель і споруд державного науково-дослідного інституту будівельних конструкцій для перерізів, що найбільш часто використовуються в практиці проектування.

Крім простоти та доступності, запропонована методика передбачає використання відомої методології розв'язання задачі розрахунку залізобетонних конструкцій з урахуванням характерних випадків руйнування нормальних перерізів та умов раціонального проектування [3].

Приймається, що нормальний переріз може зруйнуватись по двом характерним випадкам. Перший характерний випадок відбувається при руйнуванні стиснутого бетону та наявності текучості в розтягнутій арматурі. Другий – руйнуванні стиснутого бетону при пружній роботі розтягнутої арматури.

Підбір робочого армування балкових елементів виконується з умови раціонального проектування, тобто шляхом реалізації повної діаграми роботи бетону в стиснутій зоні та досягненні границі пружної роботи в розтягнутій арматурі.

Якщо при пружних деформаціях в розтягнутій арматурі деформації в бетоні стиснутої зони сягають граничних значень, необхідно передбачати розташування робочої арматури в стиснутій зоні бетону. Площа стиснутої арматури призначається з умови одночасного руйнування стиснутого бетону та наявності текучості в розтягнутій арматурі.

Автори щиро вдячні професору Барашикову А.Я. за методичну допомогу та консультації, щодо використання спрощених діаграм деформування бетону при розрахунках залізобетонних конструкцій.

Шляхи реалізації такого підходу наведено у даному посібнику.



# 1. ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ БЕТОНУ. ЕПЮРИ ДЕФОРМУВАННЯ.

## 1.1. Постановка задачі

Дано: відомі проектний клас бетону.

Визначити: основні фізико-механічні властивості бетону та побудувати на основі одержаних даних епюри деформування.

## 1.2. Загальні відомості

При виконанні розрахунків за міцністю нормальних перерізів згинальних елементів користуються розрахунковими значеннями міцності бетону при стиску та арматури при розтягу, які отримують за схемою:

$$\text{Розрахункова міцність} = \frac{\text{нормативна міцність}}{\text{коефіцієнт надійності за матеріалом}} \quad (1.1)$$

Значення коефіцієнтів надійності за матеріалом для граничних станів першої групи наведені в табл. 2.1 [1] (див. дод.1).

Нормативна міцність матеріалу на розтяг або на стиск, інші основні фізико-механічні та деформативні характеристики визначаються згідно його проектного класу.

Розглянемо, як по заданому проектному класу матеріалу визначаються його основні фізико-механічні характеристики.

## 1.3. Міцнісні та деформативні характеристики бетону

Для сучасних залізобетонних несучих конструкцій найчастіше використовують:

- важкі бетони на цементному в'язучому;
- легкі бетони на цементному в'язучому (керамзитобетон, шлакобетон та ін.).

Основною характеристикою бетону є клас бетону С за міцністю при стиску, яка фактично є нормативною міцністю бетону, визначеною з імовірністю 95% шляхом випробування достатньої кількості кубів з розмірами сторін 150 мм на 28-й день тужавіння бетону, який зберігався при температурі 20°C та вологості  $W=75\%$ .

До основних фізико-механічних характеристик бетону відносяться:

$f_{cd} \cdot \gamma_{cl}$  – розрахункове значення міцності бетону на стиск;

де  $\gamma_{cl}$  – коефіцієнт, що враховує тривалість впливу статичного навантаження (п. 3.1.2.5, [2]);  $\gamma_{cl} = 1$  – при нетривалій (короткочасній) дії навантаження;  $\gamma_{cl} = 0,9$  – при тривалій дії навантаження;

$E_{cd}$  – розрахункове значення початкового модуля пружності бетону;

$\varepsilon_{cl,cd}$  – значення відносних деформацій стиску бетону при максимальних напруженнях  $f_{cd}$ ;

$\varepsilon_{cul,cd}$  – значення максимальних відносних деформацій стиску бетону;

$f_{ctd}$  – розрахункове значення міцності бетону на розтяг;

$\varepsilon_{ctu}$  – значення максимальних відносних деформацій розтягу бетону.

Розрахункові значення міцності бетону при стиску та розтягу (з деяким округленням), а також найбільш вживані деформативні характеристики бетонів класів до С60 включно наведені в табл. 3.1 [1] (див. дод. 2).

У загальному випадку для визначення несучої здатності, кривизни, переміщень, перерозподілу зусиль у статично невизначених конструкціях необхідно виходити з напружено-деформованого стану залізобетонних перерізів, визначеного на основі використання нелінійної діаграми напруження-деформації. Ця залежність між  $\sigma_c$  і  $\varepsilon_c$  показана на рис. 1.1.

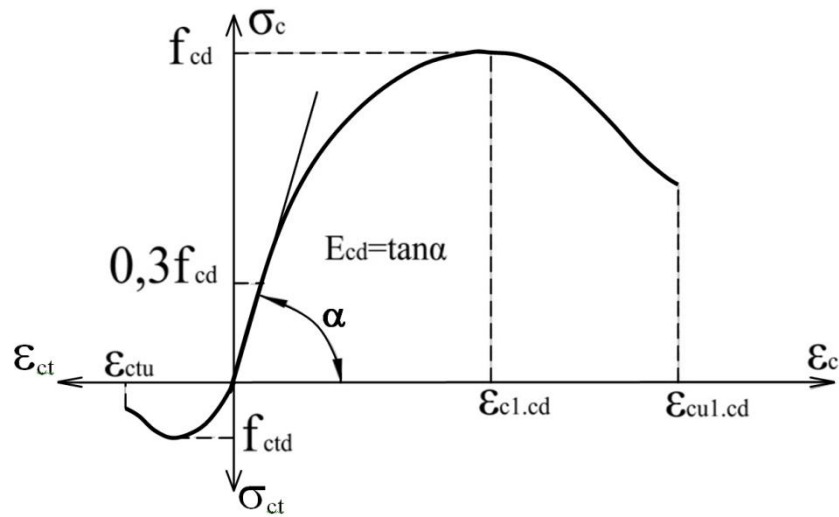


Рис. 1.1. Нелінійна діаграма напруження-деформації бетону

Залежність між  $\sigma_c$  і  $\epsilon_c$ , що показана на рис. 1.1 описується рівнянням

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \sum_{k=1}^5 a_k \cdot \eta^k, \quad (1.2)$$

де  $a_k$  – коефіцієнт полінома, який визначається з використанням параметрів, наведених у дод. Д.1[1] (див. дод. 3);

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1.cd}}. \quad (1.3)$$

Для розрахунку залізобетонних конструкцій можуть бути використані спрощені діаграми залежності напруження-деформації бетону для експертних та перевірочних робіт, наприклад, дволінійна, що показана на рис.1.2.

Залежність між  $\sigma_c$  і  $\epsilon_c$  показана на рис. 1.2 і описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} \sigma_c = \epsilon_c \cdot E_{cd}, \text{ при } \epsilon_{ct3.cd} < \epsilon_c < \epsilon_{c3.cd} \\ \sigma_c = f_{cd}, \text{ при } \epsilon_{c3.cd} \leq \epsilon_c < \epsilon_{cu3.cd} \\ \sigma_c = -f_{ctd}, \text{ при } \epsilon_{ct3.cd} \leq \epsilon_c < \epsilon_{ctu.cd} \end{cases} \quad (1.4)$$

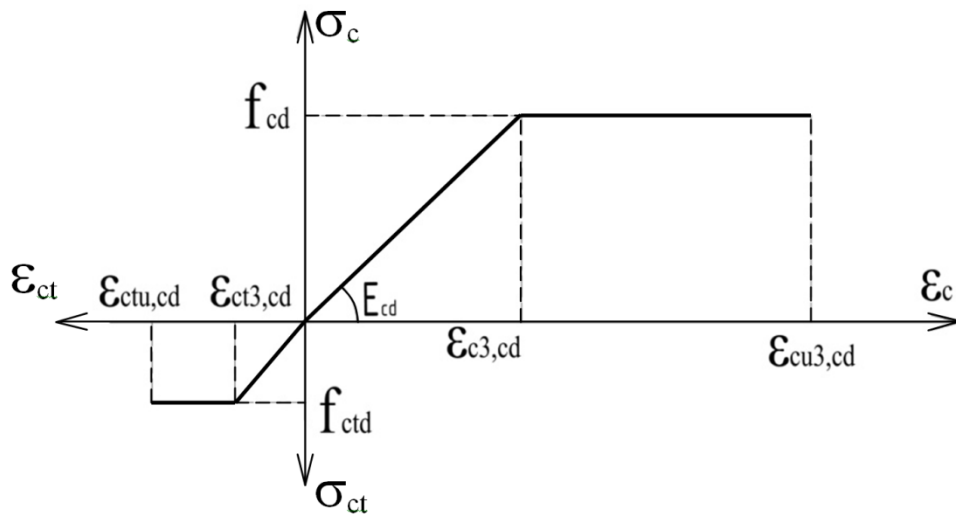


Рис. 1.2. Дволінійна залежність напруження-деформації бетону

Величина розрахункової міцності бетону на розтяг визначається за формулою

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_{ct}}, \quad (1.5)$$

де  $f_{ctk,0.05}$  – опір бетону при осьовому розтягу (див. дод. 2);

$\gamma_{ct}$  – коефіцієнт надійності для бетонів (див. дод.1).

Граничні деформації бетону на розтяг  $\epsilon_{ctu,cd}$  визначаються за формулою

$$\epsilon_{ctu,cd} = -\frac{2 \cdot f_{ctd}}{E_{cd}}. \quad (1.6)$$

Деформації розтягу  $\epsilon_{ct3}$ , що відповідають міцності бетону на розтяг, визначаються за формулою

$$\epsilon_{ct3} = -\frac{f_{ctd}}{E_{cd}}, \quad (1.7)$$

Розрахункове значення модуля пружності бетону визначається за формулою

$$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{\epsilon_{c3,cd}}. \quad (1.8)$$

Отримав основні міцнісні та деформативні характеристики бетону з формул (1.2)...(1.8) будують діаграми деформування бетону.

## 1.4. Алгоритм розрахунку

1. Приймаємо фізико-механічні характеристики для бетону:

– Розрахункове значення міцності бетону на стиск  $f_{cd} \cdot \gamma_{cl}$  (МПа).

Для побудови повної діаграми деформування:

– Значення відносних деформацій стиску бетону  $\varepsilon_{cl,cd}$ .

– Значення максимальних відносних деформацій стиску бетону

$\varepsilon_{cu1,cd}$ .

– З додатку 3 приймаємо коефіцієнти  $a_k$ , що відповідають класу бетону.

Для побудови спрощеної діаграми деформування:

Значення деформації при максимальних напруженнях  $\varepsilon_{c3,cd}$ .

– Значення максимальної деформації бетону  $\varepsilon_{cu3,cd}$ .

– Опір бетону при осьовому розтягу  $f_{ctk,0.05}$ .

– Коефіцієнт надійності для бетону  $\gamma_{ct}$ .

– Розрахункове значення модуля пружності бетону  $E_{cd}$ .

2. Розраховуємо повну (нелінійну) діаграму деформування бетону:

– Розбиваємо абсцису деформацій  $\varepsilon_{ci}$  на точки.

– Розраховуємо напруження, яке виникає при деформаціях, що характерні вибраним точкам.

– За формулою (1.3) розраховуємо коефіцієнт, що відповідає відношенню поточних деформацій ( $\varepsilon_{ci}$ ) до відносних деформацій стиску бетону ( $\varepsilon_{cl,cd}$ ).

– Напруження в бетоні  $\sigma_c$  розраховуємо за формулою (1.2).

Аналогічно визначаємо напруження стиску в бетоні при деформаціях, які характерні для інших обраних точок на абсцисі деформацій  $\varepsilon_{ci}$ .

– Розрахункові параметри, які необхідні для побудови нелінійної діаграми напруження-деформації бетону записуємо в таблицю.

3. Розраховуємо спрощену діаграму деформування бетону:
- Обраховуємо граничні деформації на розтяг  $\varepsilon_{ct1,cd}$ .
  - Розраховуємо деформації розтягу  $\varepsilon_{ct3,cd}$ .
  - Для побудови дволінійної залежності напруження-деформації стиску бетону необхідні параметри зводимо у таблицю.

Перевіряємо значення розрахункового модуля пружності бетону за формулою (1.8).

4. Аналіз отриманих даних та побудова діаграми деформування.

Користуючись рис. 1.1, рис 1.2, а також за зведеними таблицями будуємо нелінійну діаграму напруження-деформації бетону та дволінійну залежність напруження-деформації бетону.

## 1.5. Приклади розрахунку

### Приклад № 1.1

Вхідні дані:

Бетон класу C30/35 ;  $\gamma_{cl} = 1,0$ .

Умови задачі: Визначити фізико-механічні характеристики бетону, побудувати повну та дволінійну залежність напруження-деформації бетону.

#### Розв'язання:

1. Випишемо фізико-механічні характеристики для бетону класу C30/35.

Розрахункове значення міцності бетону на стиск (дод. 2):  
 $f_{cd} \cdot \gamma_{cl} = 19,5 \cdot 1,0 = 19,5$  (МПа),

Для побудови нелінійної діаграми деформування:

– значення відносних деформацій стиску бетону при максимальних напруженнях  $\varepsilon_{c1,cd} = 172 \cdot 10^{-5}$ ;

– значення граничних відносних деформацій стиску бетону  $\varepsilon_{cu1,cd} = 310 \cdot 10^{-5}$ .

З додатку 3 випишемо коефіцієнти  $a_k$ , що відповідають класу бетону C30/35 (табл. 1.1).

Таблиця 1.1. Коефіцієнти  $a_k$  для класу бетону С30/35

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
2,6219	-2,425	0,98327	-0,17908	-0,001067

Для побудови спрощеної діаграми деформування:

- деформація при максимальних напруженнях  $\varepsilon_{c3,cd} = 72 \cdot 10^{-5}$ ;
- гранична деформація бетону  $\varepsilon_{cu3,cd} = 280 \cdot 10^{-5}$ ;
- коефіцієнт надійності для бетонів  $\gamma_{ct} = 1,5$ ;
- опір бетону при осьовому розтягу  $f_{ctk,0.05} = 2$  МПа;
- розрахункове значення модуля пружності бетону  $E_{cd} = 27 \cdot 10^3$  МПа.

2. Розраховуємо повну (нелінійну) діаграму деформування бетону.

Для більш точної побудови нелінійної діаграми напруження-деформації бетону розіб'ємо абсцису деформацій  $\varepsilon_{ci}$  на такі точки, при яких деформація  $\varepsilon_{ci}$  буде рівною (табл. 1.2):

Таблиця 1.2. Деформація бетону

№ точки	$\varepsilon_{ci}$
1	2
1	$\frac{\varepsilon_{c1,cd}}{4}$
2	$\varepsilon_{c3,cd}$
3	$\frac{\varepsilon_{c1,cd}}{2}$
4	$\frac{3 \cdot \varepsilon_{c1,cd}}{4}$
5	$\varepsilon_{c1,cd}$
6	$\varepsilon_{c1,cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1,cd} - \varepsilon_{c1,cd})}{4}$
7	$\varepsilon_{c1,cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1,cd} - \varepsilon_{c1,cd})}{2}$

Продовження таблиці 1.2

1	2
8	$\varepsilon_{cl.cd} + \frac{3 \cdot (\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{cl.cd})}{4}$
9	$\varepsilon_{cu3.cd}$
10	$\varepsilon_{cu1.cd}$

Розраховуємо напруження, яке виникає у випадку, коли :

$$\varepsilon_{cl} = \frac{1}{4} \varepsilon_{cl.cd} = \frac{1}{4} \cdot 172 \cdot 10^{-5} = 43 \cdot 10^{-5}.$$

За формулою (1.3) розраховуємо коефіцієнт, що відповідає відношенню поточних деформацій ( $\varepsilon_{cl} = \frac{1}{4} \varepsilon_{cl.cd}$ ) до відносних деформацій стиску бетону ( $\varepsilon_{cl.cd}$ ):

$$\eta = \frac{\frac{1}{4} \varepsilon_{cl.cd}}{\varepsilon_{cl.cd}} = 0,250.$$

Напруження в бетоні  $\sigma_c$  розраховуємо за формулою (1.2):

$$\sigma_c = 19,5(2,6219 \cdot 0,25^1 + (-2,425) \cdot 0,25^2 + 0,98327 \cdot 0,25^3 + (-0,17908) \cdot 0,25^4 + (-0,001067) \cdot 0,25^5) = 10,112 \text{ (МПа)}.$$

Аналогічно визначаємо напруження стиску в бетоні при деформаціях, які приведені в табл. 1.2.

У табл. 1.3 представлені всі розрахункові параметри, які необхідні для побудови нелінійної діаграми напруження-деформації бетону.

Таблиця 1.3. Визначення напружень стиску в бетоні

№ точки	$\varepsilon_{ci} \cdot 10^{-5}$	$\eta$	$\sigma_c$ , МПа
1	2	3	4
1	$\varepsilon_{cl} = \frac{1}{4} \varepsilon_{cl.cd} = 43$	0,250	10,112
2	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{c3.cd} = 72$	0,420	14,415



Продовження таблиці 1.3

1	2	3	4
3	$\varepsilon_{cl} = \frac{1}{2} \varepsilon_{cl.cd} = 86$	0,500	15,919
4	$\varepsilon_{cl} = \frac{3}{4} \varepsilon_{cl.cd} = 129$	0,750	18,725
5	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} = 172$	1,000	19,500
6	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{cl.cd})}{4} = 206,5$	1,201	19,096
7	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{cl.cd})}{2} = 241$	1,401	17,972
8	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} + \frac{3 \cdot (\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{cl.cd})}{4} = 275,5$	1,602	16,160
9	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cu3.cd} = 280$	1,630	15,869
10	$\varepsilon_{cu1.cd} = 310$	1,802	13,552

3. Розраховуємо спрощену діаграму деформування бетону.

Величину розрахункової міцності бетону на розтяг визначаємо за формулою (1.5)

$$f_{ctd} = \frac{2}{1,5} = 1,33 \text{ МПа,}$$

Граничні деформації бетону на розтяг визначаємо за формулою (1.6)

$$\varepsilon_{ctu.cd} = -\frac{2 \cdot 1,33}{27 \cdot 10^3} = -9,85 \cdot 10^{-5},$$

Деформації розтягу, що відповідають міцності бетону на розтяг, визначаємо за формулою (1.7)

$$\varepsilon_{ct3} = -\frac{1,33}{27 \cdot 10^3} = -4,23 \cdot 10^{-5}.$$

Для побудови спрощеної залежності напруження-деформації стиску бетону необхідні параметри зводимо у табл. 1.4.

Таблиця 1.4. Вихідні дані для побудови дволінійної залежності напруження-деформації бетону

$f_{cd}$ , МПа	$f_{ctd}$ , МПа	$\varepsilon_{c3.cd} \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_{cu3.cd} \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_{ctu.cd} \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_{ct3} \cdot 10^{-5}$
19,5	1,33	72	280	-9,85	-4,23

Перевіряємо значення розрахункового модуля пружності бетону за формулою (1.8)

$$E_{cd} = \frac{19,5}{72 \cdot 10^{-5}} = 27,083 \cdot 10^3 \text{ (МПа)}.$$

Порівнявши табличне значення (дод. 2) та обраховане, можна зробити висновок, що вони приблизно однакові.

4. Аналіз отриманих даних та побудова діаграми деформування.

Користуючись рис. 1.1, рис 1.2, а також за зведеними таблицями 1.3, 1.4 будуємо нелінійну діаграму напруження-деформації бетону та дволінійну залежність напруження-деформації бетону (рис.1.3).

Отже, в результаті розв'язаної задачі було визначено фізико-механічні характеристики бетону та арматури, побудовано нелінійну та дволінійну діаграми напруження-деформацій бетону класу С30/35.

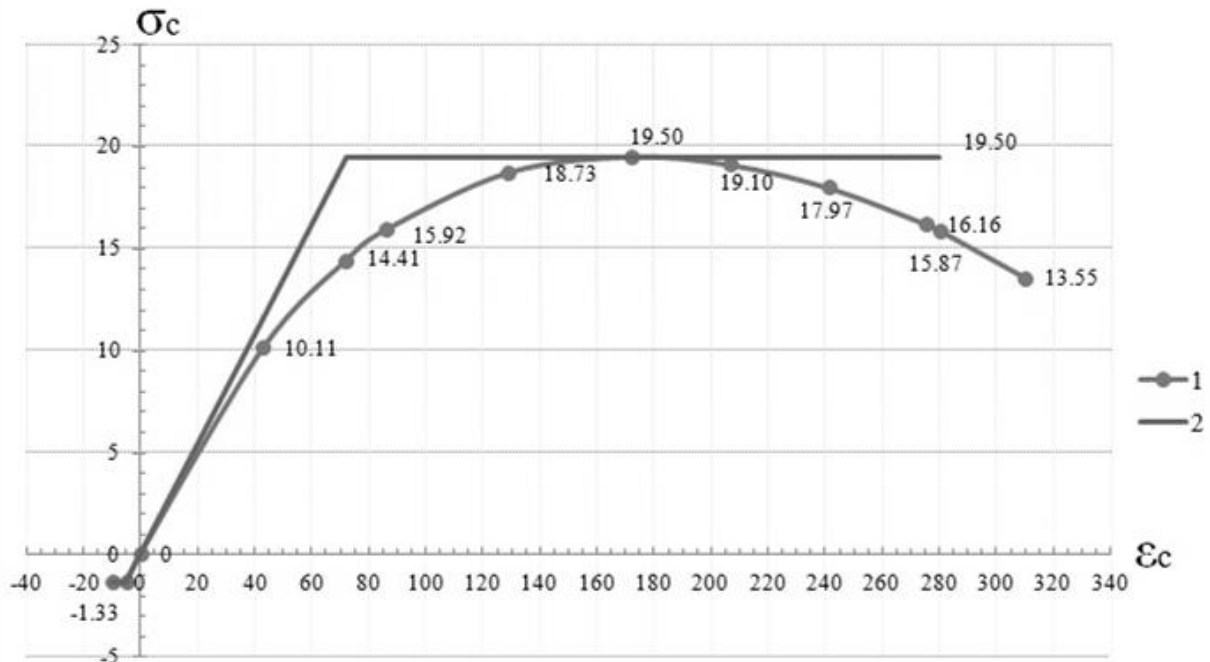


Рис. 1.3. Діаграма напруження-деформації бетону класу С30/35:

- 1 – нелінійна діаграма напруження-деформації бетону;
- 2 – спрощена залежність напруження-деформації бетону

## Приклад № 1.2

Вхідні дані:

Бетон класу C20/25;  $\gamma_{cl} = 1,0$ .

Умови задачі: Визначити фізико-механічні характеристики бетону, побудувати повну та дволінійну залежність напруження-деформації бетону.

### Розв'язання:

1. Випишемо фізико-механічні характеристики для бетону класу C20/25.

Розрахункове значення міцності бетону на стиск (дод. 2):

$$f_{cd} \cdot \gamma_{cl} = 14,5 \cdot 1,0 = 14,5 \text{ (МПа)}.$$

Для побудови нелінійної діаграми деформування:

– значення відносних деформацій стиску бетону при максимальних напруженнях  $\varepsilon_{c1,cd} = 165 \cdot 10^{-5}$ ;

– значення граничних відносних деформацій стиску бетону  $\varepsilon_{cu1,cd} = 344 \cdot 10^{-5}$ .

З додатку 3 випишемо коефіцієнти  $a_k$ , що відповідають класу бетону C20/25 (табл. 1.5).

Таблиця 1.5. Коефіцієнти  $a_k$  для класу бетону C20/25

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
2,8785	-3,1586	1,7454	-0,52904	$6,374 \cdot 10^{-2}$

Для побудови спрощеної діаграми деформування:

– деформація при максимальних напруженнях  $\varepsilon_{c3,cd} = 63 \cdot 10^{-5}$ ;

– гранична деформація бетону  $\varepsilon_{cu3,cd} = 310 \cdot 10^{-5}$ .

– коефіцієнт надійності для бетонів  $\gamma_{ct} = 1,5$ ;

– опір бетону при осьовому розтягу  $f_{ctk,0.05} = 1,5$  МПа;

– розрахункове значення модуля пружності бетону  $E_{cd} = 23 \cdot 10^3$  МПа.

2. Розраховуємо повну (нелінійну) діаграму деформування бетону.

Для більш точної побудови нелінійної діаграми напруження-деформації бетону розіб'ємо абсцису деформацій  $\varepsilon_{ci}$  на такі точки, при яких деформація  $\varepsilon_{ci}$  буде рівною (табл. 1.6):

Таблиця 1.6. Деформація бетону

№ точки	$\varepsilon_{ci}$
1	2
1	$\frac{\varepsilon_{c1.cd}}{4}$
2	$\varepsilon_{c3.cd}$
3	$\frac{\varepsilon_{c1.cd}}{2}$
4	$\frac{3 \cdot \varepsilon_{c1.cd}}{4}$
5	$\varepsilon_{c1.cd}$
6	$\varepsilon_{c1.cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{c1.cd})}{4}$
7	$\varepsilon_{c1.cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{c1.cd})}{2}$
8	$\varepsilon_{c1.cd} + \frac{3 \cdot (\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{c1.cd})}{4}$
9	$\varepsilon_{cu3.cd}$
10	$\varepsilon_{cu1.cd}$

Розраховуємо напруження, яке виникає у випадку, коли:

$$\varepsilon_{c1} = \frac{1}{4} \varepsilon_{c1.cd} = \frac{1}{4} \cdot 165 \cdot 10^{-5} = 41,3 \cdot 10^{-5}.$$

За формулою (1.3) розраховуємо коефіцієнт, що відповідає відношенню поточних деформацій ( $\varepsilon_{c1} = \frac{1}{4} \varepsilon_{c1.cd}$ ) до відносних деформацій стиску бетону ( $\varepsilon_{c1.cd}$ ).

$$\eta = \frac{\frac{1}{4} \varepsilon_{c1.cd}}{\varepsilon_{c1.cd}} = 0,250.$$

Напруження в бетоні  $\sigma_c$  розраховуємо за формулою (1.2):

$$\sigma_c = 14,5(2,8785 \cdot 0,25^1 + (-3,1586) \cdot 0,25^2 + 1,7454 \cdot 0,25^3 + (-0,52904) \cdot 0,25^4 + (-0,06374) \cdot 0,25^5) = 7,938 \text{ (МПа)}.$$

Аналогічно визначаємо напруження стиску в бетоні при деформаціях, які приведені в табл. 1.6.

У табл. 1.7 представлені всі розрахункові параметри, які необхідні для побудови нелінійної діаграми напруження-деформації бетону.

Таблиця 1.7. Визначення напруження стиску в бетоні

№ точки	$\varepsilon_{ci} \cdot 10^{-5}$	$\eta$	$\sigma_c$ , МПа
1	2	3	4
1	$\varepsilon_{cl} = \frac{1}{4} \varepsilon_{cl.cd} = 41,3$	0,250	7,938
2	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{c3.cd} = 63$	0,382	10,513
3	$\varepsilon_{cl} = \frac{1}{2} \varepsilon_{cl.cd} = 82,5$	0,500	12,132
4	$\varepsilon_{cl} = \frac{3}{4} \varepsilon_{cl.cd} = 123,8$	0,750	14,010
5	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} = 165$	1,000	14,500
6	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{cl.cd})}{4} = 209,8$	1,271	14,072
7	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} + \frac{(\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{cl.cd})}{2} = 254,5$	1,542	12,937
8	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cl.cd} + \frac{3 \cdot (\varepsilon_{cu1.cd} - \varepsilon_{cl.cd})}{4} = 299,3$	1,814	11,168
9	$\varepsilon_{cl} = \varepsilon_{cu3.cd} = 310$	1,879	10,647
10	$\varepsilon_{cu1.cd} = 344$	2,085	8,764

3. Розраховуємо спрощену діаграму деформування бетону.

Величину розрахункової міцності бетону на розтяг визначаємо за формулою (1.5)

$$f_{ctd} = \frac{1,5}{1,5} = 1,00 \text{ МПа,}$$

Граничні деформації бетону на розтяг визначаємо за формулою (1.6)

$$\varepsilon_{ctu.cd} = -\frac{2 \cdot 1,00}{23 \cdot 10^3} = -8,7 \cdot 10^{-5},$$

Деформації розтягу, що відповідають міцності бетону на розтяг, визначаємо за формулою (1.7)

$$\varepsilon_{ct3.cd} = -\frac{1,00}{23 \cdot 10^3} = -4,35 \cdot 10^{-5},$$

Для побудови дволінійної залежності напруження-деформації стиску бетону необхідні параметри зводимо у табл. 1.8.

Таблиця 1.8. Вхідні дані для побудови дволінійної залежності напруження-деформації бетону

$f_{cd}$ , МПа	$f_{ctd}$ , МПа	$\varepsilon_{c3.cd} \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_{cu3.cd} \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_{ctu.cd} \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_{ct3} \cdot 10^{-5}$
19,5	1,0	72	280	-8,7	-4,35

Перевіряємо значення розрахункового модуля пружності бетону за формулою (1.8)

$$E_{cd} = \frac{14,5}{63 \cdot 10^{-5}} = 23,016 \cdot 10^3 \text{ (МПа)}.$$

Порівнявши табличне значення (дод. 2) та обраховане, можна зробити висновок, що вони приблизно однакові.

4. Аналіз отриманих даних та побудова діаграми деформування.

Користуючись рис. 1.1, рис. 1.2, а також за зведеними таблицями 1.7, 1.8 будуємо нелінійну діаграму напруження-деформації бетону та дволінійну залежність напруження-деформації бетону (рис.1.4).

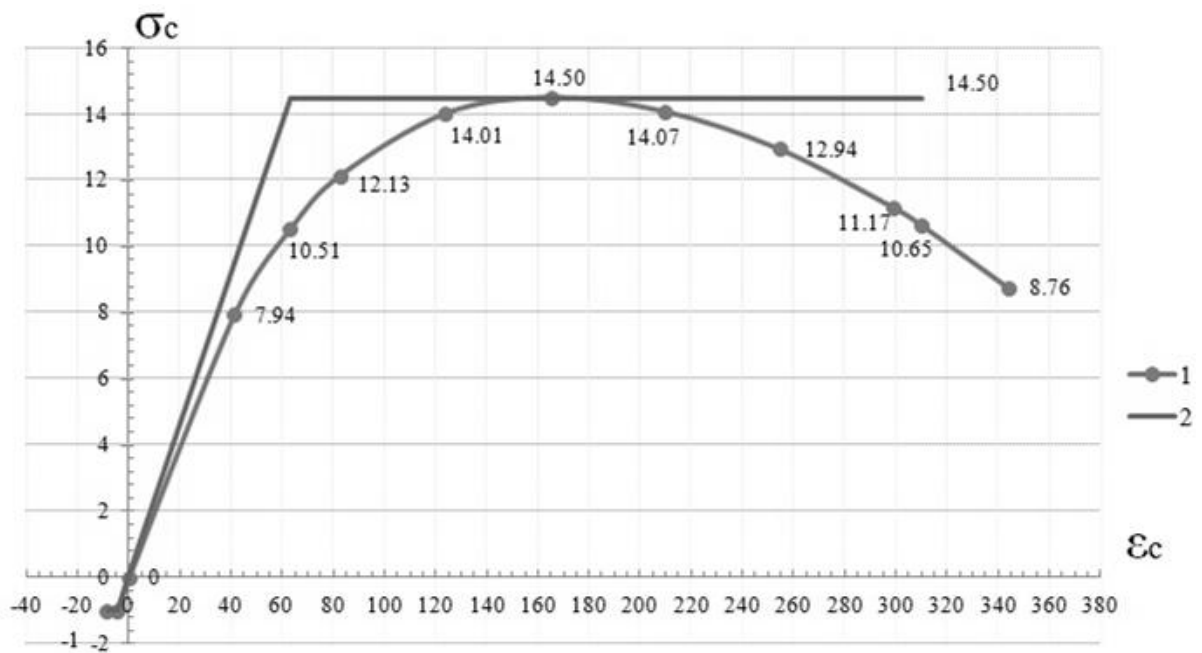


Рис. 1.4. Діаграма напруження-деформації бетону класу C20/25:  
 1 – нелінійна діаграма напруження-деформації бетону;  
 2 – дволінійна залежність напруження-деформації бетону

Отже, в результаті розв'язаної задачі було визначено фізико-механічні характеристики бетону та арматури, побудовано нелінійну та дволінійну діаграми напруження-деформацій бетону класу C20/25.

## **2. ОСНОВНІ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ АРМАТУРИ. ЕПЮРИ ДЕФОРМУВАННЯ. ПАРАМЕТРИ ПЕРЕРІЗІВ.**

### **2.1. Постановка задачі**

Дано: відомі клас арматури, геометричні розміри перерізу та розташування робочої арматури.

Визначити: основні фізико-механічні властивості арматури та побудувати на основі одержаних даних епюри деформування, по вихідним даним закомпонувати переріз балки.

### **2.2. Загальні відомості**

При виконанні розрахунків за міцністю нормальних перерізів згинальних елементів користуються розрахунковими значеннями міцності бетону при стиску та арматури при розтязі, які отримують за схемою:

$$\text{Розрахункова міцність} = \frac{\text{нормативна міцність}}{\text{коефіцієнт надійності за матеріалом}} \quad (2.1)$$

Значення коефіцієнтів надійності за матеріалом для граничних станів першої групи наведені в табл. 2.1 [1] (див. дод.1).

Нормативна міцність матеріалу на розтяг або на стиск, інші основні фізико-механічні та деформативні характеристики визначаються згідно його проектного класу.

Розглянемо, як по заданому проектному класу матеріалу визначаються його основні фізико-механічні характеристики.

### **2.3. Міцнісні та деформативні характеристики арматури**

В конструкціях з ненапруженою арматурою найчастіше використовують арматуру класів ВрІ; А240С; А400С; А500С та А500.



Основні характеристики арматурних сталей для залізобетону (див. дод. 4):

$f_{yk}$  – межа текучості або нормативна міцність при розтягу;

$f_{ywd}$  – розрахункове значення міцності поперечної арматури;

$f_{yd}$  – розрахункове значення міцності арматури на границі текучості, яка визначається за формулою (п. 3.2.1.4, [2]):

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \quad (2.2)$$

де :  $\gamma_s$  – коефіцієнт надійності для арматури (див. дод.1);

$E_s$  – розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі;

$\varepsilon_{s0}$  – відносні деформації видовження арматури при досягненні розрахункових напружень, визначаються за формулою:

$$\begin{aligned} \text{а) } \varepsilon_{s0} &= \frac{f_{yd}}{E_s} \text{ – для звичайної арматури;} \\ \text{б) } \varepsilon_{s0} &= \frac{f_{pd}}{E_p} \text{ – для попередньо напруженої арматури.} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$\varepsilon_{ud}$  – граничні відносні деформації видовження арматури;

$\varepsilon_{uk}$  – нормативне значення відносних деформацій арматури при максимальному навантаженні визначається за формулою:

$$\varepsilon_{uk} = \frac{\varepsilon_{ud}}{0,9} \quad (2.4)$$

Дійсні та розрахункові діаграми « $\sigma_s - \varepsilon_s$ » для арматурних сталей наведені на рис.2.1 та рис.2.2.

Основною характеристикою опору арматури при розтягу (або стиску) є характеристичне (нормативне) значення  $f_{yk}$  для сталей з фізичною межею текучості, або  $f_{0,2k}$  для сталей з умовною межею текучості, що відповідає залишковому видовженню  $\varepsilon_{s0} = 0,2\%$  (див. рис. 2.2).

Межа текучості гарячекатаних арматурних сталей за ДСТУ 3760-06 змінюється в межах від 240 до 1000 МПа і позначається в назві класу арматури числом, наприклад: Ø20А400С – діаметр арматури 20 мм з нормативним значенням міцності на розтяг  $f_{yk} = 400$  МПа.

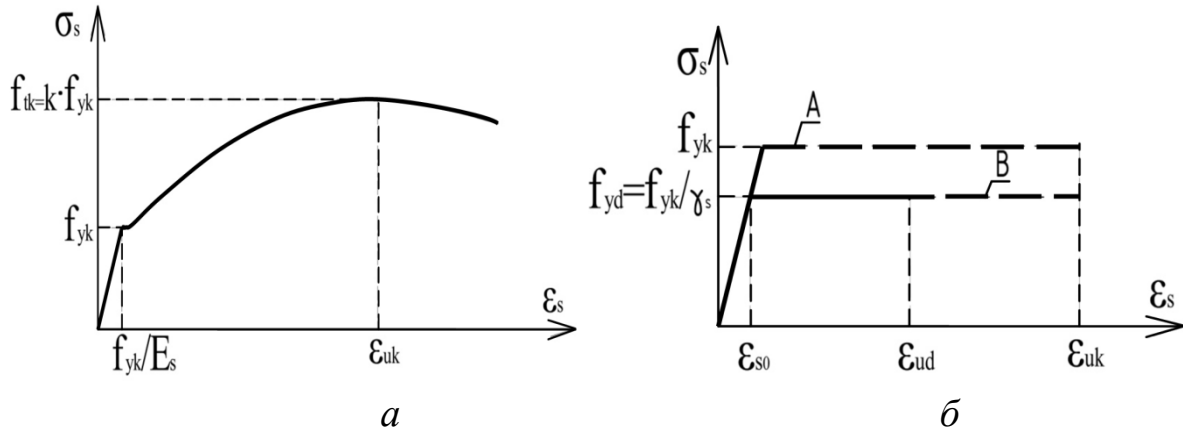


Рис. 2.1. Діаграма « $\sigma_s - \epsilon_s$ » для гарячекатаної ненапруженої арматури: *a* – дійсна для арматури, що має фізичну площадку текучості; *б* – ідеалізована (А) та розрахункова (В) спрощені діаграми.

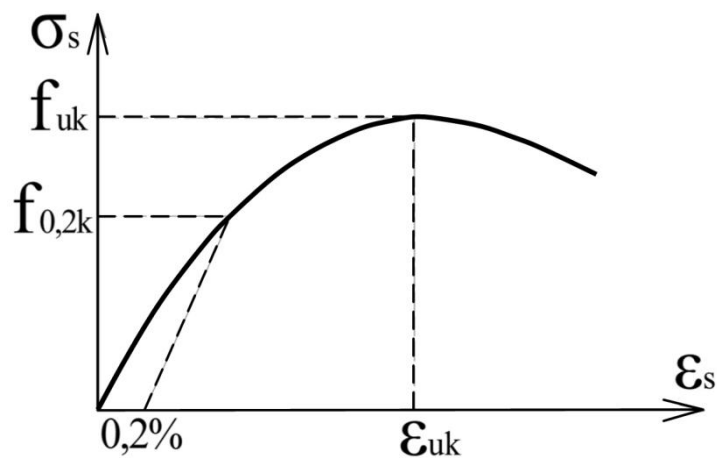


Рис. 2.2. Діаграма « $\sigma_s - \epsilon_s$ » для гарячекатаної арматури без фізичної площадки текучості

Основні характеристики напруженої арматури (див. дод. 5):

$f_{pk}$  – характеристичне значення міцності попередньо напруженої арматури;

$f_{p0,1k}$  – арактеристична 0,1% умовна границя текучості попередньо напруженої арматури;

$f_{pd}$  – розрахункове значення міцності попередньо напруженої арматури:

$$f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s}, \quad (2.5)$$

$E_p$  – розрахункове значення модуля пружності попередньо напруженої арматури;

Дійсні та розрахункові діаграми  $\sigma_s - \epsilon_s$  для напруженої арматури наведені на рис.2.3 та рис.2.4.

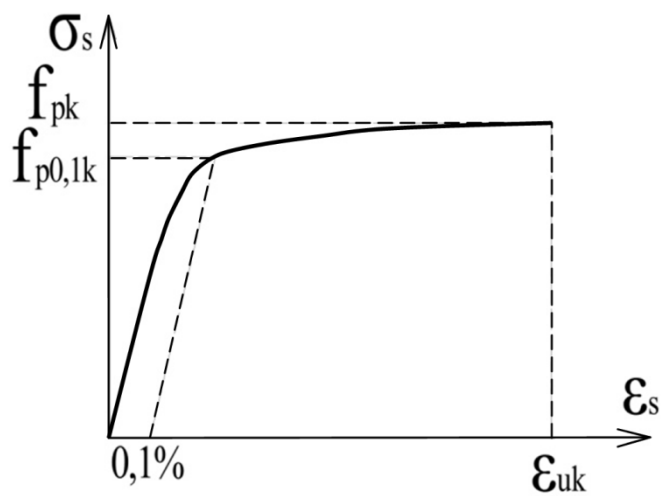


Рис.2.3. Діаграма напруження-деформації для звичайної напруженої арматури

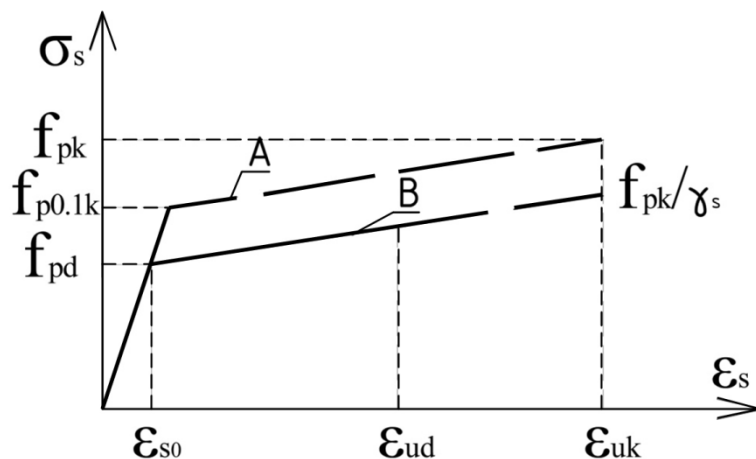


Рис. 2.4. Ідеалізована і розрахункова діаграма напруження-деформації для напруженої сталі

Геометричні характеристики арматури наведені в додатку 6.

#### 2.4. Параметри перерізів

При розрахунках залізобетонних балок всі перерізи, як правило, розглядаються як прямокутні або таврові (рис. 2.5).

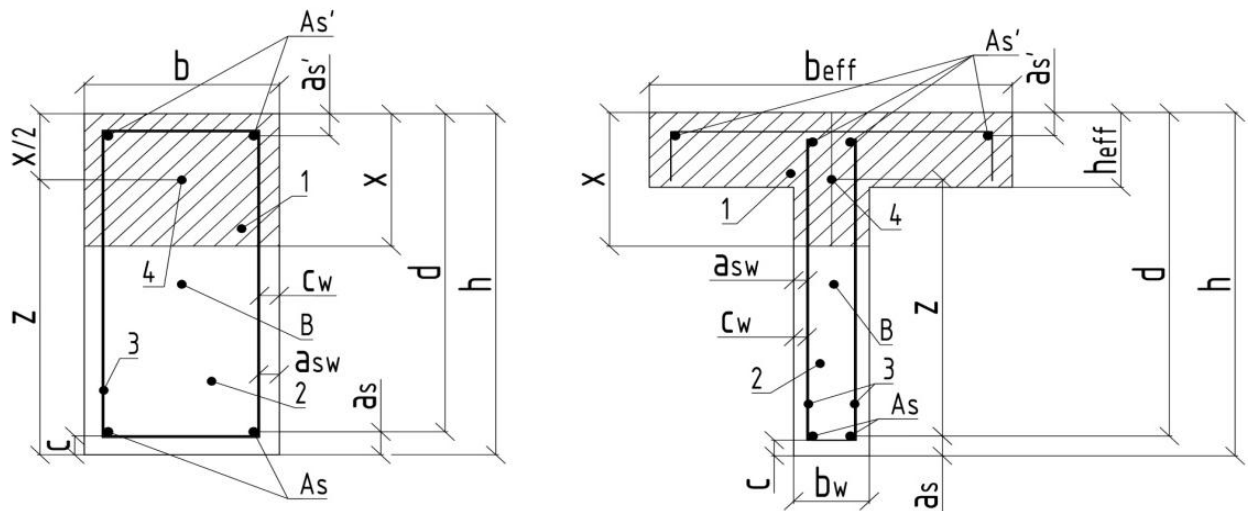


Рис. 2.5. Геометричні характеристики нормального прямокутного (а) та таврового (б) перерізів

Основні параметри розрахункового перерізу:

$A'_s$  і  $A_s$  – відповідно робоча повздовжня стиснута і розтягнута арматура;

1 – стиснута зона перерізу;

2 – розтягнута зона перерізу;

3 – робоча поперечна арматура;

4 – точка, де прикладена рівнодіюча зусиль в стиснутому бетоні;

"В" – центр ваги перерізу;

$d$  – робоча висота перерізу – відстань від центру ваги усієї розтягнутої арматури до крайньої найбільш віддаленої від нейтральної осі грані стиснутої зони бетону, визначається за формулою

$$d = h - a_s ; \quad (2.6)$$

$a_s (a_s')$  – відстань від грані бетону до центру ваги розтягнутої (стиснутої) повздовжньої арматури;

$a_{sw}$  – відстань від грані бетону до центру ваги поперечної арматури;

$c$  – захисний шар бетону для робочої повздовжньої арматури (відстань від грані бетону до найближчої грані арматури), визначається за формулою

$$c = a_s - \frac{\varnothing_s}{2}; \quad (2.7)$$

де  $d_s$  – діаметр робочої арматури в розтягнутій зоні.

$c_w$  – теж, для поперечної арматури, визначається за формулою

$$c_w = a_{sw} - \frac{\varnothing_s}{2}; \quad (2.8)$$

$x$  – висота стиснутої зони перерізу;

$h$  – висота перерізу;

$h_{eff}$  – висота полочки;

$z$  – плече внутрішньої пари сил (відстань між рівнодіючими зусиллями в розтягнутій арматурі і в стиснутій зоні бетону), визначається за формулою

$$z = h - \frac{x}{2} \quad (2.9)$$

$b$  – ширина балки прямокутного перерізу;

$b_{eff}$  – ширина полочки таврового перерізу;

$b_w$  – ширина ребра таврового перерізу.

## 2.5. Алгоритм розрахунку

1. Приймаємо фізико-механічні характеристики для арматури:

– Приймаємо характеристичне значення міцності арматури на грані текучості  $f_{yk}$  (у випадку попередньо напруженої арматури –  $f_{pk}, f_{p0,1k}$ ).

- Приймаємо коефіцієнт, який залежить від класу арматури  $\gamma_s$ .
- Визначаємо розрахункове значення міцності арматури на грані текучості  $f_{yd}$  ( $f_{pd}$ ).
- Приймаємо розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі  $E_s$  ( $E_p$ ).
- Розраховуємо відносні деформації видовження арматури при досягненні розрахункових напружень  $\varepsilon_{s0}$ .
- Приймаємо граничні відносні деформації видовження арматури  $\varepsilon_{ud}$ .
- Приймаємо нормативне значення відносних деформацій арматури при максимальному навантаженні  $\varepsilon_{uk}$ .

У випадку відсутності  $\varepsilon_{uk}$  або  $\varepsilon_{ud}$  недостатню величину порахувати за формулою (2.3).

Для побудови розрахункової діаграми напруження-деформації сталі необхідні параметри зводимо у таблицю.

За визначеними фізико-механічними характеристиками будуємо діаграму напруження - деформації арматури у випадку дволінійної залежності.

2. Визначаємо параметри перерізу:

- Приймаємо висоту перерізу  $h$ .
- Приймаємо ширину перерізу  $b$ .
- Приймаємо відстань від грані бетону до центру ваги розтягнутої арматури  $a_s$ .
- Приймаємо висоту стиснутої зони перерізу  $x$ .
- Визначаємо плече внутрішньої пари сил  $Z$ .
- Визначаємо робочу висоту перерізу  $d$ .
- Визначаємо захисний шар бетону для робочої повздовжньої арматури  $c$ .
- Визначаємо захисний шар бетону для робочої поперечної арматури  $c_w$ .

- Приймаємо робочу повздовжню арматуру в розтягнутій зоні бетону.
  - Приймаємо робочу поперечну арматуру.
  - Визначаємо конструктивну повздовжню арматуру в стиснутій зоні бетону.
  - Визначаємо відстань від грані бетону до центру ваги стиснутої арматури.
- Будуємо за отриманими даними переріз.

## 2.6. Приклади розрахунку

### Приклад № 2.1

Вихідні дані:

Арматура класу А500С.

Умови задачі: Визначити фізико-механічні характеристики арматури, побудувати розрахункову діаграму напруження-деформації сталі.

#### Розв'язання:

Випишуємо фізико-механічні характеристики для арматури класу А500С:

Характеристичне значення міцності арматури на грані текучості (дод. 4):  $f_{yk} = 500$  (МПа);

Коефіцієнт, який залежить від класу арматури (дод. 1):  $\gamma_s = 1,2$ .

Розрахункове значення міцності арматури на грані текучості визначаємо за формулою (2.2)

$$f_{yd} = \frac{500}{1,2} = 416,7 \text{ (МПа);}$$

Розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі (дод. 4):  $E_s = 2,1 \cdot 10^5$  (МПа).

Відносні деформації видовження арматури при досягненні розрахункових напружень визначаємо за формулою (2.3)

$$\varepsilon_{s0} = \frac{416,7}{2,1 \cdot 10^5}, = 198 \cdot 10^{-5}.$$

Граничні відносні деформації видовження арматури (дод. 4):  
 $\varepsilon_{ud} = 2000 \cdot 10^{-5};$

Нормативне значення відносних деформацій арматури при максимальному навантаженні визначаємо за формулою 2.4

$$\varepsilon_{uk} = \frac{2000 \cdot 10^{-5}}{0,9} = 2222,2 \cdot 10^{-5}.$$

Для побудови розрахункової діаграми напруження-деформації сталі необхідні параметри зводимо у табл. 2.1.

Таблиця 2.1. Вхідні дані для побудови дволінійної залежності напруження-деформації бетону

$f_{yk}$ , МПа	$f_{yd}$ , МПа	$\varepsilon_{uk}$	$\varepsilon_{ud}$	$\varepsilon_{s,0}$
500,0	416,7	$2222,2 \cdot 10^{-5}$	$2000 \cdot 10^{-5}$	$198 \cdot 10^{-5}$

За визначеними фізико-механічними характеристиками складаємо діаграму напруження - деформації арматури у випадку дволінійної залежності (рис. 2.6):

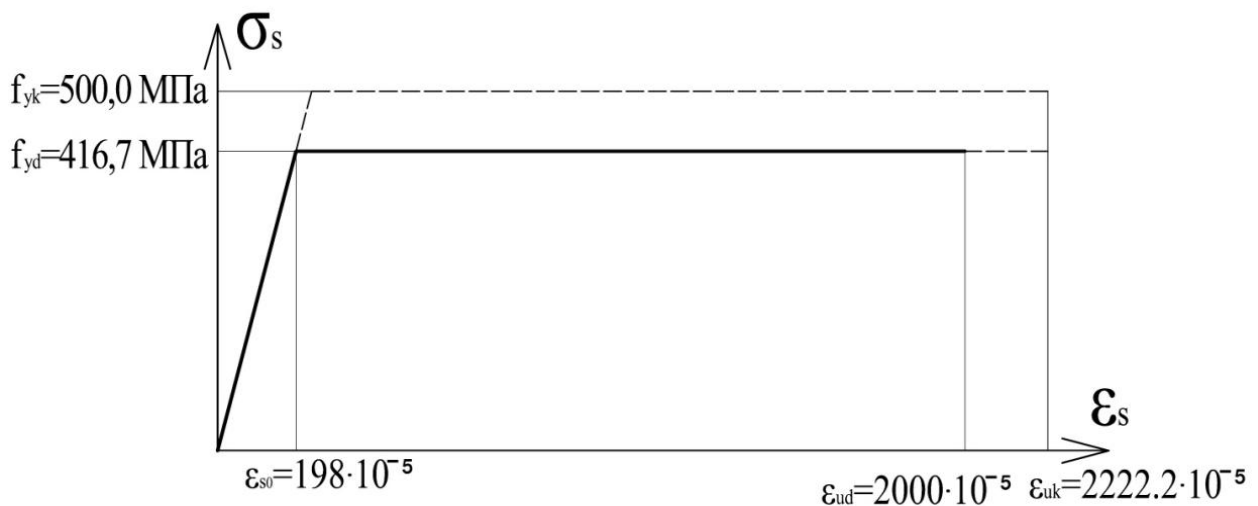


Рис. 2.6. Розрахункова діаграма напруження-деформації сталі класу А500С



Отже, в результаті розв'язаної задачі було визначено фізико-механічні характеристики арматури, побудовано дволінійну діаграму напруження-деформації сталі класу А500С.

#### Приклад № 2.2

Вхідні дані:

Арматура класу К1400.

Умови задачі: Визначити фізико-механічні характеристики арматури, побудувати розрахункову діаграму напруження-деформації сталі.

#### Розв'язання:

Приймаємо фізико-механічні характеристики для арматури класу А500С:

Характеристичне значення міцності попередньо напруженої арматури (дод. 5):  $f_{pk} = 1470$  (МПа);

Характеристична 0,1% умовна границя текучості попередньо напруженої арматури (дод.5):  $f_{p0,1k} = 1335$  (МПа);

Коефіцієнт, який залежить від класу арматури (дод. 1):  $\gamma_s = 1,2$ .

Розрахункове значення міцності попередньо напруженої арматури визначаємо за формулою (2.2)

$$f_{pd} = \frac{1470}{1,2} = 1225 \text{ (МПа);}$$

Розрахункове значення модуля пружності попередньо напруженої арматури (дод.5):  $E_p = 1,8 \cdot 10^5$  (МПа)..

Відносні деформації видовження арматури при досягненні розрахунковинапружень визначаємо за формулою (2.3)

$$\varepsilon_{s0} = \frac{1225}{1,8 \cdot 10^5}, = 681 \cdot 10^{-5}.$$

Нормативне значення відносних деформацій арматури при максимальному навантаженні (дод. 5):  $\varepsilon_{uk} = 1400 \cdot 10^{-5}$ ;

Граничні відносні деформації видовження арматури визначаємо за формулою (2.3)

$$\varepsilon_{ud} = 0,9 \cdot 1400 \cdot 10^{-5} = 1260 \cdot 10^{-5}$$

Для побудови розрахункової діаграми напруження-деформації напруженої сталі необхідні параметри зводимо у табл. 2.2.

Таблиця 2.2. Вихідні дані для побудови дволінійної залежності напруження-деформації бетону

$f_{pk}$ , МПа	$f_{p0,1k}$ , МПа	$f_{pd}$ , МПа	$\varepsilon_{uk}$	$\varepsilon_{ud}$	$\varepsilon_{s,0}$
1470	1335	1225	$1400 \cdot 10^{-5}$	$1260 \cdot 10^{-5}$	$681 \cdot 10^{-5}$

За визначеними фізико-механічними характеристиками складаємо діаграму напруження - деформації напруженої арматури у випадку дволінійної залежності (рис. 2.7):

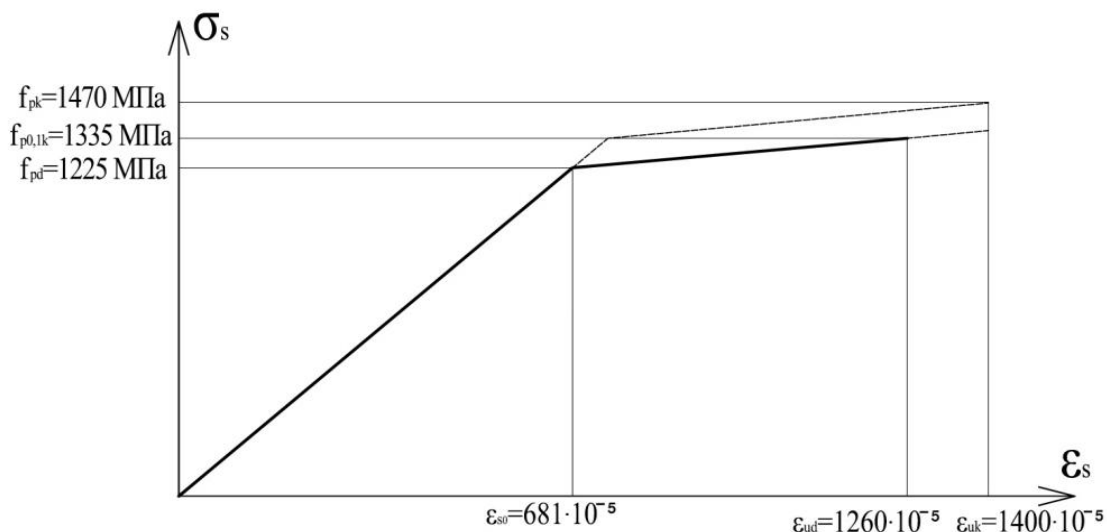


Рис. 2.7. Розрахункова діаграма напруження-деформації сталі класу K1400

Отже, в результаті розв'язаної задачі було визначено фізико-механічні характеристики напруженої арматури, побудовано дволінійну діаграму напруження-деформації напруженої арматури класу K1400.

### Приклад № 2.3

Вхідні дані:

$h=500$  мм;  $b=200$  мм. Арматура класу А500С – робоча  
 $a_s = 40$  мм,  $x = 11,5$  см. повздовжня; кількість стержнів -  $3\varnothing 20$ ;  
 $a_{sw} = 30$  мм. Арматура класу А240С – робоча  
поперечна; кількість стержнів -  $3\varnothing 8$ .

Умови задачі: Визначити параметри перерізу.

Розв'язання:

Визначення параметрів перерізу :

Висота перерізу:  $h=500$  мм.

Ширина перерізу:  $b=200$  мм.

Відстань від грані бетону до центру ваги розтягнутої арматури:

$a_s = 40$  мм.

Висота стиснутої зони перерізу:  $x=11,5$  см.

Визначаємо плече внутрішньої пари сил за формулою (2.9)

$$z = 500 - \frac{115}{2} = 442,5 \text{ мм.}$$

Робоча висота перерізу, яка визначається за формулою (2.6)

$$d = 500 - 40 = 460 \text{ мм.}$$

Захисний шар бетону для робочої повздовжньої арматури визначається за формулою (2.7)

$$c = 40 - \frac{20}{2} = 30 \text{ мм,}$$

Захисний шар бетону для робочої поперечної арматури визначається за формулою (2.8)

$$c_w = 30 - \frac{8}{2} = 26 \text{ мм.}$$

Робоча повздовжня арматура в розтягнутій зоні бетону:  
 $3\varnothing 20$  А500С.

Робоча поперечна арматура:  $3\varnothing 8$  А240С.

Конструктивна повздовжня арматура в стиснутій зоні бетону:  
 $3\varnothing 10$  А500С.

Відстань від грані бетону до центру ваги стиснутої арматури:

$a_s' = 40$  мм.

Отриманий переріз показаний на рис. 2.8.

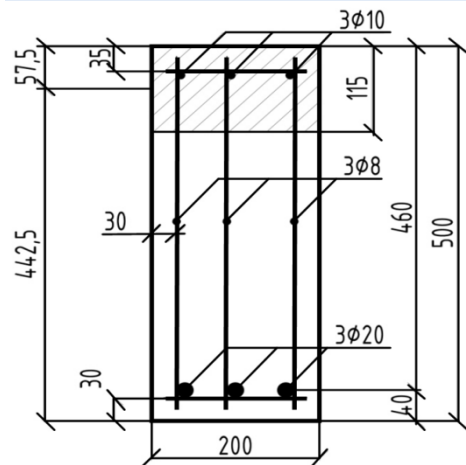


Рис. 2.8. Геометричні характеристики прямокутного перерізу

Отже, в результаті розв'язаної задачі було підібрано геометричні характеристики перерізу.

#### Приклад № 2.4

Вхідні дані:

$h_{\text{eff}}=80$  мм;  $b_{\text{eff}}=800$  мм.

$b_w = 200$  мм,  $x = 2,8$  см,

$h=400$  мм,  $a_s = 40$  мм,

$a_{\text{sw}} = 30$  мм.

Арматура класу А500С – робоча повздовжня;

кількість стержнів –  $2\varnothing 16$ ;

Арматура класу А240С – робоча поперечна;

кількість стержнів –  $2\varnothing 6$ .

Умови задачі: Визначити параметри перерізу.

#### Розв'язання:

Визначення параметрів перерізу :

Висота перерізу:  $h=400$  мм.

Висота полицки:  $h_{\text{eff}}=80$  мм.

Ширина перерізу:  $b_w=200$  мм.

Ширина полицки:  $b_{\text{eff}}=800$  мм.

Висота стиснутої зони перерізу:  $x=2,8$  см.

Відстань від грані бетону до центру ваги розтягнутої арматури:

$a_s = 40$  мм.

Визначаємо плече внутрішньої пари сил (відстань між рівнодіючими зусиллями в розтягнутій арматурі і в стиснутій зоні бетону) за формулою (2.9)

$$z = 400 - \frac{28}{2} = 386 \text{ мм.}$$

Робоча висота перерізу, яка визначається за формулою (2.6)

$$d = 400 - 40 = 360 \text{ мм.}$$

Захисний шар бетону для робочої повздовжньої арматури визначається за формулою (2.7)

$$c = 40 - \frac{16}{2} = 32 \text{ мм,}$$

Захисний шар бетону для робочої поперечної арматури визначається за формулою (2.8)

$$c_w = 30 - \frac{6}{2} = 27 \text{ мм.}$$

Робоча повздовжня арматура в розтягнутій зоні бетону:  
2Ø16 A500C.

Робоча поперечна арматура: 2Ø6 A240C.

Конструктивна повздовжня арматура в стиснутій зоні бетону:  
2Ø10 A500C.

Відстань від грані бетону до центру ваги стиснутої арматури:  
 $a_s' = 30 \text{ мм.}$

Отриманий переріз показаний на рис. 2.9.

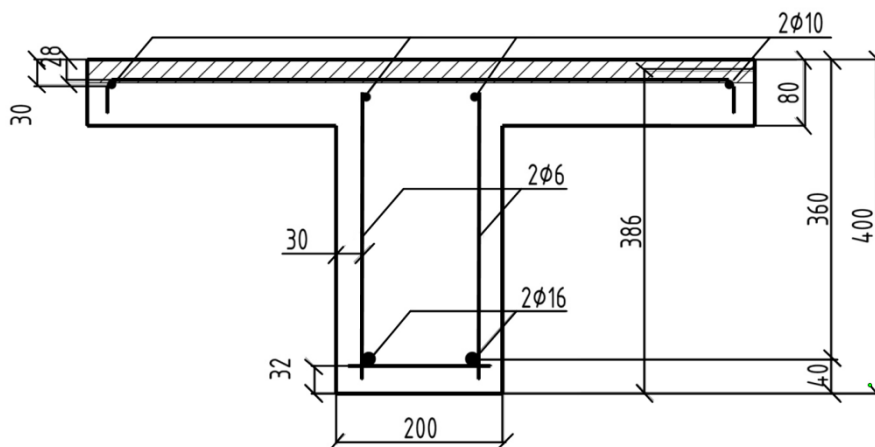


Рис. 2.9. Геометричні характеристики таврового перерізу

Отже, в результаті розв'язаної задачі було підібрано геометричні характеристики перерізу.

### 3. РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЯКІ ПРАЦЮЮТЬ НА ЦЕНТРАЛЬНИЙ РОЗТЯГ

3.1. Основні поняття про залізобетонні конструкції, що працюють на центральний розтяг. Основні розрахункові передумови

Під конструкціями, що працюють на центральний розтяг розуміються залізобетонні елементи, в яких точка прикладання рівнодіючої зовнішніх розтягуючих зусиль  $F_{Ed}$  співпадає з центром ваги розтягнутої арматури. Наприклад: нижні пояси ферм і арок, розтягнуті розкоси ферм, стінки круглих резервуарів тощо. На рис. 3.1 наведено переріз та напружено-деформований стан, що виникає в перерізі залізобетонної конструкції при центральному розтягу.

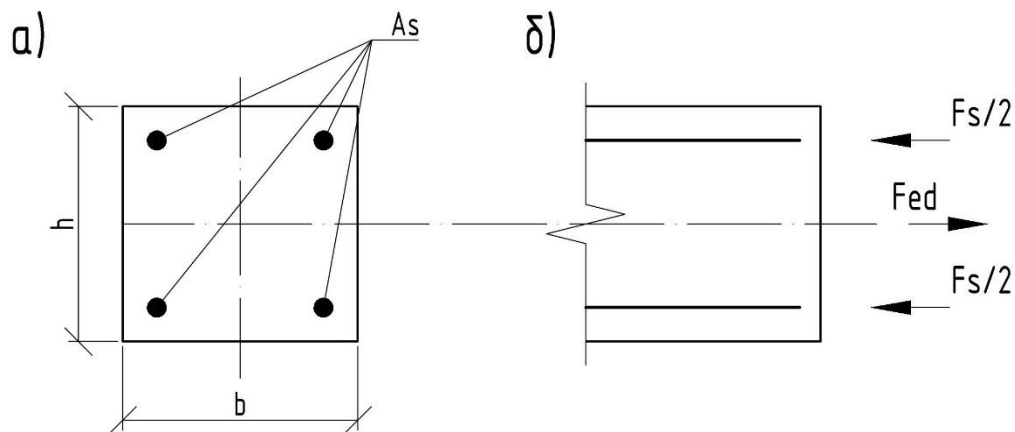


Рис. 3.1. Геометричні розміри перерізу (а) та напружено-деформований стан (б) при центральному розтягу

У випадку, якщо точка прикладання рівнодіючого зовнішнього зусилля  $F_{Ed}$  буде не співпадати з центром ваги робочої арматури, то такі елементи будуть називатись позакентрово-розтягнутими. Наприклад: стінки прямокутних в плані силосів та резервуарів.

Згідно з п.2.2.1.6 [1] при розрахунках несучої здатності нормальних перерізів робота розтягнутого бетону не враховується. Критерієм руйнування центрально-розтягнутих конструкцій приймається досягнення в розтягнутій арматурі граничних значень відносних деформацій  $\varepsilon_{su}$  з відповідних діаграм їх стану.

Згідно з п.4.9.2 [2] при розрахунках центрально-розтягнутих елементів має перевірятись:

- несуча здатність нормальних перерізів;
- достатність зони анкерування робочих стрижнів.

Враховуючи те, що все зовнішнє навантаження в центрально-розтягнутих елементах сприймає арматура, при проектуванні таких конструкцій використовується високоміцна арматурна сталь у вигляді стрижнів [4] або проволоки [5] чи канатів [6].

Розглянемо як забезпечуються зазначені вище умови при розрахунках центрально розтягнутих залізобетонних елементів.

### 3.2. Розрахунок несучої здатності залізобетонних конструкцій, що працюють на центральний розтяг. Принципи розташування арматури

Несуча здатність залізобетонних конструкцій, що працюють на центральний розтяг перевіряється по формулі

$$F_{Ed} \leq F_u, \quad (3.1)$$

де  $F_{Ed}$  – результуюче максимальне зусилля розтягу;

$F_u$  – несуча здатність розтягнутого залізобетонного елемента.

Враховуючи розрахункові передумови зазначені вище

$$F_u = f_{yd} \cdot A_{s,tot}, \quad (3.2)$$

де  $f_{yd}$  – розрахункова міцність арматури на розтяг,

$A_{s,tot}$  – площа всієї робочої розтягнутої арматури

Площа всієї робочої арматури дорівнює

$$A_{s,tot} = A_{sp} + A_s, \quad (3.3)$$

де:  $A_{sp}$  – площа попередньо-напруженої арматури;

$A_s$  – площа ненапруженої арматури.

При проектуванні попередньо-напружених залізобетонних конструкцій приймають, що:

– 80% всього зовнішнього зусилля сприймає основна робоча попередньо-напружена арматура;

– 20% зовнішнього навантаження сприймає ненапружена робоча арматура.

Виходячи з умови забезпечення несучої здатності, необхідна площа основної робочої попередньо-напруженої арматури

$$A_{sp} = \frac{0,8F_{Ed}}{f_{pd}}, \quad (3.4)$$

а необхідна площа ненапруженої арматури буде дорівнювати

$$A_s = \frac{0,2F_{Ed}}{f_{yd}}. \quad (3.5)$$

Основні вимоги до підбору та розташуванню арматури в перерізі елемента наступні.

Ненапружена робоча арматура  $A_s$  приймається у вигляді 4-х стрижнів, які розташовуються із необхідним захисним шаром  $a_s$  в кутах перерізу (див. рис. 3.2). Захисний шар бетону  $a_s$  має бути не менше  $1,5\varnothing$  цієї арматури і не менше 30 мм.

Основна попередньо-напружена арматура  $A_{sp}$  має бути рівномірно розділена по площі прямокутника (заштриховано на рис. 3.2), що утворюється між ненапруженими стрижнями.

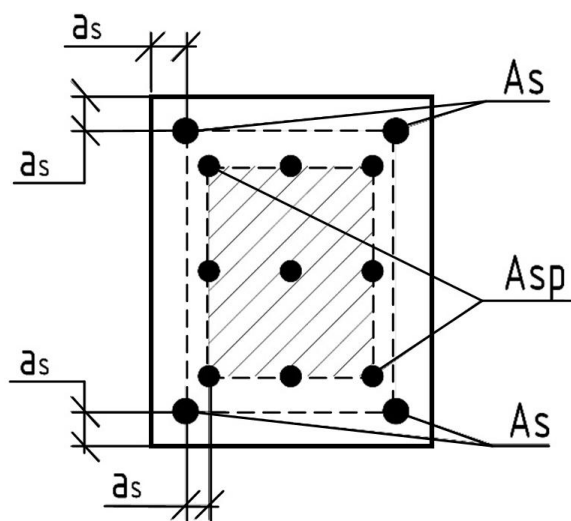




Рис. 3.2. До розташування робочої попередньо-напруженої  $A_{sp}$  та ненапруженої  $A_s$  арматури в перерізі центрально розтягнутого елемента

### 3.3. Перевірка достатності довжини анкерування робочих стрижнів в залізобетонних конструкціях

Перевірка достатності довжини анкерування робочих стрижнів здійснюється виконанням умови

$$l_{bd,\phi} \geq l_{b,d}, \quad (3.6)$$

де:  $l_{bd,\phi}$  – фактична довжина анкерування робочої арматури,;

$l_{bd}$  – розрахункова довжина анкерування робочої арматури.

Фактична довжина анкерування залежить від того, як основне робоче армування розташоване в перерізі конкретної конструкції.

На рис. 3.3 наведено приклади розташування робочої попередньо-напруженої арматури в опорних вузлах ферм (а) та балок (б).

Фактична довжина заанкерування  $l_{bd,\phi}$  це відстань від місця перетинання робочої розтягнутої арматури з умовною похилою тріщиною до місця закінчення цієї арматури на опорній ділянці (рис. 3.3).

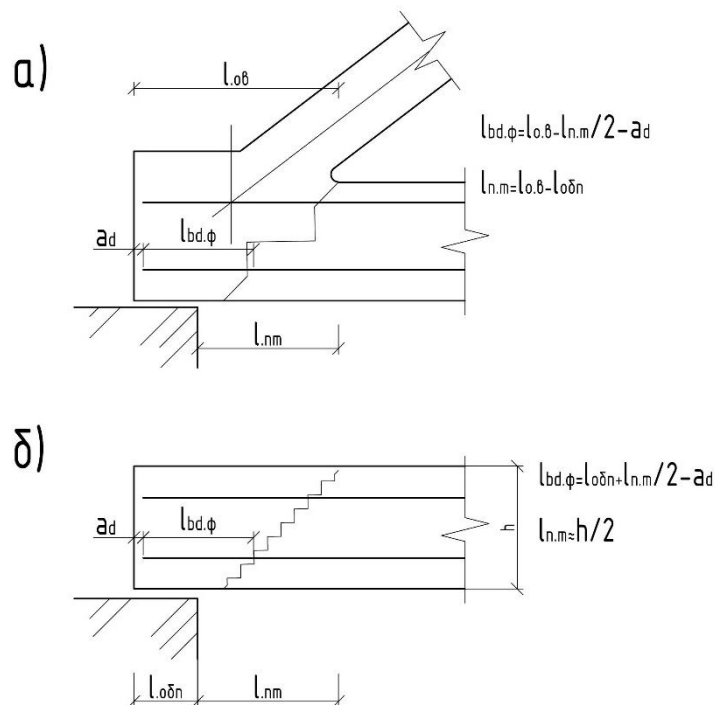


Рис. 3.3. До розрахунку фактичної довжини анкерування  $l_{bd,\phi}$  для робочих стрижнів, що розташовуються в вузлах ферми (а) або балок (б)

В загальному вигляді розрахункова довжина анкерування робочої арматури визначається за формулою:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}, \quad (3.7)$$

де:  $l_{bd}$  – розрахункова довжина анкерування;  
 $l_{b,rqd}$  – необхідна базова довжина заанкерування;  
 $\alpha_1 \dots \alpha_5$  – коефіцієнти, що враховують вплив різних факторів на заанкерування;  
 $l_{b,min}$  – мінімальна довжина заанкерування.

Мінімальна довжина анкерування приймається як максимальне значення із трьох показників

$$l_{b,min} \geq \max \{ 0,3l_{b,rqd}; 10\varnothing; 100 \text{ мм} \}. \quad (3.8)$$

Необхідна базова довжина заанкерування знаходиться за формулою

$$l_{b,rqd} = \left( \frac{\varnothing}{4} \right) \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}, \quad (3.9)$$

де  $\varnothing$  – діаметр робочої арматури, яка заанкерується;  
 $\sigma_{sd}$  – розрахункові напруження в цій арматурі

$$\sigma_{sd} = \frac{0,8F_{Ed}}{A_s}; \quad (3.10)$$

$A_s$  – прийнята площа арматури,

$F_{Ed}$  – розрахункове зусилля в елементі.

$f_{bd}$  – розрахункове значення граничних напружень зчеплення

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd}, \quad (3.11)$$

$f_{ctd}$  – розрахункове значення міцності бетону на розтяг, яка визначається згідно його класу

$$f_{ctd} = f_{ctk,0,05} / \gamma_{ct}, \quad (3.12)$$

$\eta_1$  – коефіцієнт, пов'язаний із якістю умов зчеплення

$$\begin{cases} \eta_1 = 1,0 - \text{хороші умови,} \\ \eta_1 = 0,7 - \text{недостатні умови.} \end{cases} \quad (3.13)$$

На рис. 3.4 надаються пояснення щодо вибору характеристик умов зчеплення. У випадку, коли арматура знаходиться в положенні, як це показано на рис. 3.4,а, 3.4,б, або знаходиться в не заштрихованій зоні рис. 3.4,в, 3.4,г, то умови зчеплення хороші. В інших випадках – недостатні умови зчеплення.

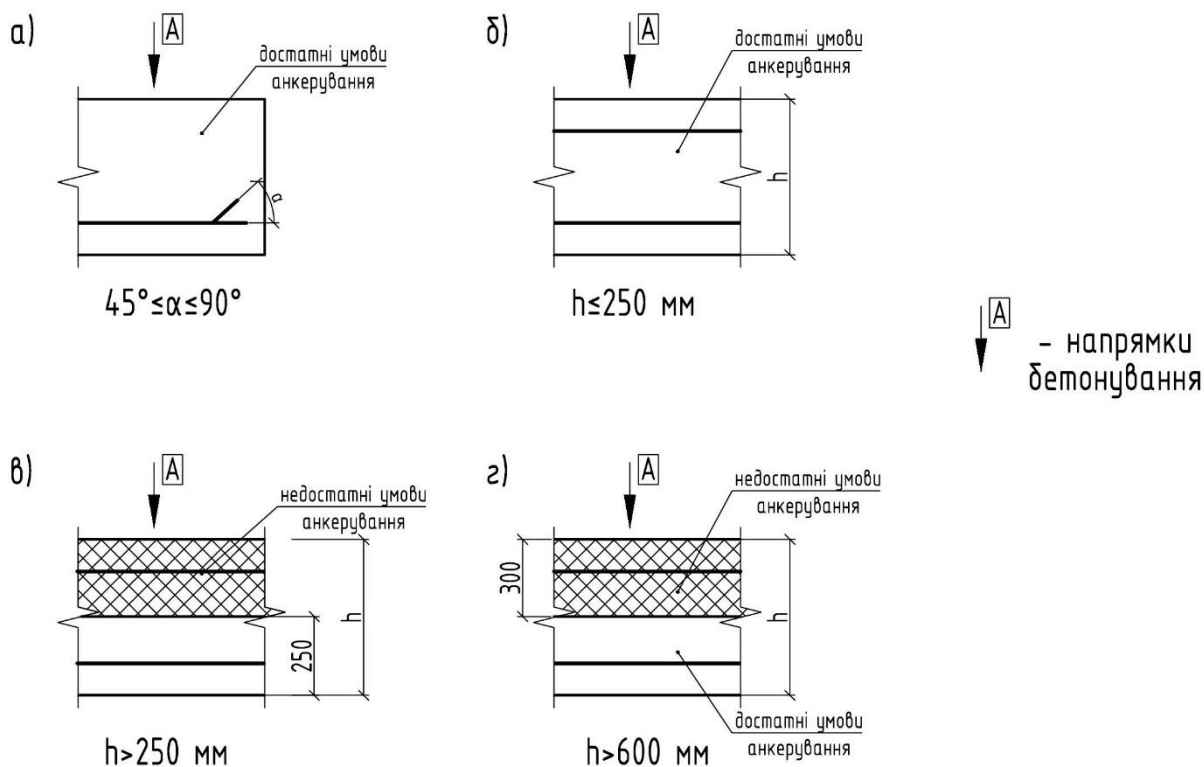


Рис. 3.4. до визначення характеристик умов зчеплення:  
 а, б – хороші умови зчеплення для всіх стрижнів; в, г – не заштрихована зона – хороші умови зчеплення, заштрихована зона – недостатні умови зчеплення

$\eta_2$  – коефіцієнт, що пов'язаний з діаметром арматури

$$\begin{cases} \eta_2 = 1 \text{ для } \varnothing \leq 32 \text{ мм,} \\ \eta_2 = 1,32 - \frac{\varnothing}{100} \text{ для } \varnothing > 32 \text{ мм.} \end{cases} \quad (3.14)$$

Коефіцієнти  $\alpha_i$  в формулі (3.7) визначаються наступним чином.

$\alpha_1$  – коефіцієнт, що враховує вплив форми стрижнів за умови необхідного захисного шару бетону ( $c_d$  – захисний шар арматури – відстань від грані арматури до найближчої грані бетону)

$$\begin{cases} \alpha_1 = 1 \text{ при прямому анкеруванні або непрямому при } c_d \leq 3\varnothing, \\ \alpha_1 = 0,7 \text{ при не прямому анкеруванні та } c_d > 3\varnothing. \end{cases} \quad (3.15)$$

Приклади непрямого анкерування наведені на рис. 3.5.

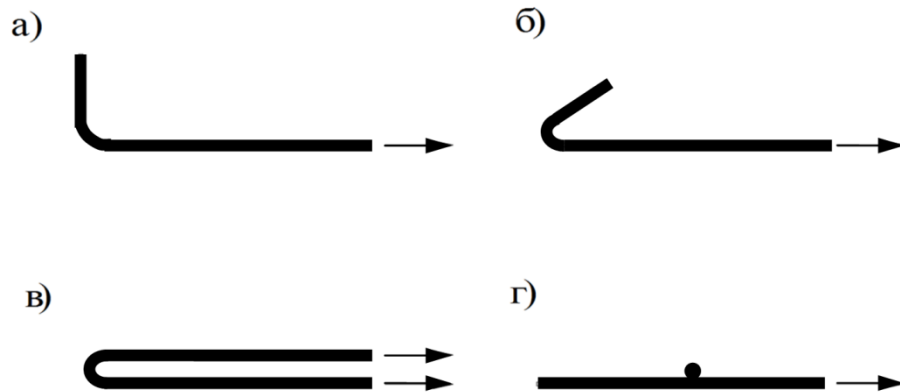


Рис. 3.5. приклади непрямого анкерування: а) гнутим стрижнем; б) гаком; в) петлею; г) привареним поперечним стрижнем

$\alpha_2$  – коефіцієнт, що враховує вплив мінімального захисного шару бетону, визначається із залежності

$$\begin{cases} \alpha_2 = 1,0 - 0,15 \frac{(c_d - \varnothing)}{\varnothing}, \\ 0,7 \leq \alpha_2 \leq 1,0. \end{cases} \quad (3.16)$$

$\alpha_3$  – коефіцієнт, що враховує стримуючий вплив поперечної арматури непривареної до основної робочої арматури (поперечні стрижні прикручені проволокою до основної арматури)

$$\begin{cases} \alpha_3 = 1,0 - k\lambda, \\ 0,7 \leq \alpha_3 \leq 1, \end{cases} \quad (3.17)$$

де  $k$  – коефіцієнт; може дорівнювати 0,1; 0,05 або 0 в залежності від місця розташування робочої та поперечної арматури (див рис. 3.6);  $\lambda$  – коефіцієнт, що розраховується за формулою

$$\lambda = \frac{\sum A_{st} - \sum A_{st.min}}{A_s}, \quad (3.18)$$

де  $A_s$  – площа одного заанкерованого стержня;

$\sum A_{st}$  – площа перерізу всіх поперечних стержнів, що знаходяться на довжині заанкерування;

$\sum A_{st.min}$  – площа перерізу мінімальної кількості поперечних арматурних стрижнів (для плитних конструкцій  $\sum A_{st.min} = 0$ ; для балкових  $\sum A_{st.min} = 0,25A_s$ ).

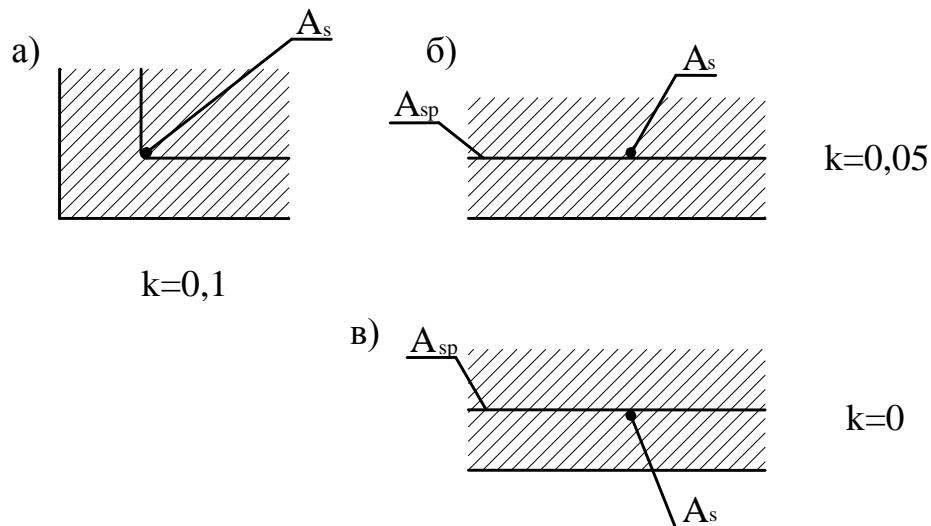


Рис. 3.6. До визначення коефіцієнта  $k$  у формулі (3.16):  
 а) вузлове розміщення арматури  $A_s$  та  $A_{st}$ ; б) правильне розміщення поперечної арматури  $A_{st}$ ; в) неправильно розташована поперечна арматура  $A_{st}$

$\alpha_4$  – коефіцієнт, що враховує вплив одного або більше приварених поперечних стержнів до робочої арматури в місці заанкерування. При цьому діаметр поперечного стрижня має бути не менше  $\varnothing_t > 0,6\varnothing$ , тобто

$$\begin{cases} \alpha_4 = 0,7; & \varnothing_t > 0,6\varnothing, \\ \alpha_4 = 1; & \varnothing_t \leq 0,6\varnothing \text{ або немає приварених стержнів.} \end{cases} \quad (3.19)$$

$\alpha_5$  – коефіцієнт, що враховує вплив поперечного тиску на площину розколювання вздовж розрахованої довжини анкерування (наприклад, зусилля стику  $V_{Ed}$ , що передається в вузол ферми від верхнього поясу чи стиснутого розкосу – рис. 3.7).

$$\begin{cases} \alpha_5 = 1 - 0,04p \\ 0,7 \leq \alpha_5 \leq 1,0; \end{cases} \quad (3.20)$$

де:  $p$  – поперечний тиск вздовж довжини анкерування

$$p = \frac{V_{Ed}}{A}, \text{ МПа} \quad (3.21)$$

де  $V_{Ed}$ , кН – вертикальна складова поперечного тиску

$$\begin{cases} V_{Ed} = N_2 \cdot \sin \alpha & \text{– при сегментній фермі,} \\ V_{Ed} = N_3 + N_2 \cdot \sin \alpha & \text{– при фермі з паралельними поясами.} \end{cases} \quad (3.22)$$

$A$ , м<sup>2</sup> – площа бетону, в якому відбувається анкерування.

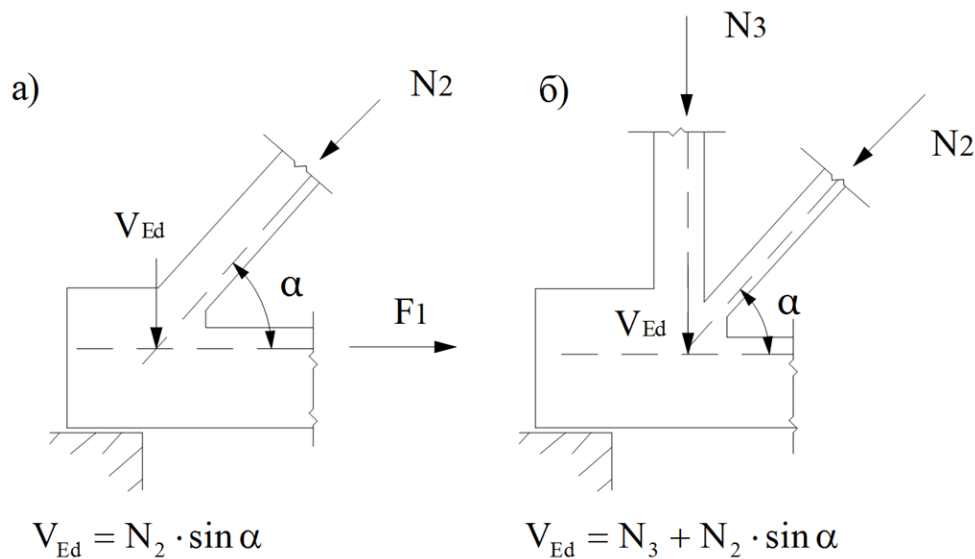


Рис. 3.7. Приклади визначення вертикальної складової поперечного тиску  $V_{Ed}$  на площину розколювання для вузла ферми:

а) сегментної; б) з паралельними поясами

Іноді виникають випадки, коли ми не можемо конструктивно забезпечити необхідну довжину заанкерування робочої арматури центрально розтягнутих елементів (наприклад, розміри опорного вузла ферми обмежуються параметрами колони).

В такому разі треба використати один або весь комплекс наступних заходів:

- зменшити Шробочої арматури;
  - збільшити клас бетону;
  - покращити умови зчеплення за рахунок встановлення додаткових поперечних стержнів, що прив'язуються або приварюються до робочої арматури.
- (3.23)

### 3.4. Алгоритм розрахунку

1. Випишуємо фізико-механічні характеристики бетону та арматури:

- для бетону:  $f_{ctk,0,05}$ ;  $\gamma_{ct}$ ;
- для арматури:  $f_{p0,1k}$ ;  $\gamma_s$ ;  $f_{yk}$ .

2. Визначаємо розрахункові характеристики:

- бетону  $f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_{ct}}$ .
- робочої напруженої арматури  $f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s}$ .
- ненапруженої арматури  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ .

3. Підбираємо площу ненапруженої арматури  $A_s$  за формулою (3.5).

4. Підбираємо площу робочої напруженої арматури  $A_{sp}$  за формулою (3.4).

5. Відповідно до прийнятого армування виконуємо конструювання перерізу.

6. Визначаємо коефіцієнти  $\alpha_1 \dots \alpha_s$  за формулами (3.15...3.20).

7. За формулою (3.10) знаходимо розрахункові напруження в арматурі  $\sigma_s$ .

8. За формулою (3.11) знаходимо розрахункове значення граничних напружень зчеплення  $f_{cd}$ .

9. За формулою (3.9) визначаємо необхідну базову довжину заанкерування  $l_{b,rqd}$ .

10. Визначаємо розрахункову довжину заанкерування  $l_{bd}$  за формулою (3.7).

11. Із співвідношення (3.8) знаходимо мінімальну довжину анкерування  $l_{b,min}$ .

12. Перевіряємо умову (3.7) приймаємо остаточне значення розрахункової довжини анкерування  $l_{bd}$ .

13. Розглядаємо вузол обпирання конструкції і знаходимо фактичне значення довжини анкерування робочої напруженої арматури  $l_{bd,ф}$ .

14. Перевіряємо виконання умови (3.6). Якщо ця умова виконується, йдемо до п.15. Якщо умова не виконується – йдемо до п.16.

15. Робимо висновок про достатність довжини анкерування робочої арматури і приймаємо остаточне рішення щодо розташування арматури в перерізі елемента.

16. Виконуємо один або весь комплекс заходів (3.23).

17. Послідовно уточнюємо всі попередньо знайдені величини та коефіцієнти, поки не переконаємося у виконанні умови (3.6).

18. Приймаємо остаточне рішення про розташування робочої арматури в перерізі розтягнутого елемента.

### 3.5. Приклад розрахунку

Дано: Схема опорного вузла сегментної ферми (рис.3.8) із прикладеними силами від зовнішнього навантаження. Бетон, що використовується для виготовлення ферми – С20/25; арматура для армування нижнього поясу: робоча – канат 6К7; конструктивна – А500С.

Визначити: Площу та розташування арматури в нижньому поясі ферми. Перевірити умови достатності довжини зони анкерування.



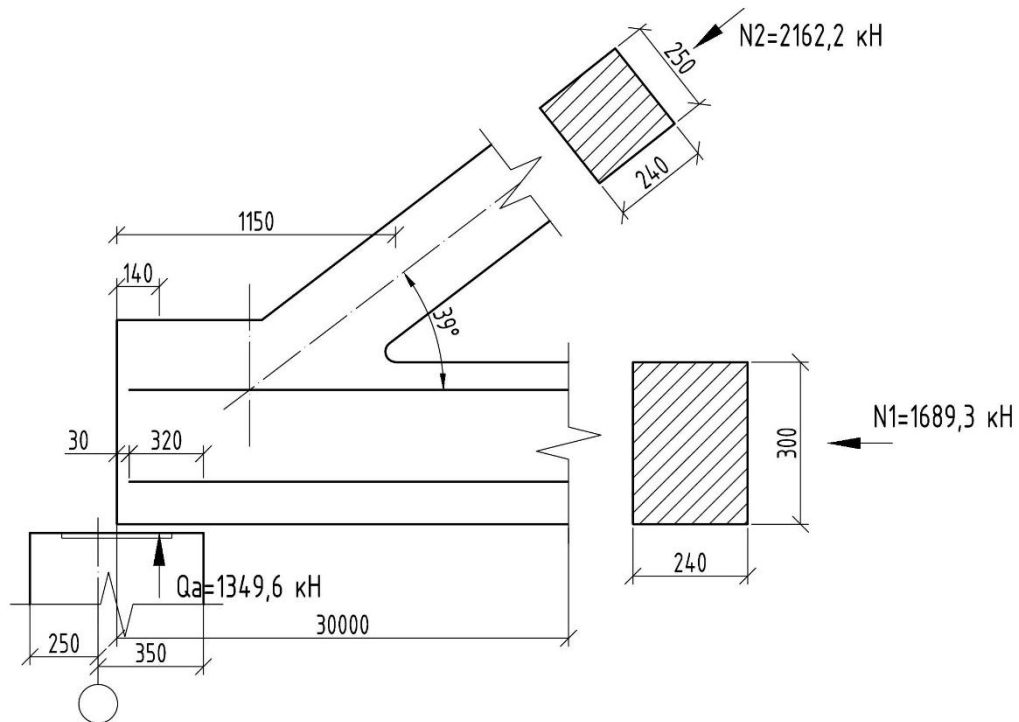


Рис. 3.8. Схема опорного вузла та прикладання зовнішніх зусиль в елементах ферми

1. Випишуємо фізико-механічні характеристики бетону та арматури:

– бетон C20/25  $f_{ctk,0,05} = 1,5 \text{ МПа}$ ;  $\gamma_{ct} = 1,5$ ;

– робочої напруженої арматура 6К7 (К1500)  $f_{p0,1k} = 1430 \text{ МПа}$  ;

$\gamma_s = 1,2$  ;

– ненапруженої арматура А500С  $f_{yk} = 500 \text{ МПа}$  ;  $\gamma_s = 1,1$  .

2. Визначаємо розрахункові характеристики:

– бетону  $f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_{ct}} = \frac{1,5}{1,5} = 1,0 \text{ МПа}$  ;

– робочої напруженої арматури  $f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s} = \frac{1430}{1,2} = 1192 \text{ МПа}$  ;

– ненапруженої арматури  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,1} = 454,5 \text{ МПа}$  .

3. Підбираємо площу ненапруженої арматури за формулою (3.5)

$$A_s = \frac{0,2 \cdot 1689,3}{454,5 \cdot 10^3} = 7,43 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 7,43 \text{ см}^2.$$

По таблиці 1 [3] приймаємо 4Ø16A500С з  $A_s = 8,04 \text{ см}^2$ .

4. Підбираємо площу робочої напруженої арматури за формулою (3.4)

$$A_{sp} = \frac{0,8 \cdot 1689,3}{1192 \cdot 10^{-3}} = 11,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 11,33 \text{ см}^2.$$

По таблиці 1 [5] приймаємо 9Ø15К7 з  $A_s = 12,51 \text{ см}^2$ .

5. Розташовуємо прийняте армування в перерізі нижнього пояса (рис. 3.9).

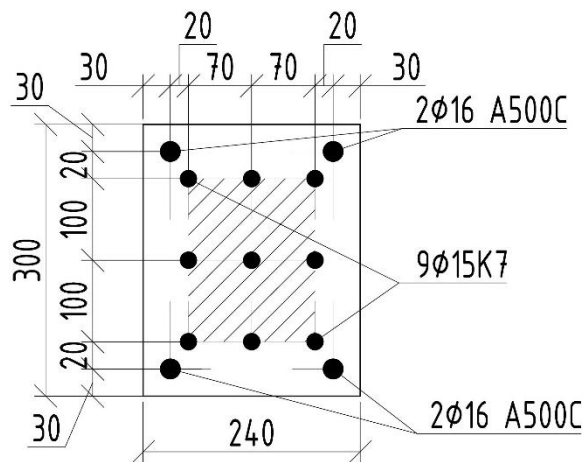


Рис. 3.9. Схема розташування арматури в перерізі нижнього поясу ферми

6. Визначаємо коефіцієнти  $\alpha_i$  за формулами (3.15-3.20):

–  $\alpha_1 = 1,0$  так як маємо випадок прямого анкерування

$$c_d = 50 - \frac{15}{2} = 42,5 \text{ мм},$$

– згідно з (3.16)  $\alpha_2 = 1,0 - 0,15 \frac{(c_d - \varnothing)}{\varnothing} = 1 - 0,15 \frac{(42,5 - 15)}{15} = 0,725 > 0,7$ ,

Приймаємо  $\alpha_2 = 0,725$ .

–  $\alpha_3 = 1,0$ , так як немає в'язаної поперечної арматури до канатів (див. 3.17);

–  $\alpha_4 = 1,0$ , так як немає привареної до канатів поперечної арматури (див. 3.18);

$$- \alpha_5 = 1 - 0,04 \cdot 4,93 = 0,803 > 0,7,$$

де вертикальна складова поперечного тиску визначається за формулою (3.22)

$$V_{ED} = 2162,2 \cdot \sin 39^\circ = 1360,7 \text{ кН}.$$

Поперечний тиск вздовж довжини анкерування визначається за формулою (3.21)

$$p = \frac{1360,7}{0,276} = 4930 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} = 4,93 \text{ МПа},$$

де:  $A = 0,24 \cdot 1,15 = 0,276 \text{ м}^2$  – площа перерізу бетону, в якому анкерується робоча арматура в опорному вузлі.

Приймаємо  $\alpha_5 = 0,803$ .

7. Визначаємо розрахункове напруження в арматурі за формулою (3.10)

$$\sigma_{sd} = \frac{0,8 \cdot 1689,3}{12,51 \cdot 10^{-4}} = 1080096 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} = 1080 \text{ МПа} < f_{pd} = 1192 \text{ МПа}.$$

8. Знаходимо розрахункове значення граничних напружень зчеплення за формулою (3.11)

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 2,25 \text{ МПа},$$

де:  $\eta_1 = 1$ , «добрі умови зчеплення» (див. 3.13);  $\eta_2 = 1,0$  так як  $\varnothing = 15 < 32 \text{ мм}$  (див. 3.14).

9. Базова довжина анкерування визначається за формулою (3.9)

$$l_{b,rqd} = \left( \frac{15}{4} \right) \frac{1080}{2,25} = 1800 \text{ мм}.$$

10. Розрахункове значення довжини анкерування визначається за формулою (3.7)

$$l_{bd} = 1,0 \cdot 0,725 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,803 \cdot 1800 = 1048 \text{ мм}.$$

11. Мінімальна довжина анкерування обчислюється за формулою (3.8)

$$l_{b,min} \geq \{600 \text{ мм}; 150 \text{ мм}; 100 \text{ мм}\}.$$

Приймаємо  $l_{b,min} = 600 \text{ мм}$ .

12. Перевіряємо умову (3.7).

Так як  $l_{bd} = 1048 \text{ мм} > l_{b,\text{min}} = 600 \text{ мм}$ , остаточно приймаємо розрахункове значення довжини анкерування  $l_{bd} = 1048 \text{ мм}$ .

13. Знаходимо фактичну довжину анкерування робочої арматури в опорному вузлі ферми (див. рис. 3.10)

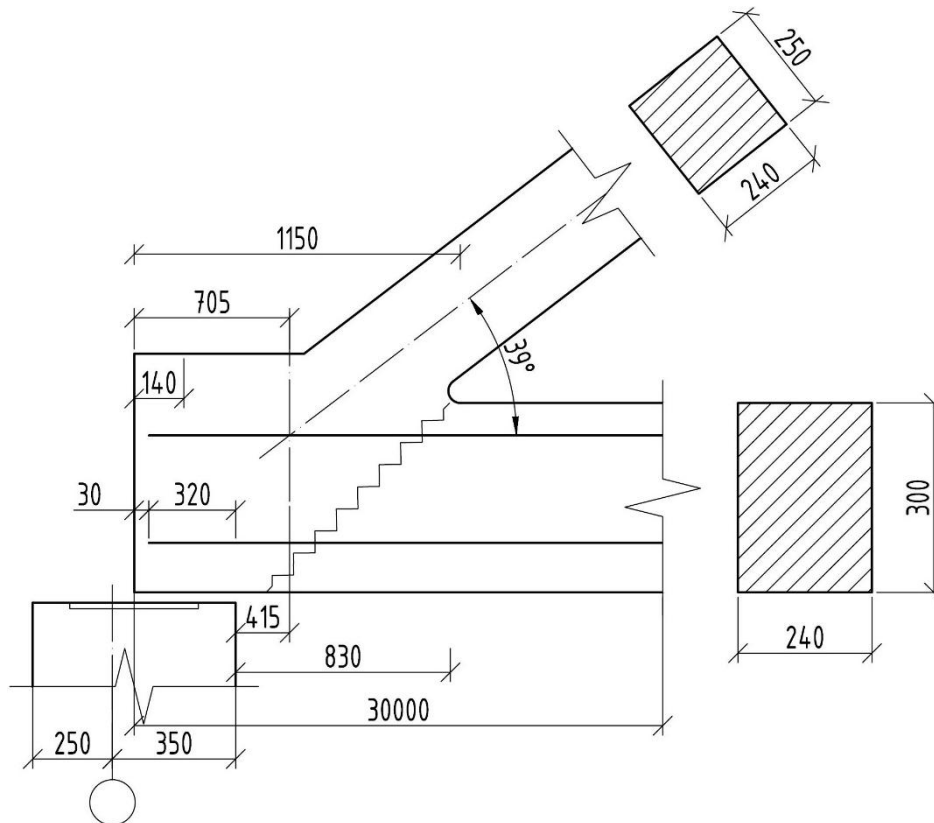


Рис. 3.10. До розрахунку фактичної довжини анкерування робочої арматури  $l_{bd,\text{ф}}$

З рис. 3.10 видно, що

$$l_{bd,\text{ф}} = 415 + 320 - 30 = 705 \text{ мм}.$$

14. Перевіряємо умову (3.6)

$$l_{bd,\text{ф}} = 705 \text{ мм} < l_{bd} = 1048 \text{ мм},$$

умова не забезпечується.

15. Для виконання умови (3.6) зменшуємо діаметр робочої напруженої арматури з  $\text{Ø}15$  до  $\text{Ø}9$ , тобто приймаємо робоче армування у вигляді  $24\text{Ø}9\text{K}7$ ,  $A_s = 12,72 \text{ см}^2$ .

16. Послідовно перераховуємо раніше знайдені величини:

$\alpha_1 = 0,1$ , оскільки маємо випадок прямого анкерування,

$$c_d = 50 - \frac{9}{2} = 45,5 \text{ мм},$$

$$\alpha_2 = 1 - 0,15 \frac{(45,5 - 9)}{9} = 0,392 < 0,7,$$

приймаємо  $\alpha_2 = 0,7$ .

$\alpha_3 = 1,0$ ,  $\alpha_4 = 1,0$ ,  $\alpha_5 = 0,803$  (див. розрахунок вище).

Довжини базового анкерування

$$l_{b.rqd} = \left( \frac{9}{4} \right) \frac{1210}{2,25} = 1210 \text{ мм},$$

де

$$\sigma_{sd} = \frac{0,8 \cdot 1689,3}{12,72 \cdot 10^{-4}} = 1062453 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} = 1062,45 \text{ МПа} \approx f_{pd} = 1192 \text{ МПа}.$$

Розрахункова довжина анкерування

$$l_{bd} = 1,0 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,803 \cdot 1062,45 = 597,20 \text{ мм}.$$

Приймаємо  $l_{bd} = 597 \text{ мм}$ .

Мінімальна довжина анкерування

$$l_{b.min} \geq \{363 \text{ мм}; 150 \text{ мм}; 100 \text{ мм}\}.$$

Приймаємо  $l_{b.min} = 363 \text{ мм}$ .

$$l_{bd} = 597 \text{ мм} > l_{b.min} = 363 \text{ мм}.$$

17. Знову перевіряємо умову (3.6)

$$l_{bd.\phi} = 597 \text{ мм} > l_{bd} = 499 \text{ мм}.$$

Таким чином, умова достатності довжини заанкерування буде виконуватись.

18. Остаточну схему армування перерізу приймаємо такою, як показано на рис. 3.11.

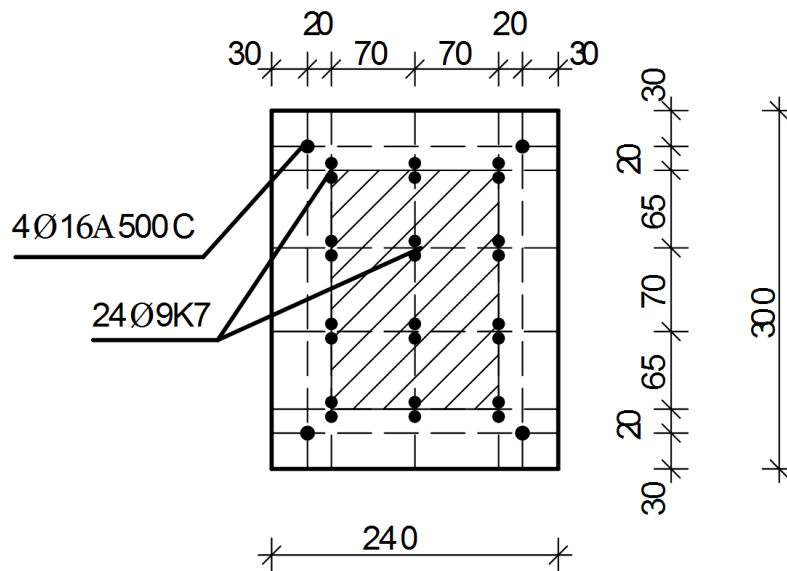


Рис.3.11. Остаточна схема армування робочими стрижнями нижнього поясу ферми

### 3.6. Питання для самоперевірки

1. Яка різниця в розрахункових схемах центрально-розтягнутого і позацентрово-розтягнутого залізобетонних елементів?
2. Яку арматурну сталь найбільш ефективно використовувати при проектуванні центрально-розтягнутих елементів і чому?
3. Які фактори необхідно враховувати при проектуванні центрально-розтягнутих елементів.
4. Яка основна умова забезпечення несучої здатності центрально-розтягнутих елементів?
5. З яких принципів підбирається площа робочої та конструктивної арматури?
6. Як визначається розрахункова довжина анкерування?
7. Як визначається базова довжина анкерування?
8. Якими чинниками можна покращити умови зчеплення робочої арматури з бетоном та зменшити розрахункову довжину анкерування?
9. Як визначається фактична довжина анкерування робочої розтягнутої арматури.

## 4. РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ НА ДІЮ ЗГИНАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ІЗ ОДИНОЧНИМ АРМУВАННЯМ

### 4.1. Постановка задачі

Дано: відомі розміри прямокутного перерізу балки (рис. 4.1, а), клас бетону С, клас арматури А, кількість і розташування робочої арматури  $A_s$ . Відомий розрахунковий згинальний момент  $M$ , який виникає в розрахунковому перерізі від дії зовнішніх навантажень на балку.

Визначити: несучу здатність розрахункового нормального перерізу балки.

### 4.2. Напружено-деформований стан перерізу

Перевірка несучої здатності нормальних перерізів балок виконують за умовою

$$M_{Ed} \leq M_u, \quad (4.1)$$

де:  $M_{Ed}$  – згинальний момент, який виникає в перерізі від дії зовнішніх навантажень;  
 $M_u$  – несуча здатність нормального перерізу або, іншими словами, максимальне значення згинального моменту, яке може витримати нормальний переріз до руйнування.

Якщо умова (4.1) виконується, то несуча здатність нормального перерізу балки забезпечена. Тобто згинальний момент, який виникає від дії зовнішніх навантажень, не перевищує несучої здатності нормального перерізу балки і балка не зруйнується.

Якщо умова (4.1) не виконується – несуча здатність нормального перерізу балки не забезпечена. У випадку дії таких зовнішніх навантажень відбудеться руйнування балки.

Під час розрахунку балочних елементів на міцність розглядається III стадія напружено-деформованого стану, що виникає в нормальному перерізі.

Розглянемо напружено-деформований стан нормального перерізу балки прямокутного перерізу з одиночним армуванням (рис. 4.1, б).

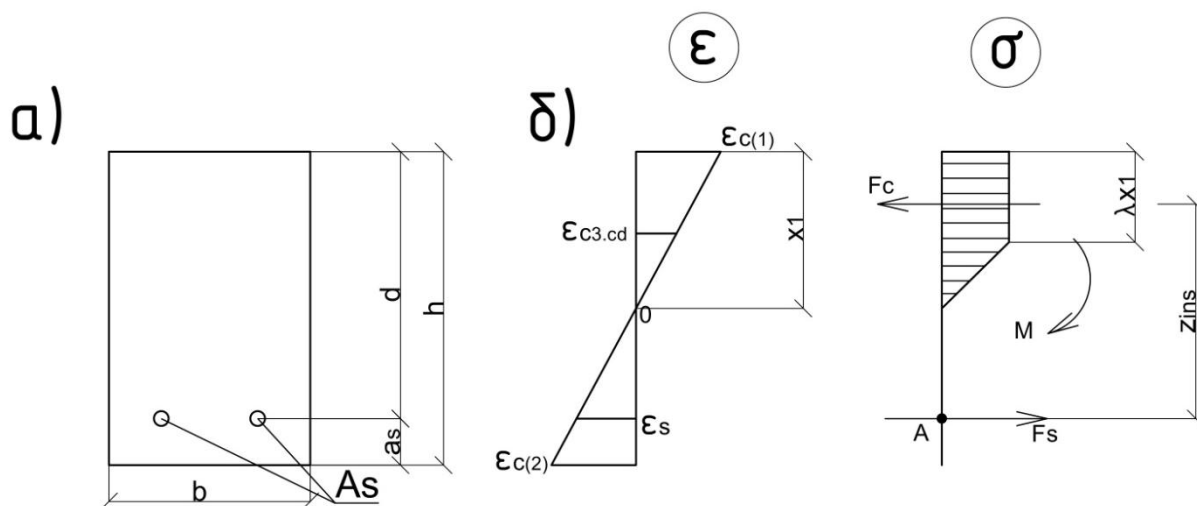


Рис. 4.1. Поперечний переріз (а) та напружено-деформований стан (б) нормального перерізу балки з одиночним армуванням

Згідно з п. 2.2.1.6 [1] критерієм руйнування балки приймається досягнення граничних деформацій або в розтягнутій арматурі, або в стиснутому бетоні, а саме:

$$\begin{cases} \varepsilon_{c(1)} \geq \varepsilon_{cu3,cd} \\ \varepsilon_s \geq \varepsilon_{ud}, \end{cases} \quad (4.2)$$

де  $\varepsilon_{c(1)}$  та  $\varepsilon_s$  – деформації на рівні крайньої стиснутої грані бетону та розтягнутої арматури (відповідно) в момент руйнування;

$\varepsilon_{cu3,cd}$  та  $\varepsilon_{ud}$  – граничні деформації стиску бетону та розтягнутої арматури (відповідно).

З досвіду експериментальних досліджень роботи залізобетонних балок відомо, що для більшості залізобетонних балок характерним є руйнування по стиснутому бетону, тобто коли виконується умова

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}.$$



Що стосується роботи арматури в момент руйнування залізобетонного нормального перерізу, то тут може відбуватись по два характерних випадки.

Перший випадок – коли відбувається руйнування стиснутого бетону, а в розтягнутій арматурі відбувається текучість, тобто

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd} ; \quad \varepsilon_{s0} < \varepsilon_s < \varepsilon_{ud} . \quad (4.3)$$

Другий випадок – коли відбувається руйнування стиснутого бетону, а розтягнута арматура працює пружно, тобто

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd} ; \quad 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{s0} , \quad (4.4)$$

$$\text{де} \quad \varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} . \quad (4.5)$$

Очевидно, що перехід від 1-го до 2-го випадку руйнування буде розділяти таким напружено-деформованим станом перерізу (назвемо його контрольним), при якому буде виконуватись умова

$$\begin{cases} \varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd} \\ \varepsilon_s = \varepsilon_{s0} \end{cases} . \quad (4.6)$$

Для того, щоб визначитись який характерний випадок руйнування буде виникати в тій чи іншій балці, треба розглянути контрольний напружено-деформований стан нормального перерізу в момент виникнення умови (4.6).

Висота стиснутої зони бетону при такому контрольному напружено-деформованому стані може бути визначена з двох різних умов. Одна – умова лінійності розподілу деформацій по висоті перерізу. З цієї умови ми знайдемо величину  $x_{1r}$  – контрольне значення висоти стиснутої зони. Друга – умова рівноваги у вигляді суми проекції всіх сил на вісь X. З цієї умови ми знайдемо інше значення висоти стиснутої зони бетону  $x_1$ .

Тоді, як що буде виконуватись умова

$$x_{1r} \geq x_1 , \quad (4.7)$$

то руйнування перерізу буде відповідати 1-му характерному випадку, тобто в процесі руйнування в робочій повздовжній арматурі буде виникати текучість.

У випадку коли буде виконуватись умова

$$x_{1r} < x_1, \quad (4.8)$$

руйнування перерізу буде відповідати 2-му характерному випадку, тобто в процесі руйнування робоча розтягнута арматура буде працювати пружно.

#### 4.3. Визначення контрольного значення висоти стиснутої зони бетону

Контрольне значення висоти стиснутої зони бетону ( $x_{1r}$ ), при якій виконується умова (4.6), можна знайти з розгляду подібності відповідних трикутників на діаграмі деформацій (рис. 4.1, б)

$$\frac{\varepsilon_{c(1)}}{x_1} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{c(1)}}{d}. \quad (4.9)$$

Підставляємо в (4.9) відповідні значення з (4.6) та враховуючи те, що  $x_1 = x_{1r}$  та  $\varepsilon_s = \varepsilon_{s0}$ , отримаємо контрольне значення висоти стиснутої зони

$$x_{1r} = d \frac{\varepsilon_{cu3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd} + \varepsilon_{s0}}. \quad (4.10)$$

З іншого боку, із розгляду умови рівноваги у вигляді суми проекції всіх сил на вісь X (рис. 4.1, б), а саме

$$F_s - F_c = 0, \quad (4.11)$$

де  $F_c$  – рівнодіюче зусилля в стиснутому бетоні;

$F_s$  – рівнодіюче зусилля в розтягнутій арматурі.

Звідки

$$F_s = F_c, \quad (4.12)$$

Внутрішнє зусилля  $F_c$ , яке сприймає стиснутий бетон

$$F_c = F_{c1} + F_{c2}, \quad (4.13)$$

де частка зусилля на ділянці з прямокутним розподілом напружень по висоті стиснутої зони (див. рис. 4.1, б)

$$F_{c1} = f_{cd} \lambda x_1 b, \quad (4.14)$$

частка зусилля на ділянці з трикутним розподілом напружень

$$F_{c2} = \frac{1}{2} f_{cd} (x_1 - \lambda x_1) b, \quad (4.15)$$

Звідки

$$F_c = \frac{1}{2} f_{cd} b x_1 (1 + \lambda) = q_c \cdot x_1, \quad (4.16)$$

де

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b (1 + \lambda). \quad (4.17)$$

Коефіцієнт  $\lambda$  можна знайти з розгляду подібності трикутників на епюрі розподілу деформацій по висоті нормального перерізу (див. рис. 4.1,б)

$$\frac{\varepsilon_{c(1)}}{x_1} = \frac{\varepsilon_{c3,cd}}{x_1 - \lambda x_1}. \quad (4.18)$$

Звідки

$$\varepsilon_{c(1)} \cdot x_1 - \lambda x_1 \cdot \varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{c3,cd} \cdot x_1, \quad (4.19)$$

де  $x_1$  – висота стиснутої зони.

В результаті отримаємо

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}}. \quad (4.20)$$

Рівнодіюче зусилля в розтягнутій арматурі з урахуванням (4.6)

$$F_s = \sigma_s E_s = f_{yd} A_s, \quad (4.21)$$

Підставивши (4.16) та (4.20) в (4.12) отримаємо

$$x_1 = \frac{f_{yd} A_s}{1/2 f_{cd} b (1 + \lambda)}. \quad (4.22)$$

4.4 Визначення несучої здатності перерізу при 1-му характерному випадку руйнування

Розглянемо напружено-деформований стан нормального перерізу для випадку коли виконується умова (4.7), тобто коли при руйнуванні в розтягнутій арматурі виникає текучість.

Для визначення несучої здатності нормального перерізу балки запишемо друге рівняння рівноваги у вигляді суми моментів відносно розтягнутої арматури  $\sum M_A = 0$ , а саме

$$M_u - F_c z_{ins} = 0, \quad (4.23)$$

Звідки

$$M_u = F_c z_{ins} = F_c (d - a_c), \quad (4.24)$$

де  $d$  – плече пари внутрішніх сил (див. рис. 4.1б);  
 $a_c$  – відстань від найбільш стиснутої (верхньої) грані бетону до точки прикладання рівнодіючого зусилля стиску бетону  $F_c$ .

Значення  $a_c$  визначаємо із розгляду рис. 4.2.

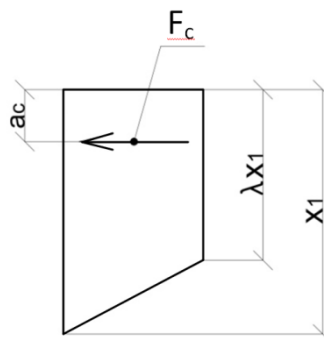


Рис.4.2. До визначення величини  $a_c$

Центр ваги прямокутної трапеції знаходиться на відстані

$$a_c = x_1 \cdot k_\lambda, \quad (4.25)$$

де

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)}. \quad (4.26)$$

Враховуючи, зазначене вище

$$M_u = x_1 \cdot q_c (d - x_1 \cdot k_\lambda). \quad (4.27)$$

Визначивши величину несучої здатності  $M_u$  переходять до перевірки умови (4.1) та висновку чи витримає балка зовнішнє навантаження, чи зруйнується.

#### 4.5 Визначення несучої здатності перерізу при 2-му характерному випадку руйнування

Для другого характерного випадку вичерпання несучої здатності згідно з передумовами (4.4) зусилля в розтягнутій робочій арматурі дорівнюють

$$F_s = E_s \varepsilon_s A_s. \quad (4.28)$$

Для визначення значення висоти стиснутої зони бетону  $x_1$  підставляємо (4.28) та (4.16) в перше рівняння рівноваги (4.11), отримуємо

$$\varepsilon_s A_s E_s - q_c x_1 = 0. \quad (4.29)$$

Для того, щоб зв'язати величину деформацій в розтягнутій арматурі  $\varepsilon_s$  із висотою стиснутої зони бетону  $x_1$ , розглянемо подібність відповідних трикутників на епюрі деформацій (див. рис. 4.1, б)

$$\frac{\varepsilon_{c(1)}}{x_1} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{c(1)}}{d}. \quad (4.30)$$

При вичерпанні несучої здатності маємо

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}. \quad (4.31)$$

У такому випадку деформації розтягнутої арматури

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3,cd} \left( \frac{d}{x_1} - 1 \right). \quad (4.32)$$

Після підставлення (4.32) в (4.29) та вирішення квадратного рівняння відносно  $x_1$  отримаємо, що висота стиснутої зони бетону при 2-му характерному випадку руйнування дорівнює

$$x_1 = \frac{-\varepsilon_{cu3,cd} E_s A_s + \sqrt{D_1}}{2q_c}, \quad (4.33)$$

де величина дискримінанта  $D_1$  знаходиться за формулою

$$D_1 = \varepsilon_{cu3,cd} E_s A_s (\varepsilon_{cu3,cd} E_s A_s + 4q_c d). \quad (4.34)$$

Після знаходження висоти стиснутої зони  $X_1$  по аналогії з попереднім випадком руйнування визначають несучу здатність перерізу  $M_u$  по формулі (4.27) та переходять до перевірки умови (4.1) та висновку чи витримає балка зовнішнє навантаження, чи зруйнується.

#### 4.6. Алгоритм розрахунку

1. Згідно з табл. 2.1 та 3.1 [1], табл. 3.4 та 3.5 [2], табл. 1 та табл. А.1 [3] знаходять фізико-механічні характеристики матеріалів балки:

– для бетону  $f_{cd}$ ,  $\gamma_{cl}$ ,  $\epsilon_{cu3,cd}$ ,  $\epsilon_{c3,cd}$ ;

– для арматури  $f_{yk}$ ,  $E_s$ ,  $\gamma_s$ ,  $A_s$ ,  $\epsilon_{ud}$ .

2. Визначають величини:

–  $d$  робочу висоту перерізу;

–  $f_{yd}$  розрахункову міцність арматури з формули (4.28);

–  $\epsilon_{s0}$  з формули (4.5);

–  $\lambda$  з формули (4.17);

–  $k_\lambda$  з формули (4.33).

3. Визначають усереднену величину розподілених внутрішніх зусиль в стиснутій зоні бетону  $q_c$  по формулі (4.17).

4. Знаходять контрольне значення висоти стиснутої зони бетону  $x_{lr}$  по формулі (4.10).

5. Обчислюють висоту стиснутої зони бетону з умови початку текучості арматури  $x_l$  по формулі (4.22).

6. Визначаються з характерним випадком руйнування.

Якщо виконується умова (4.7), роблять висновок, що маємо справу з 1-им характерним випадком руйнування – в момент руйнування в розтягнутій арматурі виникає текучість і йдуть до п.7.

Якщо виконується умова (4.8), роблять висновок, що маємо справу з 2-им характерним випадком руйнування – в момент руйнування розтягнута арматура працює пружно і йдуть до п.9.

7. Обчислюють несучу здатність перерізу  $M_u$  з формули (4.27).

8. Перевіряють умову забезпечення несучої здатності з формули (4.1).
9. Визначають значення дискримінанта  $D_1$  з формули (4.34).
10. Обчислюють висоту стиснутої зони бетону  $X_1$  по формулі (4.33).
11. Знаходять деформації розтягнутої арматури  $\varepsilon_s$  по формулі (4.32).
12. Перевіряють умову пружної роботи розтягнутої арматури по формулі (4.4).  
Якщо умова виконується, йдуть до п.13. Якщо умова не виконується – повертаються до п.4.6.
13. Визначають несучу здатність  $M_u$  по формулі (4.27).
14. Перевіряють умову забезпечення несучої здатності по формулі (1.1) та роблять висновок щодо її забезпечення.

#### 4.7. Приклади розрахунку

##### Приклад № 4.1. Перший характерний випадок руйнування

Вхідні дані:

Бетон класу С30/35 ;  $\gamma_{c1} = 1,0$ .

$h=500$  мм;  $b=200$  мм;

$a_s = 40$  мм.

Арматура класу А500С;

кількість стержнів - 3Ø20;

$\gamma_s = 1,2$ .

Умови задачі: Перевірити несучу здатність нормального перерізу залізобетонної балки при зовнішньому навантаженні  $M_{Ed}=300$ кНм.

Розв'язання:

1. Випишемо фізико-механічні характеристики матеріалів балки:

– для бетону  $f_{cd} = 19,5 \cdot 1,0 = 19,5$  МПа (  $\gamma_{c1} = 1,0$  ),  $\varepsilon_{cu3,cd} = 2,8 \cdot 10^{-3}$  ,  
 $\varepsilon_{c3,cd} = 0,72 \cdot 10^{-3}$  ;

– для арматури  $E_s = 2,1 \cdot 10^5$  МПа ,  $f_{yk} = 500$  МПа ,  $\gamma_s = 1,2$  ,  $A_s = 9,42$  см<sup>2</sup> ,  
 $\varepsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3}$  .

2. Визначаємо величини:

$$d = 500 - 40 = 460 \text{ мм};$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,2} = 416,7 \text{ МПа};$$

$$\varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{416,7}{2,1 \cdot 10^5} = 1,98 \cdot 10^{-3};$$

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}} = \frac{2,8 \cdot 10^{-3} - 0,72 \cdot 10^{-3}}{2,8 \cdot 10^{-3}} = 0,743;$$

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,743(1 + 0,743)}{3(1 + 0,743)} = 0,439.$$

3. Визначаємо усереднене значення розподілених внутрішніх зусиль в стиснутій зоні бетону  $q_c$

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b(1 + \lambda) = \frac{1}{2} 19,5 \cdot 10^3 \cdot 0,2(1 + 0,743) = 3399 \text{ кН/м}.$$

4. Знаходимо контрольне значення висоти стиснутої зони бетону

$$x_{Ir} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{s0}} = 460 \cdot \frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{(2,8 \cdot 10^{-3} + 1,98 \cdot 10^{-3})} = 269,5 \text{ мм}.$$

5. Обчислюємо висоту стиснутої зони бетону з умови початку текучості арматури

$$x_1 = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{q_c} = \frac{416,7 \cdot 10^3 \cdot 9,42 \cdot 10^{-4}}{3399} = 0,115(\text{м}) = 115 \text{ мм}.$$

6. Визначаємо характерний випадок руйнування. Так як

$$x_{Ir} = 269,5 \text{ мм} > x_1 = 115 \text{ мм},$$

руйнування балки буде відбуватись при текучості арматури і робимо розрахунок як для першого характерного випадку руйнування.

7. Знаходимо деформації розтягнутої арматури  $\varepsilon_s$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3,cd} \left( \frac{d}{x_1} - 1 \right) = 2,8 \cdot 10^{-3} \left( \frac{0,46}{0,115} - 1 \right) = 8,40 \cdot 10^{-3}.$$

8. Перевіряємо умову непружної роботи розтягнутої арматури

$$\varepsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_s = 8,40 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{416,7 \cdot 10^3}{2,1 \cdot 10^8} = 1,98 \cdot 10^{-3},$$



тобто арматура працює в пластичній стадії, але не руйнується.

9. Обчислюємо несучу здатність перерізу  $M_u$ .

$$M_u = x_1 \cdot q_c (d - x_1 \cdot k_\lambda) = 0,115 \cdot 3399 (0,46 - 0,115 \cdot 0,439) = 160,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

10. Перевіряємо умову забезпечення несучої здатності. Так як

$$M_{Ed} = 300 \text{ кН}\cdot\text{м} > M_u = 160,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

– несуча здатність розрахункового нормального перерізу балки не забезпечена. Балка зруйнується.

#### Приклад № 4.2 Другий характерний випадок руйнування

Вхідні дані:

Бетон класу C30/35 ;  $\gamma_{cl} = 1,0$ .

Арматура класу A500C;

$h=500$  мм;  $b=200$  мм;

кількість стержнів -  $3\varnothing 36$ ;

$a_s = 50$  мм.

$\gamma_s = 1,2$ .

Умови задачі: Перевірити несучу здатність нормального перерізу залізобетонної балки при зовнішньому навантаженні  $M=300$ кНм.

Розв'язання:

1. Випишуємо фізико-механічні характеристики матеріалів балки:

– для бетону  $f_{cd} = 19,5 \cdot 1,0 = 19,5$  МПа (  $\gamma_{cl} = 1,0$  ),  $\epsilon_{cu3,cd} = 2,8 \cdot 10^{-3}$  ,  
 $\epsilon_{c3,cd} = 0,72 \cdot 10^{-3}$  ;

– для арматури  $E_s = 2,1 \cdot 10^5$  МПа ,  $f_{yk} = 500$  МПа ,  $\gamma_s = 1,2$  ,  $A_s = 30,54$  см<sup>2</sup> ,  
 $\epsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3}$  .

2. Визначаємо величини:

$$d = 500 - 50 = 450 \text{ мм};$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,2} = 416,7 \text{ МПа};$$

$$\epsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{416,7}{2,1 \cdot 10^5} = 1,98 \cdot 10^{-3};$$

$$\lambda = \frac{\epsilon_{cu3,cd} - \epsilon_{c3,cd}}{\epsilon_{cu3,cd}} = \frac{2,8 \cdot 10^{-3} - 0,72 \cdot 10^{-3}}{2,8 \cdot 10^{-3}} = 0,743;$$

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,743(1 + 0,743)}{3(1 + 0,743)} = 0,439.$$

3. Визначаємо усереднене значення розподілених внутрішніх зусиль в стиснутій зоні бетону  $q_c$

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b (1 + \lambda) = \frac{1}{2} 19,5 \cdot 10^3 \cdot 0,2 (1 + 0,743) = 3399 \text{ кН/м.}$$

4. Знаходимо контрольне значення висоти стиснутої зони бетону

$$x_{lr} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{so}} = 450 \cdot \frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{(2,8 \cdot 10^{-3} + 1,98 \cdot 10^{-3})} = 264 \text{ мм.}$$

5. Обчислюємо висоту стиснутої зони бетону з умови початку текучості арматури

$$x_1 = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{q_c} = \frac{416,7 \cdot 10^3 \cdot 30,54 \cdot 10^{-4}}{3399} = 0,374 (\text{м}) = 374 \text{ мм.}$$

6. Визначаємо характерний випадок руйнування. Так як

$$x_{lr} = 264 \text{ мм} < x_1 = 374 \text{ мм},$$

руйнування балки буде відбуватись при пружних деформаціях арматури і робимо розрахунок як для другого характерного випадку руйнування.

7. Визначаємо значення дискримінанта  $D_1$

$$D_1 = \varepsilon_{cu3,cd} E_s A_s (\varepsilon_{cu3,cd} E_s A_s + 4q_c d) = 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \times \\ \times 30,54 \cdot 10^{-4} (2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 30,54 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 3399 \cdot 0,45) = 14211495 \text{ кН}^2.$$

8. Обчислюємо висоту стиснутої зони бетону  $x_1$

$$x_1 = \frac{-\varepsilon_{cu3,cd} E_s A_s + \sqrt{D_1}}{2q_c} = \frac{-2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 30,54 \cdot 10^{-4} + \sqrt{14211495}}{2 \cdot 3399} = 0,290 \text{ м.}$$

9. Знаходимо деформації розтягнутої арматури  $\varepsilon_s$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3,cd} \left( \frac{d}{x_1} - 1 \right) = 2,8 \cdot 10^{-3} \left( \frac{0,45}{0,290} - 1 \right) = 1,54 \cdot 10^{-3}$$

10. Підтверджуємо умову пружної роботи розтягнутої арматури

$$0 < \varepsilon_s = 1,54 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{s0} = 1,98 \cdot 10^{-3}$$

– умова виконується, арматура працює пружно.

11. Визначаємо несучу здатність перерізу  $M_u$

$$M_u = x_1 \cdot q_c (d - x_1 \cdot k_\lambda) = 0,290 \cdot 3399 (0,45 - 0,290 \cdot 0,439) = 318,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

12. Перевіряємо умову забезпечення несучої здатності та робимо висновок щодо її забезпечення

$$M_{Ed} = 300 \text{ кНм} < M_u = 318,1 \text{ кНм}.$$

Умова виконується – несуча здатність розрахункового нормального перерізу балки забезпечена. Балка не зруйнується.

#### 4.8. Питання для самоперевірки

1. Запишіть умову забезпечення несучої здатності нормального перерізу з одиночним армуванням.

2. Який напружено – деформований стан використовується для визначення несучої здатності нормального перерізу.

3. Які розрахункові передумови та припущення використовуються для визначення несучої здатності нормального перерізу.

4. Опишіть можливі випадки руйнування нормального перерізу при одиночному руйнуванні.

5. Як визначається контрольне значення висоти стиснутої зони бетону при визначенні несучої здатності нормального перерізу.

6. З якої умови рівноваги визначається висота стиснутої зони бетону  $x_1$ .

7. З якої умови рівноваги визначається несуча здатність перерізу.

8. Як визначається коефіцієнт  $\lambda$  при розрахунках несучої здатності нормального перерізу.

9. Як визначається висота стиснутої зони  $x_1$  при першому випадку руйнування.

10. Як визначається несуча здатність нормального перерізу при першому випадку руйнування.

11. Як визначається місце розташування центра стиснутої зони бетону та величина  $a_c$ .

12. Як визначається висота стиснутої зони при 2-му характерному випадку руйнування.

13. Як визначається несуча здатність нормального перерізу при другому характерному випадку руйнування.

## **5. ПЕРЕВІРКА НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ З ПОДВІЙНИМ АРМУВАННЯМ НА ДІЮ ЗГИНАЛЬНИХ МОМЕНТІВ**

### 5.1. Постановка задачі

Дано: відомі розміри прямокутного перерізу, клас бетону  $C$ , класи арматури  $A$ , кількість та розташування робочої арматури (розтягнутої  $A_s$  та стиснутої  $A_s'$ ). Заданий згинальний момент  $M_{Ed}$ , який виникає у розрахунковому нормальному перерізі від дії зовнішніх навантажень.

Визначити:

- несучу здатність розрахункового нормального перерізу балки;
- перевірити умову міцності;
- визначити як працює робоча арматура при руйнуванні.

### 5.2. Напружено-деформований стан перерізу

Як і в задачі з одиночним армуванням, при визначенні несучої здатності балкових елементів з подвійним армуванням використовуються розрахункові передумови, що базуються на розгляді нелінійно деформаційної моделі роботи матеріалів – бетону та арматури (п. 4.1.1 [2]).

Перевірка за несучою здатністю нормальних перерізів балочних елементів з подвійним армуванням виконується за умовою (4.1).

Розглянемо напружено-деформований стан нормального перерізу балки з подвійним армуванням у граничному стані (рис. 5.1).

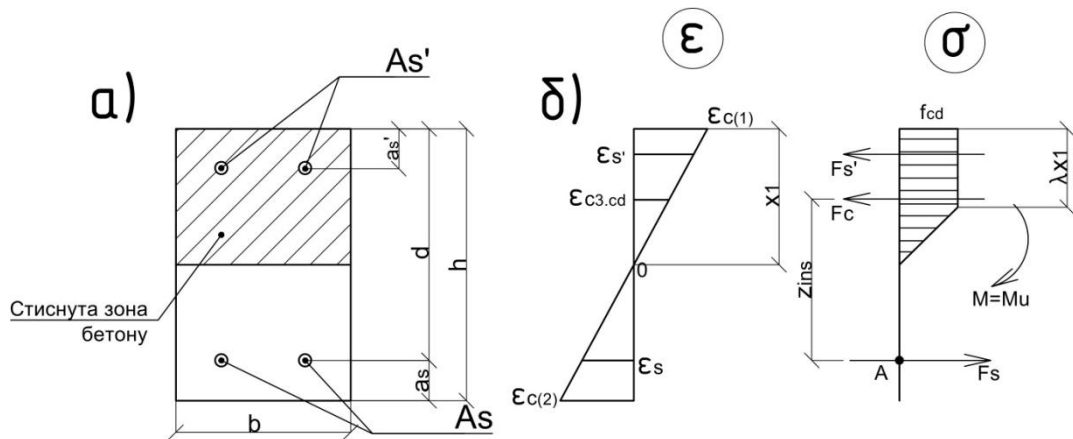


Рис. 5.1. Поперечний переріз (а) та напружено-деформований стан (б) нормального перерізу балки з подвійним армуванням

Так як і у випадку одиночного армування, втрата несучої здатності нормального перерізу може відбуватись по двом характерним випадкам в залежності від стадії роботи робочої повздовжньої арматури в розтягнутій зоні:

- 1-й – при руйнуванні в розтягнутій арматурі відбувається текучість;
- 2-й – у випадку пружної роботи розтягнутої арматури в момент руйнування.

Але для нормального перерізу з подвійним армування кількість випадків збільшиться в залежності від того, як буде працювати стиснута арматура в момент руйнування.

Випадок 1.1 – робоча розтягнута арматура працює на стадії текучості і в арматурі стиснутої зони також виникає текучість, тобто

$$\begin{cases} \varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s < \varepsilon_{ud}, \\ \sigma_s = f_{yd}. \end{cases} \text{ та } \begin{cases} \varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s' < \varepsilon_{ud}, \\ \sigma_s' = f_{yd}. \end{cases} \quad (5.1)$$

Випадок 1.2 – робоча розтягнута арматура працює на стадії текучості, а арматура в стиснутій зоні працює пружно, тобто

$$\begin{cases} \varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s < \varepsilon_{ud}, \\ \sigma_s = f_{yd}. \end{cases} \text{ та } \begin{cases} 0 < \varepsilon_s' < \varepsilon_{s0}, \\ \sigma_s' = \varepsilon_s \cdot E_s; \end{cases} \quad (5.2)$$

Випадок 2.1 – робоча розтягнута арматура працює пружно, а арматура в стиснутій зоні знаходиться в стадії текучості, тобто

$$\begin{cases} 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{s0}, \\ \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s; \end{cases} \quad \begin{cases} \varepsilon_{s0} \leq \varepsilon'_s < \varepsilon_{ud}, \\ \sigma'_s = f_{yd}. \end{cases} \quad (5.3)$$

Випадок 2.2 – і робоча розтягнута і арматура в стиснутій зоні працюють пружно, тобто

$$\begin{cases} 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{s0}, \\ \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s; \end{cases} \quad \text{та} \quad \begin{cases} 0 < \varepsilon'_s < \varepsilon_{s0}, \\ \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s; \end{cases} \quad (5.4)$$

Для того, щоб визначити який характерний стан руйнування може виникати в тому, чи іншому перерізі необхідно розглянути контрольний напружено-деформований стан нормального перерізу для кожного випадку руйнування.

### 5.3. Контрольний напружено-деформований стан перерізу для визначення характерного типу руйнування

По аналогії із задачею з одиночним армуванням, перехід від 1-го характерного типу руйнування до 2-го буде відбуватись при наявності таких умов.

Якщо

$$x_{1r} \geq x_1, \quad (5.5)$$

то руйнування перерізу буде відповідати 1-му характерному випадку, тобто в процесі руйнування в робочій повздовжній арматурі буде виникати текучість.

У випадку коли буде виконуватись умова

$$x_{1r} < x_1, \quad (5.6)$$

руйнування перерізу буде відповідати 2-му характерному випадку, тобто в процесі руйнування робоча розтягнута арматура буде працювати пружно.

Контрольне значення висоти стиснутої зони бетону ( $x_{1r}$ ), при якій виконується умова

$$\begin{cases} \varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd} \\ \varepsilon_s = \varepsilon_{s0} = f_{cd} / E_s \end{cases}, \quad (5.7)$$

можна знайти з розгляду подібності відповідних трикутників на діаграмі деформацій (рис. 5.1, б)

$$\frac{\varepsilon_{c(1)}}{x_1} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{c(1)}}{d}. \quad (5.8)$$

Підставляємо в (5.8) відповідні значення з (5.7) та враховуючи те, що  $x_1 = x_{1r}$  та  $\varepsilon_s = \varepsilon_{s0}$ , отримаємо контрольне значення висоти стиснутої зони

$$x_{1r} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{s0}}. \quad (5.9)$$

З іншого боку, висота стиснутої зони бетону  $x_1$  може бути знайдена із розгляду умови рівноваги у вигляді суми проекції всіх сил на вісь X (рис. 5.1, б). Звідки отримаємо

$$F_s - F_c - F'_s = 0, \quad (5.10)$$

де  $F_c$  – рівнодіюче зусилля в стиснутому бетоні;

$F_s$  – рівнодіюче зусилля в розтягнутій арматурі;

$F'_s$  – рівнодіюче зусилля в стиснутій арматурі.

Звідки

$$F_s = F_c - F'_s. \quad (5.11)$$

Внутрішнє зусилля  $F_c$

$$F_c = \frac{1}{2} f_{cd} \cdot b \cdot x_1 (1 + \lambda) = q_c \cdot x_1, \quad (5.12)$$

де  $q_c$  – усереднене значення розподілених внутрішніх напружень в стиснутому бетоні

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} \cdot b (1 + \lambda), \quad (5.13)$$

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}}. \quad (5.14)$$

З врахуванням (5.7) рівнодіюче зусилля в розтягнутій арматурі

$$F_s = \sigma_s \cdot E_s = f_{yd} \cdot A_s; \quad (5.15)$$

теж, в стиснутій арматурі

$$F'_s = \sigma'_s \cdot E_s = f'_{yd} \cdot A_s . \quad (5.16)$$

Підставивши (5.12), (5.14) та (5.15) в (5.11) отримаємо висоту стиснутої зони бетону в момент виконання умови (5.1)

$$x_1 = \frac{f_{yd} \cdot A_s - f'_{yd} \cdot A'_s}{1 / 2f_{cd} \cdot b(1 + \lambda)} = \frac{f_{yd} \cdot A_s - f'_{yd} \cdot A'_s}{q_c} . \quad (5.17)$$

#### 5.4. Контрольний напружено-деформований стан перерізу при 1-му характерному типі руйнування

При цьому напружено деформованому стані (рис.5.1) розтягнута арматура знаходиться в стані текучості (1-й характерний тип руйнування), а стиснута арматура може або також знаходитись в стадії текучості (тип руйнування 1.1), або працювати пружно (тип руйнування 1.2).

Для знаходження контрольного значення висоти стиснутої зони бетону  $x_{1r}$ , коли виконуються умови (5.1) та

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_{s0} = f_{cd} / E_s , \quad (5.18)$$

розглянемо епюру розподілу деформацій на рис. 5.1,б, та записуємо зв'язок щодо відносних деформацій стиснутої арматури

$$\frac{\varepsilon_{c(1)}}{x_1} = \frac{\varepsilon'_s}{x_1 - a'_s} . \quad (5.19)$$

Звідти контрольне значення висоти стиснутої зони, буде

$$x_1 = x_{1r}' = a'_s \cdot \frac{\varepsilon_{cu3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd} - \varepsilon'_{s0}} . \quad (5.20)$$

В такому разі, якщо буде виконуватись умова

$$x_1 \geq x_{1r}' , \quad (5.21)$$

в стиснутій арматурі буде виникати текучість і ми будемо мати характерний випадок типу 1.1.

Якщо буде виконуватись умова

$$x_1 < x_{1r}' , \quad (5.22)$$



то стиснута арматура буде працювати при руйнуванні перерізу пружно, тобто буде відбуватись характерний тип руйнування 1.2.

5.5. Контрольний напружено-деформований стан перерізу при 2-му характерному типі руйнування

При цьому напружено-деформованому стані (рис. 5.1) арматура в розтягнутій зоні працює пружно (що є характерним саме для 2-го типу руйнування), а стиснута арматура може або працювати в стадії текучості (тип руйнування 2.1), або працювати пружно (тип руйнування 2.2).

Критерієм переходу від одного типу руйнування до іншого може бути прийняте контрольне значення деформацій в стиснутій арматурі ( $\varepsilon_{sr}'$ ), при якому висота стиснутої зони бетону

$$x_1 = x_{lr}. \quad (5.23)$$

З розгляду епюри розподілу деформацій по висоті перерізу (рис. 5.1,б)

$$\frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{x_{lr}} = \frac{\varepsilon_{sr}'}{x_{lr} - a_s'}. \quad (5.24)$$

Звідки контрольне значення відносних деформацій стиснутої арматури

$$\varepsilon_{sr}' = \varepsilon_{cu3,cd} \left( 1 - \frac{a_s'}{x_{lr}} \right). \quad (5.25)$$

В такому разі, якщо буде виконуватись умова

$$\varepsilon_{s0}' \leq \varepsilon_{sr}' < \varepsilon_{ud}, \quad (5.26)$$

в стиснутій арматурі буде виникати текучість і руйнування перерізу відбувається по типу 2.1.

У випадку, коли буде виконуватись умова

$$0 < \varepsilon_{sr}' < \varepsilon_{s0}', \quad (5.27)$$

стиснута арматура буде працювати пружно, і руйнування перерізу буде відбуватись по типу 2.2.

5.6. Несуча здатність перерізу з подвійним армуванням

Несуча здатність нормального перерізу балки з подвійним армуванням знаходиться із розгляду другого рівняння рівноваги у вигляді суми моментів відносно розтягнутої арматури  $\sum M_A = 0$ , а саме

$$M_u - F_c \cdot z_{ins} - F'_s (d - a'_s) = 0, \quad (5.28)$$

звідки

$$M_u = F_c \cdot z_{ins} + F'_s (d - a'_s), \quad (5.29)$$

де  $z_{ins}$  – відстань між точками прикладання рівнодіючих напружень в розтягнутій арматурі  $F_s$  та стиснутому бетоні  $F_c$  (див. рис. 5.1, б), що дорівнює

$$z_{ins} = d - a_c, \quad (5.30)$$

$a_c$  – відстань від найбільш стиснутої грані бетону до точки прикладання рівнодіючого зусилля внутрішніх стискаючих напружень в бетоні  $F_c$ , коефіцієнт  $k_\lambda$  визначаються за формулами:

$$a_c = x_1 \cdot k_\lambda, \quad (5.31)$$

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)}. \quad (5.32)$$

Таким чином, несуча здатність залізобетонного перерізу з подвійним армуванням визначається за формулою

$$M_u = q_c \cdot x_1 (d - k_\lambda \cdot x_1) + F'_s (d - a'_s). \quad (5.33)$$

Як видно з формули (5.33) несуча здатність перерізу з подвійним армуванням залежить від висоти стиснутої зони бетону  $x_1$  та зусиль в стиснутій арматурі  $F'_s$ .

5.7. Висота стиснутої зони бетону  $x_1$  та зусилля в розтягнутій арматурі  $F'_s$  при різних характерних типах руйнування

При типі характерного руйнування 1.1 має виконуватись умова (5.1).

В такому разі висота стиснутої зони бетону  $x_1$  буде визначатись з формули (5.17), а зусилля в стиснутій арматурі по формулі (5.16).

При характерному типі руйнування 1.2 має виконуватись умова (5.2).

Перше рівняння рівноваги (5.10) для такого випадку буде мати вигляд

$$f_{yd} \cdot A_s - q_c \cdot x_1 - \varepsilon_{cu3,cd} \left( 1 - \frac{a'_s}{x_1} \right) E_s A'_s = 0. \quad (5.34)$$

Після розв'язання квадратного рівняння (5.34) відносно  $x_1$  отримаємо

$$x_1 = \frac{f_{yd} \cdot A_s - \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A'_s + \sqrt{D_{2.1}}}{2 \cdot q_c}, \quad (5.35)$$

де величина дискримінанта

$$D_{2.1} = \left( f_{yd} \cdot A_s - \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A'_s \right)^2 + 4 \cdot q_c \cdot \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A'_s \cdot a'_s. \quad (5.36)$$

Зусилля в стиснутій арматурі

$$F'_s = \varepsilon_{cu3,cd} \left( 1 - \frac{a'_s}{x_1} \right) E_s \cdot A'_s \quad (5.37)$$

При характерному типі руйнування 2.1 має виконуватись умова (5.3).

Перше рівняння рівноваги (5.10) для такого випадку має вид

$$\varepsilon_{cu3,cd} \left( \frac{d}{x_1} - 1 \right) E_s A_s - q_c x_1 - f_{yd} \cdot A'_s = 0. \quad (5.38)$$

Звідки висота стиснутої зони бетону

$$x_1 = \frac{f_{yd}' \cdot A_s' - \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s + \sqrt{\left(\varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s - f_{yd}' \cdot A_s'\right)^2 + 4 \cdot q_c \cdot \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s \cdot d}}{2 \cdot q_c}, \quad (5.39)$$

або

$$x_1 = \frac{f_{yd}' \cdot A_s' - \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s + \sqrt{D_{2.2}}}{2 \cdot q_c}, \quad (5.40)$$

де величина дискримінанта

$$D_{2.2} = \left(\varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s - f_{yd}' \cdot A_s'\right)^2 + 4 \cdot q_c \cdot \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s \cdot d. \quad (5.41)$$

Зусилля в стиснутій арматурі

$$F_s' = f_{yd}' \cdot A_s'. \quad (5.42)$$

При характерному типі руйнування 2.2 виконується умова (5.4), тобто і рязтягнута і стиснута арматура працюють пружно.

Запишемо рівняння (5.10) у розгорнутому вигляді

$$\varepsilon_{cu3,cd} \left(\frac{d}{x_1} - 1\right) E_s A_s - q_c x_1 - \varepsilon_{cu3,cd} \left(1 - \frac{a_s'}{x_1}\right) E_s A_s' = 0. \quad (5.43)$$

Після розв'язання цього рівняння відносно  $x_1$  та необхідних перетворень отримаємо

$$x_1 = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} E_s (A_s + A_s') - \sqrt{\left[\varepsilon_{cu3,cd} E_s (A_s + A_s')\right]^2 + 4 q_c \varepsilon_{cu3,cd} E_s (z_s A_s + a_s' A_s')}}{-2 q_c}, \quad (5.44)$$

або

$$x_1 = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s (A_s + A_s') - \sqrt{D_{2.3}}}{-2 \cdot q_c}, \quad (5.45)$$

де величина дискримінанта

$$D_{2.3} = \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \left[ \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s (A_s + A_s')^2 + 4 \cdot q_c (d \cdot A_s + a_s' \cdot A_s') \right]. \quad (5.46)$$

Відповідно, зусилля в стиснутій арматурі  $F'_s$  при такому типі руйнування буде знаходитись за допомогою (5.37) з урахуванням попередньо визначеного в (5.45) значення висоти стиснутої зони бетону  $x_1$ .

## 5.8. Алгоритм розрахунку

1. З відповідних таблиць [1], [2] та [3] виписують фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}$ , МПа ;  $\varepsilon_{cu3,cd}$  ;  $\varepsilon_{c3,cd}$  ;

– для арматури  $f_{yk}$ , МПа ;  $f_{yk}'$ , МПа ;  $E_s$ , МПа ,  $E_s'$ , МПа ;  $\gamma_s$  ;  $\gamma_s'$  ;

$A_s$ , см<sup>2</sup> ;  $A_s'$ , см<sup>2</sup> ;  $\varepsilon_{ud}$  .

2. Розраховують величини:

–  $f_{yd}$ , МПа по формулі  $f_{yk} / \gamma_s$  ;

–  $f_{yd}'$ , МПа по формулі  $f_{yk}' / \gamma_s$  ;

–  $\varepsilon_{s0}$  по формулі  $f_{yd} / E_s$  ;

–  $\varepsilon_{s0}'$  по формулі  $f_{yd}' / E_s$  ;

–  $d$  , по формулі  $d = h - a_s$  ;

–  $\lambda$  по формулі (5.14);

–  $k_\lambda$  по формулі (5.32).

3. Визначають усереднене значення внутрішніх розподілених напружень в стиснутій зоні бетону  $q_c$  по формулі (5.13).

4. Визначають висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  з умови наявності текучості і в розтягнутій, і в стиснутій арматурі по формулі (5.17).

5. Розраховують контрольне значення висоти стиснутої зони бетону  $x_{1r}$  для визначення характерного типу руйнування по формулі (5.9).

6. Визначають характерний тип руйнування перерізу.

Якщо виконується умова (5.5), роблять висновок, що переріз зруйнується відповідно до 1-го характерного типу, тобто в момент руйнування розтягнута арматура буде працювати в стадії текучості і йдуть до пункту 7.

Якщо виконується умова (5.6), роблять висновок, що переріз зруйнується відповідно до 2-го характерного типу, тобто в момент руйнування розтягнута арматура буде працювати пружно і йдуть до пункту 17.

7. Розраховують контрольне значення висоти стиснутої зони для визначення стадії роботи стиснутої арматури в момент руйнування  $x_{1r}'$  по формулі (5.20).

8. Визначають стадію роботи стиснутої арматури при першому характерному типі руйнування.

Якщо виконується умова (5.21), роблять висновок, що буде відбуватись тип руйнування 1.1, тобто в момент руйнування і розтягнута, і стиснута арматури працюють в стадії текучості, і йдуть до пункту 9.

Якщо виконується умова (5.22) – роблять висновок, що буде відбуватись руйнування за типом 1.2, тобто розтягнута арматура буде працювати на стадії текучості, а стиснута арматура – пружно, і йдуть до пункту 13.

9. Визначають зусилля в стиснутій арматурі  $F_s'$  по формулі (5.16).
10. Приймають висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  з формули (5.17).
11. Визначають несучу здатність перерізу  $M_u$  за формулою (5.33).
12. Перевіряючи умову (4.1) визначаються щодо забезпечення несучої здатності та роблять висновок щодо стадії роботи розтягнутої та стиснутої арматури в момент руйнування.
  13. Визначають значення дискримінанта Д2.1 по формулі (5.36).
  14. Розраховують висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  по формулі (5.35).
  15. Визначають зусилля в стиснутій арматурі  $F_s'$  по формулі (5.37).
  16. Послідовно виконують п.п 11 та 12.
  17. Визначають контрольне значення деформацій в стиснутій арматурі  $\varepsilon_{sr}'$  по формулі (5.25), при якому відбувається другий тип характерного руйнування.
  18. Визначають стадію роботи стиснутої арматури при другому характерному типі руйнування (розтягнута арматура працює пружно).

Якщо виконується умова (5.26), роблять висновок, що в момент руйнування в стиснутій арматурі виникає текучість і йдуть до пункту 19.

Якщо виконується умова (5.27), роблять висновок, що стиснута арматура працює пружно і йдуть до пункту 23.
  19. Розраховують дискримінант Д2.2 по формулі (5.41)
  20. Визначають висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  по формулі (5.40).

21. Розраховують величину зусиль в стиснутій зоні  $F'_s$  по формулі (5.42).

22. Послідовно виконують п.п.11 та 12.

23. Розраховують дискримінант Д2.3 по формулі (5.46).

24. Визначають висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  по формулі (5.45).

25. Розраховують величину зусиль в стиснутій арматурі  $F'_s$  по формулі (5.37).

26. Послідовно виконують п.п.11 та 12.

## 5.9. Приклад розрахунку

### Приклад №5.1

Вхідні дані:

Бетон С30/35

$b = 20$  см

$h = 50$  см

$\gamma_{cl} = 1,0$

$M = 400$ кНм

Арматура А 500С

$A_s = 3\emptyset 36$

$A'_s = 3\emptyset 16$

$a_s = 30$  мм

$a'_s = 20$  мм

Розв'язання:

1. Визначаємо фізико-механічні характеристики :

– для бетону  $f_{cd} = 19,5$  МПа ;  $\varepsilon_{cu3,cd} = 2,8 \cdot 10^{-3}$  ;  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,72 \cdot 10^{-3}$  ;

– для арматури  $f_{yk} = 500$  МПа ;  $E_s = 2,1 \cdot 10^5$  МПа ,  $\gamma_s = 1,2$  ;  $\gamma'_s = 1,15$  ;

$A_s = 32,4$  см<sup>2</sup> ;  $A'_s = 6,03$  см<sup>2</sup> ;  $\varepsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3}$  .

2. Розраховуємо величини:

–  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,2} = 416,7$  МПа ;



$$\begin{aligned}
- f_{yd}' &= \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ МПа}; \\
- \varepsilon_{s0} &= \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{416,7}{2,1 \cdot 10^5} = 1,98 \cdot 10^{-3}; \\
- \varepsilon_{s0}' &= \frac{f_{yd}'}{E_s} = \frac{434,8 \text{ МПа}}{2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}} = 2,07 \cdot 10^{-3}; \\
- d &= h - a_s = 50 - 3 = 47 \text{ см}; \\
- \lambda &= \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}} = \frac{2,8 \cdot 10^{-3} - 0,72 \cdot 10^{-3}}{2,8 \cdot 10^{-3}} = 0,743; \\
- k_\lambda &= \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,743(1 + 0,743)}{3(1 + 0,743)} = 0,439.
\end{aligned}$$

3. Визначаємо величину усереднених внутрішніх розподілених напружень в стиснутій зоні бетону

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b(1 + \lambda) = \frac{1}{2} \cdot 19,5 \cdot 10^3 \cdot 0,2(1 + 0,743) = 3398,9 \text{ (кН / м)}.$$

4. Визначаємо висоту стиснутої зони бетону з умови наявності текучості і в розтягнутій і в стиснутій арматурі

$$x_1 = \frac{f_{yd} \cdot A_s - f_{yd}' \cdot A_s'}{1 / 2 f_{cd} \cdot b(1 + \lambda)} = \frac{416,7 \cdot 10^3 \cdot 30,56 \cdot 10^{-4} - 434,8 \cdot 10^3 \cdot 6,03 \cdot 10^{-4}}{3398,9} = 0,297 \text{ (м)}.$$

5. Визначаємо контрольне значення висоти стиснутої зони бетону

$$x_{lr} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{s0}} = 47 \cdot \frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{2,8 \cdot 10^{-3} + 1,98 \cdot 10^{-3}} = 27,53 \text{ (см)}.$$

6. Визначаємо характерний тип руйнування. Так як  $x_1 = 29,7 \text{ см} \geq x_{lr} = 27,53 \text{ см}$  робимо висновок, що руйнування відбудеться по 2-му характерному випадку, тобто при руйнуванні розтягнута арматура буде працювати пружно.

7. Визначаємо контрольне значення деформацій в стиснутій арматурі

$$\varepsilon_{sr}' = \varepsilon_{cu3,cd} \left( 1 - \frac{a_s'}{x_{lr}} \right) = 2,8 \cdot 10^{-3} \left( 1 - \frac{2,0}{27,53} \right) = 2,60 \cdot 10^{-3}.$$

8. Визначаємо стадію роботи стиснутої арматури при руйнування. Так як  $\varepsilon_{s0}' = 2,07 \cdot 10^{-3} \leq \varepsilon_{sr}' = 2,6 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3}$ , робимо висновок, що стиснута арматура буде працювати в стадії текучості, тобто відбувається характерний тип руйнування 2.1.

9. Визначаємо величину дискримінанту з умови пружної роботи розтягнутої арматури

$$\begin{aligned} D_{2,2} &= \left( \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s - f_{yd}' \cdot A_s' \right)^2 + 4 \cdot q_c \cdot \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s \cdot d = \\ &= \left( 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 30,54 \cdot 10^{-4} - 434,8 \cdot 10^3 \cdot 6,03 \cdot 10^{-4} \right)^2 + \\ &+ 4 \cdot 3398,9 \cdot 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 30,54 \cdot 10^{-4} \cdot 0,47 = 13815755,64 \text{ (кН}^2\text{)}. \end{aligned}$$

10. Визначаємо висоту стиснутої зони бетону із умови пружної роботи розтягнутої арматури для типу 2.1

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{f_{yd}' \cdot A_s' - \varepsilon_{cu3,cd} \cdot E_s \cdot A_s + \sqrt{D_{2,2}}}{2 \cdot q_c} = \\ &= \frac{(434,8 \cdot 10^3 \cdot 6,03 \cdot 10^{-4} - 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 30,54 \cdot 10^{-4} + \sqrt{13815755,64})}{2 \cdot 3398,9} = 0,321 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

11. Перевіряємо умову пружної роботи розтягнутої арматури

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3,cd} \left( \frac{d}{x_1} - 1 \right) = 2,8 \cdot 10^{-3} \left( \frac{0,47}{0,321} - 1 \right) = 1,30 \cdot 10^{-3}$$

як бачимо

$$\varepsilon_s = 1,30 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{s0} = 1,98 \cdot 10^{-3},$$

тобто розтягнута арматура дійсно працює пружно.

12. Перевіряємо, в якій стадії працює стиснута арматура  $A_s'$ .

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu3,cd} \left( 1 - \frac{a_s'}{x_1} \right) = 2,8 \cdot 10^{-3} \left( 1 - \frac{0,02}{0,321} \right) = 2,63 \cdot 10^{-3}$$

як бачимо

$$\varepsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_s' = 2,63 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{s0}' = 2,07 \cdot 10^{-3},$$

тобто стиснута арматура дійсно працює не пружно, але не руйнується.

13. Визначаємо несучу здатність перерізу

$$M_u = q_c x_1 (d - k_\lambda x_1) + f_{yd}' A_s' (d - a_s') = 3398,9 \cdot 0,321 (0,47 - 0,439 \cdot 0,321) + 434,8 \cdot 10^3 \cdot 6,03 \cdot 10^{-4} (0,47 - 0,02) = 477,01 \text{ (кНм)}.$$

14. Перевіряємо несучу здатність перерізу

$$M_u = 482,65 \text{ кНм} > M_{Ed} = 400 \text{ кНм},$$

Висновок: несуча здатність перерізу забезпечена, балка не зруйнується. Руйнування балки відбудеться за характерним типом 2.1, тобто в процесі руйнування робоча розтягнута арматура буде працювати пружно, а стиснута буде знаходитись в стадії текучості.

### Приклад № 5.2

Вхідні дані:

Бетон С40/50

Арматура А 400С

$b = 20 \text{ см}$

$A_s = 2\emptyset 25$

$h = 50 \text{ см}$

$A_s' = 2\emptyset 14$

$\gamma_{cl} = 1,0$

$a_s = 30 \text{ мм}$

$M_{Ed} = 180 \text{ кНм}$

$a_s' = 20 \text{ мм}$

Розв'язання:

1. Визначаємо фізико-механічні характеристики

– для бетону  $f_{cd} = 27,5 \text{ МПа}$ ;  $\varepsilon_{cu3,cd} = 2,31 \cdot 10^{-3}$ ;  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,86 \cdot 10^{-3}$ ;

– для арматури  $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ;  $E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_s = 1,1$ ;  $A_s = 9,82 \text{ см}^2$ ;

$A_s' = 3,08 \text{ см}^2$ ;  $\varepsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3}$ .

2. Розраховуємо величини:

$$- f_{yd} = f_{yd}' = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,1} = 363,6 \text{ МПа};$$

$$- \varepsilon_{s0} = \varepsilon_{s0}' = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{363,6}{2,1 \cdot 10^5} = 1,73 \cdot 10^{-3};$$

$$- d = h - a_s = 50 - 3 = 47 \text{ (см)};$$

$$- \lambda = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}} = \frac{2,31 \cdot 10^{-3} - 0,86 \cdot 10^{-3}}{2,31 \cdot 10^{-3}} = 0,628;$$

$$- k_\lambda = \frac{1+\lambda(1+\lambda)}{3(1+\lambda)} = \frac{1+0,628(1+0,628)}{3(1+0,628)} = 0,414.$$

3. Визначаємо величину усереднених внутрішніх розподілених напружень в стиснутій зоні бетону

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b (1+\lambda) = \frac{1}{2} \cdot 27,5 \cdot 10^3 \cdot 0,2(1+0,628) = 4477 \text{ (кН / м)}.$$

4. Визначаємо висоту стиснутої зони бетону з умови наявності текучості і в розтягнутій і в стиснутій арматурі

$$x_1 = \frac{f_{yd} \cdot A_s - f'_{yd} \cdot A'_s}{q_c} = \frac{363,6 \cdot 10^3 \cdot 9,82 \cdot 10^{-4} - 363,6 \cdot 10^3 \cdot 3,08 \cdot 10^{-4}}{4477} = 0,055 \text{ (м)}.$$

5. Визначаємо контрольне значення висоти стиснутої зони бетону

$$x_{1r} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{so}} = 47 \cdot \frac{2,31 \cdot 10^{-3}}{2,31 \cdot 10^{-3} + 1,73 \cdot 10^{-3}} = 26,90 \text{ (см)}.$$

6. Визначаємо характерний тип руйнування. Так як  $x_1 = 5,5 \text{ см} < x_{1r} = 26,9 \text{ см}$  робимо висновок, що руйнування відбудеться по 1-му характерному випадку, тобто при руйнуванні в розтягнутій арматурі буде виникати текучість.

7. Розраховуємо контрольне значення висоти стиснутої зони бетону для визначення характеру роботи стиснутої арматури

$$x_{1r}' = a_s' \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{so}'} = 0,02 \cdot \frac{2,31 \cdot 10^{-3}}{2,31 \cdot 10^{-3} - 1,73 \cdot 10^{-3}} = 0,08 \text{ (м)}.$$

8. Визначаємо стадію роботи стиснутої арматури при руйнуванні. Так як  $x_1 = 5,5 \text{ см} < x'_{1r} = 8,0 \text{ см}$  робимо висновок, що при руйнуванні буде відбуватись тип характерного руйнування 1.2, тобто стиснута арматура буде працювати пружно.

9. Розраховуємо величину дискримінанта

$$\begin{aligned} D_{2,1} &= \left( f_{yd} A_s - \varepsilon_{cu3,cd} E_s A'_s \right)^2 + 4 q_c \varepsilon_{cu3,cd} E_s A'_s a_s' = \\ &= \left( 363,6 \cdot 10^3 \cdot 9,82 \cdot 10^{-4} - 2,31 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 3,08 \cdot 10^{-4} \right)^2 + \\ &+ 4 \cdot 4477 \cdot 2,31 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 3,08 \cdot 10^{-4} \cdot 0,02 = 96629,17 \text{ (кН}^2\text{)}. \end{aligned}$$

10. Обчислюємо висоти стиснутої зони бетону для характерного типу руйнування 1.2

$$x_1 = \frac{f_{yd} A_s - \varepsilon_{cu3,cd} E_s A_s' + \sqrt{D_{2,1}}}{2q_c} =$$

$$= \frac{363,6 \cdot 10^3 \cdot 9,82 \cdot 10^{-4} - 2,31 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 3,08 \cdot 10^{-4} + \sqrt{96629,17}}{2 \cdot 4477} = 0,058 \text{ (м)}.$$

11. Перевіряємо правильність наших висновків, щодо прийнятих нами стадій роботи арматури:

– для стиснутої арматури

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu3,cd} \left( 1 - \frac{a_s'}{x_1} \right) = 2,31 \cdot 10^{-3} \left( 1 - \frac{0,02}{0,058} \right) = 1,51 \cdot 10^{-3}$$

так як

$$\varepsilon_s' = 1,51 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{s0}' = 1,73 \cdot 10^{-3},$$

то стиснута арматура дійсно працює пружно;

– для розтягнутої арматури

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3,cd} \left( \frac{d}{x_1} - 1 \right) = 2,31 \cdot 10^{-3} \left( \frac{0,47}{0,058} - 1 \right) = 16,4 \cdot 10^{-3}$$

так як

$$\varepsilon_{s0} = 1,73 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_s = 16,4 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{ud} = 20 \cdot 10^{-3},$$

то розтягнута арматура буде дійсно працювати в стадії текучості.

12. Розраховуємо зусилля в стиснутій арматурі для характерного типу руйнування 1.2

$$F_s' = \varepsilon_s' \cdot E_s \cdot A_s' = 1,51 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 3,08 \cdot 10^{-4} = 97,67 \text{ (кН)}.$$

13. Визначаємо несучу здатність перерізу

$$M_u = q_c x_1 (d - k_\lambda x_1) + F_s' (d - a_s') =$$

$$= 4477 \cdot 0,058 \cdot (0,47 - 0,414 \cdot 0,058) + 97,67 \cdot (0,47 - 0,02) = 159,76 \text{ (кН} \cdot \text{м)}.$$

14. Перевіряємо несучу здатність перерізу

$$M_u = 159,76 \text{ кН} \cdot \text{м} < M_{Ed} = 100 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Висновок: несуча здатність перерізу не забезпечена, балка зруйнується. Руйнування балки відбудеться за характерним типом 1.2, тобто в процесі руйнування робоча розтягнута арматура буде працювати в стадії текучості, а стиснута буде працювати пружно.

## 5.10. Питання для самоперевірки

1. Які розрахункові передумови та припущення приймаються при розрахунку несучої здатності нормальних перерізів з подвійним армуванням?
2. Який напружено-деформований стан нормального перерізу розглядається при визначенні несучої здатності?
3. Які можливі варіанти роботи стиснутої та розтягнутої робочої арматури при руйнуванні балок з подвійним армуванням?
4. Який контрольний напружено-деформований стан розглядається при визначенні характерного типу руйнування перерізу з подвійним армуванням?
5. Опишіть два характерні типи руйнування балок з подвійним армуванням.
6. Для чого необхідно розглядати контрольний напружено-деформований стан при першому характерному типі руйнування?
7. Як записуються умови, за якими визначається характер роботи стиснутої арматури при першому характерному типі руйнування?
8. Як записуються умови, за якими визначається характер роботи стиснутої арматури при другому характерному типі руйнування?
9. Як визначається несуча здатність перерізу з подвійним армуванням?
10. Як визначається висота стиснутої зони бетону  $X_1$  та зусилля в стиснутій арматурі при типі руйнування 1.1?
11. Як визначається висота стиснутої зони бетону  $X_1$  та зусилля в стиснутій арматурі при типі руйнування 1.2?
12. Як визначається висота стиснутої зони бетону  $X_1$  та зусилля в стиснутій арматурі при типі руйнування 2.1?
13. Як визначається висота стиснутої зони бетону  $X_1$  та зусилля в стиснутій арматурі при типі руйнування 2.2?
14. Як за типом характерного руйнування можна визначитись із раціональністю використання арматурної сталі в стиснутій та розтягнутій зоні балок з подвійним армуванням?

## 6. ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩІ РОБОЧОЇ ПОВЗДОВЖНЬОЇ АРМАТУРИ ЗГИНАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ ІЗ УМОВ РАЦІОНАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ

### 6.1. Постановка задачі

Найчастіше в практиці проектування перед конструктором стоїть задача за результатами статичного розрахунку будівлі або окремої конструкції підібрати площу робочої арматури та правильно розмістити її в перерізі.

Саме в такому загальному контексті обумовлюється постановка цієї задачі та її реалізація.

Дано: відомі розміри поперечного перерізу балки (див. рис. 6.1,а); клас бетону  $C$  та умови його роботи  $\gamma_{c1}$ ; клас арматури  $A$ , який має бути використаний в розтягнутій та стиснутій зоні балки; величина зовнішнього моменту  $M_{Ed}$ , кНм.

Визначити: кількість робочої арматури в розтягнутій зоні, а при необхідності – в стиснутій зоні бетону.

### 6.2. Основні робочі гіпотези та передумови, що використовуються при вирішенні даної задачі

Умовою раціонального проектування є максимальне використання можливостей роботи матеріалів з яких зроблена балка, а саме бетону в стиснутій зоні та робочої повздовжньої арматури в розтягнутій, а при необхідності і стиснутій зоні балки.

Можливості стиснутого бетону буде повністю використано, якщо в момент руйнування на стиснутій грані бетону буде реалізована умова

$$\begin{cases} \varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3.cd}, \\ \sigma_c = f_{cd}. \end{cases} \quad (6.1)$$

Що стосується розтягнутої арматури, то її можливості будуть повністю реалізовані, якщо в момент руйнування в ній виникають такі напруження і деформації

$$\begin{cases} \varepsilon_s = \varepsilon_{so} = f_{yd} / E_s, \\ \sigma_s = f_{yd}. \end{cases} \quad (6.2)$$

Щодо умови раціонального розміщення розтягнутої арматури, то треба старатись розмістити цю арматуру якнайближче до розтягнутої грані бетону. При цьому має забезпечуватись мінімальне значення захисного шару бетону.

Якщо переріз підібрано раціонально, то руйнування стиснутого бетону і виникнення текучості в розтягнутій арматурі буде відбуватись одночасно.

З прийнятих вище передумов випливає, що умовою необхідності розташування робочої арматури в стиснутій зоні бетону є досягнення умови (6.1) (тобто руйнування стиснутого бетону) при тому, що розтягнута арматура ще працює пружно:

$$\begin{cases} \varepsilon_s < \varepsilon_{so}, \\ \sigma_s < f_{yd}. \end{cases} \quad (6.3)$$

Інші робочі гіпотези та передумови, які використовувались нами при вирішенні попередніх задач залишаються такими ж самими:

- розглядається третій напружено-деформований стан перерізу;
- епюра напружень в стиснутій зоні бетону приймається у вигляді прямокутної трапеції;
- роботою розтягнутого бетону нехтуємо;
- в момент руйнування залишається в силі лінійний характер розподілу деформацій по висоті перерізу.

### 6.3. Умова необхідності розташування робочої арматури в стиснутій зоні бетону

Розглянемо напружено-деформований стан прямокутного перерізу балки при одиночному армуванні наведений на рис. 6.1 (б).



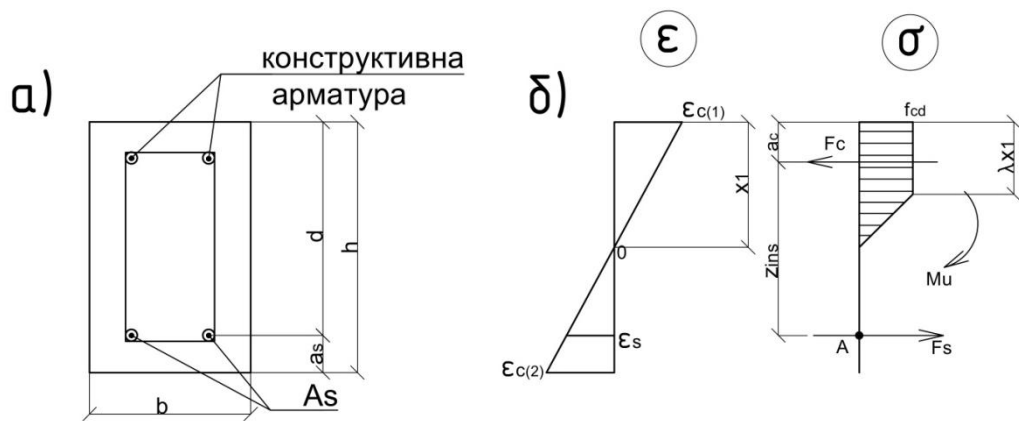


Рис. 6.1. Геометричні розміри (а) та напружено-деформований стан (б) нормального перерізу при поодинокому армуванні

Визначення контрольного значення висоти стиснутої зони бетону ( $x_{1r}$ ), при якому може відбуватися одночасне виконання умов (6.1) та (6.2), нами вже виконувалось раніше і розраховується за формулою

$$x_{1r} = d \frac{\varepsilon_{cu3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd} + \varepsilon_{so}}. \quad (6.4)$$

При визначенні робочої висоти перерізу  $d$  має використовуватись таке значення захисного шару бетону  $a_s$ , яке є мінімальним з огляду на корозійну стійкість та пожежну безпеку. З таких міркувань для розрахунків в першому наближенні приймається  $a_s = 50$  мм (якщо ця величина не надається у вихідних даних).

З іншого боку, висота стиснутої зони бетону  $x_1$  залежить від величини діючого в перерізі моменту зовнішніх сил  $M_{Ed}$ . Ця залежність може бути визначена із розгляду умови рівноваги у вигляді суми моментів відносно центру ваги розтягнутої арматури (т. А на рис. 6.1, б), а саме:

$$M_{Ed} - F_c \cdot z_{ins} = 0, \quad (6.5)$$

Рівнодіюча зусиль в стиснутому бетоні  $F_c$  (по аналогії з попередніми задачами)

$$F_c = x_1 \cdot q_c, \quad (6.6)$$

де величина усереднених внутрішніх напружень в стиснутому бетоні

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b (1 + \lambda), \quad (6.7)$$

а коефіцієнт

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3.cd} - \varepsilon_{c3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd}}. \quad (6.8)$$

Плече внутрішньої пари сил в перерізі

$$z_{ins} = d - a_c, \quad (6.9)$$

де відстань від стиснутої грані бетону до центру ваги епюри стиску

$$a_c = x_1 \cdot k_\lambda, \quad (6.10)$$

а коефіцієнт

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)}. \quad (6.11)$$

Підставивши значення (6.6) ÷ (6.11) в (6.5) та вирішуючи квадратне рівняння відносно  $x_1$ , отримаємо

$$x_1 = \frac{dq_c - \sqrt{D_3}}{2k_\lambda q_c}, \quad (6.12)$$

де величина дискримінанта

$$D_3 = d^2 q_c^2 - 4k_\lambda q_c M_{Ed}. \quad (6.13)$$

В такому разі, умова необхідності розташування робочої арматури в стиснутій зоні бетону може бути записана наступним чином.

Якщо буде виконуватись умова

$$x_1 < x_{lr}, \quad (6.14)$$

то фізико-механічних властивостей стиснутого бетону буде достатньо, щоб відбулося одночасне руйнування і стиснутого бетону, і розтягнутої арматури. Тобто, додатково встановлювати арматуру в стиснуту зону бетону нам не буде потрібно.

Якщо ж буде виконуватись умова

$$x_1 \geq x_{lr}, \quad (6.15)$$

то це буде означати, що стиснута зона бетону зруйнується при пружній роботі розтягнутої арматури і для виконання оптимальних

умов проектування необхідно поставити додаткову повздовжню арматуру в стиснуту зону бетону.

6.4. Підбір робочого армування у випадку одиночного армування

Розглянемо випадок, коли не потрібно встановлювати арматуру в стиснутій зоні бетону, тобто виконується умова (6.14).

Для визначення площі робочої арматури записують рівняння рівноваги у вигляді суми проекцій всіх сил на вісь X (рис. 6.1,б):

$$F_s - F_c = 0, \quad (6.16)$$

де рівнодіюче зусилля в розтягнутій арматурі

$$F_s = f_{yd} A_s. \quad (6.17)$$

Підставляючи (6.6) та (6.17) в (6.16), отримують необхідну площу робочої повздовжньої арматури в розтягнутій зоні

$$A_s = \frac{q_c x_1}{f_{yd}}, \quad (6.18)$$

де висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  визначають з формули (6.12).

6.5. Підбір робочого армування у випадку подвійного армування

Розглянемо випадок, коли необхідно поставити додаткову робочу арматуру в стиснуту зону бетону – виконується умова 6.15.

Для цього нам необхідно розглянути напружено-деформований стан перерізу балки з подвійним армуванням (рис. 6.2, б.)

Спочатку визначимо площу арматури в стиснутій зоні  $A_s'$ . Площу цієї арматури знаходимо із припущення, що в момент руйнування висота стиснутої зони

$$x_1 = x_{1u}. \quad (6.19)$$

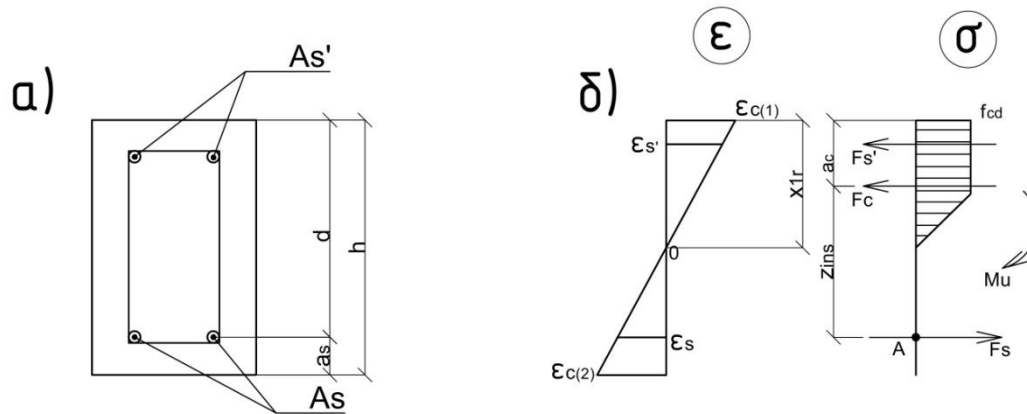


Рис. 6.2. Геометричні розміри (а) та напружено-деформований стан перерізу (б) у випадку подвійного армування

Тоді із розгляду подібності трикутників на діаграмі деформування (рис. 6.2, б) знаходять деформації в стиснутій арматурі  $\varepsilon_s'$

$$\frac{\varepsilon_{c1}}{x_{1r}} = \frac{\varepsilon_s'}{x_{1r} - a_s'}, \quad (6.20)$$

звідки

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu3.cd} \frac{x_{1r} - a_s'}{x_{1r}}, \quad (6.21)$$

Площу стиснутої арматури  $A_s'$  визначають із розгляду другого рівняння рівноваги у вигляді суми моментів відносно т. А, а саме:

$$M_{Ed} - F_c z_{ins} - F_s' (d - a_s') = 0. \quad (6.22)$$

Рівнодіюче зусилля в стиснутому бетоні  $F_c$  та плече внутрішньої пари сил  $z_{ins}$  визначають з формули (6.6) та (6.9), відповідно, при  $x_1 = x_{1r}$ .

Зусилля в стиснутій арматурі в формулі (6.22) дорівнюють

$$F_s' = \sigma_s' A_s'. \quad (6.23)$$

Напруження в стиснутій арматурі визначають в залежності від рівня деформацій, а саме:

$$\sigma_s' = \varepsilon_s' E_s, \text{ , при } 0 < \varepsilon_s' < \varepsilon_{s0}' = \frac{f_{yd}}{E_s}; \quad (6.24, \text{ а})$$

$$\sigma_s' = f_{yd}', \text{ , при } \varepsilon_{s0}' \leq \varepsilon_s' < \varepsilon_{ud}'. \quad (6.24, \text{ б})$$

Із зазначеного вище, площу стиснутої арматури знаходять з формули

$$A_s' = \frac{M_{Ed} - q_c x_{1r} (d - k_\lambda x_{1r})}{\sigma_s' (d - a_s')}. \quad (6.25)$$

Площу розтягнутої арматури визначають з розгляду першого рівняння рівноваги у вигляді суми проєкцій всіх сил на вісь X (див. рис. 6.2, б)

$$F_s - F_c - F_s' = 0. \quad (6.26)$$

Із врахуванням (6.17), (6.6) при  $x_1 = x_{1r}$ , (6.23) підставляють відповідні величини в (6.26) та отримують необхідну площу розтягнутої арматури

$$A_s = \frac{q_c x_{1r} + \sigma_s' A_s'}{f_{yd}}. \quad (6.27)$$

## 6.6. Алгоритм розрахунку

1. Виписують фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}^T$ ,  $\varepsilon_{cu3,cd}$ ,  $\varepsilon_{c3,cd}$ ,  $f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl}$ ;

– для арматури:

розтягнутої  $f_{yk}$ ,  $E_s$ ,  $\gamma_s$ ,  $\varepsilon_{ud}$ ,  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ ;

стиснутої  $f_{yk}'$ ,  $E_s$ ,  $\gamma_s'$ ,  $\varepsilon_{ud}$ ,  $f_{yd}' = \frac{f_{yk}'}{\gamma_s'}$ .

2. Визначають наступні значення:

– робочу висоти перерізу  $d$ ;

– граничні деформації пружності стиснутої  $\varepsilon_{s0}'$  та розтягнутої  $\varepsilon_{so}$  арматури;

– коефіцієнт  $\lambda$  по формулі (6.8);

- коефіцієнт  $k_\lambda$  по формулі (6.11);
- усереднене значення розподілених внутрішніх зусиль в стиснутому бетоні  $q_c$  по формулі (6.7).
- 3. Визначають контрольне значення висоти стиснутої зони бетону  $x_{1r}$  по формулі (6.4).
- 4. Визначають величину дискримінанта  $D_3$  по формулі (6.13).
- 5. Визначають висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  по формулі (6.12).
- 6. Перевіряють умову необхідності розташування арматури в стиснутій зоні бетону.  
Якщо виконується умова (6.14), ідуть до п.7.  
Якщо виконується умова (6.15) – до п.9.
- 7. Визначають робоче армування в розтягнутій зоні по формулі (6.18).
- 8. По табл. 1 [3] підбирають кількість та діаметр стержнів необхідного класу.
- 9. Знаходять деформації в стиснутій арматурі  $\varepsilon'_s$  по формулі (6.21).
- 10. Визначають в якій стадії працює стиснута арматура і значення напружень  $\sigma'_s$ .  
Якщо виконується умова (6.24,а) роблять висновок, що стиснута арматура працює пружно і  $\sigma'_s = \varepsilon'_s E_s$ , .  
Якщо виконується умова (6.24,б) роблять висновок, що в стиснутій арматурі буде виникати текучість і  $\sigma'_s = f_{yd}$ , .
- 11. Знаходять необхідну площу стиснутої арматури  $A'_s$  по формулі (6.25).
- 12. Знаходять необхідну площу розтягнутої арматури  $A_s$  по формулі (6.27).
- 13. По табл. 1 [3] підбирають кількість та діаметр арматури в розтягнутій та стиснутій зоні бетону, та записують фактичну площу арматури  $A_s$  та  $A'_s$ .

## 6.7. Приклади розрахунку

### Приклад № 6.1. Розрахунку одиночного армування

Вхідні дані:

Бетон С30/35

Арматура А400С

$b = 20$  см

$a_s = 50$  мм

$h = 45$  см

$\gamma_{cl} = 0,9$

$M = 75$  кНм

Розв'язання:

1. Випишуємо фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}^T = 19,5$  МПа,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 2,8 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,72 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl} = 19,5 \cdot 0,9 = 17,55 \text{ МПа};$$

– для арматури

$$f_{yk} = 400 \text{ МПа}, \gamma_s = 1,1, E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \varepsilon_{ud} = 25 \cdot 10^{-3},$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,1} = 364 \text{ МПа}.$$

2. Визначаємо величини:

– робоча висота перерізу

$$d = h - a_s = 450 - 50 = 400 \text{ мм};$$

– граничні деформації пружної роботи арматури

$$\varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{364}{2,1 \cdot 10^5} = 1,73 \cdot 10^{-3},$$

$$- \lambda = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}} = \frac{2,8 \cdot 10^{-3} - 0,72 \cdot 10^{-3}}{2,8 \cdot 10^{-3}} = 0,74,$$

$$- k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,74(1 + 0,74)}{3(1 + 0,74)} = 0,44,$$

– усереднені значення розподілених внутрішніх зусиль в стиснутій зоні бетону

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b (1 + \lambda) = \frac{1}{2} \cdot 17,55 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 0,2 \text{ м} (1 + 0,74) = 3054 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

3. Визначаємо контрольне значення висоти стиснутої зони з умов оптимального проектування

$$x_{lr} = d \frac{\varepsilon_{cu3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd} + \varepsilon_{so}} = 0,4 \frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{2,8 \cdot 10^{-3} + 1,73 \cdot 10^{-3}} = 0,247 \text{ м.}$$

4. Визначаємо величину дискримінанта

$$D_3 = d^2 q_c^2 - 4k_\lambda q_c M_{Ed} = 0,4^2 \cdot 3054^2 - 4 \cdot 0,44 \cdot 3054 \cdot 75 = 1089179 \text{ кН}^2.$$

5. Висота стиснутої зони бетону при дії зовнішнього навантаження

$$x_1 = \frac{dq_c - \sqrt{D_3}}{2k_\lambda q_c} = \frac{0,4 \cdot 3054 - \sqrt{1089179}}{2 \cdot 0,44 \cdot 3054} = 0,066 \text{ м}$$

6. Перевіряємо умову необхідності розташування в стиснутій зоні арматури

$$x_1 = 0,066 \text{ м} < x_{lr} = 0,247 \text{ м},$$

тобто додатково встановлювати арматуру в стиснуту зону бетону не потрібно.

7. Визначаємо робоче армування в розтягнутій зоні

$$A_s = \frac{q_c x_1}{f_{yd}} = \frac{3054 \cdot 0,066}{364 \cdot 10^3} = 5,54 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 5,54 \text{ см}^2,$$

по табл. 1 [3] приймаємо (2Ø16+Ø14)A240C, тобто фактична площа армування  $A_s = (4,02 + 1,539) = 5,559 \text{ см}^2 > 5,54 \text{ см}^2$  (перевищення прийнятого армування складає 3,4%, що менше допустимого значення в 15%).

Висновок. При заданому перерізі балки та величині зовнішнього навантаження  $M_{Ed}$  найбільш раціональним з огляду на забезпечення несучої здатності є армування стержнями в розтягнутій зоні бетону у вигляді (2Ø16+Ø14)A240C площею  $A_s = 5,559 \text{ см}^2$ .

### Приклад № 6.2. Розрахунок подвійного армування

Вхідні дані:

Бетон C12/15

b = 35 см

h = 80 см

Арматура

– розтягнута A 400C

– стиснута A240C



$$\gamma_{cl} = 1,0$$

$$a_s = 80 \text{ мм}$$

$$M = 750 \text{ кНм}$$

$$a'_s = 50 \text{ мм}$$

Розв'язання:

1. Випишемо фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}^T = 8,5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,33 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,52 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl} = 8,5 \cdot 1,0 = 8,5 \text{ МПа};$$

– для арматури:

розтягнутої  $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_s = 1,1$ ,  $E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{ud} = 25 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,1} = 364 \text{ МПа};$$

стиснутої  $f_{yk}' = 240 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_s = 1,05$ ,  $E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{ud} = 25 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{yd}' = \frac{f_{yk}'}{\gamma_s} = \frac{240}{1,05} = 228,6 \text{ МПа}.$$

2. Визначаємо величини:

– робоча висота перерізу

$$d = h - a_s = 800 - 80 = 720 \text{ мм};$$

– граничні деформації пружної роботи арматури

$$\varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{364}{2,1 \cdot 10^5} = 1,73 \cdot 10^{-3}, \quad \varepsilon_{s0}' = \frac{f_{yd}'}{E_s} = \frac{228,6}{2,1 \cdot 10^5} = 1,08 \cdot 10^{-3},$$

$$- \lambda = \frac{\varepsilon_{cu3,cd} - \varepsilon_{c3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd}} = \frac{3,33 \cdot 10^{-3} - 0,52 \cdot 10^{-3}}{3,33 \cdot 10^{-3}} = 0,84,$$

$$- k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,84(1 + 0,84)}{3(1 + 0,84)} = 0,46,$$

– усереднені значення розподілених внутрішніх зусиль в стиснутій зоні бетону

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b (1 + \lambda) = \frac{1}{2} \cdot 8,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 0,35 \text{ м} (1 + 0,84) = 2737 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

3. Визначаємо контрольне значення висоти стиснутої зони з умов оптимального проектування

$$x_{1r} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{s0}} = 0,72 \frac{3,33 \cdot 10^{-3}}{3,33 \cdot 10^{-3} + 1,73 \cdot 10^{-3}} = 0,474 \text{ м}.$$

4. Визначаємо величину дискримінанта

$$D = d^2 q_c^2 - 4k_\lambda q_c M_{Ed} = 0,72^2 \cdot 2737^2 - 4 \cdot 0,46 \cdot 2737 \cdot 750 = 106362 \text{ кН}^2.$$

5. Висота стиснутої зони бетону при дії зовнішнього навантаження

$$x_1 = \frac{dq_c - \sqrt{D_3}}{2k_\lambda q_c} = \frac{0,72 \cdot 2737 - \sqrt{106362}}{2 \cdot 2737 \cdot 0,46} = 0,653 \text{ м.}$$

6. Перевіряємо умову необхідності розташування в стиснутій зоні арматури

$$x_1 = 0,653 \text{ м} > x_{1r} = 0,474 \text{ м},$$

тобто треба ставити робоче армування в стиснуту зону бетону.

7. Деформації в стиснутій арматурі при  $x_1 = x_{1r}$

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu3.cd} \frac{x_{1r} - a_s'}{x_{1r}} = 3,33 \cdot 10^{-3} \frac{0,474 - 0,05}{0,474} = 2,979 \cdot 10^{-3},$$

так як

$$\varepsilon_{ud} = 25 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_s' = 2,979 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{s0}' = 1,08 \cdot 10^{-3}.$$

стиснута арматура буде працювати на стадії текучості, але не буде руйнуватись, тобто

$$\sigma_s' = f_{yd}' = 228,6 \text{ МПа.}$$

8. Необхідна площа робочої арматури в стиснутій зоні бетону

$$A_s' = \frac{M_{Ed} - q_c x_{1r} (d - k_\lambda x_{1r})}{\sigma_s' (d - a_s')} = \frac{750 - 2737 \cdot 0,474 (0,72 - 0,46 \cdot 0,474)}{228,6 \cdot 10^{-3} (0,72 - 0,05)} = 6,81 \text{ см}^2,$$

по табл. 1 [3] приймаємо 2Ø22A240С з фактичною площею армування  $A_s' = 7,6 \text{ см}^2$  (перевищення складає 11,6%, що не перевищує максимального значення 15%).

9. Необхідна площа робочої арматури в розтягнутій зоні при  $\varepsilon_s' > \varepsilon_{s0}'$

$$A_s = \frac{q_c x_{1r} + \sigma_s' A_s'}{f_{yd}} = \frac{2737 \cdot 0,474 + 228,6 \cdot 10^3 \cdot 6,81 \cdot 10^{-4}}{364 \cdot 10^3} = 39,92 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 39,92 \text{ см}^2,$$

по табл. 1 [3] приймаємо 4Ø36A400С з фактичною площею армування  $A_s = 40,72 \text{ см}^2$  (перевищення складає 2,0%, що не перевищує допустимого значення 15%).

Висновок. При заданому перерізі балки та величині зовнішнього навантаження  $M_{Ed}$  найбільш раціональним з огляду на забезпечення несучої здатності є подвійне армування, а саме: стержнями в розтягнутій зоні бетону  $4\varnothing 36A400C$  з фактичною площею армування  $A_s = 40,72 \text{ см}^2$ ; в стиснутій зоні бетону стержнями  $2\varnothing 22A240C$  з фактичною площею армування  $A'_s = 7,6 \text{ см}^2$ .

#### 6.8. Питання для самоперевірки

1. Які умови раціонального проектування використовуються при визначенні розміщення та площі робочої повздожньої арматури?
2. Як визначається необхідність розташування робочої повздожньої арматури в стиснутій зоні бетону?
3. З якої залежності визначається площа робочої повздожньої арматури при одиночному армуванні?
4. З якої залежності визначається площа робочої повздожньої арматури в стиснутій зоні бетону?
5. Як визначається площа робочої арматури в розтягнутій зоні бетону при наявності армування в стиснутій зоні бетону.
6. Як впливає висота перерізу, міцність бетону на величину контрольного значення висоти стиснутої зони бетону  $x_{1u}$  ?
7. Як впливає співвідношення величини зовнішнього навантаження  $M_{Ed}$  та класу бетону  $C$  на необхідність розміщення робочої арматури в стиснутій зоні бетону?

## **7. РОЗРАХУНОК РОБОЧОГО ПОВЗДОВЖНЬОГО АРМУВАННЯ БАЛОК ТАВРОВИХ ПЕРЕРІЗІВ З УМОВИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ**

7.1. Постановка задачі. Розрахункові розміри перерізу та передумови

Тавровий та двотавровий форми перерізів є найбільш ефективними для проектування залізобетонних балок.

З розгляду напружено-деформованого стану перерізу відомо, що в середній частині перерізу балкових елементів деформації та напруження є або нульовими, або близькі до своїх мінімальних значень. Тому є логічним максимально зменшити кількість бетону та арматури, що в цій частині перерізу.

З іншого боку, з огляду на ті розрахункові передумови які використовуються при розрахунках несучої здатності перерізів на дію згинальних моментів, роботою бетону в розтягнутій зоні нехтують. Бетон в розтягнутій зоні нам потрібен для того, щоб забезпечити сумісність роботи стиснутої та розтягнутої зони балки, а також сумісність роботи арматури з бетоном.

Тому більшість збірних залізобетонних балочних конструкцій (ребристі та багатопустотні плити перекриття і покриття, балки покриття, підкранові балки тощо) проектуються саме з такою формою перерізу. При розрахунках за першою групою граничних станів перерізи таких конструкцій розглядаються як таврові (з полицкою в стиснутій зоні), а при розрахунках за другою групою граничних станів – як двотаврові.

З метою підготовки студентів до розрахунків, які необхідно виконувати при проектуванні збірних конструкцій на подальших етапах навчання, постановка задачі та вихідні дані надаються в такому вигляді.

Дано: геометричні розміри таврового (двотаврового) перерізу (рис. 7.1,а). Відома величина зовнішнього навантаження, у вигляді

діючого моменту  $M_{Ed}$ . Відомий клас та умови роботи бетону, клас арматурної сталі, яка використовується для робочої повздовжньої арматури в розтягнутій та стиснутій зонах.

Необхідно визначити кількість та діаметр робочої арматури в розтягнутій, а при необхідності – в стиснутій зоні бетону.

Перед розрахунком перерізу необхідно визначитись із тим, яка величина ширини верхньої полицки ( $b'_f$  на рис. 7.1,а) приймається в розрахунках.

Якщо розрахункове значення  $b'_f$  буде менше фактичного, то в розрахунках враховують розрахункове значення ширини полицки.

Якщо розрахункове значення  $b'_f$  буде більше фактичного, то в подальших розрахунках має враховуватись фактична ширина полицки.

Розрахункового значення ширини полицки  $b'_f$  залежить від співвідношення висоти полицки ( $h_{eff}$ ) до всієї висоти перерізу балки ( $h$ ).

– якщо  $\frac{h_{eff}}{h} \geq 0,1$ , то

$$b'_f = b_w + 12h_{eff}; \quad (7.1)$$

– якщо  $0,05 \leq \frac{h_{eff}}{h} < 0,1$ , то

$$b'_f = b_w + 6h_{eff}; \quad (7.2)$$

– якщо  $\frac{h_{eff}}{h} < 0,05$ , то

$$b'_f = b_w. \quad (7.3)$$

При розрахунках двотаврових перерізів нижня полицка в розрахунках не враховується (рис. 7.1,а) і подальший розрахунок ведеться як і для таврового перерізу.

Всі інші розрахункові передумови та гіпотези використовують так само, як і при вирішенні попередніх задач.

Для розрахунку необхідної площі робочої арматури нам треба розглянути напружено-деформований стан, який виникає в розрахунковому перерізі (див. рис. 7.1,б-г).

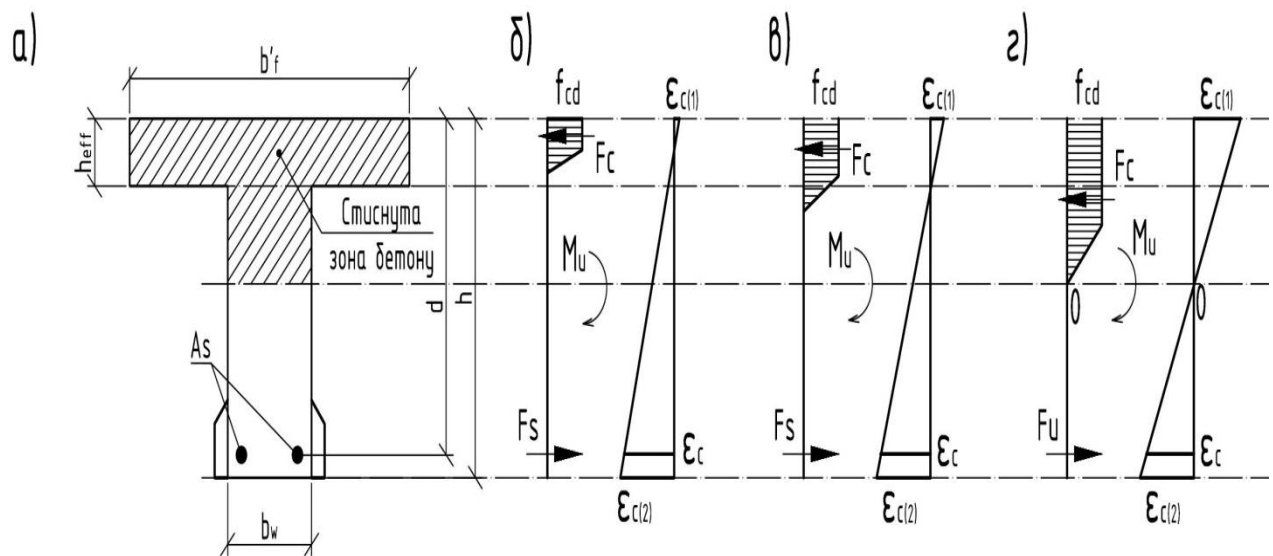


Рис. 7.1. Геометричні розміри перерізу (а) та три можливі варіанти напружено-деформованого стану в перерізі в залежності від місцезнаходження нейтральної осі (б-г)

В залежності від місця знаходження нейтральної осі виникають наступні варіанти:

- стиснута зона бетону знаходиться в поличці (рис. 7.1,б);
- стиснута зона бетону знаходиться в поличці і в ребрі, при цьому постійні напруження стиску знаходяться і в поличці, і в ребрі (рис. 7.1,в);
- стиснута зона знаходиться і в поличці, і в ребрі, при цьому постійні напруження стиску знаходяться тільки в поличці (рис. 7.1,г).

Зрозуміло, що при різних варіантах місцезнаходження нейтральної осі будуть виникати різні напружено-деформовані стани, а значить по різному буде вирішуватись питання знаходження необхідної площі робочого армування.

При розрахунку робочого армування використовуються ті ж самі розрахункові передумови і такі ж принципи раціонального проектування, які використовувались при розв'язанні попередньої задачі із балками прямокутного перерізу.

## 7.2. Визначення місцезнаходження нейтральної осі

Місцезнаходження нейтральної осі визначають порівнянням величин діючого моменту зовнішніх сил  $M_{Ed}$  та контрольного значень моменту  $M_f$ , при якому нейтральна вісь проходить по грані між полицкою та ребром (див. рис. 7.2), і моменту  $M_{f1}$ , при якому постійні стискаючі напруження в бетоні будуть знаходитись повністю в полицці (рис. 7.3).

У випадку, коли буде виконуватись умова

$$M_{Ed} \leq M_f, \quad (7.4)$$

нейтральна вісь знаходиться в межах полицки.

В разі, коли умова (7.4) не буде виконуватись – нейтральна вісь буде знаходитись в ребрі.

При цьому, якщо

$$M_f < M_{Ed} \leq M_{f1}, \quad (7.5)$$

стиснута зона бетону знаходиться і в полицці, і в ребрі. При цьому пружні деформації стиску бетону будуть знаходитись і в полицці, і в ребрі (рис. 7.1,в).

Інший можливий варіант напружено-деформованого стану буде виникати при умові, коли буде виконуватись умова

$$M_{Ed} > M_{f1}. \quad (7.6)$$

В цьому випадку стиснута зона буде знаходитись і в полицці, і в ребрі. При цьому пружні деформації стиску будуть знаходитись тільки в ребрі (рис. 7.1,г).

## 7.3. Визначення контрольного значення моменту $M_f$

Розглянемо напружено-деформований стан перерізу при проходженні нейтральної осі по межі полицки і ребра (рис. 7.2).

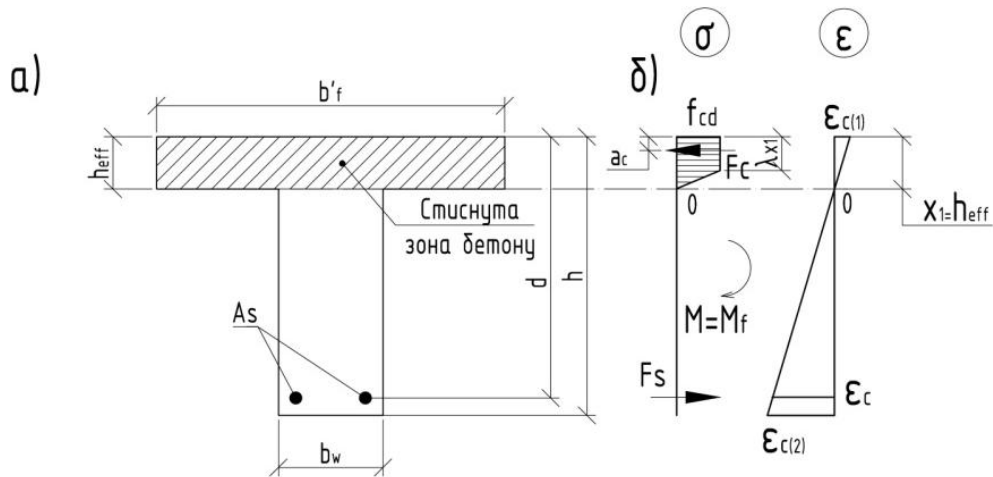


Рис. 7.2. До визначення місцезнаходження нейтральної осі: геометрія перерізу (а) та напружено-деформований стан (б), при проходженні нейтральної осі по межі між полицкою та ребром

Контрольне значення моменту  $M_f$  знаходять із розгляду напружено-деформованого стану, наведеного на рис. 7.2,б, а саме:

$$M_f = F_c z_{ins}, \quad (7.7)$$

де

$$z_{ins} = d - a_c; \quad (7.8)$$

відстань від стиснутої грані до рівнодіючої зусиль в стиснутому бетоні (або плече внутрішньої пари сил)

$$a_c = h_{eff} \cdot k_\lambda; \quad (7.9)$$

коефіцієнт

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)}; \quad (7.10)$$

рівнодіюче зусилля в стиснутому бетоні

$$F_c = h_{eff} \cdot q_c; \quad (7.11)$$

усереднене розподілене зусилля в стиснутому бетоні

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b'_f (1 + \lambda). \quad (7.12)$$



#### 7.4. Визначення контрольного значення моменту $M_{f1}$

Контрольне значення моменту  $M_{f1}$  розраховують з розгляду напружено-деформованого стану перерізу, при якому непружні деформації стиску бетону знаходяться тільки в поличці (див. рис. 7.3).

У разі, коли у поличці виникають тільки непружні деформації стиску

$$\lambda x_1 = h_{\text{eff}}.$$

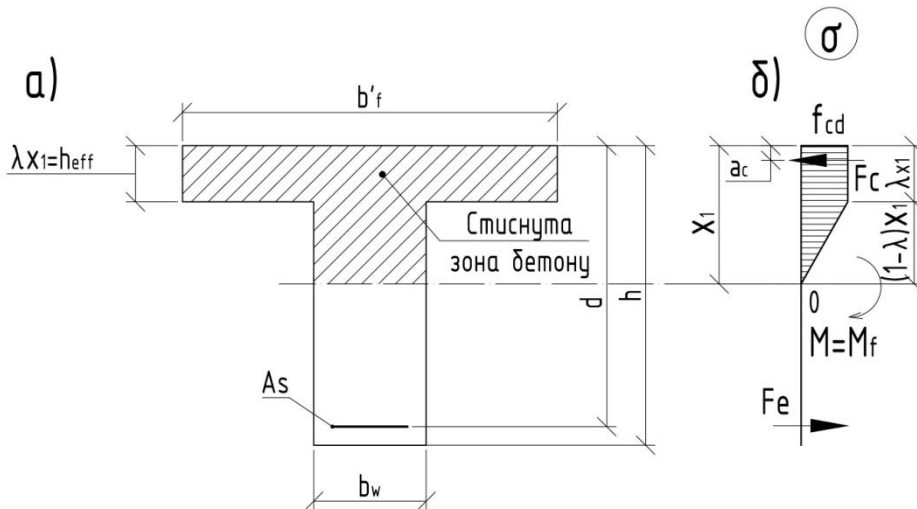


Рис. 7.3 До розрахунку величини моменту  $M_{f1}$ , при якому  $\lambda x_1 = h_{\text{eff}}$

З розгляду напружено-деформованого стану перерізу (рис. 7.3,б)

$$M_{f1} = F_c (d - a_c), \quad (7.13)$$

де рівнодіюче зусилля в стиснутому бетоні

$$F_c = f_{cd} h_{\text{eff}} B_1, \quad (7.14)$$

відстань від стиснутої грані бетону до точки прикладання рівнодіючого зусилля  $F_c$

$$a_c = h_{\text{eff}} \frac{B_2}{B_1}; \quad (7.15)$$

а інші величини

$$B_1 = b'_f + \frac{0,5(1-\lambda)}{\lambda} b_w, \quad (7.16)$$

$$B_2 = 0,5b'_f + b_w \frac{0,5(1-\lambda)}{\lambda} \cdot \frac{1+2\lambda}{3\lambda}. \quad (7.17)$$

### 7.5. Розрахунок робочого армування при знаходженні нейтральної осі в поличці

Розглянемо напружено-деформований стан перерізу при знаходженні нейтральної осі в поличці (рис. 7.4,б).

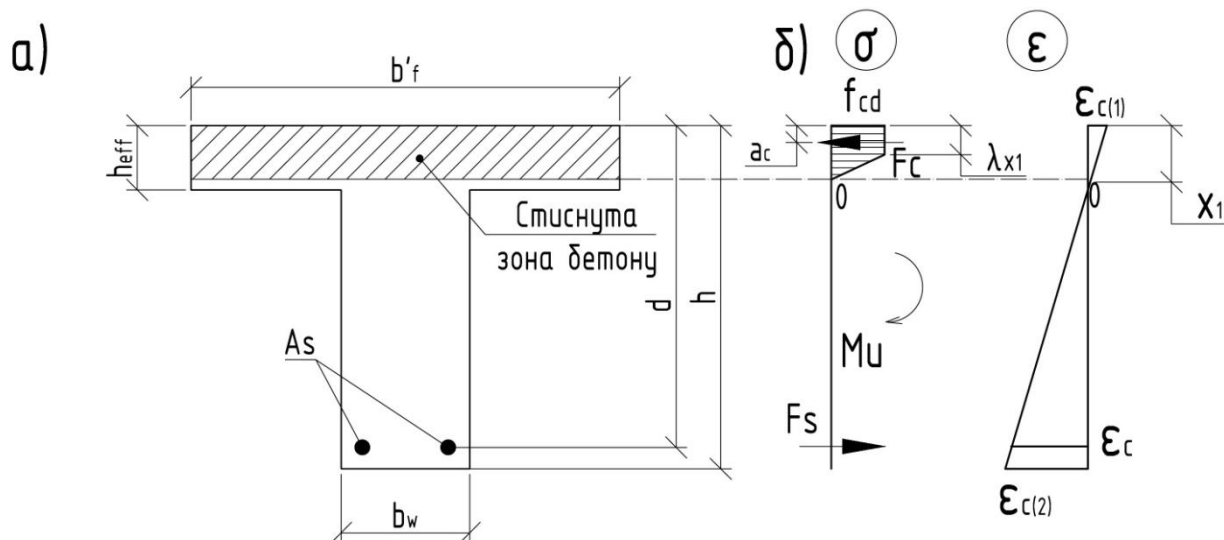


Рис. 7.4. До розрахунку балок при знаходженні нейтральної осі в поличці:

- геометричні розміри перерізу (а);
- напружено-деформований стан перерізу(б).

У разі, коли виконується умова (7.4) нейтральна вісь буде знаходитись в поличці.

Подальший алгоритм розрахунку робочого армування повністю співпадає з тим, що використовувався в попередньому розділі із припущення, що  $b = b'_f$ .

### 7.6. Розрахунок робочого армування при знаходженні нейтральної осі в ребрі і пружні деформації стиску бетону знаходяться тільки в ребрі

У випадку, коли буде виконуватись умова (7.6), нейтральна вісь буде знаходитись в ребрі і пружні деформації стиску бетону знаходяться тільки в ребрі (див. рис. 4.5).

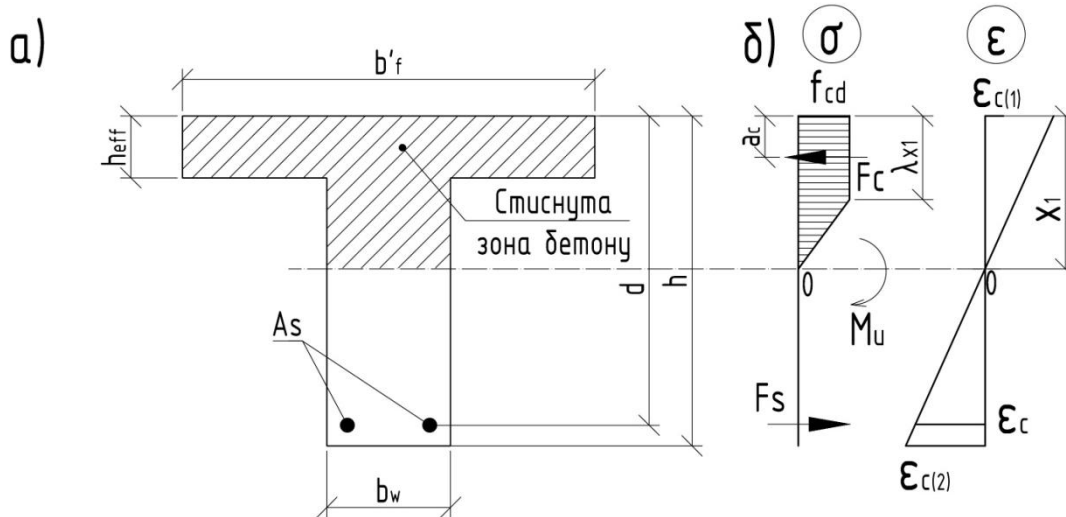


Рис. 7.5. Поперечний переріз (а) та напружено-деформований стан (б) при  $M \geq M_{f1}$

Визначають висоту стиснутого бетону

$$x_1 = \frac{dq_{c1} - \sqrt{d^2 q_{c1}^2 - 4q_{c1} k_\lambda M_w}}{2q_{c1} k_\lambda}, \quad (7.18)$$

де усереднені напруження стиску в бетоні

$$q_{c1} = \frac{1}{2} f_{cd} b_w (1 + \lambda), \quad (7.19)$$

момент, що сприймає стиснутий бетон у ребрі

$$M_w = M - M_{eff}, \quad (7.20)$$

момент, що сприймає стиснутий бетон в поличці

$$M_{eff} = f_{cd} (b'_f - b_w) h_{eff} (d - 0,5h_{eff}). \quad (7.21)$$

Перевіряють умову необхідності розташування арматури в стиснутій зоні бетону

$$x_1 \leq x_{1r}, \quad (7.22)$$

де

$$x_{1r} = d \frac{\epsilon_{cu3.cd}}{\epsilon_{cu3.cd} + \epsilon_{s,0}}. \quad (7.23)$$

Якщо умова (7.22) виконується, роблять висновок що робочу арматуру в стиснутій зоні бетону додатково не потрібно встановлювати і визначають площу розтягнутої арматури

$$A_s = \frac{F_c}{f_{yd}}, \quad (7.24)$$

де рівнодіюче зусилля в бетоні

$$F_c = f_{cd} [h_{\text{eff}} (b'_f - b_w) + 0,5x_1 b_w (1 + \lambda)]. \quad (7.25)$$

Якщо умова (7.22) не виконується, роблять висновок про необхідність додаткового встановлення арматури в стиснутій зоні.

Спочатку визначають площу арматури, яку необхідно поставити в стиснутій зоні бетону

$$A'_s = \frac{M_{\text{Ed}} - M_{\text{eff}} - x_{1r} q_{cl} (d - a_c)}{f_{yd} (d - a'_s)}, \quad (7.26)$$

де відстань від стиснутої грані до рівнодіючої зусиль в стиснутому бетоні

$$a_c = x_{1r} \cdot k_\lambda = x_{1r} \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)}. \quad (7.27)$$

Після чого визначають площу арматури в розтягнутій зоні за формулою

$$A_s = \frac{F_c - f_{yd} A'_s}{f_{yd}}. \quad (7.28)$$

7.7. Розрахунок робочого армування при знаходженні нейтральної осі в ребрі при тому, що постійні напруження стиску бетону знаходяться тільки в полиці

Розглянемо напружено-деформований стан перерізу, який виникає при виконанні умови (7.5) – див. рис. 7.6.

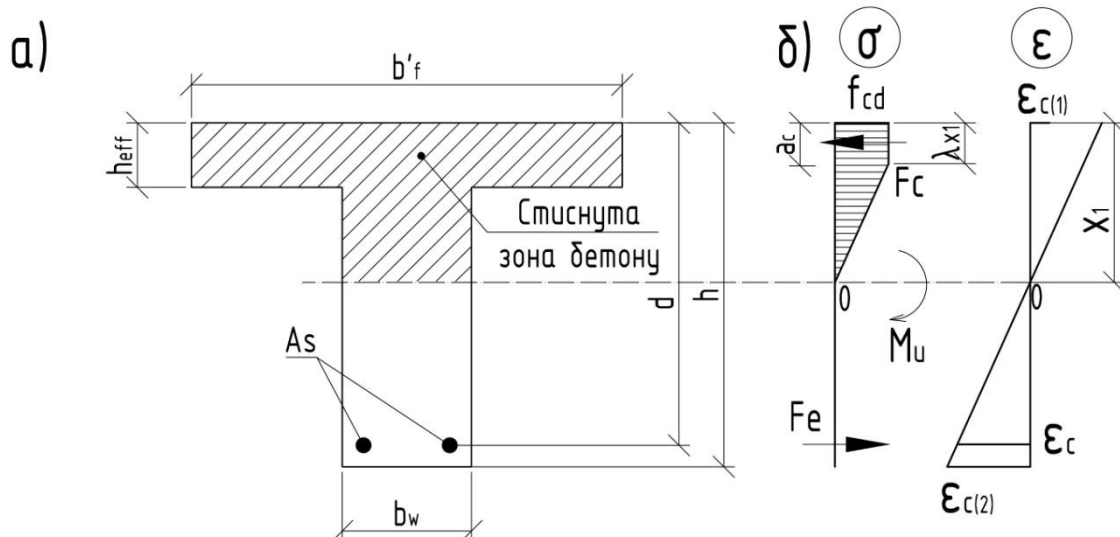


Рис. 7.6 Розміри поперечного перерізу (а) та напружено-деформований стан перерізу (б) при  $M_f < M < M_{f1}$

Як і в попередніх випадках, спочатку визначаємо чи потрібно встановлювати робочу повздовжню арматуру тільки в розтягнутій зоні, чи необхідно встановлювати робочу повздовжню арматуру і в розтягнутій зоні, і в стиснутій зоні бетону.

Для цього перевіряють виконання умови (7.22).

Якщо умова (7.22) виконується, роблять висновок про необхідність встановлення робочого армування тільки в розтягнутій зоні бетону і розраховують її площу за формулою

$$A_s = \frac{F_c}{f_{yd}}, \quad (7.29)$$

де рівнодіюче зусилля в стиснутому бетоні дорівнює

$$F_c = 0,5f_{cd} \left[ b'_f x_1 (1 + \lambda) - (b'_f - b_w) \frac{(x_1 - h_{eff})^2}{x_1 (1 - \lambda)} \right]. \quad (7.30)$$

де

$$x_1 = h_{eff} \left[ \frac{1}{\lambda} - \frac{M_{f1} - M_{Ed}}{M_{f1} - M_f} \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \right]. \quad (7.31)$$

У випадку, коли умова (4.22) не виконується, роблять висновок про необхідність встановлення робочого армування і в стиснутій, і в розтягнутій зонах бетону.

Спочатку визначають необхідну площу арматури в стиснутій зоні бетону по формулі

$$A'_s = \frac{M_{Ed} - M_{ul}}{f_{yd}'(d - a'_s)}, \quad (7.32)$$

де величина згинального моменту  $M_{ul}$  при  $x_1 = x_{1r}$ , тобто

$$M_{ul} = 0,5f_{cd} \left[ b'_f x_{1r} (1 + \lambda)(d - x_{1r} k_\lambda) - (b'_f - b_w) \frac{(x_{1r} - h_{eff})^2}{x_{1r}(1 - \lambda)} \left( d - h_{eff} - \frac{x_{1r} - h_{eff}}{3} \right) \right]. \quad (7.33)$$

Площу робочої повздовжньої арматури в розтягнутій зоні можна знаходять за формулою

$$A_s = \frac{F_c - f_{yd}' A'_s}{f_{yd}}, \quad (7.34)$$

де результуюче зусилля в стиснутому бетоні для такого випадку

$$F_c = 0,5f_{cd} \left[ b'_f x_{1r} (1 + \lambda) - (b'_f - b_w) \frac{(x_{1r} - h_{eff})^2}{x_{1r}(1 - \lambda)} \right]. \quad (7.35)$$

## 7.8. Алгоритм розрахунку

1. Виписують фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}^T$ ,  $\varepsilon_{cu3,cd}$ ,  $\varepsilon_{c3,cd}$ ,  $f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl}$ ;

– для арматури:

розтягнутої  $f_{yk}$ ,  $E_s$ ,  $\gamma_s$ ,  $\varepsilon_{ud}$ ,  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ ;

стиснутої  $f_{yk}'$ ,  $E_s'$ ,  $\gamma_s'$ ,  $\varepsilon_{ud}'$ ,  $f_{yd}' = \frac{f_{yk}'}{\gamma_s'}$ .

2. Визначають співвідношення висот  $\frac{h_{eff}}{h}$ .

3. В залежності від співвідношення  $\frac{h_{eff}}{h}$  по формулам (7.1÷7.3)

визначають розрахункове значення ширину полицки  $b'_f$ .

4. Визначають граничне значення висоти стиснутої зони бетону  $x_{1r}$  по формулі (7.23).

5. По формулам (7.7÷7.12) визначають величину моменту  $M_f$ , при якому нейтральна вісь проходить по межі полицки ребра.

6. Перевіряємо умову (7.4).

Якщо умова (7.4) виконується, роблять висновок, що нейтральна вісь знаходиться в межах полицки, і йдуть до п. 7.

Якщо умова (7.4) не виконується, роблять висновок, що нейтральна вісь знаходиться в межах ребра і йдемо до п. 14.

7. По формулі (7.13) з використанням (7.8÷7.14) знаходять висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  при умові, що  $b = b'_f$ .

8. Перевіряють умову (7.22).

Якщо умова виконується – роблять висновок про необхідність встановлення повздовжнього робочого армування тільки в розтягнутій зоні, і йдуть до п. 9.

Якщо умова не виконується, роблять висновок про необхідність встановлення повздовжньої робочої арматури і в стиснутій, і в розтягнутій зонах бетону і йдуть до п. 11.

9. Визначають розрахункове значення площі робочої повздовжньої арматури в розтягнутій зоні  $A_s$  по формулі (7.19).

10. По табл. 1 [3] підбирають діаметр і кількість стержнів робочої арматури і відповідно фактичну площу цієї арматури  $A_s$ .

11. По формулі (7.26) з використанням (7.24÷7.25) знаходять розрахункове значення площі робочої повздовжньої арматури в стиснутій зоні бетону  $A'_s$ .

12. По формулі (7.28) знаходять розрахункове значення площі робочої повздовжньої арматури в розтягнутій зоні бетону  $A_s$ .

13. По табл. 1 [3] підбирають діаметр і кількість стержнів робочої арматури в стиснутій та розтягнутій зонах та відповідно цим даним фактичне значення  $A_s$  та  $A'_s$ .

14. По формулі (7.13) з використанням (7.14÷7.17) визначають контрольне значення момент  $M_{f1}$ , при якому  $\lambda x_1 = h_{eff}$ .

15. Визначаються із варіантом розташування епюри стиснутої зони бетону, яка розташована і в полиці, і в ребрі.

Якщо виконується умова (7.5), то роблять висновок, що бетон в стиснутій зоні працює пружно і в ребрі, і в полиці та йдуть до п. 16.

Якщо виконується умова (7.6), то роблять висновок, що бетон в стиснутій зоні працює пружно тільки в полиці, і йдуть до п. 23.

16. Знаходять значення висоти стиснутої зони по формулі (7.18) з використанням (7.19...7.21).

17. Перевіряють виконання умови (7.22).

Якщо вона виконується – роблять висновок, що необхідно встановити повздовжню робочу арматуру тільки в розтягнутій зоні і йдуть до п. 18.

Якщо умова не виконується – робимо висновок про необхідність встановлення повздовжньої робочої арматури і в стиснутій, і в розтягнутій зонах бетону, та йдуть до п. 20.

18. По формулі (7.24) з використанням (7.25) знаходять розрахункове значення необхідної площі робочої повздовжньої арматури в розтягнутій зоні  $A_s$ .

19. По табл. 1 [3] підбирають діаметр і кількість стержнів робочої арматури, її фактичну площу  $A_s$ .

20. Знаходять розрахункове значення необхідної площі робочої повздовжньої арматури в стиснутій зоні бетону  $A_s'$  по формулі (7.26) з використанням (7.19; 7.21 та 7.27).

21. Знаходять розрахункове значення необхідної площі робочої арматури в розтягнутій зоні  $A_s$  по формулі (7.28) з використанням (7.25).

22. По табл. 1 [3] підбирають діаметр і кількість стержнів арматури в стиснутій і розтягнутій зонах бетону та відповідно цим даним фактичне значення  $A_s$  та  $A_s'$ .



23. Знаходять висоту стиснутої зони бетону  $x_1$  по формулі (4.31).

24. Перевіряють виконання умову (4.22).

Якщо вона виконується – роблять висновок, щодо необхідності встановлення робочої повздовжньої арматури тільки в розтягнутій зоні, і йдуть до п. 25.

Якщо умова не виконується – роблять висновок про необхідність встановлення робочої повздовжньої арматури і в стиснутій, і в розтягнутій зонах бетону, та йдуть до п. 27.

25. Визначають розрахункове значення необхідної площі робочої арматури в розтягнутій зоні  $A_s$  по формулі (7.29) з використанням (7.30).

26. По табл. 1 [3] підбирають діаметр і кількість стержнів робочої арматури і їх фактичну площу  $A_s$ .

27. По формулі (7.32) з використанням (7.33) знаходять необхідну площу робочої арматури в стиснутій зоні бетону  $A_s'$ .

28. По формулі (7.34) з використанням (7.35) знаходять необхідну площу робочої арматури в розтягнутій зоні  $A_s$ .

29. По табл. 1 [3] підбирають діаметр і кількість робочих стержнів арматури в стиснутій і розтягнутій зонах бетону та відповідно цим даним фактичне значення  $A_s$  та  $A_s'$ .

## 7.9. Приклади розрахунку

Приклад № 7.1. Випадок, коли стиснута зона знаходиться в поличці, робоча арматура потрібна тільки в розтягнутій зоні бетону

Вхідні дані :

Бетон C20/25

$b_w = 20$  см

$h = 40$  см

$h_{eff} = 5$  см

Арматура A400C

$a_s = 40$  мм = 0,4 м

$$\gamma_{cl} = 1,0$$

$$M = 300 \text{ кНм}$$

Розв'язання:

1. Випишуємо фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}^T = 14,5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,1 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,63 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl} = 14,5 \cdot 1,0 = 14,5 \text{ МПа};$$

– для арматури  $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_s = 1,1$ ,  $E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{ud} = 25 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,1} = 364 \text{ МПа}.$$

2. Визначаємо співвідношення висот  $\frac{h_{eff}}{h} = \frac{50}{400} = 0,125 > 0,1$ .

3. Визначаємо ширину полицки  $b'_f$ , яку будемо приймати в подальших розрахунках

$$b'_f = b_w + 12h_{eff} = 200 + 12 \cdot 50 = 800 \text{ мм} = 0,8 \text{ м}.$$

4. Визначаємо граничне значення висоти стиснутої зони бетону

$x_{lu}$

$$x_{lr} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{s,0}} = 0,36 \frac{3,1 \cdot 10^{-3}}{3,1 \cdot 10^{-3} + 1,73 \cdot 10^{-3}} = 0,231 \text{ м}.$$

$$z_r = h - a_s = 400 - 40 = 360 \text{ мм} = 0,36 \text{ м},$$

$$\varepsilon_{s,0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{364}{2,1 \cdot 10^5} = 1,73 \cdot 10^{-3}.$$

5. Визначаємо величину моменту  $M_f$ , при якому нейтральна вісь проходить по межі полицки ребра

$$M_f = F_c z_{ins} = 521,13 \cdot 0,3374 = 175,83 \text{ кНм};$$

$$z_{ins} = d - a_c = 0,36 - 0,0226 = 0,3374 \text{ м};$$

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b'_f (1 + \lambda) = \frac{1}{2} 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,8 (1 + 0,797) = 10422,6 \text{ кН/м};$$

$$F_c = h_{eff} \cdot q_c = 0,05 \cdot 10422,6 = 521,13 \text{ кН};$$

$$a_c = h_{eff} \cdot k_\lambda = 0,05 \cdot 0,451 = 0,0226 \text{ м};$$

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,797(1 + 0,797)}{3(1 + 0,797)} = 0,451;$$

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3.cd} - \varepsilon_{c3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd}} = \frac{3,1 \cdot 10^{-3} - 0,63 \cdot 10^{-3}}{3,1 \cdot 10^{-3}} = 0,797.$$

6. Перевіряємо умову  $M_{Ed} \leq M_f$

$M_{Ed} = 100 \text{ кНм} < M_f = 175,83 \text{ кНм}$  – отже, нейтральна вісь знаходиться в межах полицки, задача розв'язується, як задача №3 із припущення, що  $b = b'_f = 0,8 \text{ м}$ .

7. Визначаємо величину дискримінанта

$$D_3 = d^2 q_c^2 - 4 k_\lambda q_c M_{Ed} = 0,36^2 \cdot 10422,6^2 - 4 \cdot 0,451 \cdot 10422,6 \cdot 100 = 12198287,52.$$

8. Визначаємо висоту стиснутої зони бетону при дії зовнішнього навантаження

$$x_1 = \frac{d q_c - \sqrt{D_3}}{2 k_\lambda q_c} = \frac{0,36 \cdot 10422,6 - \sqrt{12198287,52}}{2 \cdot 0,451 \cdot 10422,6} = 0,0276 \text{ м}.$$

9. Перевіряємо умову необхідності розташування в стиснутій зоні арматури  $x_1 = 0,0276 \text{ м} < x_{1r} = 0,231 \text{ м}$ , тобто додатково встановлювати арматуру в стиснуту зону бетону не потрібно.

10. Визначаємо робоче армування в розтягнутій зоні бетону

$$A_s = \frac{q_c x_1}{f_{yd}} = \frac{10422,6 \cdot 0,0276}{364 \cdot 10^3} = 0,00079 \text{ м}^2 = 7,9 \text{ см}^2.$$

по табл. 1 [3] приймаємо  $2\varnothing 16 \text{ A400C}$ , тобто фактична площа армування  $A_s = 8,04 \text{ см}^2 > 7,9 \text{ см}^2$ .

Приклад № 7.2. Випадок, коли нейтральна ось проходить в межах ребра, бетон в стиснутій зоні працює пружно і в полицці і в ребрі, та армування необхідне тільки в розтягнутій зоні

Вхідні дані :

Бетон C12/15

$$b_w = 20 \text{ см}$$

$$h = 60 \text{ см}$$

$$h_{\text{eff}} = 12 \text{ см}$$

Арматура A400C

$$a_s = 60 \text{ мм} = 0,6 \text{ м}$$

$$\gamma_{cl} = 0,9$$

$$M = 270 \text{ кНм}$$

Розв'язання:

1. Випишемо фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}^T = 8,5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,33 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,52 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl} = 8,5 \cdot 0,9 = 7,65 \text{ МПа};$$

– для арматури  $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_s = 1,1$ ,  $E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{ud} = 25 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,1} = 364 \text{ МПа}.$$

2. Визначаємо співвідношення висот  $\frac{h_{eff}}{h} = \frac{120}{600} = 0,2 > 0,1$ .

3. Визначаємо ширину полицки  $b'_f$ , яку будемо приймати в подальших розрахунках

$$b'_f = b_w + 12h_{eff} = 200 + 12 \cdot 120 = 1640 \text{ мм}.$$

4. Визначаємо граничне значення висоти стиснутої зони бетону  $X_{1u}$

$$X_{1r} = d \frac{\varepsilon_{cu3,cd}}{\varepsilon_{cu3,cd} + \varepsilon_{s,0}} = 0,54 \frac{3,33 \cdot 10^{-3}}{3,33 \cdot 10^{-3} + 1,73 \cdot 10^{-3}} = 0,355 \text{ м},$$

$$d = h - a_s = 600 - 60 = 540 \text{ мм} = 0,54 \text{ м},$$

$$\varepsilon_{s,0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{364}{2,1 \cdot 10^5} = 1,73 \cdot 10^{-3}$$

5. Визначаємо величину моменту  $M_f$ , при якому нейтральна вісь проходить по межі полицки ребра

$$M_f = F_c z_{ins} = 338,56 \cdot 0,485 = 164,2 \text{ кНм};$$

$$z_{ins} = d - a_c = 0,54 - 0,055 = 0,485 \text{ м};$$

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b'_f (1 + \lambda) = \frac{1}{2} 7,65 \cdot 10^3 \cdot 0,4(1 + 0,844) = 2821,32 \text{ кН/м};$$

$$F_c = h_{eff} \cdot q_c = 0,12 \cdot 2821,32 = 338,56 \text{ кН};$$

$$a_c = h_{eff} \cdot k_\lambda = 0,12 \cdot 0,462 = 0,055 \text{ м};$$

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,844(1 + 0,844)}{3(1 + 0,844)} = 0,462$$

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3.cd} - \varepsilon_{c3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd}} = \frac{3,33 \cdot 10^{-3} - 0,52 \cdot 10^{-3}}{3,33 \cdot 10^{-3}} = 0,844$$

6. Перевіряємо умову  $M_{Ed} \leq M_f$

$M_{Ed} = 270 \text{ кНм} > M_f = 164,2 \text{ кНм}$  – отже, стиснута зона знаходиться в ребрі.

7. Визначаємо момент  $M_{f1}$ ,

$$M_{f1} = F_c (d - a_c) = 383,7(0,54 - 0,063) = 183,03 \text{ кНм};$$

$$F_c = f_{cd} h_{eff} B_1 = 7,65 \cdot 10^3 \cdot 0,12 \cdot 0,418 = 383,7 \text{ кН};$$

$$B_1 = b'_f + \frac{0,5(1 - \lambda)}{\lambda} b_w = 0,4 + \frac{0,5(1 - 0,844)}{0,844} 0,2 = 0,418 \text{ м};$$

$$a_c = h_{eff} \frac{B_2}{B_1} = 0,12 \frac{0,22}{0,418} = 0,063 \text{ м};$$

$$B_2 = 0,5b'_f + b_w \frac{0,5(1 - \lambda)}{\lambda} \cdot \frac{1 + 2\lambda}{3\lambda} = 0,5 \cdot 0,4 + 0,2 \frac{0,5(1 - 0,844)}{0,844} \cdot \frac{1 + 2 \cdot 0,844}{3 \cdot 0,844} = 0,22 \text{ м}.$$

8. Перевіряємо умову

$M_{Ed} = 270 \text{ кНм} > M_{f1} = 183,03 \text{ кНм}$  – бетон в стиснутій зоні працює пружно і в ребрі, і в полиці.

9. Знаходимо значення висоти стиснутої зони

$$x_1 = \frac{dq_{cl} - \sqrt{d^2 q_{cl}^2 - 4q_{cl} k_\lambda M_w}}{2q_{cl} k_\lambda} =$$

$$= \frac{0,54 \cdot 1410,66 - \sqrt{0,54^2 \cdot 1410,66^2 - 4 \cdot 0,462 \cdot 1410,66 \cdot 181,87}}{2 \cdot 0,462 \cdot 1410,66} = 0,334 \text{ м};$$

$$M_w = M_{Ed} - M_{eff} = 270 - 88,13 = 181,87 \text{ кНм}$$

$$M_{eff} = f_{cd} (b'_f - b_w) h_{eff} (d - 0,5h_{eff}) =$$

$$= 7,65 \cdot 10^3 (0,4 - 0,2) 0,12 (0,54 - 0,5 \cdot 0,12) = 88,13 \text{ кНм};$$

$$q_c = \frac{1}{2} f_{cd} b_w (1 + \lambda) = \frac{1}{2} 7,65 \cdot 10^3 \cdot 0,2 (1 + 0,844) = 1410,66 \text{ кН/м}.$$

10. Перевіряємо умову  $x_1 \leq x_{lr}$

$x_1 = 0,334 \text{ м} \leq x_{lr} = 0,355 \text{ м}$  – умова виконана, необхідно встановити тільки поздовжню робочу арматуру в розтягнутій зоні.

11. Знаходимо розрахункове значення необхідної площі робочої арматури в розтягнутій зоні

$$A_s = \frac{F_c}{f_{yd}} = \frac{654,76}{364 \cdot 10^3} = 0,001799 \text{ м}^2 = 17,99 \text{ см}^2;$$

$$F_c = f_{cd} \left[ h_{\text{eff}} (b'_f - b_w) + 0,5 x_1 b_w (1 + \lambda) \right] = 7,65 \cdot 10^3 [0,12(0,4 - 0,2) + 0,5 \cdot 0,334 \cdot 0,2(1 + 0,844)] = 654,76 \text{ кН}$$

по табл. 1 [3] приймаємо  $4\varnothing 25 \text{ A400C}$ , тобто фактична площа армування  $A_s = 19,63 \text{ см}^2 > 17,99 \text{ см}^2$ .

Приклад № 7.3. Випадок, коли нейтральна вісь проходить в межах ребра, бетон працює пружно тільки в межах полочки, армування потрібне тільки в розтягнутій зоні

Вхідні дані :

Бетон C12/15

Арматура A400C

$b_w = 20 \text{ см}$

$a_s = 40 \text{ мм} = 0,4 \text{ м}$

$h = 40 \text{ см}$

$h_{\text{eff}} = 5 \text{ см}$

$\gamma_{cl} = 1,0$

$M = 100 \text{ кНм}$

Розв'язання:

1. Випишемо фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{cd}^T = 8,5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,33 \cdot 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{c3,cd} = 0,52 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl} = 8,5 \cdot 0,9 = 7,65 \text{ МПа};$$

– для арматури  $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_s = 1,1$ ,  $E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\varepsilon_{ud} = 25 \cdot 10^{-3}$ ,

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,1} = 364 \text{ МПа}.$$

2. Визначаємо співвідношення висот  $\frac{h_{\text{eff}}}{h} = \frac{50}{400} = 0,125 > 0,1$ .

3. Визначаємо ширину полицки  $b'_f$ , яку будемо приймати в подальших розрахунках

$$b'_f = b_w + 12h_{\text{eff}} = 200 + 12 \cdot 50 = 800 \text{ мм} = 0,8 \text{ м.}$$

4. Визначаємо граничне значення висоти стиснутої зони бетону  $X_{1u}$

$$X_{1r} = d \frac{\varepsilon_{\text{cu}3,\text{cd}}}{\varepsilon_{\text{cu}3,\text{cd}} + \varepsilon_{\text{s},0}} = 0,36 \frac{3,33 \cdot 10^{-3}}{3,33 \cdot 10^{-3} + 1,73 \cdot 10^{-3}} = 0,237 \text{ м.}$$

$$d = h - a_s = 400 - 40 = 360 \text{ мм} = 0,36 \text{ м,}$$

$$\varepsilon_{\text{s}0} = \frac{f_{\text{yd}}}{E_s} = \frac{364}{2,1 \cdot 10^5} = 1,73 \cdot 10^{-3}$$

5. Визначаємо величину моменту  $M_f$ , при якому нейтральна вісь проходить по межі полицки ребра

$$M_f = F_c z_{\text{ins}} = 282,13 \cdot 0,337 = 95,08 \text{ кНм};$$

$$z_{\text{ins}} = d - a_c = 0,36 - 0,023 = 0,337 \text{ м};$$

$$q_c = \frac{1}{2} f_{\text{cd}} b'_f (1 + \lambda) = \frac{1}{2} 7,65 \cdot 10^3 \cdot 0,8 (1 + 0,844) = 5642,64 \text{ кН/м};$$

$$F_c = h_{\text{eff}} \cdot q_c = 0,05 \cdot 5642,64 = 282,13 \text{ кН};$$

$$a_c = h_{\text{eff}} \cdot k_\lambda = 0,05 \cdot 0,451 = 0,0226 \text{ м};$$

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)} = \frac{1 + 0,844(1 + 0,844)}{3(1 + 0,844)} = 0,462;$$

6. Перевіряємо умову  $M_{\text{Ed}} \leq M_f$

$M_{\text{Ed}} = 100 \text{ кНм} > M_f = 95,08 \text{ кНм}$  – отже, стиснута зона знаходиться в ребрі.

7. Визначаємо момент  $M_{f1}$ ,

$$M_{f1} = F_c (d - a_c) = 312,89 (0,36 - 0,026) = 104,51 \text{ кНм};$$

$$F_c = f_{\text{cd}} h_{\text{eff}} B_1 = 7,65 \cdot 10^3 \cdot 0,05 \cdot 0,818 = 312,89 \text{ кН};$$

$$B_1 = b'_f + \frac{0,5(1 - \lambda)}{\lambda} b_w = 0,8 + \frac{0,5(1 - 0,844)}{0,844} 0,2 = 0,818 \text{ м};$$

$$a_c = h_{\text{eff}} \frac{B_2}{B_1} = 0,05 \frac{0,42}{0,818} = 0,026 \text{ м};$$

$$B_2 = 0,5b'_f + b_w \frac{0,5(1-\lambda)}{\lambda} \cdot \frac{1+2\lambda}{3\lambda} = 0,5 \cdot 0,8 + 0,2 \frac{0,5(1-0,844)}{0,844} \cdot \frac{1+2 \cdot 0,844}{3 \cdot 0,844} = 0,42 \text{ м.}$$

### 8. Перевіряємо умову

$$M_f = 95,08 \text{ кНм} < M_{\text{Ed}} = 100 \text{ кНм} < M_{f1} = 104,51 \text{ кНм} \quad - \quad \text{виконується}$$

умова, тобто бетон в стиснутій зоні працює пружно тільки в полиці.

### 9. Знаходимо значення стиснутої зони

$$x_1 = h_{\text{eff}} \left[ \frac{1}{\lambda} - \frac{M_{f1} - M_{\text{Ed}}}{M_{f1} - M_f} \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \right] = 0,05 \left[ \frac{1}{0,844} - \frac{104,51 - 100}{104,51 - 95,08} \left( \frac{1}{0,844} - 1 \right) \right] = 0,0547 \text{ м.}$$

Перевіряємо умову  $x_1 \leq x_{1r}$

$x_1 = 0,0547 \text{ м} \leq x_{1r} = 0,237 \text{ м}$  – умова виконується, знаходимо необхідну площу робочої повздовжньої арматури

$$A_s = \frac{F_c}{f_{yd}} = \frac{302,7}{364 \cdot 10^3} = 0,000832 \text{ м}^2 = 8,32 \text{ см}^2.$$

$$F_c = 0,5f_{cd} \left[ b'_f x_1 (1 + \lambda) - (b'_f - b_w) \frac{(x_1 - h_{\text{eff}})^2}{x_1 (1 - \lambda)} \right] =$$

$$= 0,5 \cdot 7,65 \cdot 10^3 \left[ 0,8 \cdot 0,0547 (1 + 0,844) - (0,8 - 0,2) \frac{(0,0547 - 0,05)^2}{0,0547 (1 - 0,844)} \right] = 302,7 \text{ кН}$$

по табл. 1 [3] приймаємо  $2\varnothing 25 \text{ A400C}$ , тобто фактична площа армування  $A_s = 9,82 \text{ см}^2 > 8,32 \text{ см}^2$ .

## 7.10. Питання для самоперевірки

1. Чому таврові перерізи є більш ефективними у порівнянні із прямокутними?

2. Від чого залежить величина розрахункової ширини полицки?

3. Як знаходиться місце розташування нейтральної осі при розрахунках таврових перерізів?



4. Як розраховують елементи таврового перерізу, якщо нейтральна вісь знаходиться в полиці?
5. Як визначається необхідність розташування робочого армування в тиснутій зоні бетону?
6. Якщо стиснута зона знаходиться в ребрі, які можливі варіанти зміни напружень в стиснутому бетоні?
7. Якщо задачею розрахунків буде перевірка несучої здатності перерізу, як зміниться алгоритм розрахунків?
8. З яких рівнянь рівноваги знаходяться основні формули із визначення необхідної площі армування в стиснутій і розтягнутій зонах перерізу балок?

## 8. ПІДБІР РОБОЧОГО ПОПЕРЕЧНОГО АРМУВАННЯ З УМОВИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ БАЛОК ПО ПОХИЛИМ ПЕРЕРІЗАМ

8.1. Основні відомості розрахунок несучої здатності балок по похилим перерізам. Основні робочі передумови та розрахункове положення

Розглянемо роботу балки, розрахункова схема якої наведена на рис.8.1,а. На припорних ділянках такої балки діють максимальне значення поперечної сили  $V_{ED}$  та момент  $M_{ED}$ , який змінюється від нуля до якогось відповідного значення. На цьому ж рисунку показано діаграми зміни головних стискаючих ( $\sigma_1$ ) та головних розтягуючих ( $\sigma_2$ ) напружень по довжині балки. Таке розташування головних розтягуючих напружень ( $\sigma_2$ ) на припорних ділянках балки пояснює причини виникнення саме похилих тріщин в цих місцях.

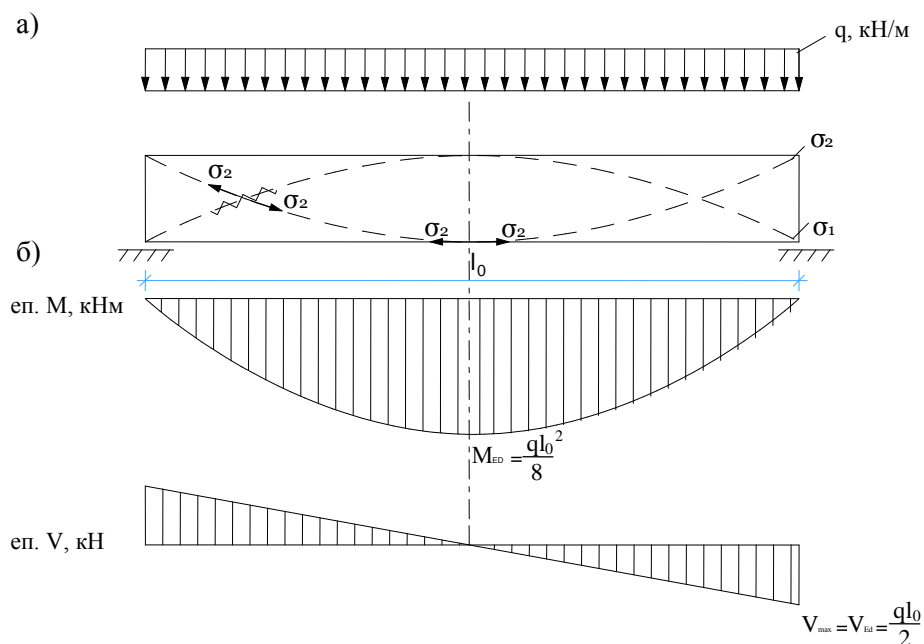


Рис. 8.1. Розрахункова схема та розподіл головних стискаючих ( $\sigma_1$ ) і головних розтягуючих ( $\sigma_2$ ) напружень по довжині балки (а) та епюри моментів  $M$  та поперечних сил  $V$  (б)

Приопорна ділянка по похилому перерізі може зруйнуватися від таких комбінацій зовнішніх зусиль:

1. від дії моменту;
2. від дії поперечної сили;
3. від одночасній дії моменту і поперечної сили.

Опишемо характерні ознаки руйнування балки по похилому перерізу для кожної комбінації.

В результаті дії зовнішнього моменту  $M$  на приопорній ділянці відбувається руйнування у вигляді прокручування блоку (1) та блоку (2) відносно центру стиснутої зони бетону (т.О на рис. 8.2,а) на величину кута  $\Delta\varphi$ .

Руйнування приопорної ділянки по похилому перерізі від дії зовнішньої поперечної сили  $V$  відбувається з переміщенням блоку (2) відносно блоку (1) на величину  $\Delta u$  (див. рис. 8.2,б). Тобто при такому руйнуванні відбувається зрізання балки.

Руйнування балок від одночасної дії зовнішнього моменту  $M$  та поперечної сили  $V$  відбувається, як правило, в балках з перемінним перерізом (рис. 8.2, в). Для таких балок характерним є руйнування в середині по висоті стінок балки у вигляді зминання бетону від дії головних стискаючих напружень  $\sigma_1$ . Подальші розрахунки з перевірки умови достатності розмірів перерізу (див. п.8.2 цього розділу) будуть передбачати неможливість такого типу руйнування балок по похилим перерізам.

В якості розрахункових передумов та положень використовуються припущення (п. 6.2.1 [1]), що в момент руйнування похилого перерізу:

- напруження в стиснутому бетоні досягають величини  $f_{cd}$ , а деформації  $\varepsilon_{cu3,cd}$ ;
- напруження в повздовжній розтягнутій арматурі дорівнюють  $f_{yd}$ ;
- напруження в поперечній арматурі досягають граничних значень від дії повздовжньо-поперечного згину  $f_{ywd}$ ;
- роботою розтягнутого бетону нехтують.

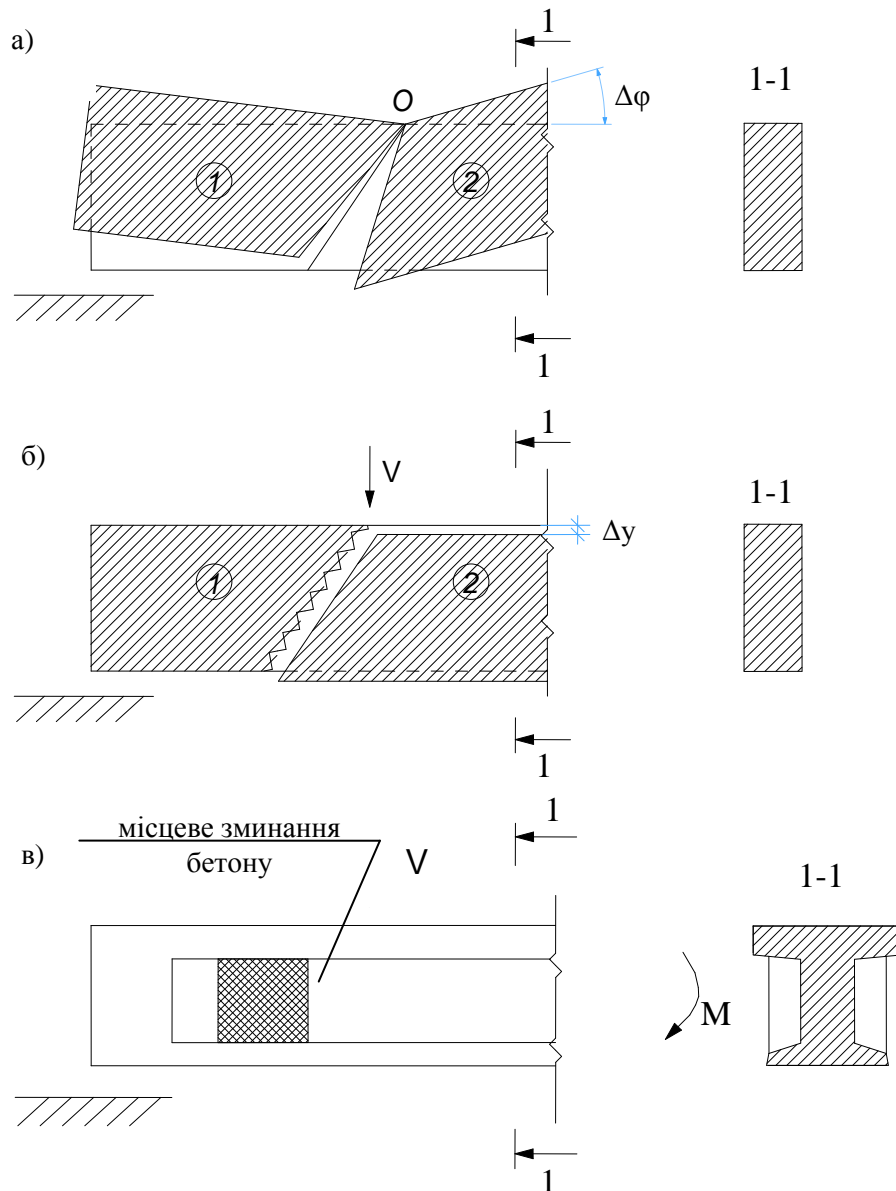


Рис. 8.2. Характерні типи руйнування балок по похилим перерізам від дії: зовнішнього моменту  $M$  (а); від дії зовнішньої поперечної сили  $V$  (б); від одночасної дії зовнішнього моменту  $M$  та поперечної сили  $V$

Послідовність розрахунку несучої здатності залізобетонних перерізів похилих до повздовжньої осі наведена в п. 4.6[2].

## 8.2. Перевірка умови достатності розмірів поперечного перерізу елементів

Умову достатності розмірів перерізу перевіряють за формулою

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} , \quad (8.1)$$

де  $V_{Ed}$  – максимальна поперечна сила на опорі від зовнішнього навантаження;

$V_{Rd,max}$  – максимально допустиме значення поперечної сили, що може витримати переріз.

$$V_{Rd,max} = 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} , \quad (8.2)$$

де  $b_w$  – мінімальна ширина перерізу балки (див. рис. 8.3);

$d$  – робоча висота перерізу;

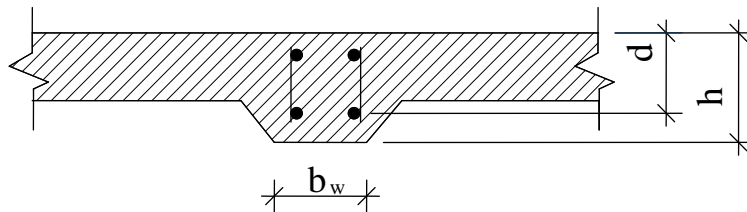


Рис. 8.3. До визначення геометричних характеристик  $b_w$  та  $d$

$v$  – коефіцієнт зниження міцності бетону із тріщиною при зсуві

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right); \quad (8.3)$$

$f_{ck}$  – характеристичне значення міцності бетону на стиск (МПа);

$f_{cd}$  – розрахункове значення міцності бетону на стиск (МПа).

Якщо умова (8.1) не виконується, збільшують розміри перерізу в межах

$$h = (1,5 \div 3) b_w . \quad (8.4)$$

Якщо умова (8.1) виконується – продовжують розрахунок далі.

### 8.3. Умова необхідності розрахунку поперечних стержнів

Умова необхідності розрахунку поперечних стержнів

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad (8.5)$$

де  $V_{Rd.c}$  – максимальна поперечна сила, яку може витримати переріз без встановлення поперечного армування

$$V_{Rd.c} = \left[ c_{Rd.c} k (100 \rho_e f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d \leq (V_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d. \quad (8.6)$$

В формулі (8.6)

$$c_{Rd.c} = \frac{0,18}{\gamma_c}, \quad (8.7)$$

де  $\gamma_c = 1,3$  – коефіцієнт надійності для важкого бетону;

$\rho_e$  – відсоток армування робочої арматури на приопорній ділянці

$$\rho_e = \frac{A_{sl}}{b_w d} < 0,02, \quad (8.8)$$

$A_{sl}$  – площа поздовжньої арматури, яка доходить до опори;

$k_1 = 0,15$ ;

$\sigma_{cp}$  – середнє напруження стиску, викликане розрахунковою осьовою силою

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd}, \quad (8.9)$$

де  $A_c$  – площа бетонного перерізу;

$N_{Ed}$  – осьова сила у поперечному перерізі, викликана навантаженням або попереднім напруженням;

$$V_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} f_{ck}^{1/3}, \quad (8.10)$$

де

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} < 2, \quad (8.11)$$

$d$  – робоча висота перерізу, мм.

Якщо умова (8.5) виконується, то це означає, що розрахунок поперечного армування можна не робити, а поперечна арматура встановлюється за конструктивними вимогами.

Якщо умова (8.5) не виконується, то виконують розрахунок поперечних стержнів.

#### 8.4. Конструктивні вимоги до встановлення поперечної арматури

При встановленні поперечної арматури із конструктивних вимог треба користуватись відповідними пунктами розділів 7 та 8 [2].

Треба пам'ятати, що поперечна арматура в залізобетонних конструкціях крім головних своїх функцій по забезпеченню несучої здатності ще виконує функції елементів, які фіксують в проектне положення робочу ненапружену повздовжню арматуру. Тому кількість поперечної арматури має бути не менше мінімальної її кількості.

Умова мінімальної кількості поперечної арматури записується у вигляді

$$\rho_{w.\min} = \frac{0,08\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}, \quad (8.12)$$

де  $f_{yk}$  – характеристичне значення міцності арматури на розтяг, МПа.

Площа поперечної арматури в перерізі, що буде забезпечувати мінімальну її кількість, визначається з формули

$$A_{sw} = \frac{\rho_{w.\min}}{S_{t.\max} b_w}, \quad (8.13)$$

де  $S_{t.\max}$  – максимальний крок поперечних стержнів

$$S_{t.\max} = 0,75d \leq 600 \text{ мм}. \quad (8.14)$$

При остаточному визначенні кількості  $n_{sw}$  та діаметра  $\varnothing_w$  стержнів поперечного армування враховується умова їх доброго зварювання із стержнями робочого повздовжнього армування ( $\varnothing$ ), а саме

$$\varnothing_w = \left( \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \right) \varnothing. \quad (8.15)$$

#### 8.5. Розташування поперечних стержнів розрахунковим шляхом

Згідно з п.4.6.3 [2] при визначенні поперечного армування розрахунковим шляхом використовується «фермова» модель роботи елемента, що працює на згин (див. рис. 8.4).

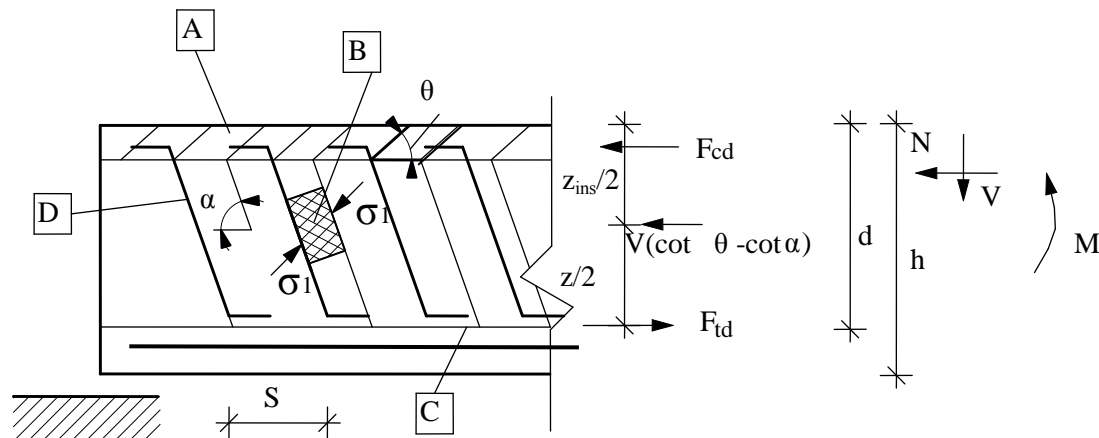


Рис.8.4. «Фермова» модель, що використовується при розрахунках несучої здатності балок по похилим перерізам

A – стиснутий пояс;

B – стиснутий умовний елемент;

C – розтягнутий елемент;

D – поперечна арматура;

$\sigma_1$  – головні напруження стиску;

$F_{cd}$  – розрахункова величина зусилля стиску бетону;

$F_{td}$  – розрахункова величина зусилля розтягу у повздовжній арматурі;

$Z_{ins}$  – плече внутрішньої пари сил.

Згідно «фермової» моделі поперечна сила  $V_{Rd,s}$ , яка дорівнює опору залізобетонного перерізу зсуву, приймається як найменша із двох величин

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{S_w} z_{ins} \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta, \quad (8.16)$$

або

$$V_{Rd,s} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z_{ins} \cdot v \cdot f_{cd} / (\cot \theta + \cot \alpha), \quad (8.17)$$

де  $\alpha_{cw}$  – коефіцієнт, що враховує рівень напружень у стиснутому поясі



$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1 + \sigma_{cp} / f_{cd} & \text{при } 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd} \\ 1,25 & \text{при } 0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5f_{cd} \\ 2,5(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}) & \text{при } 0,5f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,0f_{cd}, \end{cases} \quad (8.18)$$

$\sigma_{cp}$  – середнє напруження стиску в бетоні від поперечного напруження

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{ED}}{A_c} \leq 0,2f_{cd}, \text{ МПа}, \quad (8.19)$$

$N_{ED}$  – зусилля поперечного напруження з урахуванням всіх втрат, кН;

$A_c$  – площа бетонного перерізу, м<sup>2</sup>.

В формулах (8.16) та (8.17) плече внутрішньої пари сил може прийматись, як

$$z_{ins} = 0,9d. \quad (8.20)$$

З формули (8.16) мінімально необхідний за розрахунками крок поперечних стержнів дорівнює

$$S_w = \frac{A_{sw} z_{ins} f_{ywd} \cot \theta}{V_{ED}'}, \quad (8.21)$$

де  $V_{ED}'$  – величина поперечної сили, що діє в похилому перерізі

$$V_{ED}' = V_{ED} - qz_{ins}, \quad (8.22)$$

$q$  – рівномірно розподілене зусилля від зовнішніх навантажень (кН/м);

$f_{ywd}$  – розрахункова міцність поперечної арматури, МПа (табл.3.4 [2]).

Площу поперечної арматури в перерізі  $A_{sw}$  визначають з необхідної кількості поперечних стержнів  $n_{sw}$  та мінімально необхідного діаметра поперечних стержнів  $\varnothing_w$  з урахуванням умови доброго зварювання (8.15).

Результатом розрахунків має бути виконання умови забезпечення несучої здатності похилого перерізу

$$V_{Rd,s} > V_{Ed} \quad (8.23)$$

## 8.6. Алгоритм розрахунку

1. Виписують фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону  $f_{ck}$ ,  $f_{cd}^T$ ,  $\epsilon_{cu3,cd}$ ,  $\epsilon_{c3,cd}$ ,  $f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{cl}$ ;

– для робочої поперечної арматури  $f_{yk}$ ,  $f_{ywd}$ .

2. З розрахункової схеми та поперечного перерізу балки визначають:

– максимальну поперечну силу, що діє на балку  $V_{Ed}$ , кН;

– поперечну силу, що діє в похилому перерізі  $V_{Ed}'$ , кН по формулі (8.21);

– робочу висоту перерізу  $d$ , м.

3. Визначають максимально допустиме значення поперечної сили, що може витримати переріз  $V_{Rd,max}$  по формулі (8.2).

4. Перевіряють умову достатності розмірів поперечного перерізу (8.1).

Якщо умова виконується – ідуть до п.5.

Якщо умова не виконується, збільшують ширину балки  $b$ , м та висоту балки  $h$ , м в межах умови (8.4) поки умова (8.1) не забезпечиться.

5. Визначають максимальну поперечну силу, яку може витримати переріз без встановлення поперечного армування  $V_{Rd,c}$ , кН по формулі (8.6).

6. Перевіряють умову необхідності розрахунків поперечних стержнів (8.5).

Якщо умова виконується – ідуть до п.7.

Якщо умова не виконується – ідеуть до п.12.

7. Визначають мінімальну кількість поперечної арматури  $\rho_{w,min}$  по формулі (8.12).

8. Визначають максимальний крок поперечних стержнів  $S_{t,max}$ , мм по формулі (8.14).

9. Визначають мінімально необхідну площу поперечних стержнів  $A_{sw}$ ,  $cm^2$  по формулі (8.13).

10. Визначають необхідну кількість поперечних стержнів  $n_{sw}$  та мінімальний діаметр поперечного стержня з умов доброго зварювання  $\varnothing_{sw}$  по формулі (8.15).

11. Шляхом корегування даних, отриманих в п.9 та п.10, приймають остаточне рішення щодо  $\varnothing_{sw}$ ;  $n_{sw}$  та  $S_w$  прийнятого поперечного армування на приопорних ділянках і в прольоті.

12. Визначають початкові параметри поперечного армування з умов конструктивного армування, а саме:  $n_{sw}$  – кількість поперечних стержнів та мінімальний діаметр поперечних стержнів з умови доброго зварювання  $\varnothing_{sw}$  по формулі (8.15).

13. По прийнятим даним  $n_{sw}$  та  $\varnothing_{sw}$  знаходять площу арматури  $A_{sw}$ ,  $cm^2$  по табл. 1 [3].

14. По формулі (8.21) визначають розрахунковий крок поперечних стержнів  $S_w$ , м. Фактичний крок  $S_w$  приймають з округленням до 5 мм в меншу сторону.

15. По формулі (8.16) визначають опір зсуву перерізу з прийнятим поперечним армуванням  $V_{Rd,s}$ , кН.

16. По формулі (5.17) визначаємо максимально можливе значення поперечної сили, що витримає переріз  $V_{Rd,max}$ , кН.

17. З двох значень, отриманих в п.15 та п.16, приймають для подальших розрахунків менше значення  $V_{Rd,s}$ , кН.

18. Перевіряють умову (8.23).

Якщо умова виконується – переходять до п.19.

Якщо умова не виконується – до п.20.

19. Приймають остаточне рішення щодо  $\varnothing_{sw}$ ,  $n_{sw}$  та  $S_w$  прийнятого поперечного армування на приопорних ділянках і в прольоті.

20. Збільшують діаметр поперечного стержня  $\varnothing_{sw}$  або клас поперечної арматури.

21. Послідовно виконуємо п.п.12–16 поки не буде виконано умову забезпечення несучої здатності похилого перерізу (8.23).

22. Виконують заходи, передбачені в п.19.

## 8.7. Приклад розрахунку

Дано: Залізобетонна балка перекриття довжиною 5,6 м з розмірами перерізу:  $b = 300$  мм ,  $h = 600$  мм ; клас міцності бетону С20/25; поперечна арматура класу А400С із захисним шаром  $c = 25$  мм . Площа арматурних стержнів верхньої зони  $A_{s1} = 7,63$  см<sup>2</sup> (3 $\varnothing$ 18) , нижньої зони –  $A_{s1} = 37,7$  см<sup>2</sup> (3 $\varnothing$ 40) . На балку діє рівномірно розподілене навантаження 125 кН/м.п. Поперечна арматура має бути прийнята класу А240С.

Знайти: Кількість  $n_{sw}$  , діаметр  $\varnothing_{sw}$  та крок  $S_w$  поперечної арматури та розташувати її по довжині балки.

1. Випишуємо фізико-механічні характеристики матеріалів:

– для бетону:  $f_{ck} = 18,5$  МПа ,  $f_{cd}^T = 14,5$  МПа ,  $\varepsilon_{cu3,cd} = 3,1 \cdot 10^{-3}$  ,  
 $\varepsilon_{c3,cd} = 0,63 \cdot 10^{-3}$  ,  $f_{cd} = f_{cd}^T \cdot \gamma_{c1} = 14,5 \cdot 1,0 = 14,5$  МПа ;

– для робочої поперечної арматури:  $f_{yk} = 240$  МПа ,  $f_{ywd} = 170$  МПа .

2. Максимальна поперечна сила, що діє на балку

$$V_{Ed} = 125 \cdot \frac{5,6}{2} = 350 \text{ (кН)}.$$

– Поперечна сила, що діє в похилому перерізі

$$V_{Ed}' = V_{Ed} - qz_{ins} = 350 - 125 \cdot 0,5 = 287,5 \text{ (кН)},$$

де  $z_{ins} = 0,9d = 0,9 \cdot 0,555 = 0,5$  (м) .

– Робоча висота перерізу

$$d = 60 - \left( 2,5 + \frac{4,0}{2} \right) = 55,5 \text{ (см)}.$$

3. Максимально допустиме значення поперечної сили, що може витримати переріз

$$V_{Rd,max} = 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 30 \cdot 55,5 \cdot 0,5556 \cdot 14,5 \cdot 10^{-1} = 670,7 \text{ (кН)},$$

де  $b_w = 30$  см;

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{18,5}{250} \right) = 0,5556.$$

4. Перевіряємо умову достатності розмірів поперечного перерізу  
 $V_{Ed} = 350 \text{ кН} < V_{Rd,max} = 670,7 \text{ кН}$  – розміри перерізу балки достатні.

5. Визначаємо максимальну поперечну силу, яку може витримати переріз без встановлення поперечного армування

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} &= \left[ c_{Rd,c} k (100 \rho_e f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d = \\ &= \left[ 0,138 \cdot 1,6 (100 \cdot 0,02 \cdot 18,5)^{1/3} + 0,15 \cdot 0 \right] 300 \cdot 555 = 122356 \text{ (Н)} = 122,4 \text{ (кН)}, \end{aligned}$$

де  $c_{Rd,c} = 0,138$ ,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{555}} = 1,6;$$

$$\rho_e = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{37,7}{30 \cdot 55,5} = 0,0226 > 0,02, \text{ тому } \rho_e = 0,02;$$

$$k_1 = 0,15;$$

$$\sigma_{cp} = 0.$$

З іншого боку

$$V_{Rd,c} = (V_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d = (0,305 + 0,15 \cdot 0) 300 \cdot 555 = 50783 \text{ (Н)} = 50,8 \text{ (кН)},$$

$$\text{де } V_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} f_{ck}^{1/3} = 0,035 \cdot 1,6^{3/2} \cdot 18,5^{1/3} = 0,305.$$

З двох значень  $V_{Rd,c}$  приймаємо більше значення –  $V_{Rd,c} = 122,4 \text{ кН}$ .

6. Перевіряємо умову необхідності розрахунків поперечних стержнів (8.5).

$V_{Ed} = 350 \text{ кН} > V_{Rd,c} = 122,4 \text{ кН}$  – поперечну арматуру треба встановити розрахунковим шляхом.

7. В першому наближенні визначаємо діаметр поперечних стержнів  $\varnothing_{sw}$  із умови доброї зварюваності з основною робочою повздовжньою арматурою

$$\varnothing_{sw} = \left( \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \right) \varnothing = \left( \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \right) 40 = (13 \div 10) \text{ мм.}$$

Приймаємо  $\varnothing_{sw} = 12 \text{ мм.}$

Кількість поперечних стержнів в перерізі приймаємо із умови необхідності улаштування 3-х каркасів –  $n_{sw} = 3 \text{ шт.}$

8. Площа поперечної арматури  $A_{sw} = 3,39 \text{ см}^2$ , як для  $3\varnothing 12 \text{ A240C.}$

9. Визначаємо мінімально необхідний за розрахунками крок поперечних стержнів

$$S_w = \frac{A_{sw} z_{ins} \cdot f_{ywd} \cot \theta}{V'_{Ed}} = \frac{3,39 \cdot 50 \cdot 170 \cdot 10^2 \cdot 1}{287,5 \cdot 10^3} = 10,02 \text{ (см).}$$

Остаточно приймаємо мінімальне значення кроку поперечних стержнів на приопорній ділянці для подальших розрахунків, а саме  $S_w = 100 \text{ мм.}$

10. Опір зсуву перерізу із прийнятими поперечними стержнями

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{S_w} z_{ins} f_{ywd} \cot \theta = \frac{3,39}{10} \cdot 50 \cdot 175 \cdot 10^2 \cdot 1 = 296625 \text{ (Н)} = 296,6 \text{ (кН).}$$

11. Максимально можливе значення поперечної сили, що витримує переріз

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta) = (1,0 \cdot 0,3 \cdot 0,6 \cdot 0,5 \cdot 14,5 \cdot 10^3) / (1+1) = 652500 \text{ (Н)} = 652,5 \text{ (кН)},$$

де  $\alpha_{cw} = 1$ , так як  $\sigma_{cp} = 0$

$v_1 = 0,6$ , так як  $f_{ck} < 60 \text{ МПа.}$

12. Остаточно приймаємо більше значення опору зсуву  $V_{Rd,s} = 296,6 \text{ кН.}$

13. Перевіряємо умову забезпечення несучої здатності похилого перерізу

$$V_{Rd,s} = 296,6 \text{ кН} > V'_{Ed} = 287,5 \text{ кН} - \text{умова міцності виконується.}$$

14. Перевіряємо прийняте поперечне армування із мінімально допустимим відсотком

$$\rho_{w.min} = \frac{0,08\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = \frac{0,08\sqrt{18,5}}{240} = 0,00143.$$

– Фактичний процент поперечного армування

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w S_w} = \frac{3,39}{30 \cdot 10} = 0,0113 > \rho_{w.min} = 0,00143.$$

Умова забезпечення мінімальної кількості поперечних стержнів задовольняється.

15. Визначаємо максимально допустимий крок поперечної арматури в прольотній ділянці (довжиною  $\frac{l}{2} = \frac{5600}{2} = 2800$  мм )

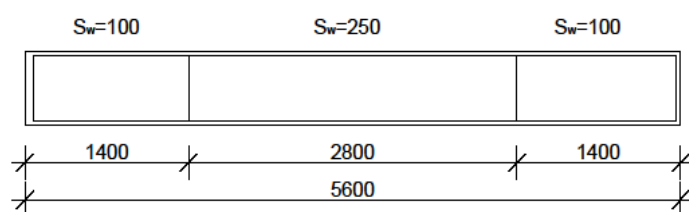
$$S_w = 15\varnothing = 15 \cdot 18 = 270 \text{ мм},$$

де  $\varnothing = 18$  мм діаметр робочої повздовжньої арматури в стиснутій зоні бетону.

Остаточо приймаємо крок поперечної арматури в прольотній ділянці  $S_w = 250$  мм .

16. Схема розташування поперечної арматури по довжині (а) та в перерізі (б) балки наведена на рис. 8.5.

а)



б)

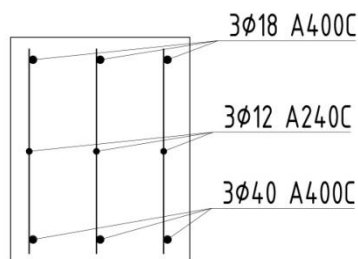


Рис.8.5.Розташування поперечної арматури по довжині (а) та в перерізі (б) балки

8.8. Питання для самоперевірки

1. Чому на приопорних ділянках балки з'являються похилі тріщини.
2. Які можливі варіанти руйнування залізобетонних балок на приопорних ділянках.
3. В чому полягає різниця в розташуванні поперечної арматури в приопорних та в прольотних ділянках.
4. Опишіть «фермову» модель, яка використовується при розрахунку несучої здатності балок по похилим перерізам.
5. Які основні розрахункові передумови розрахунку несучої здатності по похилим перерізам.
6. Запишіть умову достатності розмірів поперечного перерізу елементів.
7. Запишіть умову необхідності розрахунку поперечних стержнів.
8. Які конструктивні вимоги до встановлення поперечної арматури.
9. Як визначається поперечне армування розрахунковим шляхом.
10. З яких умов визначається крок поперечних стержнів в прольотних ділянках.



## 9. РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ

### 9.1. Загальні положення

Залізобетонні стояки (колони) – це елементи, які можуть зруйнуватись від дії зовнішніх навантажень як від втрати міцності складових матеріалів (бетону або арматури), так і від втрати стійкості. Тому при розрахунках за 1-ою групою граничних станів має використовуватись розрахунковий апарат, що об'єднує розрахунки як на міцність, так і на стійкість.

Розрахункова довжина стиснутого елемента залежить від розрахункової схеми (рис. 9.1).

$$l_0 = \mu \cdot l, \quad (9.1)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт, що залежить від розрахункової схеми.

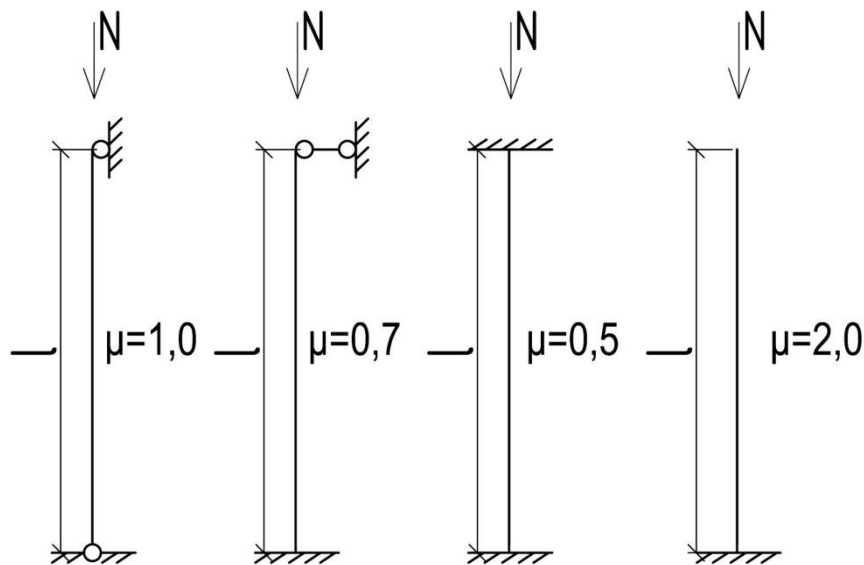


Рис. 9.1. До визначення розрахункової довжини елемента

Враховуючи неможливість визначення форми втрати стійкості, основним принципом армування колон є симетричне розташування арматури по зовнішнім граням бетонного перерізу.

Враховуючи різницю в деформативності арматурної сталі та бетону, при конструюванні стояків економічно доцільно використовувати стержні не вище класу А500С.

При розрахунках стиснутих елементів мають враховуватись впливи першого та другого порядку.

## 9.2. Врахування впливів першого порядку

Впливом першого порядку є випадковий ексцентриситет  $e_i$ . Його величина визначається як більше із значень:

$$e_i = \begin{cases} l_0/600, & \text{де } l_0 \text{ – розрахункова довжина елемента;} \\ h/30, & \text{де } h \text{ – висота перерізу;} \\ 10 \text{ мм.} \end{cases} \quad (9.2)$$

Як видно з формули (9.2), випадковий ексцентриситет враховує:

- неточність виготовлення конструкцій;
- неточність встановлення конструкції у вертикальне положення;
- неточність передачі навантаження із елементів верхніх поверхів на колону.

## 9.3. Врахування впливів другого порядку

Вимоги щодо врахування впливів другого порядку наведені в п. 5.7 [1]. Загальні впливи другого порядку можуть проявлятися і в конструкціях із гнучкою в'язевою системою. Якщо враховуються впливи другого порядку, то рівновагу й опір конструкції потрібно перевіряти у деформованому стані. Деформації потрібно визначати з урахуванням відповідного впливу тріщиноутворення, нелінійних властивостей матеріалів і повзучості. При розрахунку умов лінійного характеру роботи матеріалів цими впливами можна знехтувати шляхом зниження характеристик жорсткості. Характер роботи конструкції потрібно розглядати у напрямку, в якому може відбуватись деформація, а в необхідних випадках слід враховувати

двовісний згин. Невизначеності у геометрії і розташуванні навантажень стиску потрібно враховувати як додаткові впливи першого порядку на основі геометричних недосконалостей. Впливами другого порядку можна знехтувати, якщо вони разом становлять менше ніж 10% відповідних впливів першого порядку.

Якщо ми враховуємо впливи другого порядку, то не потрібно виконувати додаткових розрахунків на втрату стійкості. Вважається, що впливи другого порядку враховані, якщо гнучкість  $\lambda$  є меншою певної величини (граничної)  $\lambda_{\text{lim}}$ [2]. Тобто необхідне виконання наступної умови:

$$\lambda \leq \lambda_{\text{min}}; \quad (9.3)$$

$$\lambda_{\text{min}} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n}; \quad (9.4)$$

де  $A$  – коефіцієнт, що враховує геометрію перерізу та повзучість бетону,  $A=0,7$ ;

$B$  – коефіцієнт, що враховує епюру наповнення стиску бетону та коефіцієнт армування,  $B=1,1$ ;

$C$  – коефіцієнт, що враховує розподіл моментів по довжині колони і конструктивну схему колони,  $C=0,7$ ;

$n$  – відносна осьова сила.

Відносна осьова сила:

$$n = \frac{N_{\text{ed}}}{A_c \cdot f_{\text{cd}}}, \quad (9.5)$$

де  $N_{\text{ed}}$  – розрахункова осьова сила стиску;

$A_c$  – площа бетонного перерізу колони

$$A_c = b \cdot h; \quad (9.6)$$

$f_{\text{cd}}$  – розрахункова міцність бетону на стиск.

Гнучкість при повздовжньому згині визначається як

$$\lambda = \frac{l_0}{i}, \quad (9.7)$$

де  $i$  – радіус інерції бетонного перерізу без тріщин.

$$i = 0,289 \cdot h. \quad (9.8)$$

Якщо умова (9.3) виконується, то впливами другого порядку можна знехтувати. Якщо умова (9.3) не виконується, необхідно збільшити загальний ексцентриситет

$$e_0 = e_i \left\{ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_b}{N_{ed}} - 1} \right\}, \quad (9.9)$$

де

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0}; \quad (9.10)$$

$C_0$  – коефіцієнт, що залежить від розподілу моменту з урахуванням ефектів першого порядку,

$C_0=8$  – при постійному моменті або відсутності поперечного навантаження.

$C_0=9,6$  – при параболічній епюрі моментів,

$C_0=12$  – при симетричній трикутній епюрі моментів.

Для задач, які ми будемо вирішувати в курсовому і дипломному проектуванні

$$\beta = \frac{3,14^2}{8} = 1,232.$$

Критична сила визначається за формулою

$$N_b = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_0^2}. \quad (9.11)$$

Номінальна жорсткість перерізу визначається за формулою

$$EI = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s. \quad (9.12)$$

У першому наближенні, для прямокутного перерізу колони з 10% армуванням та стандартних умовах роботи, що використовуються для практичних задач

$$EI = 0,15 \cdot E_{cd} \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} + 0,01 \cdot E_s \cdot A_c (0,5 \cdot h - a_s)^2, \quad (9.13)$$

де  $N_{ed}$  – позацентрове повздовжнє навантаження на колону.

При використанні спрощеної діаграми деформування бетону можуть реалізовуватись дві форми рівноваги перерізу.

При першій формі рівноваги весь переріз буде стиснутий. Це буде виконуватись при умові

$$e_0 \leq r, \quad (9.14)$$

де  $r$  – відстань від центра перерізу до крайньої точки ядрового перерізу

$$r = \frac{h}{6}. \quad (9.15)$$

Для першої форми рівноваги виконується умова, що висота стиснутої зони бетону

$$x_1 \geq h. \quad (9.16)$$

Для другої форми рівноваги частина перерізу буде стиснутою, а частина – розтягнутою. Ця умова буде реалізовуватись при

$$e_0 > r. \quad (9.17)$$

#### 9.4. Напружено-деформований стан перерізу при першій формі рівноваги

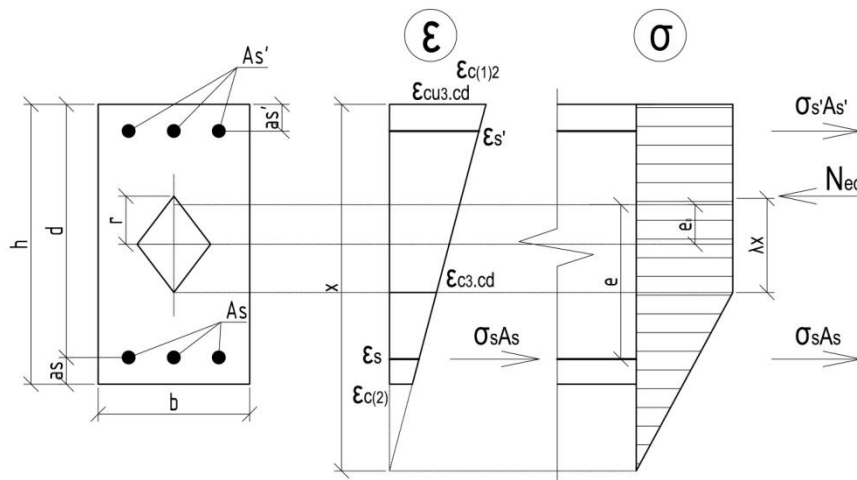


Рис. 9.2. Напружено-деформований стан перерізу при першій формі рівноваги перерізу

Загальний ексцентриситет зовнішнього навантаження  $N_{ed}$

$$e = e_0 + 0,5 \cdot h - a_s. \quad (9.18)$$

В момент руйнування деформації на крайній стиснутій грані

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3.cd}; \quad (9.19)$$

Деформації на менш стиснутій грані бетону

$$\varepsilon_{c(2)} = \varepsilon_{cu3.cd} \left(1 - \frac{e_0}{r}\right); \quad (9.20)$$

а висота стиснутої зони бетону

$$x_1 = h \cdot \frac{\varepsilon_{cu3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd} - \varepsilon_{c(2)}}. \quad (9.21)$$

Висота частини стиснутої зони бетону з постійними напруженнями

$$\lambda x_1 = x_1 \cdot \frac{\varepsilon_{cu3.cd} - \varepsilon_{c3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd}}. \quad (9.22)$$

У разі, якщо

$$\lambda x_1 \geq h, \quad (9.23)$$

весь переріз буде стиснутий напруженнями

$$\sigma_c = f_{cd}. \quad (9.24)$$

Тоді деформації в менш напруженій арматурі будуть дорівнювати

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3.cd} \frac{x_1 - d}{x_1}, \quad (9.25)$$

де

$$d = h - a_s. \quad (9.26)$$

Якщо

$$\varepsilon_{s0} < \varepsilon_s < \varepsilon_{ud}, \quad (9.27)$$

де

$$\varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s}, \quad (9.28)$$

в розтягнутій арматурі відбувається текучість. Напруження визначається за формулою

$$\sigma_s = f_{yd}, \quad (9.29)$$

Якщо

$$0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{s0}, \quad (9.30)$$

розтягнута арматура працює пружно. Напруження визначається за формулою

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s, \quad (9.31)$$

Необхідна кількість арматури:

– більш напруженої

$$A_s' = \frac{N_{ed}e - f_{cd} \cdot b \cdot h(0,5 \cdot h - a_s)}{f_{yd}(d - a_s')}; \quad (9.32)$$

– менш напруженої

$$A_s = \frac{N_{ed} - f_{cd} \cdot b \cdot h - f_{yd} \cdot A_s'}{f_{yd}}. \quad (9.33)$$

У випадку, коли

$$\lambda x_1 < h, \quad (9.34)$$

необхідна кількість арматури:

– більш напруженої

$$A_s' = \frac{N_{Ed}e - f_{cd} b \frac{(h + \lambda x_1)}{2} (d - \frac{h - \lambda x_1}{h})}{f_{yd}(d - a_s')}; \quad (9.35)$$

– менш напруженої

$$A_s = \frac{N_{Ed} - f_{cd} b \frac{(h + \lambda x_1)}{2} - f_{yd} A_s'}{f_{yd}}. \quad (9.36)$$

Враховуючи принцип симетричного армування, як правило, приймають площу армування із більшим значенням

$$A_s = A_s'. \quad (9.37)$$

Крім цього, прийняте робоче армування має бути перевірене на відповідність мінімальним конструктивним вимогам.

При армуванні колон повздовжні стрижні мають бути діаметром не менше ніж  $\varnothing_{\min} = 8$  мм, а загальна площа не менше ніж  $A_{s\min}$ . (п.п.8.5.1.4 [2]), яка розраховується за формулою

$$A_{s.min} = A_{s.tot} = \begin{cases} \frac{0,10N_{ed}}{f_{yd}} ; \\ 0,002 \cdot A_c \end{cases} ; \quad (9.38)$$

де  $f_{yd}$  – границя текучості арматури;  
 $N_{ed}$  – розрахункова осьова сила стиску.

### 9.5. Напружено-деформований стан перерізу при другій формі рівноваги

Напружено-деформований стан перерізу при другій формі рівноваги виникає при умові (9.17) і наведений на рис. 9.3.

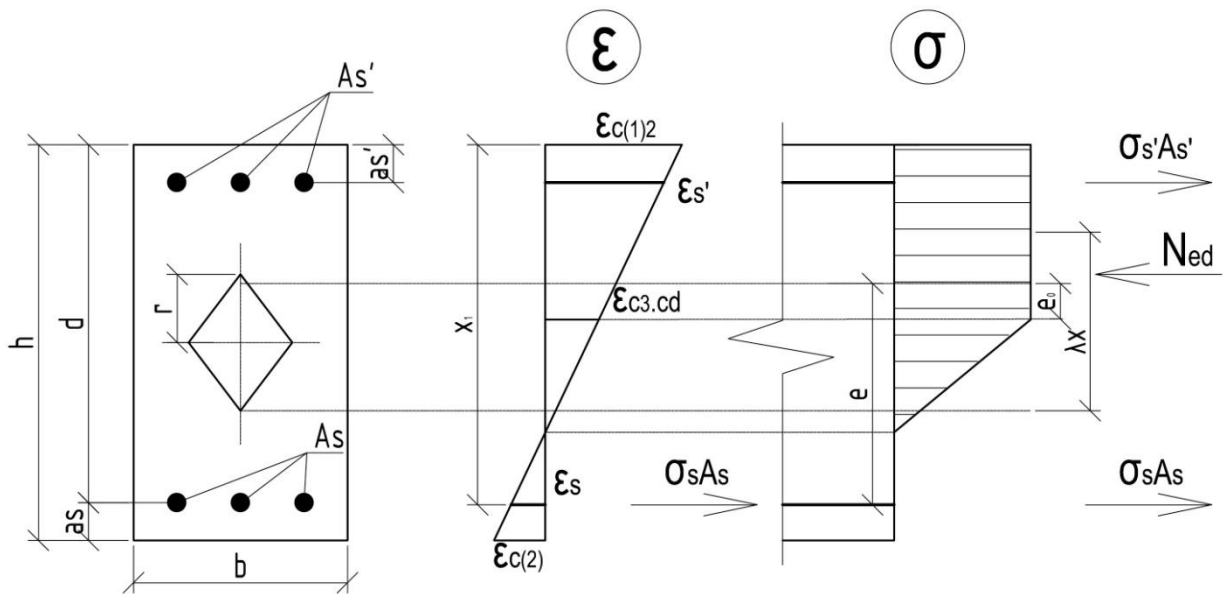


Рис. 9.3. Напружено-деформований стан перерізу при другій формі рівноваги ( $e_0 > r$ )

Не важко побачити, що напружено-деформований стан перерізу, що наведений на рис. 9.3, відповідає випадку, який розглядався раніше у попередньому розділі №5 «Перевірка несучої здатності залізобетонних балок прямокутного перерізу з подвійним армуванням на дію згинальних моментів».



Різниця буде полягати лише у типі зовнішнього навантаження. В розділі №5 це був момент від зовнішніх навантажень  $M_{ed}$ , а в нашому випадку – поздовжнє зусилля  $N_{ed}$ , яке діє з ексцентриситетом  $e_0$ .

Не важко побачити, що напружено-деформований стан перерізу, наведений на рис. 9.3, відповідає випадкам, які ми розглядали в попередніх розділах, пов'язаних із елементами, що працюють на згин.

Різниця буде полягати лише у виді зовнішнього навантаження, що діє в перерізі.

Для балкових елементів це був момент від зовнішнього навантаження  $M_{ed}$ , а в нашому випадку – поздовжнє зусилля  $N_{ed}$ , яке діє з ексцентриситетом  $e_0$  (рис. 9.3).

В залежності від того, яку ми ставимо задачу, може бути використаний той чи інший розрахунковий апарат.

Якщо нам потрібно визначити площу робочої арматури в стиснутій і розтягнутій зоні, то потрібно використати розрахунковий апарат, прийнятий нами в розділі №6 «Визначення площі поздовжньої арматури балок прямокутного перерізу із умов раціонального проектування».

При цьому треба одразу ж розглядати випадок подвійного армування.

Спочатку визначити деформації в стиснутій арматурі

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{cu3.cd} \frac{x_{lr} - a_s'}{x_{lr}}, \quad (9.39)$$

де

$$x_{lr} = d \frac{\varepsilon_{cu3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd} + \varepsilon_{s0}}. \quad (9.40)$$

Визначити напруження в стиснутій арматурі

$$\sigma_s' = \varepsilon_s' \cdot E_s \text{ при } 0 < \varepsilon_s' < \varepsilon_{s0}, \quad (9.41)$$

або

$$\sigma_s' = f_{yd}' \text{ при } \varepsilon_{s0} < \varepsilon_s' < \varepsilon_{ud}. \quad (9.42)$$

Тоді площа стиснутої арматури

$$A_s' = \frac{N_{ed}e - q_c \cdot x_{lr}(d - k_\lambda \cdot x_{lr})}{\sigma_s'(d - a_s')}; \quad (9.43)$$

де  $e$  – загальний ексцентриситет, що обчислюється за формулою (9.17).

Величина усереднених внутрішніх напружень в стиснутому бетоні

$$q_c = \frac{1}{2} \cdot f_{cd} \cdot b(1 + \lambda); \quad (9.44)$$

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{cu3.cd} - \varepsilon_{c3.cd}}{\varepsilon_{cu3.cd}}; \quad (9.45)$$

$$k_\lambda = \frac{1 + \lambda(1 + \lambda)}{3(1 + \lambda)}. \quad (9.46)$$

Відповідно, площа робочої розтягнутої арматури буде дорівнювати

$$A_s = \frac{q_c \cdot x_{lr} + \sigma_s' \cdot A_s' - N_{ed}}{f_{yd}}. \quad (9.47)$$

Як і в попередньому випадку (див. п.9.4), враховуючи принцип симетричного армування приймають максимальну площу арматури із значень  $A_s$  і  $A_s'$  (див. ф-лу 9.37).

Після цього перевіряють прийняте значення  $A_s$  і  $A_s'$  з мінімальним необхідним значенням загальної площі робочої арматури  $A_{smin}$ , яке знаходиться по ф-лі (9.38).

9.6. Конструктивні вимоги до поперечної розподільчої та монтажної арматури

Крім робочих повздовжніх стержнів, стиснуті елементи армуються ще поперечною розподільчою та монтажною арматурою.

Функція поперечної розподільчої арматури полягає в об'єднанні осоновних повздовжніх стержнів в просторові каркаси.

Крім того, поперечні стержні забезпечують неможливість втрати стійкості повздожнього армування, яке сприймає стискаюче навантаження.

Діаметр поперечних стержнів  $\varnothing_{cl.t}$  приймається із принципу доброго зарювання з повздожньою арматурою

$$\varnothing_{cl.t} = \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}\right)\varnothing \geq 6 \text{ мм}, \quad (9.48)$$

де  $\varnothing$  – діаметр повздожніх стержнів.

Крок поперечних стержнів має відповідати вимогам

$$s_{cl.t} \leq \begin{cases} 20\varnothing; \\ b \text{ (мм)}; \\ 400 \text{ мм}, \end{cases} \quad (9.49)$$

де  $b$  – менший розмір перерізу колони.

Для поперечних стержнів приймається арматура класів А240С, А400С.

Монтажна арматура складається з петель та трубок.

Монтажна трубка діаметром 50 мм забезпечує можливість встановлення колони в проектне положення. Вона, як правило, встановлюється на 60 мм вище верхньої грані кожної колони.

В елементах збірних залізобетонних конструкцій необхідно передбачувати монтажні петлі, які забезпечують їх піднімання при монтажі та транспортуванні. Для влаштування монтажних петель застосовують тільки гарячекатану арматурну сталь з площею текучості класу 240С марки ВСтЗсп2 та А300С марки 10ГТ, яка має найкращий опір дії динамічним навантаженням при підніманні. Міцність перерізу петель перевіряють розрахунком. Діаметр петель підбирається із таблиці 7.1 (дод. 7), в залежності від нормативного зусилля від ваги колони, що припадає на одну петлю.

При конструюванні петель важливо визначити висоту проушини  $h_e$  та довжину запуску арматури в бетон  $l_{an}$  (рис. 9.4).

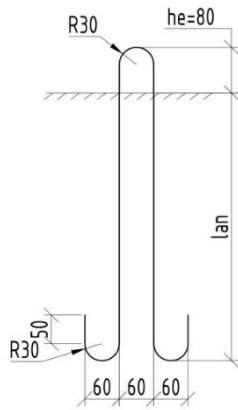


Рис. 9.4. Монтажна петля М-1

Висоту проушини петлі  $h_e$  приймають

$$h_e \geq \varnothing + 60 \text{ (мм)}, \text{ (9.50)}$$

де  $\varnothing$  – діаметр стержня петлі.

Довжина запуску арматури в бетон  $l_{an}$  визначається з умови

$$l_{an} \geq \begin{cases} l_{an.min}; \\ 15\varnothing, \end{cases} \text{ (9.51)}$$

де  $l_{an.min}$  – значення згідно з табл. 7.2 (дод.7).

Приклад конструювання колони показаний на рис. 9.5.

### 9.7. Алгоритм розрахунку перерізу колони

1. Визначають розрахункову довжину стиснутого елемента в залежності від розрахункової схеми .

2. За найбільшим значенням з формули (9.2) визначають випадковий ексцентриситет  $e_i$ .

3. Обраховують площу бетонного перерізу за формулою (9.6).

4. Визначають радіус інерції бетонного перерізу за формулою (9.8).

5. Визначають гнучкість при повздовжньому згині за формулою (9.7).

6. За формулою (9.5) визначають відносну осьову силу.

7. Знаходять мінімальне значення гнучкості за формулою (9.4).

8. Перевіряють умову (9.3). У випадку виконання умови впливами другого порядку можна знехтувати. Якщо умова не виконалась, необхідно врахувати впливи другого порядку – збільшити загальний ексцентриситет за формулою (9.9).

9. Визначають номінальну жорсткість перерізу за формулою (9.13).

10. Обраховують критичну силу за формулою (9.11).

11. Визначають відстань від центра перерізу до крайньої точки ядрового перерізу за формулою (9.15).

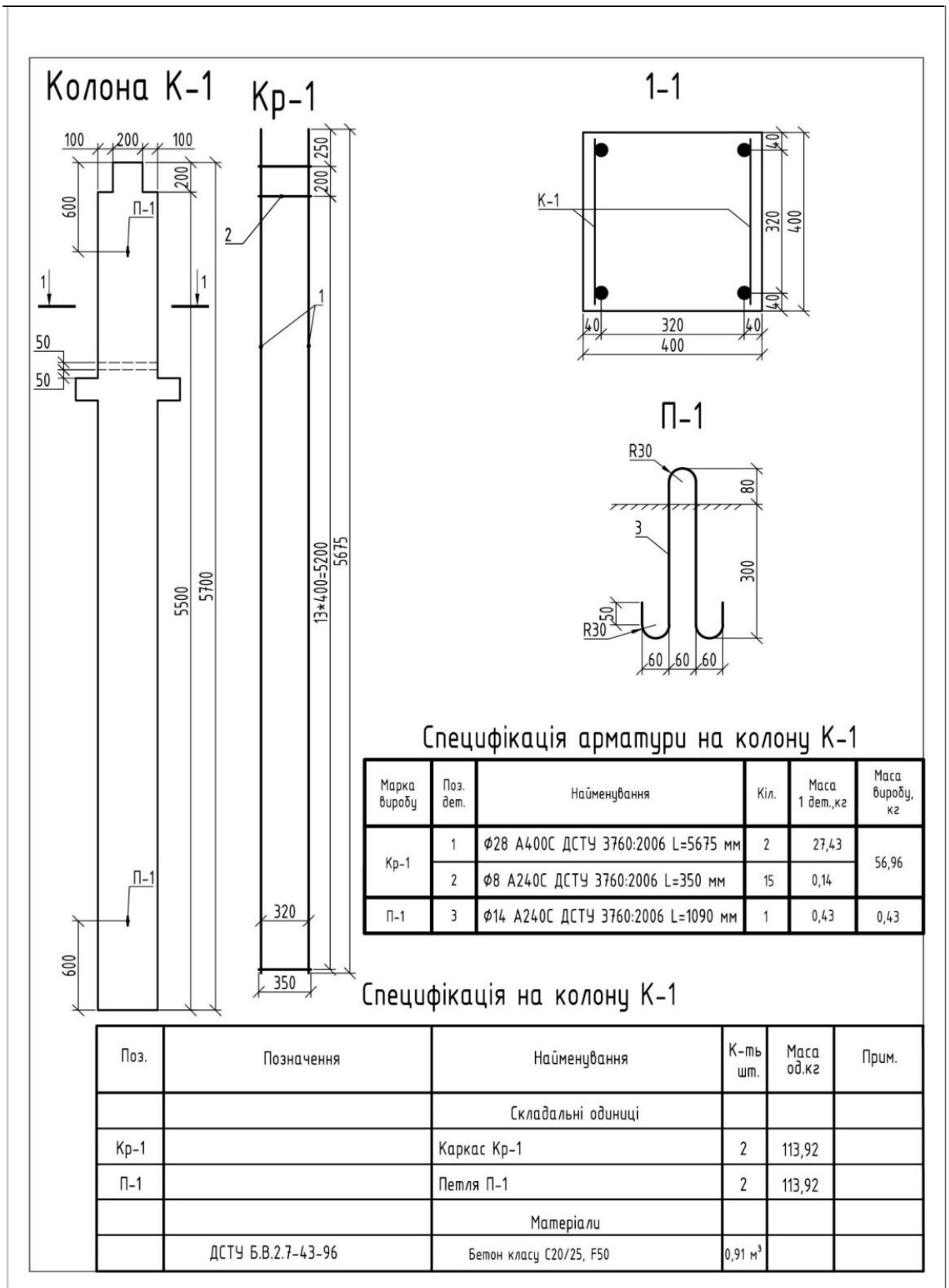


Рис. 9.5. Приклад конструювання колони

12. Перевіряють форму рівноваги за формулами (9.14–9.16). У випадку першої форми рівноваги виконувати п.13 –п.20. У випадку другої форми рівноваги виконувати п.21 –п.25.

13. Визначають загальний ексцентриситет зовнішнього навантаження за формулою (9.18).

14. За формулою (9.21) знаходять висоту стиснутої зони бетону.

15. Висоту частини стиснутої зони бетону з постійними напруженнями визначають за формулою (9.22).

16. Перевіряють умову (9.23).

17. Знаходять напруження за формулою (9.24).

18. Деформації в менш напруженій арматурі обчислюють за формулою (9.26).

19. В залежності від умов (9.27–9.30) обчислюють напруження.

20. Необхідну кількість та площу арматури визначають за формулами (9.32–9.37), порівнюючи з мінімальним значенням площі арматури (9.38).

21. Визначають деформації в стиснутій арматурі за формулою (9.39).

22. Напруження в стиснутій зоні визначають за формулами (9.41–9.42).

23. Площа стиснутої арматури визначається за формулами (9.43–9.46).

24. Площа розтягнутої арматури визначається за формулою (9.47).

25. Площа та кількість арматури уточнюється згідно з формулою (9.38).

## 9.8. Приклади розрахунків

### Приклад № 9.1. Перша форма рівноваги.

Дано:

Переріз колони  $b \times h = 400 \times 400$  мм. Геометрична довжина колони внутрішнього ряду 1-ого поверху – 5700 мм. На колону діє зовнішнє

навантаження  $N_{cd}=2910$  кН. Колона виготовлена з бетону класу С25/30, коефіцієнт умови роботи бетону  $\gamma_{cl}=0,9$ . Захисний шар арматури  $a_s = a_s' = 40$  мм.

Визначити:

Площу робочого армування класу А400С, розподільчу поперечну арматуру класу А240С та необхідну монтажну арматуру.

1. Випишемо розрахункові характеристики бетону та арматури (табл. 9.1).

Таблиця 9.1. Розрахункові характеристики бетону та арматури

Бетон С25/30		Арматура	
		А400С	
$f_{ck,prism}$ , МПа	22	$f_{yk}$ , МПа	400
$f_{cd}$ , МПа	$17 \cdot 0,9 = 15,3$	$f_{yd}$ , МПа	363,7
$\epsilon_{c3,cd} \cdot 10^{-5}$	68	$f_{ywd}$ , МПа	285
$\epsilon_{cu3,cd} \cdot 10^{-5}$	300	$\epsilon_{ud} \cdot 10^{-5}$	2500
$\gamma_{cl}$	0,9	$E_s$ , МПа	$2,1 \cdot 10^5$
$E_{cd}$ , МПа	$25 \cdot 10^3$	$\gamma_s$	1,1

2. Визначаємо впливи першого порядку

Випадковий ексцентриситет для колони з розрахунковою довжиною

$$l_0 = 0,7 \cdot 5,700 = 3,990 \text{ м,}$$

дорівнює

$$e_a = \begin{cases} 3990/600 = 6,65 \text{ мм;} \\ 400/30 = 13,33 \text{ мм;} \\ 10 \text{ мм.} \end{cases}$$

Приймаємо найбільше значення, тобто  $e_1 = e_a = 13,33$  мм.

3. Визначаємо впливи другого порядку

Фактична гнучкість колони з радіусом інерції



$$i = 0,289 \cdot 400 = 115,6 \text{ мм}$$

$$\lambda = \frac{3990}{115,6} = 34,52;$$

Мінімальне значення гнучкості

$$\lambda_{\min} = 20 \cdot 0,7 \cdot 1,1 \cdot 0,7 / \sqrt{1,181} = 9,89;$$

де

$$n = \frac{2910}{0,4^2 \cdot 15,3 \cdot 10^3} = 1,189.$$

У зв'язку з тим, що

$$34,52 > 9,89$$

Необхідно врахувати впливи другого порядку.

Номінальна жорсткість перерізу

$$EI = 0,15 \cdot 2500 \cdot \frac{40 \cdot 40^3}{12} + 0,01 \cdot 21000 \cdot 40^2 (0,5 \cdot 40 - 4)^2 = 1660160000 = 166,02 \cdot 10^6 \text{ кН} \cdot \text{см}^2.$$

Критична сила

$$N_b = \frac{3,14^2 \cdot 166,02}{399,0^2} = 10281,7 \text{ кН.}$$

Визначаємо величину загального ексцентриситету

$$e_0 = 1,33 \left\{ 1 + \frac{1,232}{\frac{10281,7}{2910} - 1} \right\} = 1,98 \text{ см.}$$

4. Визначаємо форму рівноваги

Відстань від центру перерізу до крайньої точки ядрового перерізу

$$r = \frac{40}{6} = 6,67 \text{ см.}$$

Так як

$$e_0 = 1,98 \text{ см} < r = 6,67 \text{ см,}$$

для даної задачі виконується перша форма рівноваги.

5. Величина загального ексцентриситету

$$e = 1,98 + 0,5 \cdot 40 - 4 = 17,98 \text{ см.}$$

6. Визначаємо висоту стиснутої зони

$$x = 40 \cdot \frac{300 \cdot 10^5}{300 \cdot 10^5 - 179,3 \cdot 10^5} = 98,6 \text{ см,}$$

де

$$\varepsilon_{c(2)} = 300 \cdot 10^{-5} \left(1 - \frac{1,98}{6,67}\right) = 210,9 \cdot 10^{-5}.$$

Висота перерізу з постійними напруженнями стиску

$$\lambda_x = 98,6 \cdot \frac{300 \cdot 10^{-5} - 68 \cdot 10^{-5}}{300 \cdot 10^{-5}} = 76,3 \text{ см.}$$

Так як

$$\lambda_x = 76,3 \text{ см} > h = 40 \text{ см,}$$

весь переріз стиснутий  $\sigma_c = f_{cd} = 15,3 \text{ МПа}$ .

7. Деформації в менш напруженій арматурі

$$\varepsilon_s = 300 \cdot 10^{-5} \frac{98,6 - (40 - 4)}{98,6} = 191,1 \cdot 10^{-5}.$$

Так як

$$\varepsilon_{su} = 2500 \cdot 10^{-5} > \varepsilon_s = 191,1 \cdot 10^{-5} > \varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{363,7}{2,1 \cdot 10^5} = 173,2 \cdot 10^{-5}$$

то ця арматура знаходиться в стадії текучості, але не руйнується,  
і  $\sigma_s = f_{yd} = 363,7 \text{ МПа}$ .

8. Необхідна кількість арматури:

– більш завантаженої

$$A_s' = \frac{2910 \cdot 17,98 - 1,53 \cdot 40 \cdot 40(0,5 \cdot 40 - 4)}{36,3(36 - 4)} = 11,33 \text{ см}^2;$$

– менш завантаженої

$$A_s = \frac{2910 - 1,53 \cdot 40 \cdot 40 - 36,3 \cdot 11,33}{36,3} = 1,40 \text{ см}^2.$$

З принципів симетричного армування приймаємо  
 $A_s = A_s' = 11,33 \text{ см}^2$ .

9. Знаходимо мінімально необхідну з конструктивних вимог  
площу арматури

$$A_{s,\min} = A_{s,\text{tot}} = \begin{cases} \frac{0,10 \cdot 2910}{363,7} = 0,8 \text{ см}^2; \\ 0,002 \cdot 40 \cdot 40 = 3,2 \text{ см}^2. \end{cases}$$

Прийнята нами загальна розрахункова площа арматури значно перевищує мінімально необхідну площу арматури.

Остаточно приймаємо в якості робочої повздовжньої арматури  $4\phi 28A400C$  з  $A_s = 24,63 \text{ см}^2$ .

Діаметр поперечних стержнів  $\phi_{cl.t}$

$$\phi_{cl.t} = \left( \frac{28}{3} \div \frac{28}{4} \right) = (9,33 \div 7) \geq 6 \text{ мм.}$$

Приймаємо  $\phi_{cl.t} = 8 \text{ мм}$ .

Крок поперечних стержнів має відповідати вимогам

$$s_{cl.t} \leq \begin{cases} 20 \cdot 28 = 560 \text{ мм;} \\ 400 \text{ мм;} \\ 400 \text{ мм,} \end{cases}$$

тому остаточно приймаємо  $s_{cl.t} = 400 \text{ мм}$ .

Висота проушини петлі

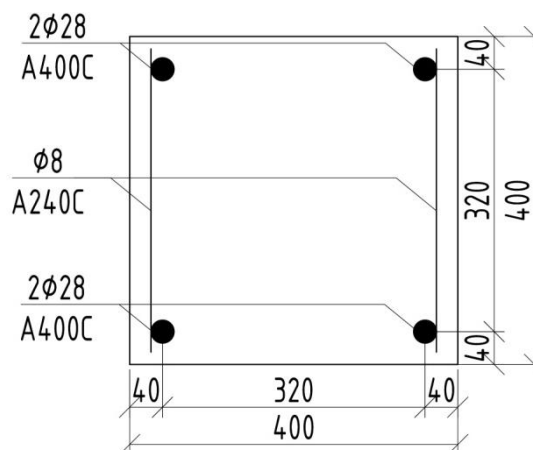
$$h_e \geq 14 + 60 \geq 74 \text{ (мм)},$$

Приймаємо  $h_e = 80 \text{ мм}$ .

Довжина запуску арматури в бетон

$$l_{an} \geq \begin{cases} 300 \text{ мм;} \\ 15 \cdot 14 = 210 \text{ мм,} \end{cases}$$

Приймаємо  $l_{an} = 300 \text{ мм}$ .



Отже, в якості робочої повздовжньої арматури прийнято  $4\phi 28A400C$  з  $A_s = 24,63 \text{ см}^2$ , робочої поперечної арматури –  $\phi 8A240C$ .

Висота проушини петлі прийнята  $h_e=80$  мм, довжина запуску арматури в бетон  $l_{an}=300$  мм.

### Приклад № 9.2. Друга форма рівноваги.

Дано:

Переріз колони  $b \times h = 300 \times 300$  мм. Геометрична довжина колони внутрішнього ряду 1-ого поверху – 5510 мм. На колону діє зовнішнє навантаження  $N_{ed}=1800$  кН. Колона виготовлена з бетону класу С12/15, коефіцієнт умови роботи бетону  $\gamma_{cl}=1,0$ . Захисний шар арматури  $a_s = a_s' = 50$  мм.

Визначити:

Площу робочого армування класу А400С, розподільчу поперечну арматуру класу А240С та необхідну монтажну арматуру.

1. Випикуємо розрахункові характеристики бетону та арматури (табл. 9.2).

Таблиця 9.2 – Розрахункові характеристики бетону та арматури

Бетон С25/30		Арматура	
		А400С	
$f_{ck,prism}$ , МПа	11	$f_{yk}$ , МПа	400
$f_{cd}$ , МПа	$8,5 \cdot 1,0 = 8,5$	$f_{yd}$ , МПа	363,64
$\epsilon_{c3,cd} \cdot 10^{-5}$	52	$f_{ywd}$ , МПа	285
$\epsilon_{cu3,cd} \cdot 10^{-5}$	333	$\epsilon_{ud} \cdot 10^{-5}$	2500
$\gamma_{cl}$	1,0	$E_s$ , МПа	$2,1 \cdot 10^5$
$E_{cd}$ , МПа	$16,3 \cdot 10^3$	$\gamma_s$	1,1

3. Визначаємо впливи першого порядку

Випадковий ексцентриситет для колони з розрахунковою довжиною

$$l_0 = 0,7 \cdot 5,510 = 3,857 \text{ м,}$$

дорівнює

$$e_a = \begin{cases} 5510/600 = 6,43 \text{ мм}; \\ 300/30 = 10 \text{ мм}; \\ 10 \text{ мм}. \end{cases}$$

Приймаємо найбільше значення, тобто  $e_1 = e_a = 10 \text{ мм}$ .

3. Визначаємо впливи другого порядку

Фактична гнучкість колони з радіусом інерції

$$i = 0,289 \cdot 300 = 86,7 \text{ мм}$$

$$\lambda = 3857/86,7 = 44,49;$$

Мінімальне значення гнучкості

$$\lambda_{\min} = 20 \cdot 0,7 \cdot 1,1 \cdot 0,7 / \sqrt{2,35} = 7,03;$$

де

$$n = 1800 / (0,3^2 \cdot 8,5 \cdot 10^3) = 2,35.$$

У зв'язку з тим, що

$$44,49 > 7,03$$

Необхідно врахувати впливи другого порядку.

Номінальна жорсткість перерізу

$$EI = 0,15 \cdot 1630 \cdot \frac{30 \cdot 30^3}{12} + 0,01 \cdot 21000 \cdot 30^2 (0,5 \cdot 30 - 5)^2 = 35403750 = 35,40 \cdot 10^6 \text{ кН} \cdot \text{см}^2.$$

Критична сила

$$N_b = \frac{3,14^2 \cdot 35,40 \cdot 10^6}{385,7^2} = 2346,44 \text{ кН}.$$

Визначаємо величину загального ексцентриситету

$$e_0 = 1,0 \left\{ 1 + \frac{1,232}{\frac{2346,44}{1800} - 1} \right\} = 5,06 \text{ см}.$$

4. Визначаємо форму рівноваги

Відстань від центру перерізу до крайньої точки ядрового перерізу

$$r = \frac{30}{6} = 5 \text{ см}.$$

Так як

$$e_0 = 5,06 \text{ см} > r = 5 \text{ см},$$

для даної задачі виконується друга форма рівноваги.

5. Деформації в стиснутій арматурі

$$\varepsilon_s' = 333 \cdot 10^{-5} \frac{0,16 - 0,05}{0,16} = 235,06 \cdot 10^{-5},$$

де

$$x_{lr} = (0,3 - 0,05) \frac{333 \cdot 10^{-5}}{333 \cdot 10^{-5} + 173,16 \cdot 10^{-5}} = 0,16 \text{ м}.$$

Так як

$$\varepsilon_{s0} = \frac{363,64}{210000} = 173,16 \cdot 10^{-5},$$

$$\varepsilon_{s0} = 173,16 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_s' = 235,06 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{ud} = 2500 \cdot 10^{-5}.$$

Напруження в стиснутій арматурі

$$\sigma_s' = f_{yd}' = 363,64 \text{ МПа}.$$

Площа стиснутої арматури

$$A_s' = \frac{1800 \cdot 15,06 - 2346 \cdot 0,16((0,3 - 0,06) - 0,46 \cdot 0,16)}{363,64((0,3 - 0,05) - 0,05)} = 28,17 \text{ см}^2.$$

Величина усереднених внутрішніх напружень в стиснутому бетоні

$$q_c = \frac{1}{2} \cdot 8,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3(1 + 0,84) = 2346;$$

$$\lambda = \frac{333 \cdot 10^{-5} - 52 \cdot 10^{-5}}{333 \cdot 10^{-5}} = 0,84;$$

$$k_\lambda = \frac{1 + 0,84(1 + 0,84)}{3(1 + 0,84)} = 0,46.$$

$$e = 65,06 + 0,5 \cdot 30 - 5 = 15,06 \text{ см}.$$

Відповідно, площа робочої розтягнутої арматури буде дорівнювати

$$A_s = \frac{2346 \cdot 0,17 + 363,64 \cdot 10^3 \cdot 28,17 \cdot 10^{-4} - 1800}{363,64 \cdot 10^3} = -11,01 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Не зважаючи на те, що арматура розтягнеться ( $A_s = -11,01 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ), площу арматури приймаємо за принципом симетричного розташування.

Остаточно приймаємо в якості робочої поздовжньої арматури 6Ø36A400С з  $A_s = 61,08 \text{ см}^2$ .

Діаметр поперечних стержнів  $\varnothing_{\text{cl.t}}$

$$\varnothing_{\text{cl.t}} = \left( \frac{36}{3} \div \frac{36}{4} \right) = (12 \div 9) \geq 6 \text{ мм.}$$

Приймаємо  $\varnothing_{\text{cl.t}} = 10 \text{ мм}$ .

Крок поперечних стержнів має відповідати вимогам

$$s_{\text{cl.t}} \leq \begin{cases} 20 \cdot 36 = 720 \text{ мм;} \\ 400 \text{ мм;} \\ 400 \text{ мм,} \end{cases}$$

тому остаточно приймаємо  $s_{\text{cl.t}} = 400 \text{ мм}$ .

Висота проушини петлі

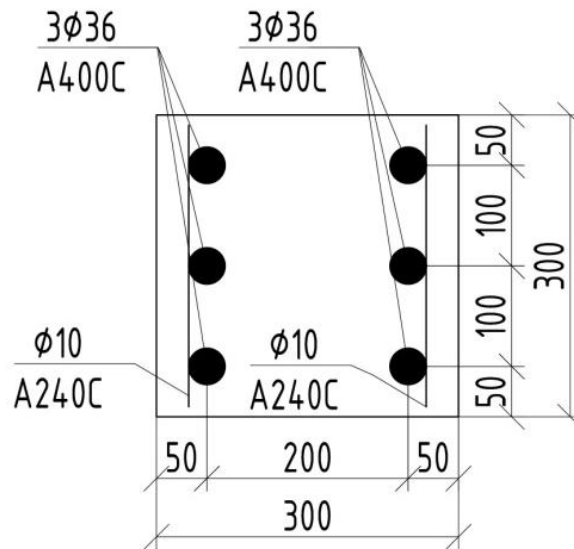
$$h_e \geq 14 + 60 \geq 74 \text{ (мм)},$$

Приймаємо  $h_e = 80 \text{ мм}$ .

Довжина запуску арматури в бетон

$$l_{\text{an}} \geq \begin{cases} 300 \text{ мм;} \\ 15 \cdot 14 = 210 \text{ мм,} \end{cases}$$

Приймаємо  $l_{\text{an}} = 300 \text{ мм}$ .



Отже, в якості робочої повздовжньої арматури прийнято  $6\text{Ø}36\text{A}400\text{C}$  з  $A_s=61,08 \text{ см}^2$ , робочої поперечної арматури –  $\text{Ø}10\text{A}240\text{C}$ . Висота проушини петлі прийнята  $h_e=80 \text{ мм}$ , довжина запуску арматури в бетон  $l_{an}=300 \text{ мм}$ .



## ДОДАТОК 1

### Коефіцієнти надійності матеріалів для першої групи граничних станів

Вид матеріалу	$\gamma_c$	$\gamma_{ct}$	$\gamma_s$
Бетон конструкційний важкий та легкий	1,3*	1,5/1,3**	
Стрижнева арматура класів: A240C***			1,05
A400C, A-III діаметром, мм: 6...40			1,10
A500C діаметром, мм: 8...22 25...32			1,15 1,20
A600, A600C, A600K, A800, A800K, A800CK, A1000			1,20
Дротяна арматура класів: Дріт В, В <sub>p</sub> B500			1,25 1,20
Арматурні канати К-7 та К-15			1,20
<p>Коефіцієнти <math>\gamma_c</math>, <math>\gamma_{ct}</math> та <math>\gamma_s</math> відносяться до стиснутого бетону, розтягнутого бетону та арматури відповідно.</p> <p>*) У чисельнику наведені коефіцієнти надійності <math>\gamma_{ct}</math> при призначенні <math>f_{ctd,0.05}</math>, у знаменнику – коефіцієнти надійності <math>\gamma_{ct}</math> при призначенні <math>f_{ctd,0.95}</math>.</p> <p>**) При аварійних навантаженнях приймаються такі коефіцієнти надійності матеріалів для розрахунку за першою групою граничних станів: <math>\gamma_c = 1,00</math>, <math>\gamma_{ct} = 1,00</math>, <math>\gamma_s = 1,00</math>.</p> <p>***) Арматурний прокат класів А 240С, А400С, А500С, А600, А600С, А600К, А800, А800К, А800СК, А1000 згідно з ДСТУ 3760. Дріт В і В<sub>p</sub> згідно з ГОСТ 7348 (СТ СЗВ 5728). Сталь гарячекатана для армування залізобетонних конструкцій А-III(А400) згідно з ГОСТ 5781. Сталь для армування бетону В500 згідно з ДСТУ 'ENV 10080. Канати сталеві арматурні К-7 згідно з ГОСТ 13840</p>			

## ДОДАТОК 2

### Основні характеристики міцності і деформативності бетону

Клас міцності бетону											
	C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60
$f_{ck,cube}$ (МПа)	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$f_{cm,cube}$ (МПа)	13	19	25	32	38	45	51	58	64	71	77
$f_{ck,prism}$ (МПа)	7,5	11	15	18,5	22	25,5	29	32	36	39,5	43
$f_{cd}$ (МПа)	6,0	8,5	11,5	14,5	17	19,5	22	25	27,5	30	33
$f_{ctm}$ (МПа)	1,2	1,6	1,9	2,2	2,6	2,8	3,0	3,2	3,5	3,8	4,1
$f_{ctk0,05}$ (МПа)	0,8	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,1	2,2	2,5	2,7	3,0
$E_{cd} \cdot 10^3$ (МПа)	12,6	16,3	20	23	25	27	28,5	30,5	32	33	34
$\varepsilon_{cl,cd}$ , (‰)	1,56	1,58	1,62	1,65	1,69	1,72	1,76	1,80	1,84	1,87	1,91
$\varepsilon_{cu1,cd}$ , (‰)	3,75	3,70	3,59	3,44	3,28	3,10	2,93	2,72	2,57	2,43	2,29
$\varepsilon_{c3,cd}$ , (‰)	0,48	0,52	0,58	0,63	0,68	0,72	0,77	0,83	0,86	0,91	0,97
$\varepsilon_{cu3,cd}$ , (‰)	3,38	3,33	3,23	3,10	3,00	2,80	2,64	2,45	2,31	2,19	2,06

ДОДАТОК 3

Коефіцієнти  $a_k$  для розрахунків за першою групою граничних станів

Коефіцієнт $a_k$	Клас бетону на стиск												
	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/35	C32/40	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60		
$a_1$	3,6082	3,3358	3,0798	2,8785	2,7404	2,6219	2,51816	2,40816	2,32566	2,24964	2,16525		
$a_2$	-5,1559	-4,4171	-3,7184	-3,1586	-2,7649	-2,4250	-2,14804	-1,9689	-2,1144	-2,2642	-2,94732		
$a_3$	3,6537	2,9586	2,2946	1,7454	1,3416	0,98327	0,71003	0,6885	1,3717	2,04693	4,201		
$a_4$	-1,2723	-1,0093	-0,7533	-0,52904	-0,35004	-0,17908	$-4,839 \cdot 10^{-2}$	-0,10286	-0,70272	-1,300	-3,22106		
$a_5$	0,1663	0,1319	$9,727 \cdot 10^{-2}$	$6,374 \cdot 10^{-2}$	$3,295 \cdot 10^{-2}$	$-1,067 \cdot 10^{-3}$	$-3,169 \cdot 10^{-2}$	$-2,488 \cdot 10^{-2}$	0,11981	0,2675	0,80213		

## ДОДАТОК 4

Характеристичні (нормативні) та розрахункові значення опору та деформативних характеристик гарячекатаної арматури за ДСТУ 3760-06

Характеристики	Класи арматури			
	A 240C	A 400C	A 500C	B 500
$f_{yk}$ , МПа	240	400	500	500
$f_{ywd}$ , МПа	170	285	300	500
$E_s$ , МПа	$2,1 \times 10^5$	$2,1 \times 10^5$	$2,0 \times 10^5$	$1,9 \times 10^5$
$\epsilon_{s0}$	0,00107	0,00174	0,0021	0,0023
$\epsilon_{ud}$	0,025	0,025	0,02	0,02

## ДОДАТОК 5

Характеристичні значення опору та деформаційних характеристик попередньо напруженої арматури  
за ДСТУ 3760-06

Клас арматури	Характеристики арматури			
	$f_{pk}$ , МПа	$f_{p0,1k}$ , МПа	$E_p$ , МПа	$\epsilon_{uk}$
A600, A600С, A600К	630	575	190000	0,02
A800, A800С, A800СК	840	765	190000	0,018
A1000	1050	955	190000	0,018
Bp1200	1260	1145	190000	0,016
Bp1300	1365	1240	190000	0,016
Bp1400	1470	1335	190000	0,016
Bp1500	1575	1430	190000	0,016
K1400 (K-7)	1470	1335	180000	0,014
K1500 (K-7)	1575	1430	180000	0,014
K1500 (K-19)	1575	1430	180000	0,014

## ДОДАТОК 6

### Геометричні характеристики арматури

Номінальний діаметр прокату, $d_n$ , мм	Діаметр (розрахунковий), $d$ , мм	Номінальна площа поперечного перерізу, $\text{мм}^2$	Маса 1 метра довжини прокату	
			Розрахункове значення, кг	Граничне відхилення, %
5,5	-	23,8	0,187	±8,0
6,0	5,5	28,3	0,222	
8,0	7,5	50,3	0,395	
10,0	9,0	78,5	0,617	+5,0/-6,0
12,0	10,9	113,0	0,888	
14,0	12,6	154,0	1,21	
16,0	14,8	201,0	1,58	±4,5
18,0	16,6	254,0	2,00	
20,0	18,5	314,0	2,47	
22,0	20,8	380,0	2,98	
25,0	23,2	491,0	3,85	
28,0	25,6	616,0	4,83	
32,0	30,6	804,0	6,31	
36,0	34,3	1018,0	7,99	
40,0	38,2	1256,0	9,86	

Маса прута в кг обчислена для номінальних діаметрів за густини сталі, що дорівнює 7,85 кг/дм<sup>3</sup>.

## ДОДАТОК 7

Таблиця 7.1. Діаметри стержнів петель, мм

Нормативне зусилля ваги виробу, яке приходить при підйомі на одну петлю, кН	Клас арматури петлі
	A240C
1	6
3	8
7	10
9	-
11	12
15	14
20	16
25	18
31	20
38	22
49	25
61	28
70	-
80	32
65	-

Таблиця 7.2. Анкерування петель в бетоні

Міцність бетону на стиск в момент першого підйому виробу, МПа	Довжина запуску в бетон $l_{ан}$ , см
Від 7 до 10	35
Більше 10 до 20	30
Більше 20	25

## Література

1. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. К., Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2011. – 71 с.
2. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. К., Мінрегіонбуд України, 2011. – 156 с.
3. Мурашко Л.А., Колякова В.М., Сморгалов Д.В. Розрахунок за міцністю перерізів нормальних та похилих до повздожньої осі перерізів згинальних елементів за ДБН В.2.6-98:2009: Навчальний посібник.-К., КУБА, 2012.- 62с.
4. ДСТУ 3760:2006. Прокат арматурний для залізобетонних конструкцій. Загальні технічні умови. К., Державний стандарт України, 2007. – 28 с.
5. ГОСТ 4318-81 (СТ СЭВ 5728-86) Дріт із вуглецевої сталі для армування попередньо напружених залізобетонних конструкцій. Технічні умови.
6. ГОСТ 13860-68. Канати сталеві арматурні 1х7. Технічні умови.



Навчальне видання

**Войцехівський** Олександр Владиславович  
**Журавський** Олександр Дмитрович  
**Байда** Денис Миколайович

**РОЗРАХУНОК ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ З  
ВИКОРИСТАННЯМ СПРОЩЕНИХ ДІАГРАМ  
ДЕФОРМУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ (ЗА ДСТУ Б.В.2.6-156:2010)**

Частина 1

Розрахунок за I групою граничних станів

Навчальний посібник

**Редагування та коректура** *О.Д. Журавський*  
**Комп'ютерне верстання** *Д.М. Байда*

Підписано до друку 21.02.2017. Формат 60 x 84 <sup>1/16</sup>.

Ум. друк, арк.14,00. Обл.-вид. арк. 15,00.

Тираж 200 прим. Вид. № 35/1-12 . Зам. №

КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03680

E-mail: red-isdat@knubaedu.ua

Надруковано в редакційно-видавничому відділі  
Київського національного університету будівництва і архітектури  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів Видавничої  
справи ДК № 808 від 13.02.2002 р.