**Ряди**



**Повторити:**

геометрична прогресія, границі послідовностей.

**Література:** Том3, с.4

**Запитання**

1. Числовий ряд. Знакосталі ряди. Частинна сума ряду. Залишок. Сума ряду. Означення збіжності ряду.
2. Необхідна та достатні (Даламбера, Коші) умови збіжності ряду. Ознаки порівняння.
3. Знакозмінні числові ряди. Знакопочережні ряди. Абсолютна та умовна збіжність почережного ряду. Теорема Лейбница.
4. Функціональні ряди. Область збіжності функціонального ряду. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Теорема Вейєрштрасса.
5. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Властивості степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання елементарних функцій в ряд Маклорена.
6. Застосування рядів до наближених обчислень.

**Контроль: відповіді на запитання, контрольна робота, домашні завдання, тест**

* + - 1. Означення.

Рядом називають вираз



 *n-*й член ряду

1. Числові знакосталі ряди. Приклади.

- гармонічний ряд (1)



- геометричний ряд (2)



3. Сума ряду 

 - *n*-та частинна **сума** ряду

, 

 залишок ряду

Знайдемо суму геометричного ряду:





1. **Збіжність** ряду. Якщо існує скінченна границя

**Збіжність – основна властивість ряду.**

Необхідна умова збіжності ряду.

Якщо ряд збіжний 



Якщо , то не можна зробити висновок про збіжність ряду.

Ряд розбіжний

№1.2 с.31



Ряд є розбіжним



Ряд є розбіжним



Ряд є розбіжним

1. Достатні умови.
2. Ознака Даламбера.







1.3.25





Ряд є збіжним за ознакою Даламбера





ряд збіжний за ознакою Даламбера.

1. Ознака Коші (радикальна)

 збіжний

 - ряд розбіжний

 не можна встановити збіжність

1.4.2





Ряд збіжний за ознакою Коші.

1. Ознака Коші інтегральна
2. Ознаки порівняння







Узагальнений гармонічний с .11



1.5.3







Які способи існують для дослідження числового знакосталого ряду на збіжність.

1. Означення 1.1 с.30



1. Необхідна умова збіжності
2. Ознака Даламбера – достатня умова
3. Коші радикальна -
4. Порівняння 2 -
5. інші



**ІІ Числові знакопочережні (альтерновні) ряди**



знак!



модуль – абсолютна величина числа



Як побачити, що ряд почережний?







Дослідження на збіжність почережних рядів проводимо в 2 етапи:

1. На абсолютну збіжність. (модуль – абсолютна величина числа )
2. На умовну збіжність за **ознакою Лейбница** (с.16):

* 
* 

Виписати зауваження с. 17

**Вправи.** Дослідити на збіжність

**1.8.1 с. 38 б)**  -

1. Розглянемо ряд, складений з модулів членів даного ряду:  збіжний!



Доведемо, що ці два ряди будуть мати еквівалентні члени. Для цього



 - узагальнений гармонічний, збіжний.

Відповідь. Початковий ряд абсолютно збіжний.

1.8.4 а) 



1.  - числовий знакосталий. Дослідимо його на збіжність за ознакою порівняння.

 - гармонічний. Розбіжний.



 розбіжний.



Отже  не буде абсолютно збіжним.

2.Дослідимо його на умовну збіжність за ознакою Лейбница:  ,





Отже обидві умови теореми Лейбница виконуються, тому ряд умовно збіжний.

**Приклад 3**. числовий знакопочережний ряд.

1. Дослідимо даний ряд на абсолютну збіжність. Для цього розглянемо ряд, складений із модулів членів даного ряду:







Отримали числовий знакосталий ряд. За ознакою Коші





Ряд розбіжний. Початковий ряд не є абсолютно збіжним.

Дослідимо його на умовну збіжність за теоремою Лейбница:





(Показникова функція  див. графік.). Ряд не є умовно збіжним.

Відповідь. Ряд розбіжний.

ІІІ. Функціональні ряди

Означення. Вираз виду, де члени ряду  - функції від *x*.





Степеневі ряди – окремий вигляд функціональних рядів (с.43, Т3).

Властивості степеневих рядів?

Область збіжності функціонального ряду – множина всіх значень *x* при яких ряд є збіжним.

* + 1. (с.71) Знайдіть область збіжності ряду:

При яких значеннях *х* ряд буде збіжним?



1. 

=

Для того, щоб ряд був збіжним будемо вимагати, щоб контрольне число було менше1.





Якщо , то ряд буде збіжним



Якщо , то ряд розбіжний 

 при яких *х?* При **  ознака Даламбера відповідь не дає. Тому в цих точках проведемо дослідження на збіжність окремо. Для цього підставимо значення ** в початковий ряд.



**числовий знакосталий ряд, який будемо досліджувати на збіжність.



**



 - узагальнений гармонічний, збіжний. Отже при при **ряд буде збіжним.

При   - числовий почережний.

Відповідь. 



**Застосування рядів до наближених обчислень**

Розкладання функцій в ряд Тейлора (Маклорена)

Властивості степеневих рядів (с.46). В області збіжності степеневі ряди можна почленно інтегрувати



**Ряд Тейлора**

Доведення с.47

При  ряд Тейлора називають рядом Маклорена.

**Розкладання в ряд Маклорена елементарних функцій**





1. **Довести, що ряд збіжний за Т.4;5 с.48**
2. **Збіжний до даної функції**
3. Вказати область збіжності цього ряду.



 - область збіжності даного ряду

Таблиця с.49



Далі будемо користуватись **готовими розкладаннями . п.1-3 + важко записати загальний вигляд для похідної вищого порядку.**

Самостійно розкласти 





Через складності безпосереднього розкладання будемо користуватись готовими розкладаннями с.49-50.

В кінці розкладу обов’язково вказувати область збіжності!

№2.5 с.72 скористатись готовими розкладаннями



**Застосування рядів до розв’язання диференціальних рівнянь**

1. Рідко вдається розв’язати ДР аналітично. Безпосереднє розв’язання.
2. Частіше – наближено за допомогою рядів Тейлора (наближення многочленами) Фур\*є (тригонометричні ряди)



Чисельні методи шукану функцію подають таблицями

Чисельно-аналітичні

Нагадаємо, що метою розв’язання ДР є функція. Не кожне ДР можна розв’язати

Будемо шукати не саму функцію, а її наближення у вигляді рядів





