

Електрика та магнетизм

Практичне заняття №3

Постійний електричний струм. Правила Кірхгофа. Робота та потужність постійного електричного струму

Задача 10.1

Струм в провіднику змінюється з часом за рівнянням $I = 4 + 2t$, де I амперах, t в секундах. Яка кількість електрики проходить через попереч переріз провідника за час від $t_1=2$ с до $t_2=6$ с? При якому постійному струмі I_0 поперечний переріз провідника за те й же час проходить таку ж кількість електрики?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:	Сила струму	$I = \frac{dq}{dt}$, звідси	$dq = Idt$
$I = 4 + 2t$	$q = \int_{t_1}^{t_2} Idt$		
$t_1=2$ с	$q = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t)dt = 4t \Big _{t_1}^{t_2} + t^2 \Big _{t_1}^{t_2}$		
$t_2=6$ с	$q = 4(t_2 - t_1) + t_2^2 - t_1^2$		
I_0 -?	При постійному струмі	$I_0 = \frac{q}{t}$	
q -?	$t = t_2 - t_1$		

Задача 10.46

Батарея з ЕРС 240 В і внутрішнім опором 1 Ом замкнена на зовнішній опір 23 Ом. Знайти повну потужність P_0 , корисну потужність P , і ККД батареї.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:	ККД батареї $\eta = \frac{R}{r+R}$
$\varepsilon = 240 \text{ В}$	повна потужність батареї $P_o = \varepsilon I$
$r = 1 \text{ Ом}$	згідно закону Ома $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$
$R = 23 \text{ Ом}$	$P_o = \frac{\varepsilon^2}{R+r}$
$P_o, P, \eta - ?$	Корисна потужність $P = \eta P_o$

Задача 10.50

Елемент спочатку замикають на зовнішній опір 2 Ом, а потім ще на зовнішній 0,5 Ом. Знайти ЕРС елемента і його внутрішній опір, якщо відомо, що в кожному з цих випадків потужність, яка виділяється у зовнішньому ланцюзі однакова і рівна 2,54 Вт.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:	Потужність, яка виділяється у зовнішньому ланцюзі
$R_1 = 2 \text{ Ом}$	$P = I^2 R$
$R_2 = 0,5 \text{ Ом}$	згідно закону Ома для повного кола
$P = 2,54 \text{ Вт}$	$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$
$r, \varepsilon - ?$	Отже $P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$

За умовою

$$P = \frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\varepsilon^2 R_2}{(R_2 + r)^2} \quad (1)$$

$$(R_1 + r)^2 \varepsilon^2 R_2 = (R_2 + r)^2 \varepsilon^2 R_1$$

$$\frac{R_2 + r}{\sqrt{R_1}} = \frac{R_1 + r}{\sqrt{R_2}}$$

$$r \frac{\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1 R_2}} = \sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}$$

$$r = \sqrt{R_1 R_2}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{P}{R_1}} (R_1 + r)$$

Задача 10.81

Батареї мають ЕРС 110 В і 220 В, опори $R_1=R_2=100\text{Ом}$, $R_3=500\text{Ом}$.
Знайти покази амперметра.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:

$$\varepsilon_1 = 110\text{В}$$

$$\varepsilon_2 = 220\text{В}$$

$$R_1=R_2=100\text{Ом}$$

$$R_3=500\text{Ом}$$

I-?

Виберемо і розглянемо два контура ABCD і ABMN,

для кожного з них виберемо напрям обходу.

Імовірно визначимо напрям струмів в кожному опорі.

За 2 правилом Кірхгофа для контура ABMN маємо

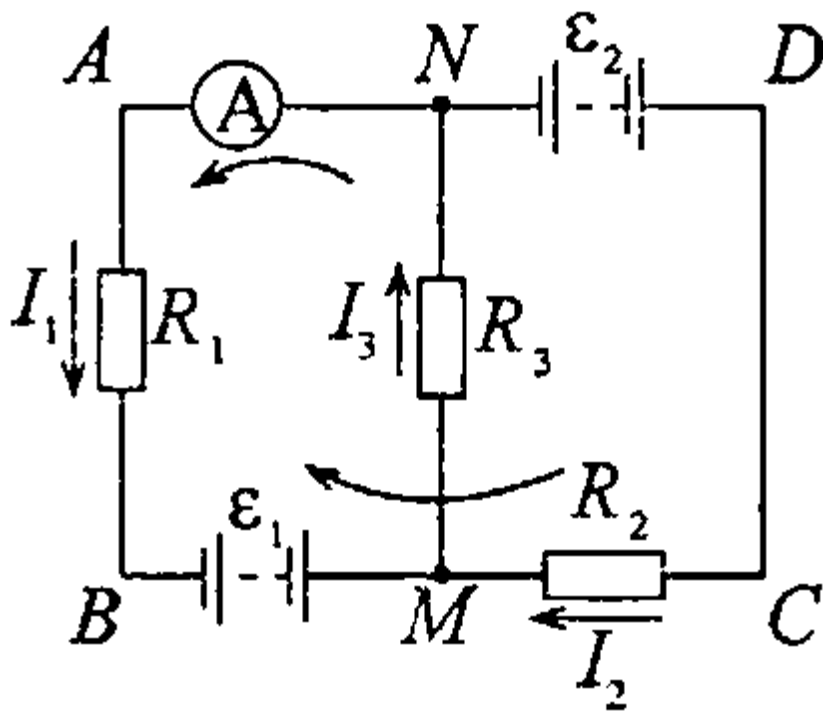
$$\varepsilon_1 = I_3 R_3 + I_1 R_1 \quad (1), \text{ для контура ABCD}$$

