

4.4

4.4.1

- Загальні закономірності хвильових процесів

4.4.2

- Повздовжні та поперечні хвилі

4.4.3

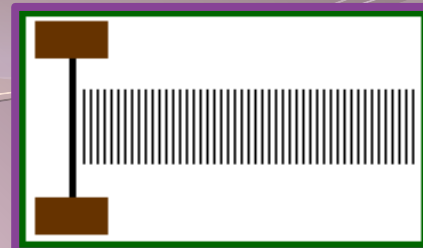
- Рівняння плоскої біжучої синусоїдальної хвилі

4.4.4

- Стоячі хвилі . Ефект Доплера



ХВИЛІ



Механічні –
передавання
коливань в
пружному
середовищі

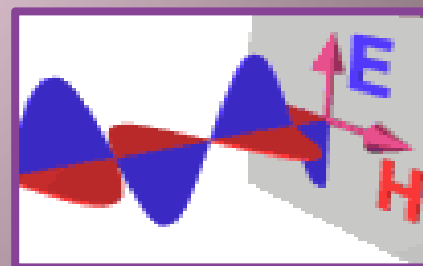
поперечні

ПОВЗДОВЖНІ

Електромагнітні –
розповсюдження в
просторі і в часі
електромагнітного
ПОЛЯ

поперечні

ХВИЛІ – процес
розповсюдження
коливань в
пружному
середовищі
(просторі)



Промінь

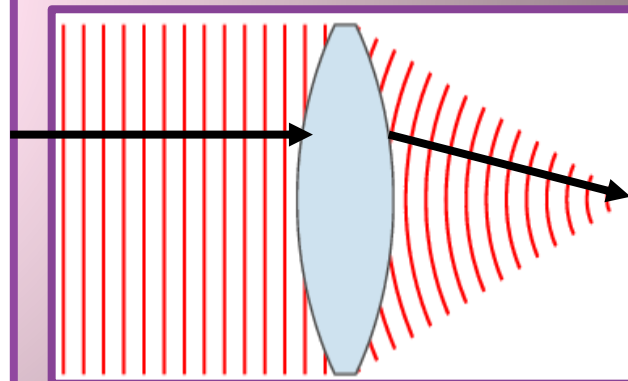
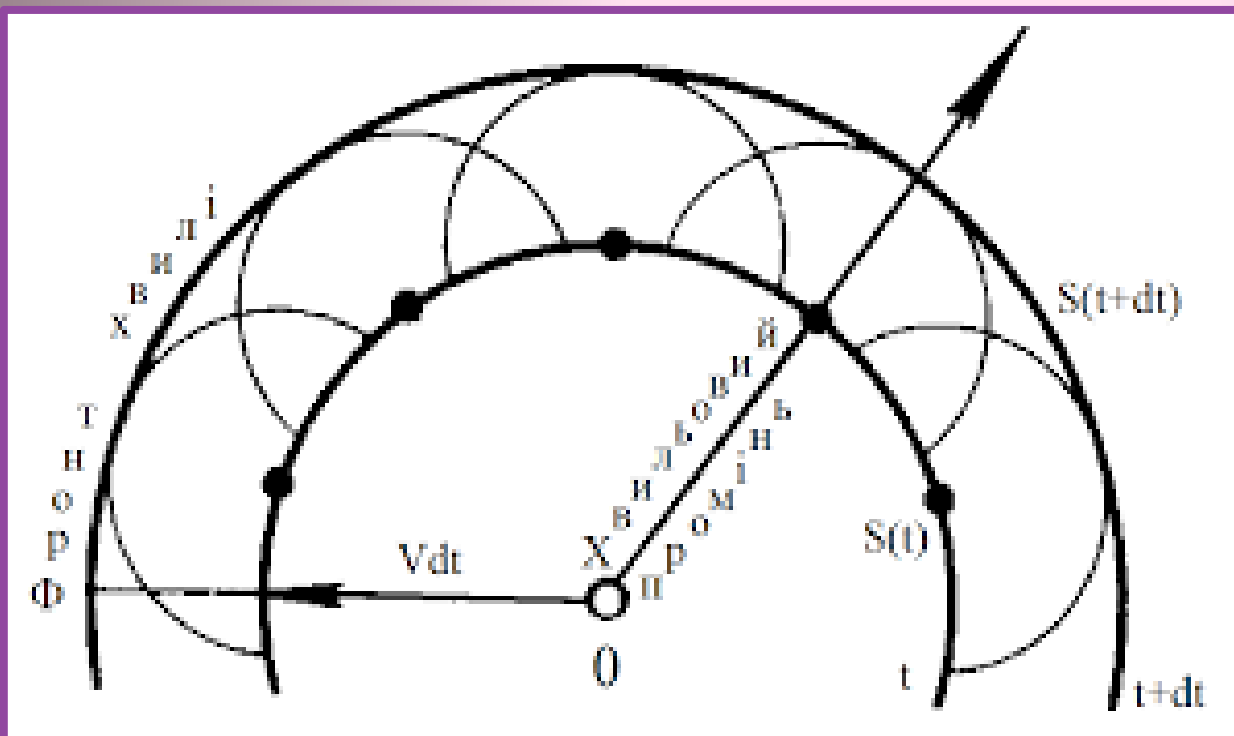
- напрям поширення хвилі

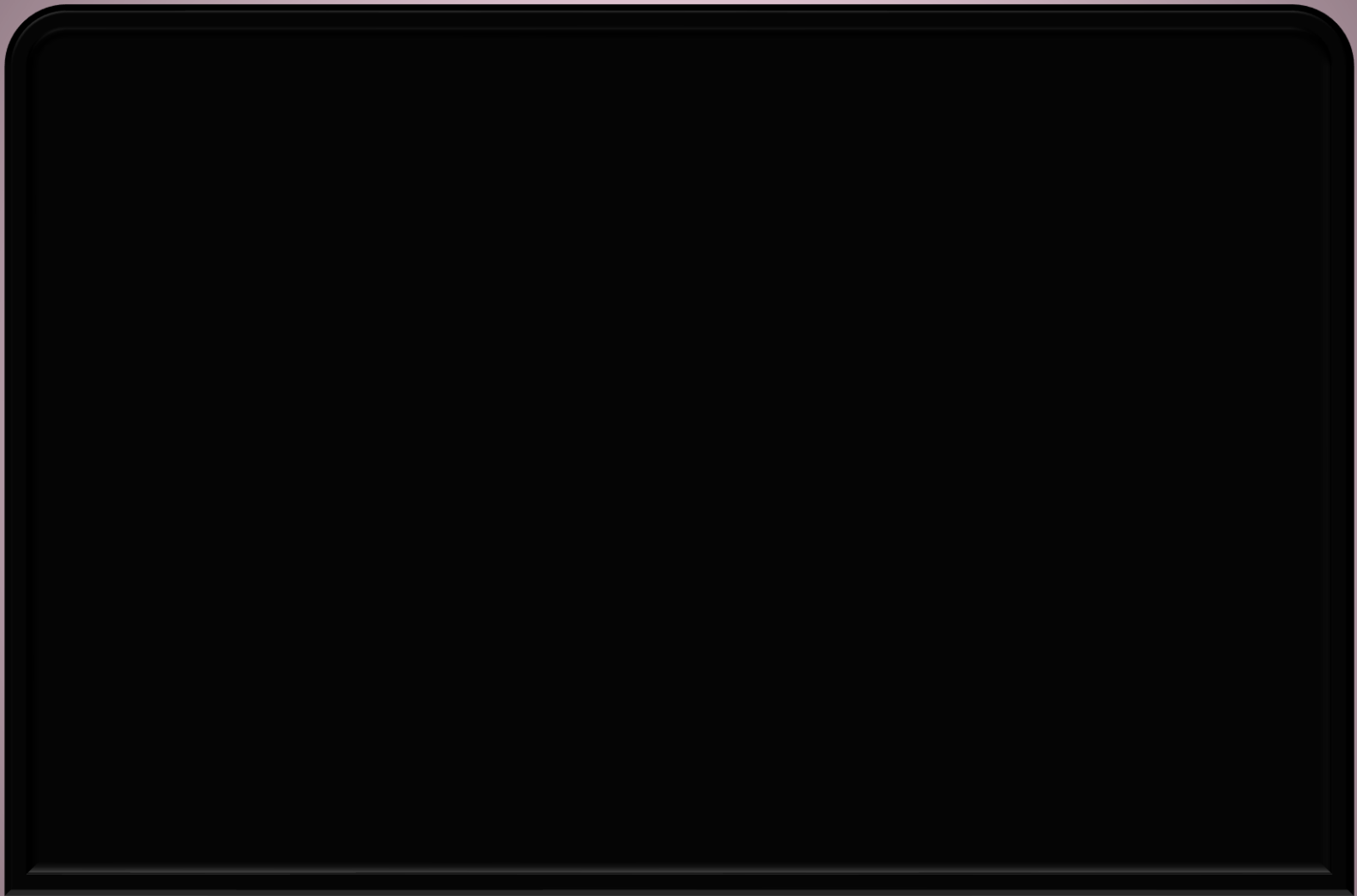
Фронт хвилі

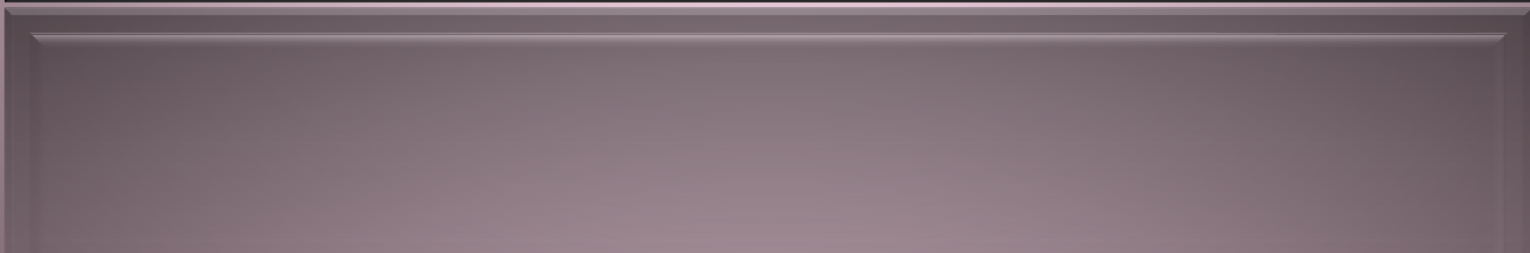
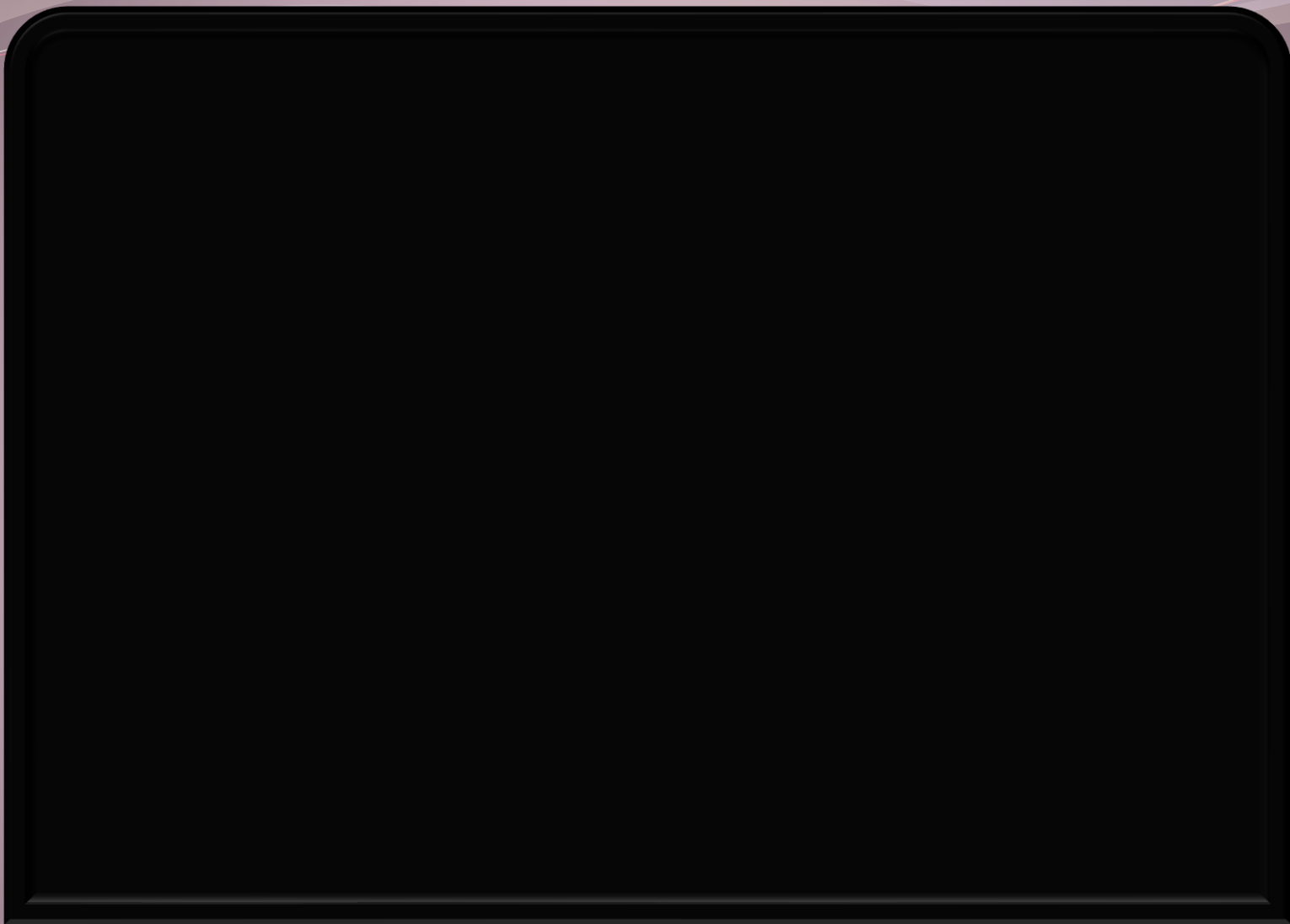
- геометричне місце точок, до яких дійшли коливання у даний момент часу

Хвильова поверхня

- геометричне місце точок, в яких коливання відбуваються в однаковій фазі (плоска та сферична)





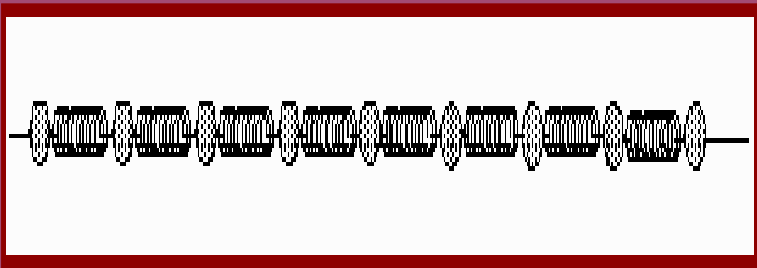
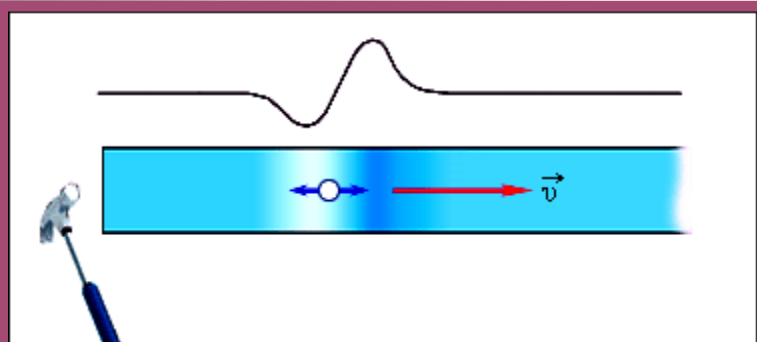


Види хвиль

повздовжні

Коливання частинок речовини відбуваються в напрямі променя.

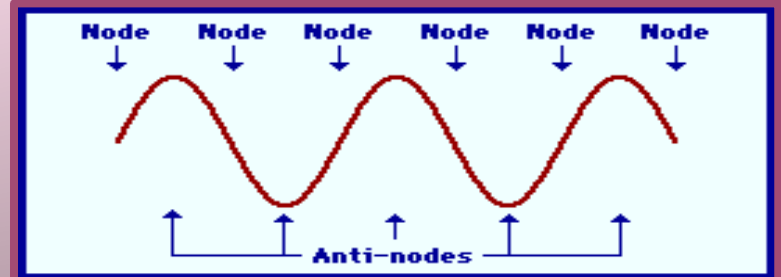
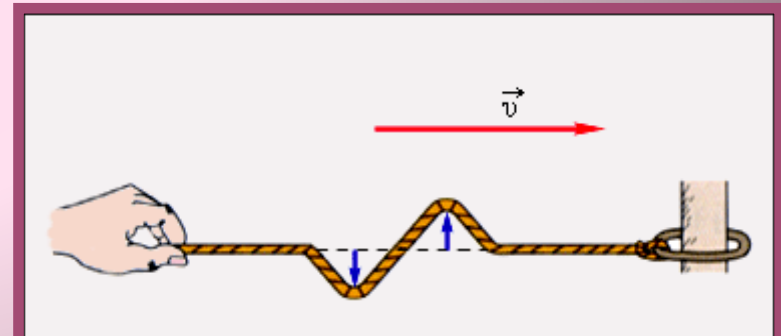
Мають горби та впадини



поперечні

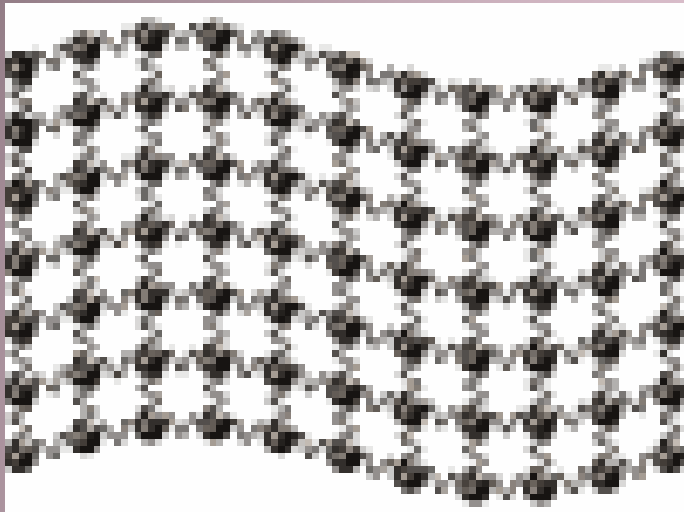
Коливання частинок речовини (векторів E та H електромагнітного поля) відбуваються у напрямі, перпендикулярному до променя.

Мають згущення та розрідження

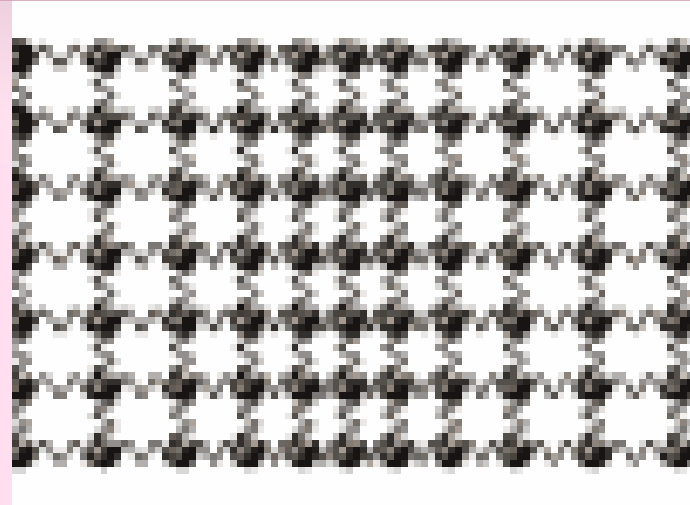


Види хвиль

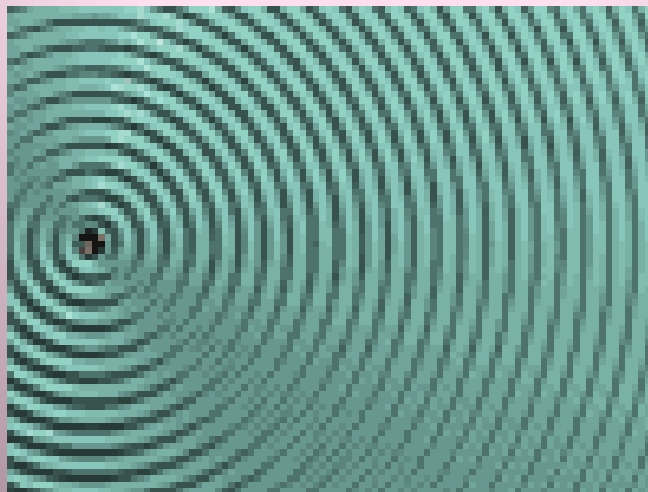
Поперечні – всередині твердих тіл



Повздовжні - всередині твердих тіл



Поперечні – на границі розподілу двох середовищ



Особливості хвильових процесів

1. Як в поперечних, так і в поздовжніх хвилях *перенесення речовини* в напрямку поширення хвилі *не відбувається*. (У процесі поширення частинки середовища лише здійснюють коливання біля положень рівноваги).
2. В хвильових процесах відбувається *перенесення енергії*.
3. Механічні хвилі поширюються *тільки в матеріальних середовищах* (твердих, рідких або газоподібних).
4. Електромагнітні хвилі поширюються як в матеріальних середовищах (твердих, рідких або газоподібних) та у *вакуумі*.

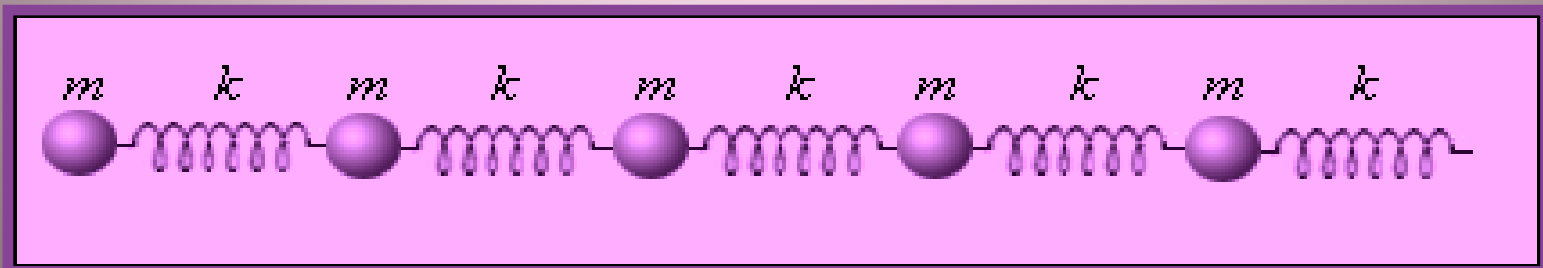
Вимоги до середовищ

Для механічних хвиль середовище має володіти здатністю запасати кінетичну і потенціальну енергію.

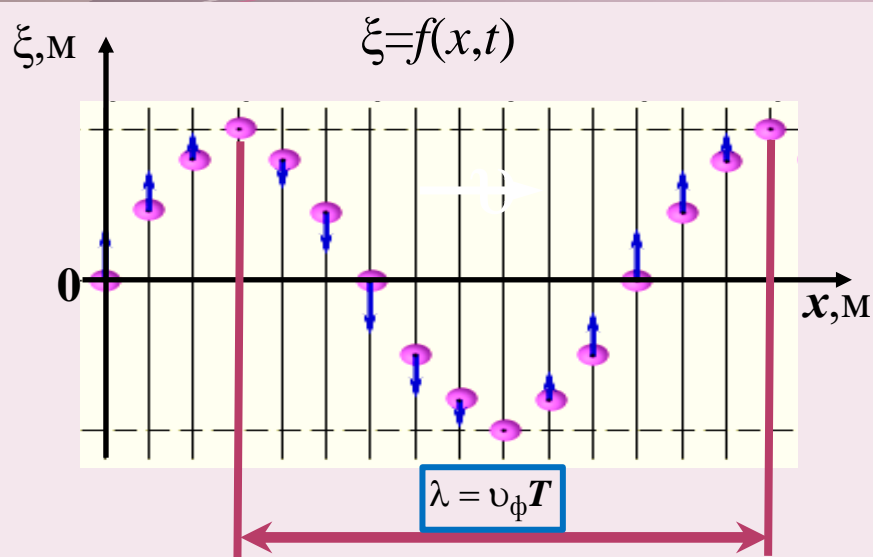
Отже, середовище повинне мати *інертні та пружні властивості*.

Наприклад, будь-який малий елемент твердого тіла володіє масою і пружністю.

У простій одновимірній моделі тверде тіло можна представити як сукупність кульок масою m і пружинок з коефіцієнтом пружності k .



Рівняння плоскої біжучої синусоїдальної хвилі



$$\xi(0, t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\xi(x, t) = A \sin\left[\omega(t - \tau) + \varphi_0\right]$$

$$\tau = \frac{x}{v_{\phi}}$$

$$\xi(x, t) = A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v_{\phi}}\right) + \varphi_0\right]$$

$$\xi(x, t) = A \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v_{\phi}} x + \varphi_0\right)$$

$$k = \frac{\omega}{v_{\phi}} = \frac{2\pi\nu}{v_{\phi}} = \frac{2\pi}{T \cdot v_{\phi}}$$

$$\lambda = v_{\phi} T$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\xi(x, t) = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi_0\right)$$

$$\xi(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

- ❑ Синусоїдальна хвиля має подвійну періодичність - в часі і просторі.
- ❑ Часовий період дорівнює періоду коливань T частинок середовища, просторовий період дорівнює довжині хвилі λ .
- ❑ Хвильовий число k є просторовим аналогом циклічної частоти ω

Характеристики хвиль

Довжина хвилі :

- відстань, на яку коливання розповсюджуються за один період;
- відстань між двома найближчими точками, які мають однакову фазу.

$$\lambda = v_{\phi} T = v_{\phi} \frac{1}{\nu}$$

Фазова швидкість — одна із характеристик хвилі, що характеризує **поширення збурення будь-якої фізичної природи**.

Поняття фазової швидкості може використовуватись при розповсюдженні збурень будь-якої форми, якщо в процесі розповсюдження ця форма не змінюється.

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot \nu$$

Групова швидкість - швидкість, яка приблизно характеризує поширення несинусоїдальних хвиль.

За відсутності поглинання хвиль групова швидкість дорівнює **швидкості перенесення енергії** хвилею (швидкості передачі сигналу).

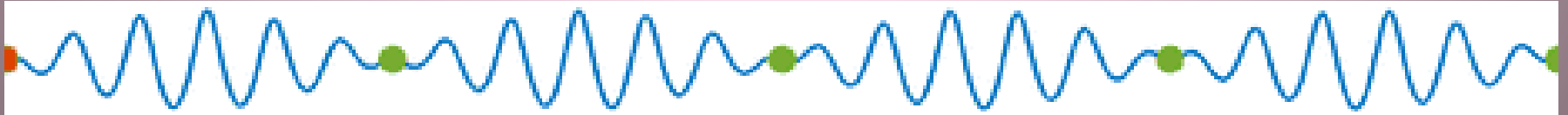
Групова швидкість пов'язана з фазовою швидкістю **формулою Релея**:

$$v_{\text{гр}} = v_{\phi} - \lambda \frac{dv_{\phi}}{d\lambda}$$

За відсутності дисперсії хвиль:

$$\frac{dv_{\phi}}{d\lambda} = 0 \Rightarrow$$

$$v_{\text{гр}} = v_{\phi}$$



Хвильове число –

- це швидкість зростання фази хвилі ϕ за просторовою координатою

$$k = \frac{d\phi}{d\lambda}$$

- або параметр хвилі, який визначає кількість довжин хвилі, що поміщаються в 2π одиниць довжини.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Хвильове рівняння

$$\xi(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Покладемо:

$$\varphi_0 = 0$$

$$\xi(x, t) = A \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v_\phi} x\right) \Rightarrow$$

$$\xi(x, t) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v_\phi}\right).$$

Продиференціюємо останнє рівняння по часу та координаті:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = -A \omega^2 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v_\phi}\right);$$

$$\frac{d^2 \xi}{dx^2} = -A \frac{\omega^2}{v_\phi^2} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v_\phi}\right).$$

Одномірне хвильове рівняння:

$$\frac{d^2 \xi}{dx^2} = \frac{1}{v_\phi^2} \frac{d^2 \xi}{dt^2}.$$

Тривимірне хвильове рівняння:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v_\phi^2} \frac{d^2 \xi}{dt^2}.$$

Або:

$$\Delta \xi = \frac{1}{v_\phi^2} \frac{d^2 \xi}{dt^2}.$$

$$\Delta \xi = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}.$$

- оператор Лапласа

Стояча хвиля - це результат накладання (суперпозиції) двох біжучих *когерентних* хвиль з однаковими амплітудами, які поширюються назустріч одна одній.

Принцип суперпозиції хвиль

$$\xi = \xi_1 + \xi_2$$

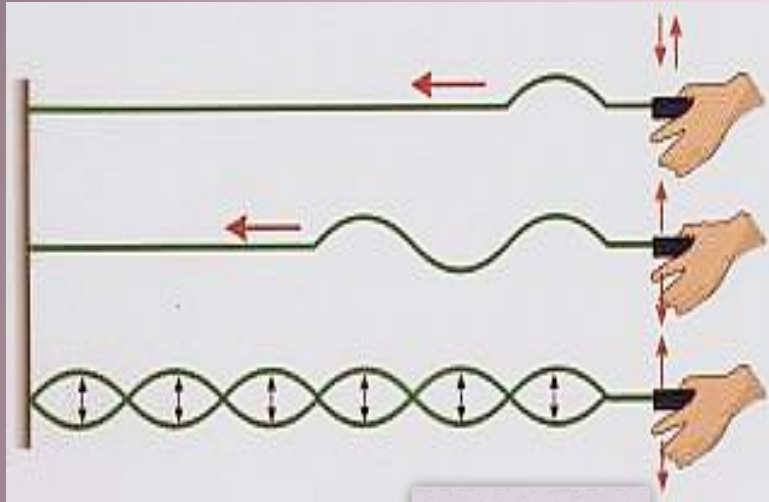
$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx)$$

$$\xi_2 = A \cos(\omega t + kx)$$

$$\xi = 2A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \cos \omega t$$

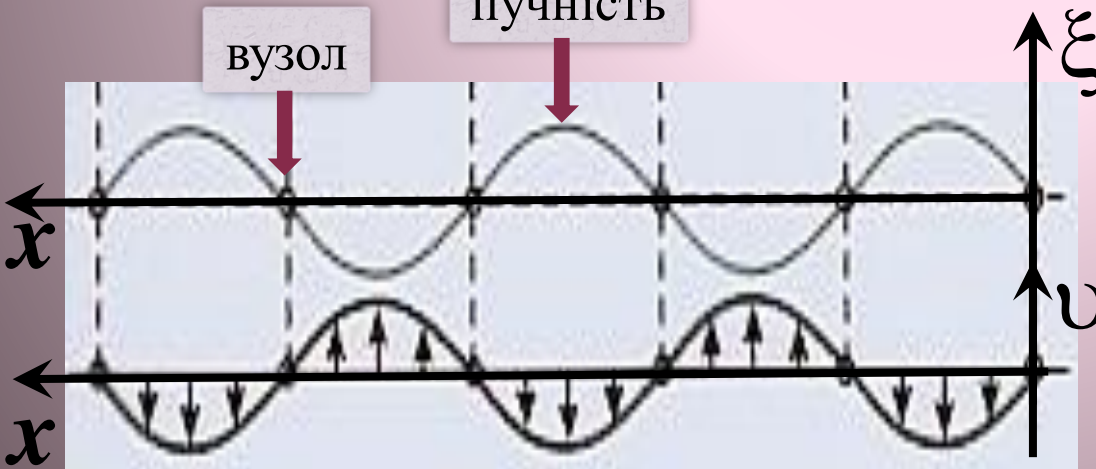
$$x_{\text{в}} = \pm n \frac{\lambda}{2}; \quad x_{\text{п}} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}.$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$



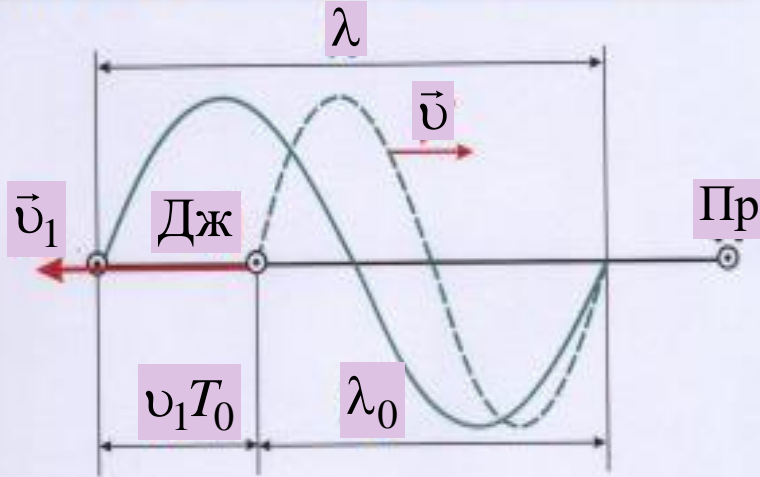
вузол

пучність

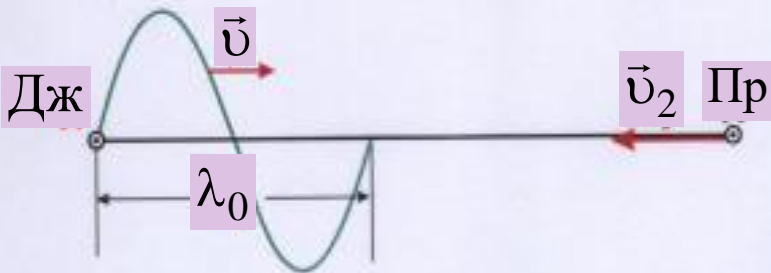


Ефект Доплера

1. Рухається джерело:



1. Рухається приймач:



Відстань збільшується

$$\lambda = \lambda_0 + v_1 T_0 = (v + v_1) T_0 = \frac{v + v_1}{v_0}$$

Частота, що реєструється, зменшується

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v_0}{1 + \frac{v_1}{v}}$$

Відстань зменшується, частота збільшується

$$\nu = \frac{v + v_2}{\lambda} = v_0 \left(1 + \frac{v_2}{v} \right)$$



Крістіан Доплер

Приклади ефекту Доплера

- сирена машини швидкої допомоги чи поліції. