Механічні властивості твердих тіл, рідин та газів

1.12.1
- Механічні властивості твердих тіл.

1.12.2
Види деформацій, пружність та повзучість. Закон Гука.

1.13.1
Механічні властивості газів та рідин. Сила в’язкого тертя.

1.13.2
Рівняння неперервності та Бернуллі для стаціонарної течії ідеальної рідини

1.14
- Ламінарна та турбулентна течії. Циркуляція. Течія рідин та газів по трубам. Рух твердих. тіл в рідинах та газах.

Механічні властивості твердих тіл

Деформація – це зміна форми або об’єму тіла внаслідок дії будь-яких причин (прикладання сили, теплової дії тощо).

пружна

- деформація, яка зникає після припинення дії навантаження

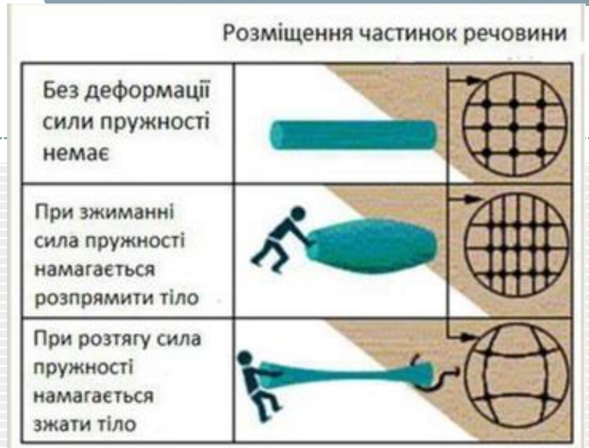
пластична

- деформація, яка повністю або частково зберігається в тілі після припинення дії навантаження

Пружні деформації спостерігаються тоді, коли сила (а точніше, сила, віднесена до одиниці площі, тобто напруга), що зумовлює деформацію, не перевищує деяку, визначену для кожного тіла межу – ***межу пружності***. Таким чином, пружна деформація є оборотною.

Однією з теорій, що пояснюють механізм пластичної деформації, є теорія дислокацій в кристалах. На пластичних деформаціях основані технологічні процеси обробки матеріалів, об’єднані назвою «обробка металів тиском», або холодна обробка металів. До таких процесів належать: прокатування (прокатне виробництво), пресування, штампування і кування (ковальсько-штампувальне виробництво) тощо.

Механічні властивості твердих тіл

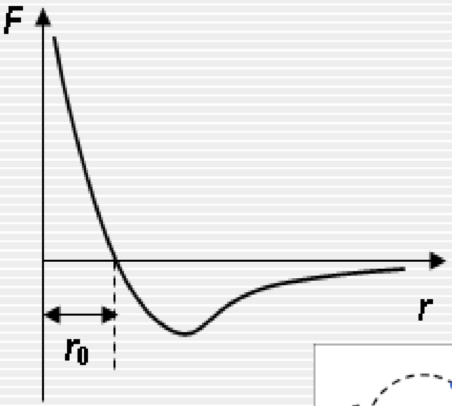


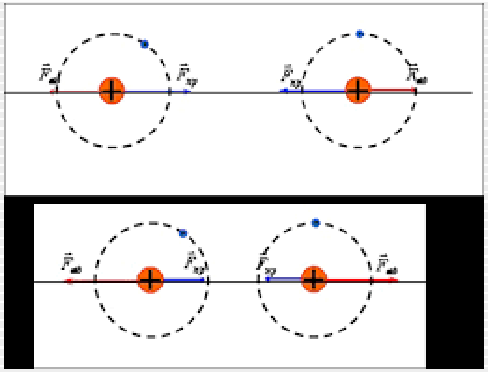
Вид деформації залежить від:

- природи тіла;
- прикладеної сили.

Внаслідок дії зовнішньої сили відбувається зміщення частинок тіла (атомів і молекул) відносно положення рівноваги і в тілі виникають ***сили пружності***.

Сили пружності мають електромагнітну природу та завжди спрямовані в сторону, зворотну до деформації.

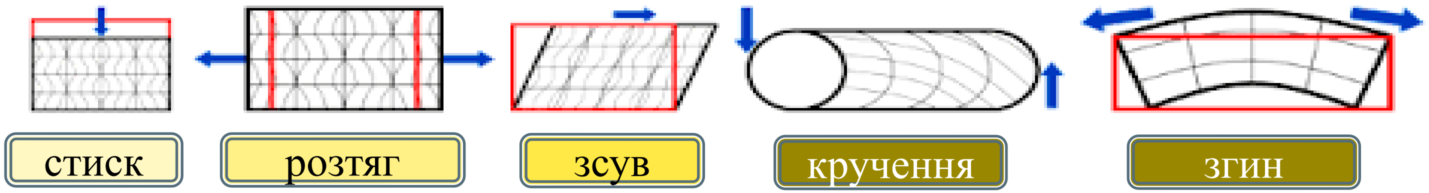




- На відстані, меншій за ефективний розмір $r < r_0$ молекул виникають дуже сильні сили відштовхування.
- На відстані, більшій за ефективний розмір $r > r_0$ молекул виникають сили притягання, які є дещо меншими за сили відштовхування.
- Тому стиснути тіло буває набагато важче, ніж розтягнути.
- При $r = r_0$ існує так званий рівноважний стан.
- Сили молекулярної взаємодії є короткодійними, тобто тільки сусідні атоми чи молекули ефективно взаємодіють одні з одними.

Механічні властивості твердих тіл

Розрізняють такі деформації:



За усієї різноманітності випадків довільну деформацію тіла можна звести до двох елементарних деформацій – розтягу (або стиску) та зсуву.

Усі реальні тверді тіла в процесі деформації більшою чи меншою мірою виявляють пластичні властивості.

За деяких умов пластичними властивостями тіл можна знехтувати, як це, власне відбувається в теорії пружності.

Механічна напруга є відношенням сили, що діє на тіло, до площі поперечного перерізу тіла ***S***:.

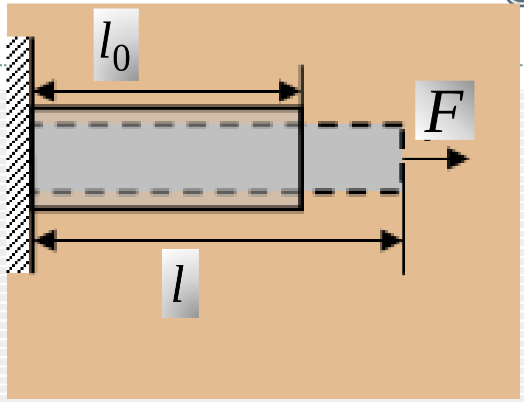
$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}\right]$$

Нормальна напруга - це напруга, за якої сила прикладена ***перпендикулярно*** до поверхні

Тангенціальна напруга **-** це напруга, за якої сила прикладена рівномірно ***вздовж поверхні***

Механічні властивості твердих тіл

Деформація розтягу (стиску)



Абсолютна деформація видовження: $\Delta l = l - l_0$

Зрозуміло, що при розтягуванні абсолютна деформація має додатне значення ($\Delta l > 0$), а при стисканні – від'ємне ($\Delta l < 0$).

Зазначимо також, що за розтягу тіла його поперечний розмір d_0 зменшується до величини d $\Delta d = d - d_0$

Однак, абсолютна деформація не вказує, яку частину становить зміна довжини (діаметру) стрижня від початкового його розміру.

Відносна деформація – відношення абсолютної деформації до початкового розміру тіла.

Повздовжня відносна деформація $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0}$

Поперечна відносна деформація $\varepsilon_\perp = \dfrac{\Delta d}{d_0}$

У теорії пружності матеріал характеризується ***коефіцієнтом Пуассона:***

$$\mu = -\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon}$$

Для ізотропних матеріалів, що мають однакові механічні властивості на усіх напрямкам, $1/4 < \mu \le 1/3$, зокрема, для металів $\mu = 3/10$.
Для гуми (продукту вулканізації каучуку) внаслідок практичної нестискуваності коефіцієнт Пуассона $\mu = 1/2$.
Для пористих матеріалів (наприклад, коркової винної пробки) $\mu \approx 0$.

Пуассон Сімеон Дені

Механічні властивості твердих тіл

Закон Гука. Модуль Юнга

Р. Гук в 1660 р. експериментально встановив, що для ***малих деформацій*** відносна деформація розтягу (стиску) є прямо пропорційною прикладеній силі

$$\varepsilon \approx \frac{F}{S}$$

Оскільки механічна напруга

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

можна подати закон Гука так:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma \cdot}$$

Закон Гука :

Відносна повздовжня деформація прямо пропорційна до поперечної механічної напруги.

Коефіцієнтом пропорційності, який визначає матеріал, у законі Гука є пружності або модуль *Юнга E*

Фізичний зміст модуля *Юнга*:

Модуль Юнга чисельно дорівнює механічній напрузі, яка викликає відносну деформацію, рівну одиниці

Або:

Модуль пружності E дорівнює такій нормальній напрузі, яку треба прикласти, щоб розтягнути тіло удвічі

Юнг Томас

Механічні властивості твердих тіл

Модуль Юнга *E* та коефіцієнт Пуассона μ повністю характеризують пружні властивості ізотропного матеріалу.

Усі інші пружні постійні можуть бути виражені через E та μ.

Зокрема, модуль всебічного стиску *K* (що характеризує об'ємний стиск)

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{K}$$

де *p* – тиск, виражається через *E* та μ співвідношенням:

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

З наведених вище формул можна отримати ще один вираз закону *Гука*:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}$$

Або:

$$F = \frac{E \cdot S}{l_0}\Delta l$$

Позначимо коефіцієнт пружності матеріалу:

$$k = \frac{E \cdot S}{l_0}$$

Тоді закон Гука: абсолютна деформація стрижня при розтягу (стиску) є пропорційною прикладеній силі

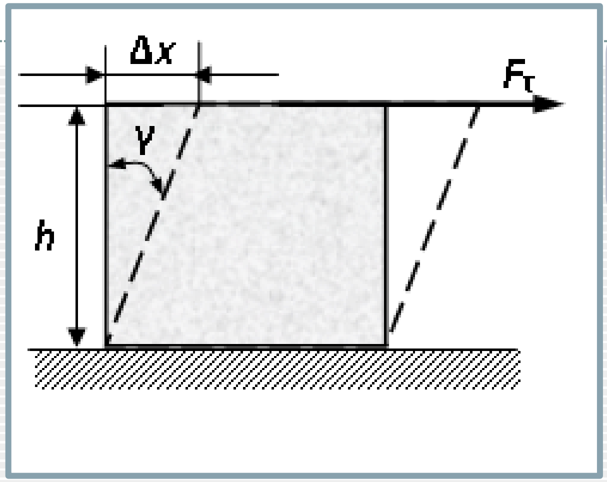
$$F = k\Delta l$$

Для сили пружності, яка виникає у стрижні, закон *Гука* можна записати так

$$F_{\text{пр}} = -k\Delta l$$

Механічні властивості твердих тіл

Закон *Гука* для ***деформації зсуву***



Якщо до балки, яка має форму правильного паралелепіпеда, прикладена сила вздовж однієї з поверхонь, а нижня грань буде закріпленою, то ***тангенціальна напруга:***

$$\tau = \frac{F_\tau}{S}$$

Відносна деформація зсуву:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\Delta x}{h}$$

де Δx – абсолютний зсув паралельних шарів тіла відносно один одного ; h – відстань між шарами.

Для незначних деформацій (для малих кутів зсуву):

$$\operatorname{tg}\gamma \approx \gamma$$

Тоді ***закон Гука*** для деформацій зсуву:

$$\tau = \frac{F_\tau}{S} = G\gamma$$

де ***G*** - модуль зсуву

Якщо покласти, що γ = 1, то ***τ*** = ***G***, тобто в межах пружності модуль зсуву дорівнює дотичній напрузі, яка виникла б при відносному зсуві, що дорівнює одиниці.

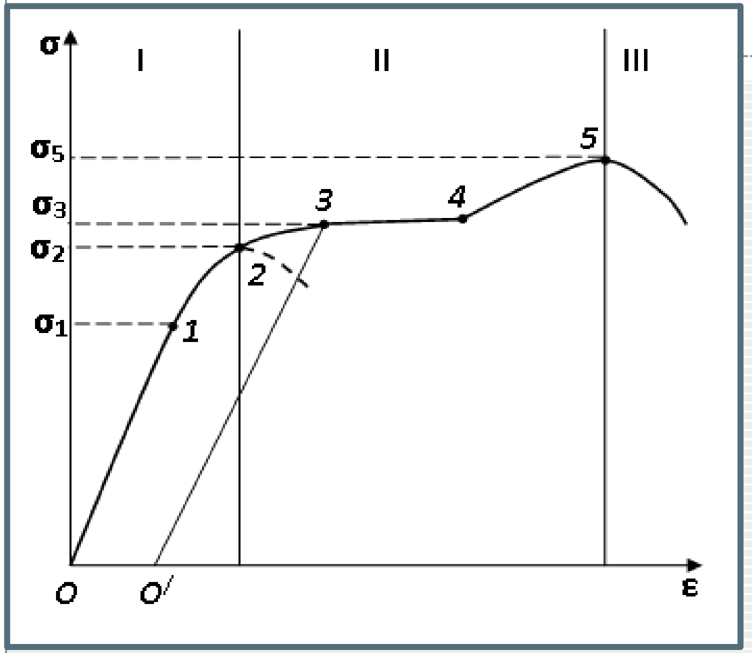
Деформації реальних твердих тіл підлягають закону *Гука* лише при ***малих напруженнях та невеликих деформаціях.***

Механічні властивості твердих тіл

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Діаграма напруги $\varepsilon = f(\sigma)$



На ділянці ***0-1*** діаграми відносна деформація пропорційно залежить від механічної напруги та повністю відповідає закону *Гука* до значення напруження σ_1 - ***межі пропорційності.***

Ділянка діаграми ***1-2*** відповідає пружній деформації, але залежність не є пропорційною.

Значення напруги σ_2 - ***межа пружності.***

Область діаграми **I** є ***областю пружних деформацій***, тобто в цій області після припинення дії сили не виникають залишкові деформації і тіло повертається до початкових розмірів вздовж лінії ***2-1-0***.

За межею пружності при подальшому збільшенні навантаження в тілі (ділянка графіка ***2-3***) виникають залишкові деформації і після припинення дії сили тіло повертається в попередній стан вздовж паралельної кривої ***3-О***/.

Значення механічної напруги σ_3, при якій з'являється залишкова деформація (***О-О***/), називається ***межею текучості***.

Після межі текучості (точка ***3***) для пластичних тіл спостерігається збільшення деформації без росту напруги, тобто на горизонтальній ділянці ***3-4*** тіло починає ***„текти”.*** Однак, через те, що прикладена сила залишається незмінною, а площа стрижня завдяки видовженню зменшується, то механічна напруга дещо збільшується (ділянка ***4-5***).

Значення максимальної механічної напруги, при якій ще не виникає руйнування тіла, називається ***межею міцності***, що відповідає точці ***5*** на діаграмі

Область **II** на графіку називається областю пластичних деформацій.
За межею міцності після точки ***5*** (область **III**) зразок руйнується.

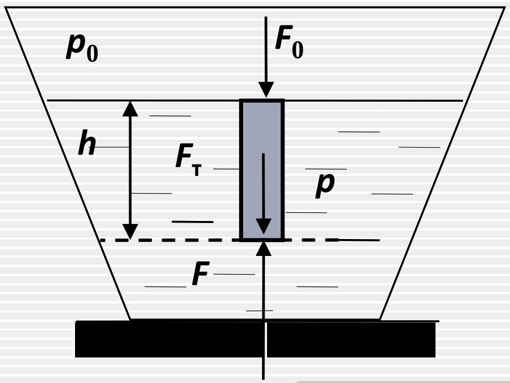
Механічні властивості рідин та газів

Гідроаеромеханіка – розділ механіки, який вивчає рівновагу та рух рідин та газів, їх взаємодію між собою та твердими тілами, які вони обтікають, використовуючи єдиний підхід до вивчення рідин та газів.

