

Практичне заняття № 5

Елементи механіки суцільних середовищ

Задача 4.8

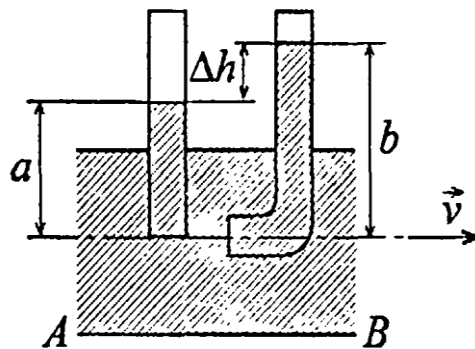
По горизонтальній трубі АВ тече рідина. Різниця рівнів цієї рідини в трубах a і b рівна $\Delta h = 10$ см. Діаметри труб a і b однакові. Знайти швидкість течії рідини в трубі АВ.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:

$$\Delta h = 10 \text{ см}$$

$$v = ?$$



Так, як діаметр труб $D_a = D_b$, то площі поперечного перерізу $S_a = S_b$ (1)

В силу нерозривності струменя $v_a S_a = v_b S_b$ (2)

Із (1) і (2) $v_a = v_b = v$

З формули Торрічеллі $v = \sqrt{2gh}$

v — швидкість витікання рідини з отвору;

h — висота стовпа рідини в посудині;

g — прискорення вільного падіння.

$$\rho g a + \frac{\rho v^2}{2} = \rho g b \quad \text{звідси} \quad \frac{v^2}{2} = g b - g a = g(b - a)$$

Так, як $b - a = \Delta h$ то, $v^2 = 2g\Delta h, v = \sqrt{2g\Delta h}$

Задача 4.6

В посудину ллється вода, причому за одиницю часу наливається об'єм $V_t=0,2\text{л/с}$. Яким повинен бути діаметр отвору в дні посудини, щоб вода в ньому трималася на постійному рівні $h = 8,3\text{ см}$?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:	Щоб вода в посудині була на
$V_t=0,2\text{л/с}$	постійному рівні, необхідно, щоб
$h = 8,3\text{ см}$	за однакові проміжки часу втікала і
$d=?$	витікала однакова кількість води

$$V_t = \frac{V}{t} = \frac{vS}{t} = vS, \text{ звідси } v = \frac{V_t}{S}$$

Так, як $S = \frac{\pi d^2}{4}$ площа поперечного

перерізу отвору, то швидкість витікання рідини $v = \frac{4V_t}{\pi d^2}$

Із рівняння Бернуллі $h + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} = \text{const}$

$$\rho h g + p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$$

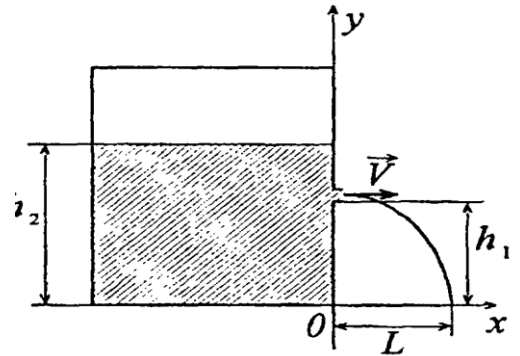
де ρ — густина рідини; g — прискорення вільного падіння.

p — статичний тиск; $\rho h g$ - ваговий тиск, $\frac{\rho v^2}{2}$ - динамічний тиск

$$\frac{\rho v^2}{2} = \rho h g \text{ звідси } v = \sqrt{2gh}$$

$$\text{Тоді } \sqrt{2gh} = \frac{4V_t}{\pi d^2} \qquad d^2 = \frac{4V_t}{\pi \sqrt{2gh}}$$

$$d = \sqrt{\frac{4V_t}{\pi \sqrt{2gh}}}$$



Задача 4.11

Якої найбільшої швидкості може досягнути дощова краплина діаметром 0,3 мм, якщо динамічна в'язкість повітря $1,2 \cdot 10^{-5}$ Па*с?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:

$$d=0,3\text{мм}$$

$$\eta=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

v -?

Під час падіння на краплину діють дві протилежно направлені сили. Сила тяжіння mg і сила опору повітря F (силу Архімеда не враховуємо). При збільшенні швидкості падіння сила опору зростає. Максимальної швидкості краплина досягне коли сила тяжіння і сила опору стануть рівними

$$F = mg$$

Законом Стокса $F = 6\pi\eta r v = 3\pi\eta d v$

Тоді $3\pi\eta d v = mg$

Оскільки $m = \rho V = \rho \frac{\pi d^3}{6}$

$\rho=997 \text{ кг/м}^3$ - густина води

То $3\pi\eta d v = \rho g \frac{\pi d^3}{6}$

Звідси

$$v = \frac{\rho g d^2}{18\eta}$$

Задача 8.16

До сталюї проволки радіусом 1мм підвішений вантаж. Під дією цього вантажу проволка отримала таке ж видовження, як і при нагріванні на 20°C.

Знайти масу вантажу.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано: При підвищенні температури довжина твердих тіл зростає, в першому наближенні, лінійно з температурою $l = l_0(1 + \alpha t)$
 $R=1\text{мм}$
 $\Delta t=20^\circ\text{C}$ l, l_0 – довжина стержня при t, t_0

m -? Тоді відносне видовження $\frac{l-l_0}{l} = \frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta t$, звідси $\Delta l = l \alpha \Delta t$ (1)

α – температурний коефіцієнт лінійного розширення

З іншого боку, за законом Гука $\frac{\Delta l}{l} = \frac{p}{E} = \frac{mg}{SE}$,

$S = \pi r^2$ – площа поперечного перерізу проволки

E – модуль Юнга

Тоді $\Delta l = \frac{lmg}{\pi r^2 E}$ (2)

Прирівнявши ліві частини (1) і (2), отримаємо

$$\alpha \Delta t = \frac{mg}{\pi r^2 E}$$

$$m = \frac{\pi r^2 E \alpha \Delta t}{g}$$

Задача 8.22

Яким повинен бути граничний діаметр сталюого троса, щоб він витримав навантаження 9,8 кН?

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано: Щоб трос витримав дане навантаження, необхідно виконання умови $\frac{F}{S} \leq P_{max}$
 $F=9,8\text{кН}$

d -? $P_{max}=875$ МПа – межа міцності сталі

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ площа поперечного перерізу троса

$$\text{Отже, } \frac{4F}{\pi d^2} = P_{max}$$

$$d^2 = \frac{4F}{\pi P_{max}}$$

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi P_{max}}}$$

Задача 8.23

Знайти довжину мідної проволки, яка, будучи підвішена вертикально, починає рватися під дією власної сили тяжіння.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Щоб проволка почала рватися, необхідно виконання умови

$$\frac{mg}{S} \geq P_{max}$$

$P_{max}=245$ МПа – межа міцності міді

$$m = \rho V = \rho l S$$

$$\frac{\rho l S g}{S} = P_{max}$$

$$\rho g l = P_{max}$$

$$l = \frac{P_{max}}{\rho g}$$

Задача 8.33

Є резиновий шланг довжиною 50см і внутрішнім діаметром 1 см. Шланг натягнули так, що його довжина стала на 10 см більша. Знайти внутрішній діаметр натягнутого шланга, якщо коефіцієнт Пуассона для резини 0,5.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано:

$$l=50\text{см}$$

$$d_1=1\text{см}$$

$$\Delta l=10\text{см}$$

$$\sigma=0,5$$

$$d_2=?$$

При розтягуванні внутрішній діаметр зменшиться на

$$\Delta d = \beta d_1 \frac{F}{S}$$

Згідно закону Гука $\frac{\Delta l}{l} = \alpha \frac{F}{S}$

тоді
$$\Delta d = \beta d_1 \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma d_1 \Delta l}{l}$$

$$d_2 = d_1 - \Delta d$$

$$d_2 = d_1 * \left(1 - \frac{\sigma \Delta l}{l}\right)$$