Лекція 5. Енергія. Робота

Лекція 5. Енергія. Робота

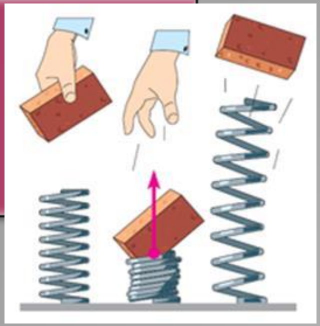
- Енергія, робота та потужність
- Кінетична енергія поступального руху.
- Кінетична енергія обертального руху.
- Потенціальна енергія. Консервативні сили та потенціальні системи. Робота у потенціальних полях.
- Зв’язок між силою та потенціальною енергією
- Потенціальна енергія матеріальної точки у полі тяжіння.
- Енергія пружно деформованого тіла.
- Закон збереження енергії в механіці. Пружний та непружний удари тіл та частинок.

Енергія, робота та потужність

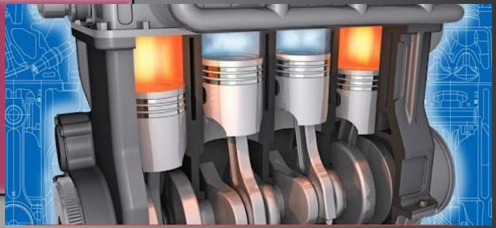
Енергія – це універсальна кількісна міра руху і взаємодії всіх видів матерії, яка зберігається при будь-яких перетвореннях одних форм руху матерії в інші.

Енергія поділяється за різними ***формами руху*** на:

- механічну

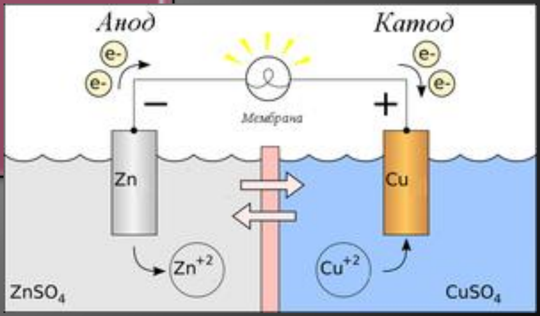


- внутрішню



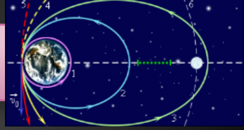
- електромагнітну

- хімічну



- ядерну

Енергія, робота та потужність



Механічна енергія характеризує ***рух і взаємодію*** тіл та полів (або частин тіла) і є функцією їхніх швидкостей та взаємного розташування.

Механічний рух характеризується ***імпульсом*** (описує динамічний стан руху) та ***енергією***.

Енергія кількісно характеризує рух з урахуванням можливості переходу його з однієї форми в іншу.

В процесі ***взаємодії*** тіл між ними відбувається обмін енергією.

Кількісною *мірою зміни* енергії взаємодіючих тіл є *робота*

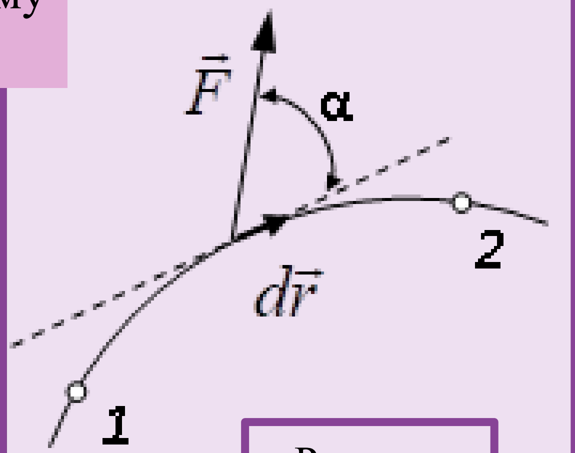
$$\Delta W = A$$

Елементарною роботою dA змінної сили $\vec{F}$ на елементарному переміщенні $d\vec{r}$ називається скалярний добуток:

$$dA = \left(\vec{F}\cdot d\vec{r}\right) = \vec{F}\cdot d\vec{r}\cdot\cos(\widehat{\vec{F};d\vec{r}})$$ [1 Дж]

Тоді ***повна робота змінної*** сили вздовж траєкторії з точки ***1*** в точку ***2*** :