Фізичні моделі в гідроаеромеханіці

нестислива рідина – рідина, густина якої є однаковою по всьому об’єму та не змінюється з часом;

ідеальна рідина – рідина, в якій при переміщенні одних частин відносно інших не виникають сили внутрішнього тертя.



Гідростатика

Для нестисливої ідеальної рідини можна сформулювати ***закон Паскаля***: тиск в будь-якому місці нерухомої рідини (газі) є однаковим у всіх напрямках та передається однаково по всьому об’єму, який займає рідина (газ).

Тиск рідини (газу) - фізична величина, яка визначається нормальною силою, що діє з боку рідини на одиницю площі:

$$\boxed{p = \frac{F}{S}} \quad [1\ \text{Па}]$$

Б. Паскаль

Знайдемо тиск всередині нестисливої ідеальної рідини (газу).

Умова рівноваги: $F_0 + F_т = F$ де: $F_0 = p_0 \cdot S$ $F_т = mg = \rho hSg$ $F = p \cdot S$

Звідси шуканий тиск на глибині ***h***: $p = p_0 + \rho gh$

Гідростатичний тиск стовпчика нестисливої ідеальної рідини (газу).

$$\boxed{p_Г = \rho gh}$$

Механічні властивості рідин та газів

Гідродинаміка

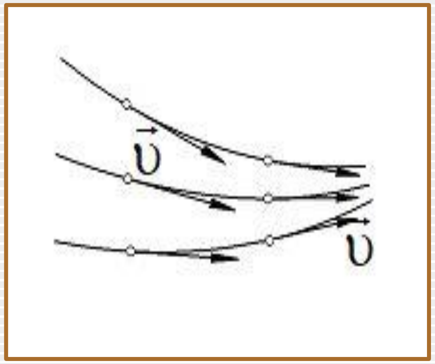
Рух рідин (газів) називають ***течією***, а сукупність частинок рідини (газу), яка рухається – ***потоком***

Введемо поняття в гідродинаміці:

- ***стаціонарна течія рідини*** є течією, при якій швидкість руху в кожній точці не змінюється з часом;

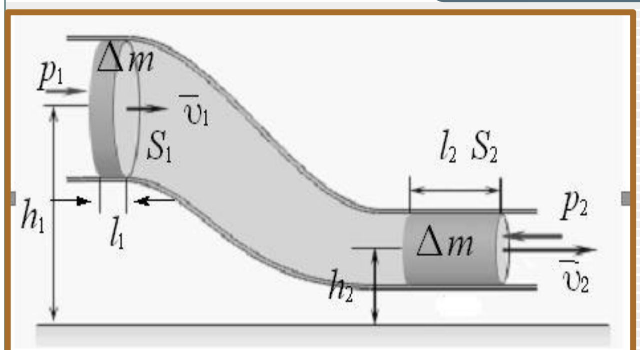
- ***лінії потоку*** є лініями, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямком вектора лінійної швидкості рідини (вводяться для графічного зображення руху рідини або газу);

- ***трубка потоку*** є поверхнею рідини, обмеженою лініями потоку.



Лінії потоку при стаціонарній течії співпадають з траєкторіями руху частинок рідини. Щільність проведення ліній току у вибраному масштабі характеризує значення швидкості.

Рівняння нерозривності течії



При стаціонарній течії маса рідини, яка проходить через довільний поперечний переріз трубки току за одиницю часу залишається незмінною.

Для нестисливої рідини за однаковий час через переріз S_1 пройде такий же об'єм рідини, як і через переріз S_2 :

$$S_1 \cdot l_1 = S_2 \cdot l_2$$

Поділимо останнє рівняння на Δt

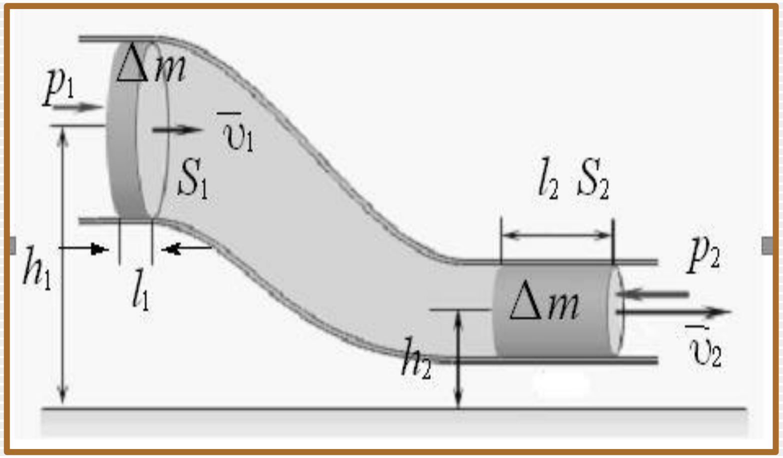
$$S_1 \cdot \frac{l_1}{\Delta t} = S_2 \cdot \frac{l_2}{\Delta t}$$

Маємо ***рівняння нерозривності для стаціонарної течії нестисливої ідеальної рідини*** $\boxed{S_1 \cdot \upsilon_1 = S_2 \cdot \upsilon_2 = \text{const}}$

Механічні властивості рідин та газів

Рівняння Бернуллі для стаціонарної течії нестисливої ідеальної рідини

Розглянемо стаціонарну течію ідеальної нестисливої рідини по трубі змінного перерізу. Різні частини труби можуть перебувати на різній висоті.



Під час переходу рідини з ділянки труби з більшим перерізом до ділянки з меншим перерізом швидкість течії зростає, тобто рідина рухається із прискоренням.
Отже, на ***рідину діє сила***.
У горизонтальній трубі ця сила може виникнути тільки через різницю тисків у широкій і вузькій ділянках труби. Тиск у широкій ділянці труби має бути більшим, ніж на вузькій ділянці.
Якщо ділянки труби розміщені на різній висоті, то прискорення рідини виникає завдяки одночасній дії сили тиску та сили тяжіння.

Оскільки рідина є ідеальною, тобто вона тече по трубі без тертя, то до її течії можна застосувати ***закон збереження механічної енергії:***

За час Δt у виділеній частині рідини, що перебуває між перерізами S_1 і S_2 у початковий момент часу, за стаціонарної течії зміни, які відбулися, полягають у переміщення маси рідини Δm з однієї частини труби з перерізом S_1 в іншу частину з перерізом S_1 (заштриховані об'єми на рисунку).

Під час переміщення рідини сили тиску виконують роботу: $A = F_1 l_1 - F_2 l_2 = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = p_1 S_1 \upsilon_1 \Delta t - p_2 S_2 \upsilon_2 \Delta t$

Отже: $A = (p_1 - p_2)\Delta V$

Зміна повної механічної енергії дорівнює виконаній силам роботі: $E_1 - E_2 = A$

де E_1 і E_2 – повні механічні енергії маси Δm у полі тяжіння:

$$E_1 = \frac{\Delta m \upsilon_1^2}{2} + \Delta m g h_1, \qquad E_2 = \frac{\Delta m \upsilon_2^2}{2} + \Delta m g h_2$$

Д. Бернуллі

Механічні властивості рідин та газів

Рівняння Бернуллі для стаціонарної течії нестисливої ідеальної рідини

З попередніх рівнянь можна отримати формулу:

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho\upsilon_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

$\boxed{p}$ - ***статичний тиск*** в даному перерізі трубки току, обумовлений силами пружності рідини та чисельно дорівнює роботі сил тиску, що здійснюється над одиничним об'ємом рідини

$\boxed{\rho g h}$ - ***гідростатичний тиск*** на висоті від умовно вибраного рівня та є практично потенціальною енергією одиничного об'єму в полі сили тяжіння

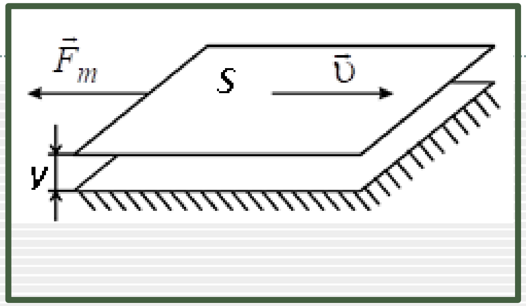
$\boxed{\frac{\rho\upsilon^2}{2}}$ - ***гідродинамічний тиск***, обумовлений швидкістю течії рідини в даному перерізі трубки потоку та є кінетичною енергією одиниці об'єму

Тоді рівняння Бернуллі для стаціонарної течії нестисливої ідеальної рідини, тобто сума тисків залишається незмінною уздовж всієї труби течії стаціонарної рідини:

$$\boxed{\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h + p = \mathrm{const}}$$

З рівняння Бернуллі випливає, що *тиск у рідині, яка тече по горизонтальній трубі змінного перерізу, є вищим в тих місцях течії, в яких швидкість її руху менша, і навпаки, тиск є меншим в тих місцях, у яких швидкість більша*.

1.14. Сили в’язкого тертя. Ламінарна та турбулентна течії. Течія рідин та газів по трубам. Рух твердих тіл в рідинах та газах.



Ньютон з’ясував дослідним шляхом, що сили в’язкого тертя перешкоджають ковзанню одної відносно другої двох паралельних площин, простір між якими заповнено рідиною. Сила внутрішнього тертя діє по дотичній до межі між двома суміжними шарами. Вона прискорює рух шарів, що лежать по один бік від цієї межі, і гальмує рух тих шарів, що лежать по другий бік від неї.

Рівняння *Ньютона для* сили внутрішнього тертя:

$$F_m = \eta \frac{d\upsilon}{dy} S$$

$$\text{grad}\ \upsilon = \frac{d\upsilon}{dy}$$

- ***градієнт швидкості***, *який* показує, як швидко змінюється швидкість при переході від одного шару до іншого в напрямку, перпендикулярному до напрямку руху шарів

η

- коефіцієнт пропорційності, який називається **динамічною в’язкістю** та залежить від природи рідини (газу) та температури.

Динамічна в’язкість чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, яка діє на одиницю площі паралельно до шарів при градієнті швидкості, рівному одиниці.

Ламінарна течія, в якій шари рідини при русі не перемішуються.

Турбулентна течія, в якій шари рідини перемішуються, тобто частинки рідини переходять від одного шару до іншого та спостерігається утворення вихрів

Англійський вчений *О. Рейнольдс* в 1883 р. експериментально встановив, що характер течії залежить від безрозмірної величини.

$$R_e = \frac{\rho\langle\upsilon\rangle l}{\eta} = \frac{\langle\upsilon\rangle l}{\nu}$$

О. Рейнольдс

1.14. Сили в’язкого тертя. Ламінарна та турбулентна течії. Течія рідин та газів по трубам. Рух твердих. тіл в рідинах та газах.

При малих значеннях числа *Рейнольдса* спостерігається ламінарна течія ($R_e \leq 1000$); перехід від ламінарної до турбулентної течії відбувається в області $1000 \leq R_e \leq 2000$; при значеннях числа *Рейнольдса*, більших за критичне ($R_e > R_{екрит}$), течія стає турбулентною. Для гладких труб критичне значення числа Рейнольда дорівнює $R_{екрит} \approx 2300$ ($R_{екрит}$ – критична Рейнольдса).

Для розрахунку величини потоку рідини, тобто об’єму, що проходить через поперечний переріз горизонтальної труби з постійним радіусом r за одиницю часу $Q = V/t$ (рис. 2.32) користуються *формулою Пуазейля*[1]:

$$Q = \frac{dp}{dx}\frac{\pi r^4}{8\eta},$$

де $\frac{dp}{dx}$ – градієнт тиску у трубі.

Рис. 2.32

Дж. Стокс експериментально отримав емпіричну формулу сили опору рідини, яка виникає при рівномірному русі твердих тіл сферичної форми з невеликими розмірами при незначних швидкостях

$$F_c = 6\pi\eta r\upsilon$$


Дж. Стокс