

Логічні елементи

Алгебра логіки.

Основу сучасних пристроїв обробки інформації складають **цифрові (логічні) ІМС**.

Аналіз роботи цифрових пристроїв базується на використанні апарату **математичної логіки – алгебри Джорджа Буля (1815 – 1864)**. В її основі лежить поняття **події**, що оцінюється з точки зору її настання: вона може настати або не настати.

Тоді кожну **подію** можна вважати **істинною**, що може моделюватися одиницею «1» (високим рівнем напруги при електричному моделюванні), або **хибною** – моделюється нулем «0» (низьким рівнем напруги).

Обробка інформації, поданої у вигляді подій, ведеться у **двійковій системі числення**. Вона має тільки дві цифри: 0 і 1.

Величина, котра може приймати тільки ці два значення, називається **двійковою (логічною) змінною**.

Алгебра логіки.

В алгебрі логіки є три основних логічних дії (операції, функції):

● **операція НІ – логічне заперечення:**

функція має зворотне значення до змінної, від якої вона залежить

$$y = \bar{x}$$

(читається у дорівнює не x);

● **операція АБО – логічне додавання (диз'юнкція):**

функція істинна, якщо істинна хоча б одна з незалежних змінних, що до неї входять

$$y = x_1 + x_2;$$

Алгебра логіки.

В алгебрі логіки є три основних логічних дії (операції, функції):

- операція **НІ** – логічне заперечення:

функція має зворотне значення до змінної, від якої вона залежить

$$y = \bar{x}$$

(читається у дорівнює не x);

- операція **АБО** – логічне додавання (диз'юнкція):

функція істинна, якщо істинна хоча б одна з незалежних змінних, що до неї входять

$$y = x_1 + x_2;$$

- операція **І** – логічне множення (кон'юнкція):

функція істинна, якщо істинні усі незалежні змінні, що до неї входять

$$y = x_1 \cdot x_2.$$

Порядок дій в алгебрі логіки такий: перш за все виконується операція НІ, потім І й насамкінець АБО.

Для зміни порядку дій, як і в звичайній алгебрі, застосовують дужки.

Для алгебри логіки справедливі закони:

- **переставний** (комутативний)

$$x_1 + x_2 = x_2 + x_1 \text{ та } x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1;$$

- **сполучний** (асоціативний)

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3) = (x_1 + x_2) + x_3$$

та

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = x_1(x_2 \cdot x_3) = (x_1 \cdot x_2) x_3;$$

- **розподільний** (дистрибутивний)

$$x_1(x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3.$$

(зазначимо, що такі ж закони діють і в звичайній алгебрі).

Тотожності алгебри логіки:

$$x + x = x \text{ та } x \cdot x = x;$$

$$x + \bar{x} = 1 \text{ та } x \cdot \bar{x} = 0;$$

$$x + 0 = x \text{ та } x \cdot 0 = 0;$$

$$\bar{\bar{x}} = x;$$

$$x_1 + x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 = x_1;$$

$$x_1 + \overline{x_1 \cdot x_2} = x_1 + x_2;$$

$$x_1 \cdot x_2 + \overline{x_1 \cdot x_2} = x_1;$$

$$x_1(x_1 + x_2) = x_1;$$

$$x_1(\overline{x_1 + x_2}) = x_1 \cdot x_2;$$

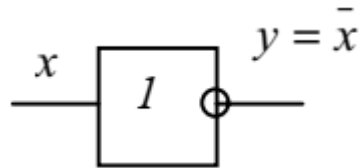
$$(x_1 + x_2)(x_1 + x_3) = x_1 + x_2 \cdot x_3.$$

До основних законів алгебри логіки також відносяться закони інверсії для логічних додавання та множення – правила де Моргана:

$$\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \text{ та } \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2.$$

Реалізація простих логічних функцій. Логічні елементи

Елемент НІ (логічна інверсія)

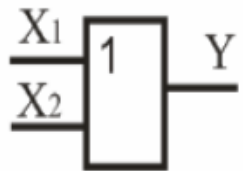


x	y
1	0
0	1

Реалізація простих логічних функцій. Логічні елементи

Елемент АБО.

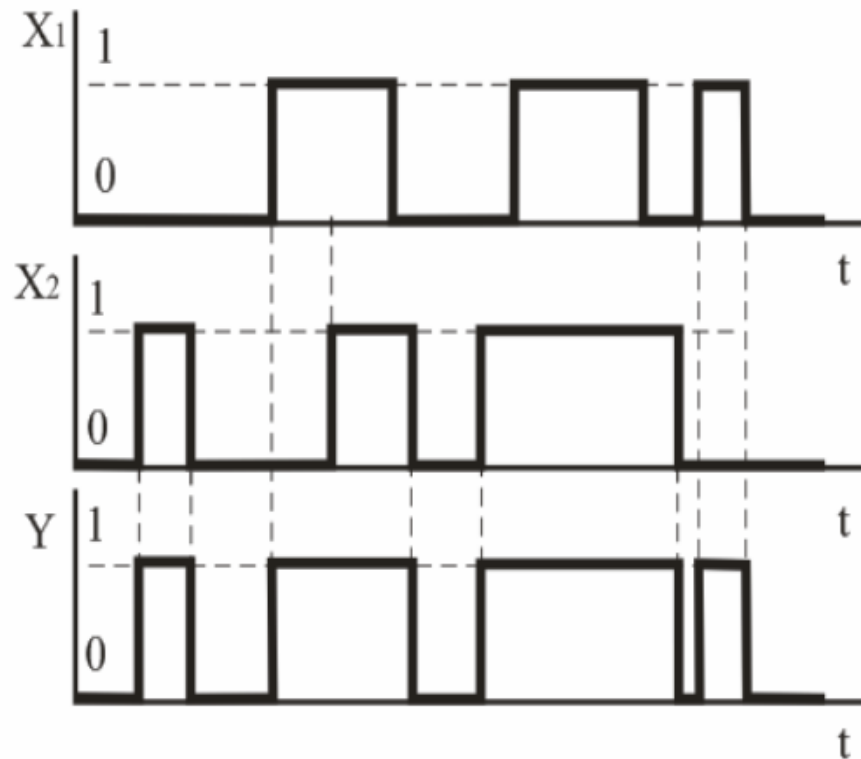
Логічні елементи, що реалізують операцію АБО, називають елементами АБО.



а)

X_1	X_2	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

б)

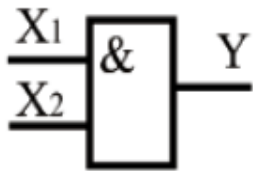


в)

Реалізація простих логічних функцій. Логічні елементи

Елемент І.

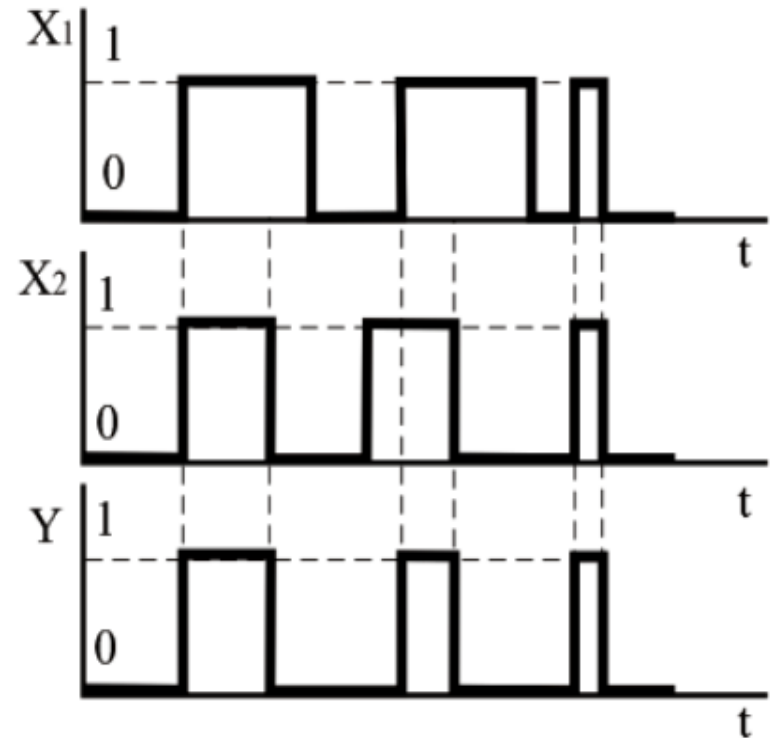
Логічні елементи, що реалізують операцію І, називають елементами І.



а)

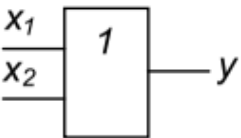
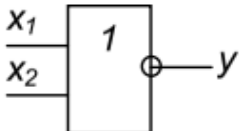
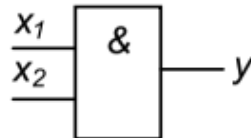
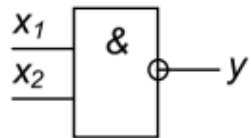
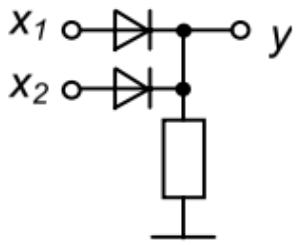
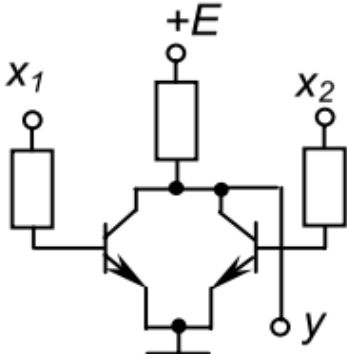
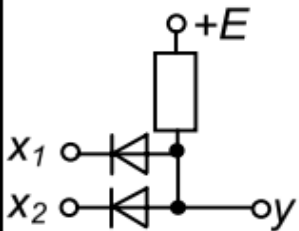
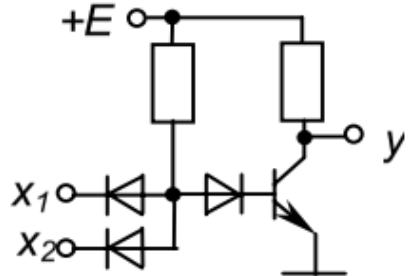
X_1	X_2	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

б)



в)

Реалізації логічних елементів

Вхідні змінні		Функція y			
x_1	x_2	АБО	АБО-НІ	I	I-НІ
0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	0
Математичний запис (формула)		$y = x_1 + x_2 = x_1 \vee x_2$	$y = \overline{x_1 + x_2}$	$y = x_1 \cdot x_2 = x_1 \wedge x_2$	$y = \overline{x_1 \cdot x_2}$
Назва функції		Логічне додавання (диз'юнкція) – функція АБО	Заперечення логічного додавання (стрілка Пірса) – функція АБО-НІ	Логічне множення (кон'юнкція) – функція I	Заперечення логічного множення (штрих Шеффера) – функція I-НІ
Графічне позначення елемента, що реалізує функцію					
Можлива реалізація		 Резисторно-діодна логіка (РДЛ)	 Резисторно-транзисторна логіка (РТЛ)	 Резисторно-діодна логіка (РДЛ)	 Резисторно-діодно-транзисторна логіка (РДТЛ)