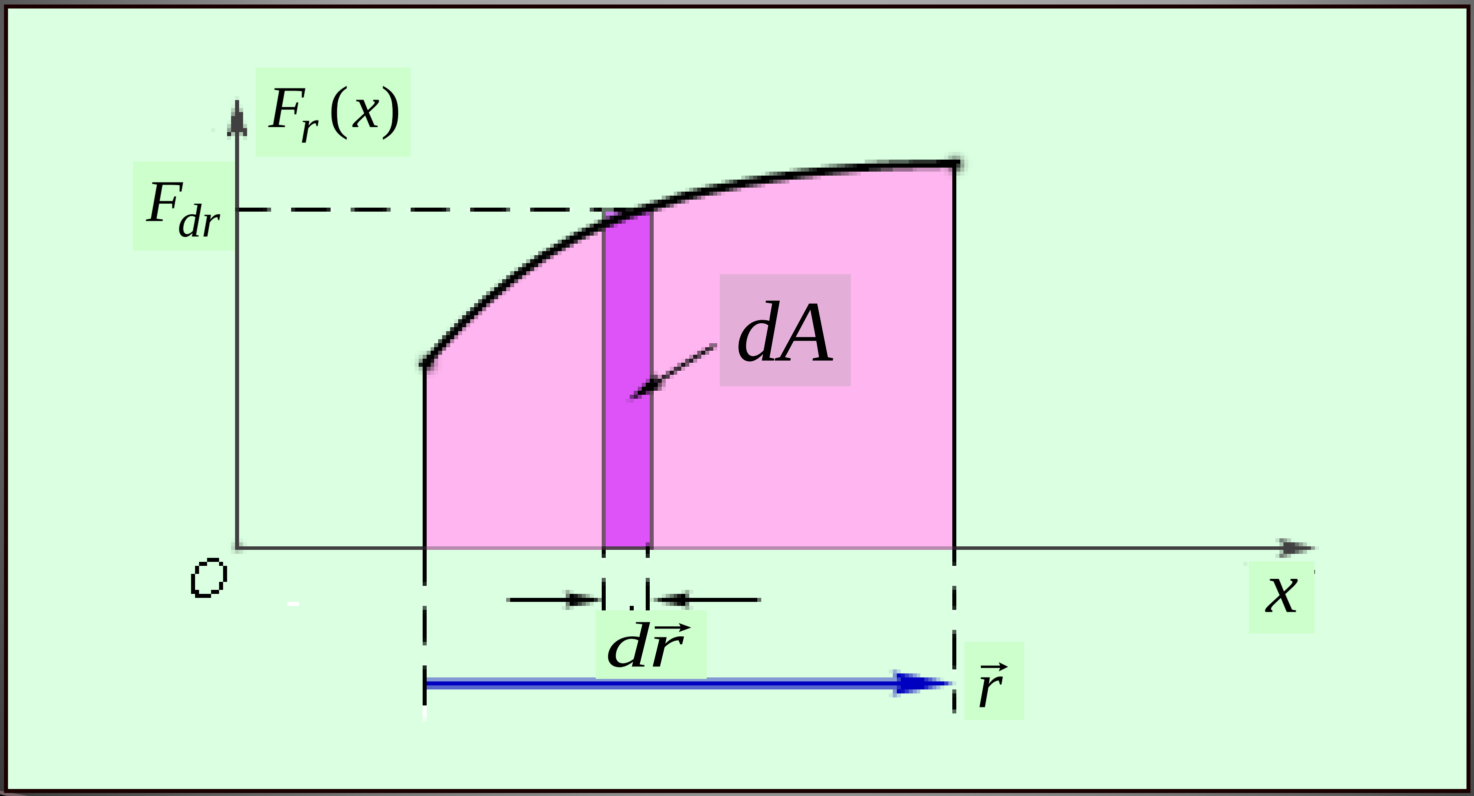
$$A = \int_1^2 \left(\vec{F}\cdot d\vec{r}\right)$$



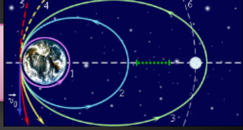
Рисунок

Енергія, робота та потужність

$$A = \int_1^2 \left(\vec{F} \cdot d\vec{r}\right)$$



Енергія, робота та потужність



Потужність – скалярна фізична величина, яка дорівнює роботі, виконаній за одиницю часу.