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_2 R_2 - I_1 R_1 \quad (2)$$

Згідно 1 правила Кірхгофа для вузла М маємо $I_3 = I_1 + I_2 \quad (3)$

Тоді з (1) рівняння $I_3 = \frac{\varepsilon_1 - I_1 R_1}{R_3}$, а з рівняння (2)

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1 R_1}{R_2}$$



Амперметр покаже струм через опір R_1 , який з рівняння (3)

$$I_1 = I_3 - I_2 = \frac{\epsilon_1 - I_1 R_1}{R_3} - \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1 + I_1 R_1}{R_2}$$

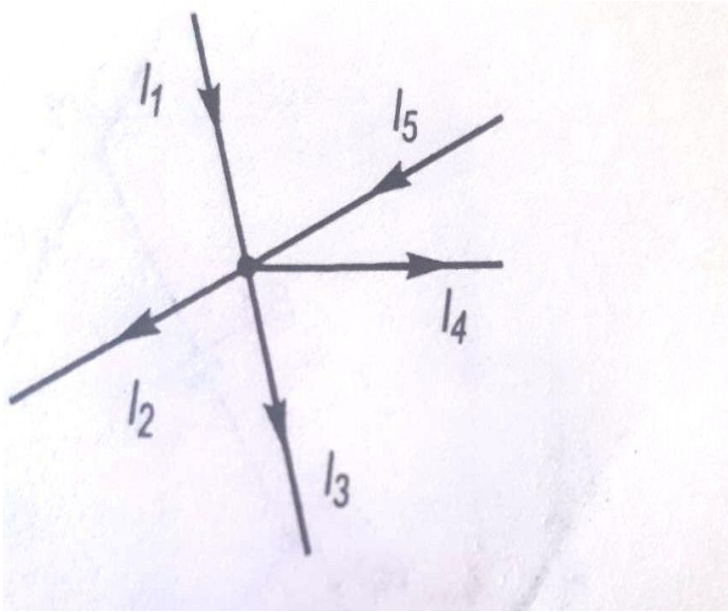
Отже

$$I_1 = \frac{\epsilon_1 R_2 - \epsilon_2 R_3 + \epsilon_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}$$

Правила Кірхгофа

Перше правило Кірхгофа виражає закон збереження заряду в будь-якій точці кола постійного струму і стосується вузлів розгалуженого кола: *Алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у вузлі, дорівнює нулю*

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$



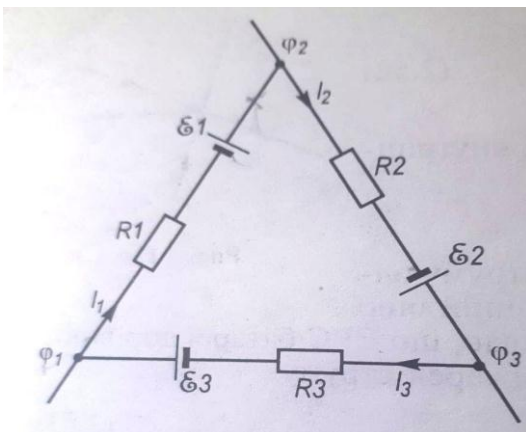
Де n-кількість струмів які сходяться у вузлі. Або, інакше кажучи, сума струмів що входять у вузол, дорівнює сумі струмів, що виходять з нього.

Струми, які приходять до вузла, записують зі знаком плюс, а струми, які виходять з нього - зі знаком мінус (див рисунок)

Наприклад, для вузла в якому сходяться n=5 струмів, рівняння за першим правилом Кірхгофа запишеться так:

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

Друге правило Кірхгофа є узагальненням закону Ома на розгалужені електричні кола і стосується контурів. Для довільного контуру, умовно обраного в розгалуженому колі, друге правило Кірхгофа формулюється так



У контурі алгебраїчна сума спадів напруг (добутків сил струмів на опори відповідних ділянок) дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, які діють у цьому

контурі.

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k$$

де n - кількість ділянок у контурі, m – кількість ЕРС, що діють у контурі

Для доведення цієї рівності розглянемо замкнений контур, який складається з трьох ділянок (див рисунок). потенціали вузлів позначимо через $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$

За рівнянням закону Ома для кожної ділянки кола можна записати:

$$I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1$$

$$I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2$$

$$I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3$$

Додаючи ці рівняння, одержимо рівність:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

яке виражає друге правило Кірхгофа

При складанні рівнянь за другим правилом Кірхгофа слід дотримуватись таких правил

1. На схемі розгалуженого кола усіх ділянках довільно позначити стрілками напрями струмів. Обрати довільно напрямок ходу простого контуру, наприклад за рухом стрілки годинника
2. Обійти всі ділянки контуру в обраному напрямі. Якщо позначений в ділянці напрям збігається з напрямом струму, то доданок IR береться зі знаком плюс; якщо ж ці напрями протилежні, то він береться зі знаком мінус. Електрорушійну силу вважають додатною, якщо при обході контуру джерело струму проходить від негативного полюса до позитивного; у протилежному разі її вважають від'ємною.
3. Всі електрорушійні сили і всі опори мають входити в систему рівнянь