

Модуль № 4

Коливання та хвилі. Оптика. Квантова та ядерна фізика

Практичне заняття № 4

Закони теплового випромінювання. Квантова природа світла та хвильові властивості частинок. Атом Бора.

Задача 18.12

Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла 10 кВт. Знайти площу випромінюючої поверхні тіла, якщо максимум спектральної щільності енергетичної світності припадає на довжину хвилі 700 нм.

Розв'язання

Дано:

$$N=10 \text{ кВт}=10 \cdot 10^3 \text{ Вт}$$

$$\lambda=700 \text{ нм}=7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

S-?

$$N = \sigma T^4 S \quad (1)$$

$\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала Стефана-Больцмана

$$\text{Із першого закону Віна } T = \frac{C_1}{\lambda_m} \quad (2)$$

$$C_1=2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$

$$(2) \text{ в } (1) \quad N = \sigma S \left(\frac{C_1}{\lambda_m} \right)^4$$

$$S = \frac{N}{\sigma} \left(\frac{C_1}{\lambda_m} \right)^4$$

Задача 18.15

При нагріванні абсолютно чорного тіла довжина хвилі, на яку приходиться максимум спектральної щільності енергетичної світності, змінилася від 690 до 500 нм. У скільки разів збільшилася при цьому енергетична світність тіла?

Розв'язання

Дано:

$$\lambda_1=690 \text{ нм}=690 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$\lambda_2=500 \text{ нм}=500 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

R1/R2-?

$$\text{Із першого закону Віна } \lambda_m T = C_1$$

$$C_1=2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$

$$\lambda_1 T_1 = C_1 \quad (1), \quad \lambda_2 T_2 = C_1 \quad (2)$$

$$\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2, \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3)$$

За законом Стефана - Больцмана для абсолютно чорного тіла енергетична світність $R_e = \sigma T^4$ (4), $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала Стефана-Больцмана

$$\text{З формули (4) маємо: } \frac{R_{e1}}{R_{e2}} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^4 \quad (5)$$

підставляючи (3) в (5)

$$\frac{R_{e1}}{R_{e2}} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^4$$

Задача 19.14

Довжина хвилі електрона, яка відповідає червоній межі фотоефекту, для деякого металу 275 нм. Знайти роботу виходу електрону з металу, максимальну швидкість електронів, які вириваються з металу довжиною хвилі 180 нм, максимальну кінетичну енергію електронів.

Розв'язання

Дано:

$\lambda_0 = 275 \text{ нм} = 275 \cdot 10^{-9} \text{ м}$		Робота виходу електрона $A = \frac{hc}{\lambda_0}$
$\lambda = 180 \text{ нм} = 180 \cdot 10^{-9} \text{ м}$		Рівняння Ейнштейна для фотоефекту
$A - ?, v - ?, W_{\max} - ?$		$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (1)$

Із (1) маємо $\frac{hc}{\lambda} - A = \frac{mv_{\max}^2}{2}$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}{m}}$$

$$W_{\max} = \frac{mv^2}{2}$$

Задача 19.37

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, який має кінетичну енергію
а) 10кЕв, б) 1 МеВ

Розв'язання

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2Wm_0 + \frac{W^2}{c^2}}}$$

m_0 – маса електрона

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

Задача 20.1

Знайти радіус трьох перших борівських електронних орбіт в атомі водню і швидкості електрона в них.

Розв'язання

На електрон, який рухається в атомі водню по k -тій борівській орбіті, діє

сила Кулона $F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_k^2}$ (1). Нормальне прискорення $a_n = \frac{v_k^2}{r_k}$ (2)

v_k - швидкість електрона на k -тій орбіті

За другим законом Ньютона $F = ma_n$ (3)

Підставляючи (1) в (2) і (3) отримаємо $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_k^2} = \frac{mv_k^2}{r_k}$

$$r_k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_k^2} (4)$$

Згідно першому постулату Бора рух електрона навколо ядра можливий тільки

по певних орбітах, радіуси яких задовільняють умову : $mv_k r_k = k \frac{h}{2\pi}$ (5)

Розв'язуючи спільно рівняння (4) і (5) отримаємо:

$$v_k = \frac{v^2}{2\epsilon_0 kh}$$

$$r_k = \frac{\epsilon_0 k^2 h^2}{\pi m e^2}$$

Задача 20.7

Знайти потенціал іонізації атома водню.

Розв'язання

Потенціал іонізації атома визначається за формулою $eU_1 = A_1$

A_1 – робота по видаленню електрона з нормальної орбіти на нескінченність

Для атома водню $A_1 = h\nu = hRc \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, $k=1$,

$$A_1 = hRc, U_1 = \frac{A_1}{e} = \frac{hRc}{e}$$

Задача 20.11

Яку найменшу енергію повинні мати електрони (в електронвольтах), щоб при збудженні атома водню ударами цих електронів спектр водню мав три спектральні лінії? Знайти довжини хвиль цих ліній.

Розв'язання

Довжини хвиль спектральних ліній водню для всіх серій визначаються за

$$\text{формулою } \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) (1)$$

Для серій Лаймана перші дві лінії будуть мати наступні довжини хвилі:

- 1) Якщо $k=1$, $n=2$, то $\lambda_1=121$ нм.
- 2) Якщо $k=1$, $n=3$, то $\lambda_2=102,6$ нм

Крім того, перша лінія в серії Бальмера при $k=2$, $n=3$, буде мати довжину хвилі $\lambda_3=656,3$ нм.

Найменша енергія бомбардуючих електронів необхідна для виникнення даних спектральних ліній W_{\min} за законом збереження енергії, буде рівна енергії, яка необхідна для перенесення атома з основного у другий збуджений стан, тобто $W_{\min} = W_{k(1)} - W_{k(5)} = 12,03$ еВ

Задача 20.16

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, який рухається по першій борівській орбіті атома водню

Розв'язання

Довжину хвилі де Бройля для електрона визначається за формулою

$$\lambda = \frac{h}{mv_k} = \sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}} \quad (1), \text{ де } v_k = \frac{l^2}{2kh\varepsilon_0} \quad (2)$$

Підставляючи (2) в (1) отримаємо

$$\lambda = \frac{2\varepsilon_0 kh^2}{ml^2} \sqrt{1 - \frac{l^2}{4\varepsilon_0 k^2 h^2 c^2}} = 0,33 \text{ нм}$$