$$\boxed{N = \frac{dA}{dt}} \quad [1\ \text{Вт}]$$

Якщо МТ або АТТ рухаються зі швидкістю $\vec{\upsilon}$, то потужність буде:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\left(\vec{F} \cdot d\vec{r}\right)}{dt} = \left(\vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \left(\vec{F} \cdot \vec{\upsilon}\right)$$

Тоді:

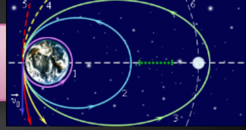
$$N = F \cdot \upsilon \cdot \cos\alpha$$

де α – кут між векторами $\vec{F}$ та $\vec{\upsilon}$.

Робота в одиницях потужності:

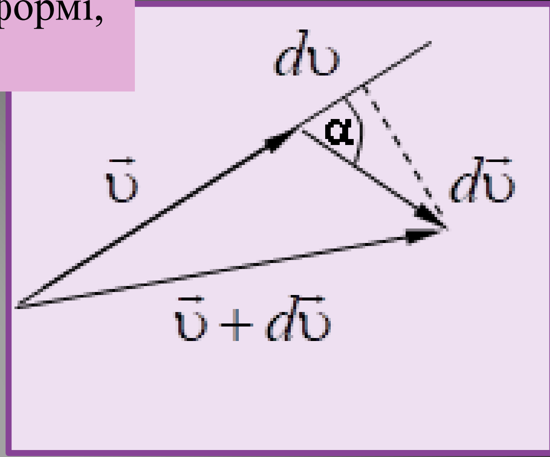
$$1\,\text{кВт} \cdot \text{год} = 10^3 \cdot 3600\text{с} = 3{,}6 \cdot 10^6\,\text{Дж} = 3{,}6\text{МДж}$$

Кінетична енергія поступального руху



З формули механічної роботи та *II* ***закону Ньютона*** в диференціальній формі, враховуючи, що $m \neq f(\upsilon)$:

$$dA = \left(\vec{F}\cdot d\vec{r}\right) = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}\cdot d\vec{r}\right) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\cdot d\vec{p}\right) = \left(\vec{\upsilon}\cdot d\vec{p}\right) = \left(\vec{\upsilon}\cdot md\vec{\upsilon}\right) = m\left(\vec{\upsilon}\cdot d\vec{\upsilon}\right)$$



В останній формулі скалярний добуток :

$$\left(\vec{\upsilon}\cdot d\vec{\upsilon}\right) = |\vec{\upsilon}|\cdot|d\vec{\upsilon}|\cdot\cos\alpha = \upsilon\cdot d\upsilon$$

Тоді: $dA = m\cdot\upsilon\cdot d\upsilon$

Повна робота при переміщенні з точки ***1*** в точку ***2:***

$$A_{1,2} = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} m\cdot\upsilon d\upsilon = \left.\frac{m\cdot\upsilon^2}{2}\right|_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} = \frac{m\cdot\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\cdot\upsilon_1^2}{2}$$

Введемо позначення:

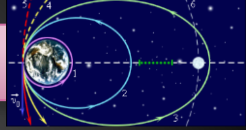
$$\boxed{W_K = \frac{m\cdot\upsilon^2}{2}}$$

Кінетична енергія МТ – скалярна фізична величина, яка є мірою її механічного руху відносно даної інерціальної системи відліку та вимірюється роботою, яку може здійснити МТ при її гальмуванні до повної зупинки.

Тоді формула роботи, яка виражає теорему про кінетичну енергію: ***робота всіх зовнішніх сил, які діють на МТ, дорівнює приросту кінетичної енергії цієї МТ*:**

$$\boxed{A_{1,2} = W_{K2} - W_{K1}}$$

Кінетична енергія обертального руху



Запишемо вираз для кінетичної енергії *i*-ої матеріальної точки АТТ:

$$W_{Ki} = \frac{m_i \cdot \upsilon_i^2}{2}$$

Врахуємо, що: $\upsilon_i = \omega \cdot r_i$

Тоді: $$W_{Ki} = \frac{m_i \cdot \omega^2 \cdot r_i^2}{2}$$

Оскільки: $m_i \cdot r_i^2 = j_i$ – момент інерції *i*-ої МТ, то:

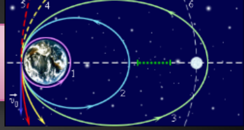
Кінетична енергія обертального руху *i*-ої матеріальної точки АТТ: $$W_{Ki} = \frac{j_i \cdot \omega^2}{2}$$

Для всього АТТ: $$W_K = \sum_{i=1}^{N} W_{Ki} = \sum_{i=1}^{N} \frac{j_i \cdot \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{N} j_i$$

де: $J = \sum_{i=1}^{N} j_i$ – момент інерції АТТ.

Отже, кінетична енергія обертального руху АТТ: $$\boxed{W_K = \frac{J \cdot \omega^2}{2}}$$

Потенціальна енергія. Консервативні сили та потенціальні системи



Потенціальна енергія є частиною загальної механічної енергії системи, яка визначається взаємним розміщенням тіл (або частин тіла) системи та характером сил взаємодії між ними.

Консервативні сили є силами, робота яких не залежить від форми траєкторії, вздовж якої рухається тіло, а залежить тільки від початкового та кінцевого положення тіла.

Консервативними силами в механіці є тільки дві сили: тяжіння та пружності:

$F = mg$ $\quad$ $F = -kx$

Всі інші сили є ***дисипативними*** (від „розсіяння”), тобто робота їх призводить до зменшення енергії системи.

Прикладами дисипативних сил можуть бути сила тертя, сила опору в рідинах або газах тощо

$F = \mu N$ $\quad$ $F_c = 6\pi\eta r\upsilon$

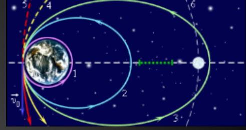
Висновки:

***1. Робота консервативних сил по замкненій траєкторії дорівнює нулю*:**

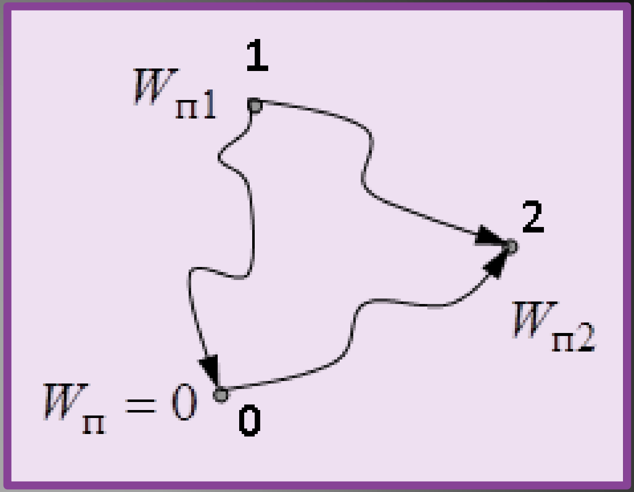
$$A = \oint\limits_L \left(\vec{F} \cdot d\vec{r}\right) \equiv 0$$

2. Поля, в яких діють тільки консервативні, сили називаються потенціальними.

Робота у потенціальних полях



Мірою ***зміни потенціальної енергії*** системи при її переході з одного стану в інший є ***робота консервативних сил***.



Оскільки мова йде про різницю значень потенціальної енергії, то нуль відліку потенціальної енергії – ***нульовий рівень потенціальної енергії***, в кожній точці якого, вибирають довільно, користуючись міркуваннями спрощення задачі.

В зв'язку з цим потенціальна енергія може бути ***додатною, від'ємною та рівною нулю,*** тоді як кінетична енергія системи має завжди додатне значення.

Нехай, точка 0 є нульовим рівнем потенціальної енергії, в якій $W_п = 0$

Тоді робота при переміщенні з точки 1 в точку 2 буде:

$$A_{12} = A_{102} = A_{10} + A_{02}$$

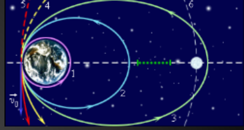
Але: $A_{10} = W_{п1} - 0 = W_{п1}$ та $A_{02} = 0 - W_{п2} = -W_{п2}$

Тоді: $A_{12} = W_{п1} - W_{п2}$

Або: $\boxed{A_{12} = -\left(W_{п2} - W_{п1}\right)}$

Висновок: робота консервативної сили при переміщенні системи між 2-ма положеннями дорівнює ***зменшенню*** її потенціальної енергії.

Зв'язок між силою та потенціальною енергією



Механічна елементарна робота: $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Робота консервативних сил при елементарній зміні конфігурації системи дорівнює приросту потенціальної енергії, взятому зі знаком мінус, то робота здійснюється за рахунок зменшення потенціальної енергії:

$$dA = -dW_{\text{п}}$$

Прирівняємо: $\vec{F} \cdot d\vec{r} = -dW_{\text{п}}$

Звідси: $W_{\text{п}} = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r} + C$

Для консервативних сил:

$$\vec{F} = -\frac{dW_{\text{п}}}{d\vec{r}}$$

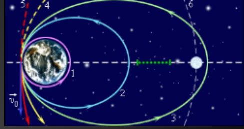
Отже: $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} W_{\text{п}}$

де:

$$\overrightarrow{\text{grad}} W_{\text{п}} = \frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_{\text{п}}}{\partial z}\vec{k}$$

– градієнт скаляра потенціальної енергії.

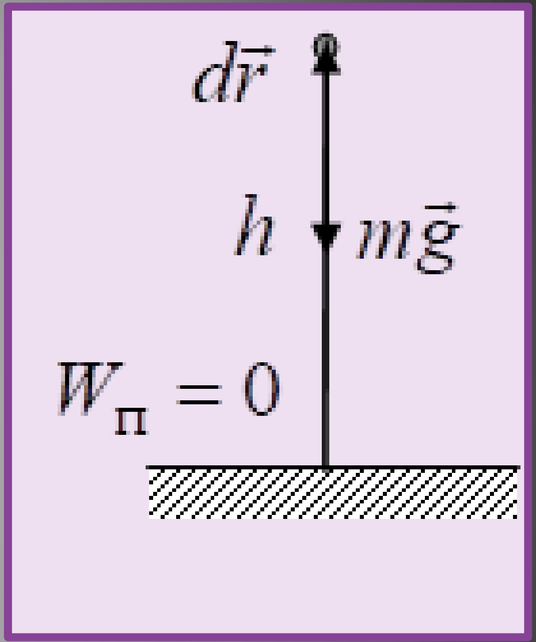
Потенціальна енергія матеріальної точки у полі тяжіння



За нульовий рівень потенціальної енергії виберемо поверхню Землі

Елементарна робота сили тяжіння:

$$dA = \left(\vec{F} \cdot d\vec{r}\right) = F \cdot dr \cdot \cos 180$$



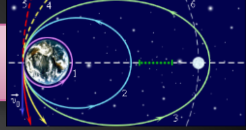
Повна робота при переміщенні на висоту *h:*

$$A = \int_{h}^{0} (-mg \cdot dh) = -mgh\Big|_{h}^{0} = -(mg \cdot 0 - mg \cdot h)$$

Отже:

$$\boxed{W_{п} = mgh}$$

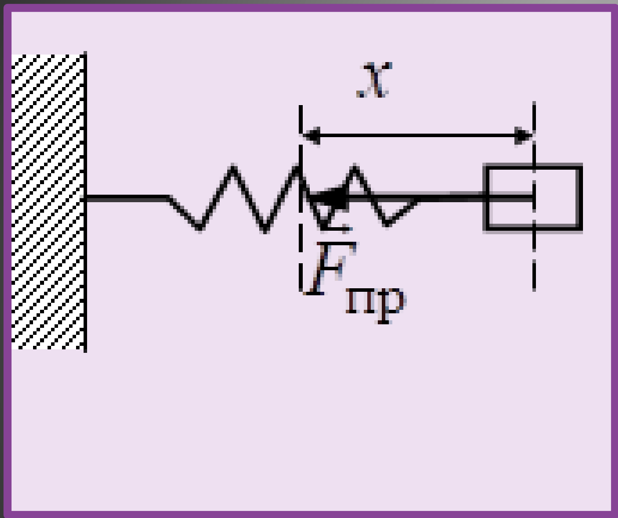
є виразом для ***потенціальної енергії тіла, піднятого на висоту над Землею***



Енергія пружно деформованого тіла

Розглянемо тіло масою *m*, приєднане до пружини, яка має коефіцієнт жорсткості *k*

Після того, як пружину розтягнули на *x*, виникла сила пружності $F = -kx$



Тоді робота сили пружності:

$$A = \int_x^0 F_{\text{пр}} \cdot dx = \int_x^0 (-kx \cdot dx) = -k \int_x^0 x \cdot dx$$

$$A = -k \frac{x^2}{2}\Big|_x^0 = -k\left(0 - \frac{x^2}{2}\right) = -\left(k \cdot 0 - \frac{kx^2}{2}\right)$$

Отже

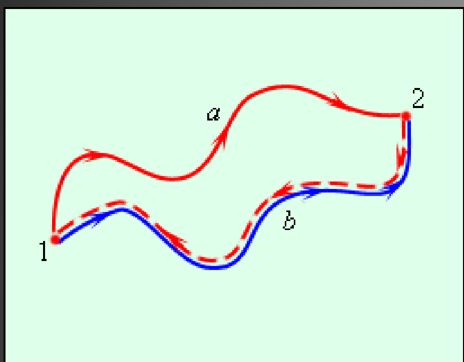
$$\boxed{W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}}$$

є виразом для ***потенціальної енергії пружно деформованого тіла***, де *x* – значення абсолютного видовження (стиснення).

Закон збереження енергії в механіці.

Розглянемо, як змінюються кінетична і потенціальна енергії будь-якої ізольованої системи, в якій діють лише консервативні сили.

Нехай в результаті дії цих сил система перейшла із стану (1) в стан (2).



Роботу, виконану консервативними силами, можна визначити із рівняння:

$$A_{1\to2} = W_{п1} - W_{п2}$$

Та сама робота може бути виражена через приріст кінетичної енергії:

$$A_{1\to2} = W_{к2} - W_{к1}$$

Прирівнюючи:

$$A_{1\to2} = W_{п1} - W_{п2} = W_{к2} - W_{к1} \Rightarrow W_{п1} + W_{к1} = W_{п2} + W_{к2}$$

Повною механічною енергією *E системи* називається сума кінетичної і потенціальної енергії:

$$E = E_{п} + E_{к}$$

Закон збереження енергії: в системі з самими лише ***консервативними силами*** повна механічна енергія залишається незмінною.

$$\boxed{W = W_{п} + W_{к} = \text{const}}$$

Закон збереження енергії для систем, в яких діють консервативні та ***дисипативні*** сили за переходу системи з стану (1) в (2)

$$\boxed{W_{п1} + W_{к1} = W_{п2} + W_{к2} + A^{дис}}$$

Пружний та непружний удари тіл та частинок

Цікавим прикладом застосування законів збереження є пружний та непружний удари (зіткнення) тіл. Їхнє вивчення є корисним у будівництві. Так, наприклад, для забивання паль до початку спорудження будинку вдаються до так званого *віброударного* способу, що ґрунтується на застосування удару вібромолота об палю. При цьому вібромолот здійснює ударний та вібраційний вплив, результатом якого є занурення палі у ґрунт.

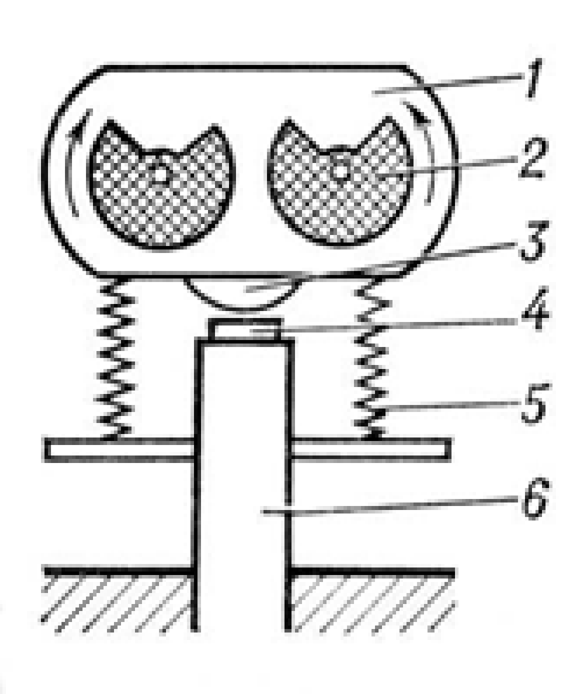
На рис. 1.50 наведено принципову схему вібромолота:

1 – вібрoзбуджувач спрямованих коливань;

2 – дебаланс; 3 – бойок;

4 – ковадло; 5 – пружинна підвіска;

6 – залізобетонна паля.



Тіла внаслідок зіткнення одне з одним зазнають деформації.
При цьому кінетична енергія, яку мали тіла перед ударом, частково або повністю переходить в потенційну енергію пружної деформації або в так звану внутрішню енергію тіл.
Збільшення внутрішньої енергії тіл супроводжується підвищенням температури.

Пружний та непружний удари тіл та частинок

Застосовують два граничних види удару: абсолютно пружний і абсолютно непружний.

Абсолютно непружний удар характеризується тим, що потенційна енергія деформації не виникає, кінетична енергія тіл повністю або частково перетворюється у внутрішню енергію.

Після удару тіла з'єднуються разом та рухаються з однаковою швидкістю або зупиняються.

Розглянемо абсолютно непружний удар на прикладі зіткнення двох однорідних куль масою m_1 та m_2, що утворюють замкнену систему та рухаються вздовж осі x, що з'єднує їхні центри, із швидкостями відповідно $\vec{\upsilon}_1$ та $\vec{\upsilon}_2$

Позначимо через $\vec{u}$ спільну швидкість тіл після удару.

Із закону збереження імпульсу випливає: $m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$

В проекціях на вісь x маємо: $m_1\upsilon_{1x} + m_2\upsilon_{2x} = (m_1 + m_2)u_x$ $\Rightarrow$ $u_x = \dfrac{m_1\upsilon_{1x} + m_2\upsilon_{2x}}{m_1 + m_2}$

Кінетична енергія куль до удару і після нього відповідно дорівнює: $W_{к_1} = \dfrac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \dfrac{m_2\upsilon_2^2}{2}$ $W_{к_2} = \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2$

Звідси зміна кінетичної енергії: $\Delta W = \dfrac{1}{2}\dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2$

Величина μ називається зведеною масою тіл. $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

Таким чином, *унаслідок зіткнення двох абсолютно непружних тіл відбувається втрата кінетичної енергії макроскопічного руху, що дорівнює половині добутку зведеної маси на квадрат відносної швидкості*.

Пружний та непружний удари тіл та частинок

Абсолютно пружним ударом називається такий удар, унаслідок якого механічна енергія тіл не переходить в інші немеханічних види енергії.

Прикладом абсолютно пружного удару може бути зіткнення більярдних куль із слонової кістки, коли кінетична енергія повністю або частково переходить в потенційну енергію пружної деформації. Потім тіла повертаються до початкової форми, відштовхуючи одне одного. Потенційна енергія пружної деформації знову переходить у кінетичну енергію, і тіла розлітаються зі швидкостями, величина і напрямок яких визначаються збереженням повної енергії і повного імпульсу системи.

Розглянемо абсолютно пружний центральний удар двох однорідних куль.
Припускається, що кулі утворюють замкнену систему тіл, а отже обертання не відбувається

Відповідно до закону збереження імпульсу та енергії:

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}$$

Отримаємо швидкість куль після удару:

$$u_{1x} = \frac{\upsilon_{1x}(m_1 - m_2) + 2m_2\upsilon_{2x}}{m_1 + m_2}$$

$$u_{2x} = \frac{\upsilon_{2x}(m_2 - m_1) + 2m_1\upsilon_{1x}}{m_1 + m_2}$$

Для отримання кінцевого вигляду формул треба спроектувати швидкості тіл до удару та на вісь та відповідні проекції (додатні чи від'ємні) підставити у формули швидкості.

PS. Закони, що описують пружний та непружний удари макроскопічних тіл, поширюються також і на фізику мікросвіту. Вивчення зіткнень дає змогу перевірити теоретичні уявлення про процес зіткнення, оскільки є головним методом дослідження взаємодій, взаємоперетворень, структури та інших важливих характеристик атомних і субатомних частинок та процесів мікросвіту, коли немає можливості експериментально дослідити розвиток процесу взаємодії у часі і в просторі, а можна досліджувати лише результат

Лекція закінчена

Дякую за увагу