

Модуль № 4

Коливання та хвилі. Оптика. Квантова та ядерна фізика

Практичне заняття № 1

Додавання коливань

Задача 12.16

Рівняння коливань матеріальної точки масою 10 г має вигляд $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Знайти максимальну силу, яка діє на точку, і повну енергію коливальної точки

Розв'язання

Дано:

$$m=10 \text{ г}$$

$$x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ см}$$

F_{\max} ?, W -?

кінетична енергія матеріальної точки $W_k = \frac{mv_x^2}{2} = \frac{kA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$

потенціальна енергія матеріальної точки $W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2\sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$, так, як $k = m\omega^2$, то $W_{\text{п}} = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$. При цьому, за нульовий рівень відліку

потенціальної енергії обирається положення рівноваги ($x=0$)

Повна енергія $W_0 = W_k + W_{\text{п}} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$, або з урахуванням $\omega = \frac{2\pi\nu}{T}$

$$W = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \quad (2)$$

Так, як рівняння коливань має вигляд $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ (1)

то прискорення при коливальному русі

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = 5\frac{\pi^2}{25}\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right), \text{ тоді максимальна сила,}$$

$$\text{яка діє на точку } F_{\max} = m\frac{\pi^2}{5}$$

Задача 12.31

Знайти амплітуду і початкову фазу гармонічного коливання, отриманого від складених однаково направлених коливань, даних рівняннями

$$x_1 = 0,02\sin\left(5\pi t \frac{\pi}{2}\right), x_2 = 0,03\sin\left(5\pi t \frac{\pi}{4}\right) \text{ м.}$$

Розв'язання

Дано:

$$x_1 = 0,02 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

початкові

$$x_2 = 0,03 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

A -?, φ -?

Із рівнянь коливань $x_1 = 0,02 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

$x_2 = 0,03 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ знаходимо амплітуди і їх

фази $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ і $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$

При складанні двох однаково направлених гармонічних коливань однакового періоду отримується гармонічне коливання того ж періоду з амплітудою $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

Початкова фаза коливань

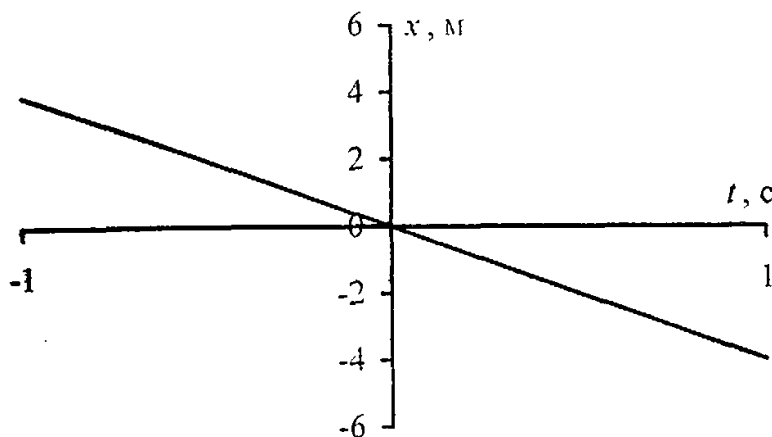
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Задача 12.42

Точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях $x = \sin \pi t$

$y = 4 \sin(\pi t + \pi)$. Знайти траєкторію результуючого руху і накреслити її з нанесенням масштабу.

Розв'язання



Із рівняння коливань $x = \sin \pi t$ (1) і $y = 4 \sin(\pi t + \pi)$ (2) виключимо час. Для цього перетворимо рівняння (2) використовуючи формулу синуса суми:

$$\sin(\pi t + \pi) = \sin \pi t \cos \pi + \cos \pi t \sin \pi = -\sin \pi t, \cos \pi = -1, \sin \pi = 0$$

Тоді рівняння (2) матиме вигляд: $y = -4 \sin \pi t$ (3)

Підставляючи (1) в (3) $y = -4x$

Траєкторією є пряма

Задача 12.47

Логарифмічний декремент затухання математичного маятника 0,2. У скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання амплітуди?

Розв'язання

За формулами затухаючих коливань маємо:

$$A_1 = A_0 e^{-\sigma \frac{t}{T}}$$

$$A_2 = A_0 e^{-\sigma \frac{t+T}{T}}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\sigma} = 1,22$$