

# Механіка

## Практичне заняття № 3

### Застосування законів збереження імпульсу та енергії в механіці. Закон всесвітнього тяжіння

**2.67** Ковзаняр масою 70 кг. Стоячи на ковзанах на льоду кидає в горизонтальному напрямі камінь масою 3 кг зі швидкістю 8 м/с. На яку відстань відкотиться при цьому ковзаняр, якщо коефіцієнт тертя ковзанів об лід 0,02.

#### РОЗВ'ЯЗАННЯ:

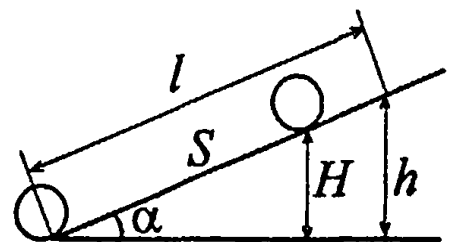
Дано:	Рух ковзаняра є рівносповільненим, пройдений ним шлях $s = \frac{v_0^2}{2a}$ (1)
$M=70$ кг	За законом збереження імпульсу $Mv_0 = mv$ , звідки $v_0 = \frac{mv}{M}$ (2)
$m=3$ кг	Прискорення можна знайти по 2 закону Ньютона $F_{\text{тр}} = ma$
$v=8$ м/с	Так, як $F_{\text{тр}} = kmg$ , то $kmg = ma$ , $a = kg$ (3)
$k=0,02$	Підставивши (2) в (1) і (3) отримаємо $s = \frac{m^2 v^2}{2M^2 kg}$
$S=?$	

**3.24** Хлопчик котить обруч по горизонтальній дорозі зі швидкістю 7, 2 км/год. На яку відстань може вкотитися обруч на гірку за рахунок його кінетичної енергії? Нахил гірки рівний 10 м на кожні 100 м шляху.

#### РОЗВ'ЯЗАННЯ:

Дано:	У основи гірки обруч мав
$v=7,2$ км/год= $2$ м/с	кінетичну енергію,
$l=100$ м	яка складалася із кінетичної
$h=10$ м	енергії поступального руху
$s=?$	кінетичної енергії

обертання.



Коли обруч вкотився на гірку на відстань  $S$ , його кінетична енергія перейшла в потенціальну  $W_k = W_{\Pi}$

$$W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad W_{\Pi} = mgH$$

Момент інерції обруча  $J = mR^2$ , частота обертання  $\omega = \frac{v}{R}$

Тоді  $W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2v^2}{2R^2} = mv^2$

Отже,  $mv^2 = mgH$ , звідки  $H = \frac{v^2}{g}$

Із малюнка видно що  $\frac{h}{H} = \frac{l}{S}$ , звідки  $S = \frac{Hl}{h}$ , або  $S = \frac{v^2 l}{gh}$

**3.40** Горизонтальна платформа масою 10 кг обертається навколо осі, яка проходить через центр платформи, з частотою 10об/хв. Людина масою 60 кг стоїть при цьому на краю платформи. З якою частотою почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центра? Вважати платформу однорідним диском, а людину – точковою масою.

Дано:

$m=10$  кг

$n_1=10$ об/хв. = 0,16 об/с

$m_0=60$  кг

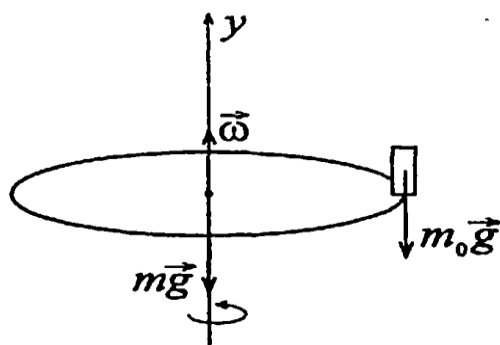
$n_2=?$

Система «людина-платформа» замкнена в проекції на вісь  $y$ , так, як моменти сил

$$M_{mg} = 0 \text{ і } M_{m_0g} = 0$$

в проекції на цю вісь

Отже, можна скористатися законом збереження моменту імпульсу. В проекції на вісь  $y$ :  $J_1\omega_1 = J_2\omega_2$



Де  $J_1$  – момент інерції платформи з людиною, яка стоїть на її краю

$J_2$  - момент інерції платформи з людиною, яка стоїть в центрі

$\omega_1, \omega_2$  - кутові швидкості платформи в обох випадках.

Тут  $J_1 = \frac{mR^2}{2} + m_0R^2$  (1)  $J_2 = \frac{mR^2}{2}$  (2)

R – радіус платформи

Підставляючи (2) в (1) і враховуючи  $\omega = 2\pi n$ , де n – частота обертання платформи, отримаємо

$$\left[ \frac{mR^2}{2} + m_0R^2 \right] 2\pi n_1 = 2\pi n_2 \frac{mR^2}{2}$$

$$n_2 = n_1 \frac{mR^2 + 2m_0R^2}{mR^2} = n_1 \frac{m + 2m_0}{m}$$

**2.152** У скільки разів кінетична енергія штучного супутника Землі, який рухається по коловій орбіті, менша його гравітаційної потенціальної енергії?

Дано

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$R = 6371 \text{ км}$$

$$\frac{W_{\Pi}}{W_k} - ?$$

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \quad (1)$$

$$W_{\Pi} = -G \frac{mM}{r} \quad (2)$$

r - радіус орбіти супутника

Сила натягу Землі, створює доцентрове прискорення супутника, яке рівне  $\frac{v^2}{R}$

де R - радіус орбіти, v – швидкість супутника. Якщо орбіта проходить поблизу Землі, то супутник як і будь яке інше тіло біля поверхні Землі, буде мати

прискорення направлене до центра Землі  $g = \frac{v_1^2}{R_3}$

$R_3$  – радіус Землі. Звідси швидкість супутника поблизу Землі  $v_1 = \sqrt{gR_3}$

$v_1 = 7,91$  м/с. При русі по коловій орбіті радіуса  $R < R_3$

Прискорення вільного падіння зменшується в відношенні зворотному відношенню квадрату відстаней від центра. Прискорення  $g_R$  на відстані R від

центра Землі знайдемо по формулі  $g_R = g \frac{R_3^2}{R^2}$

Тоді швидкість руху супутника по коловій орбіті радіуса R знайдеться із

рівняння  $g_R = g \frac{R_3^2}{R^2} = \frac{v^2}{R}$

Звідси  $v = \sqrt{g \frac{R_3^2}{R}}$ ,  $R = h + R_3$  звідси

$$v = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} \quad (3)$$

$$R + h = r \quad (4)$$

Підставимо (3) в (1) з врахуванням (4) і отримаємо

$$W_k = \frac{mgR^2}{2r}$$

$$\frac{W_{\Pi}}{W_k} = \frac{GmM2r}{rmgR^2} = \frac{2GM}{gR^2}$$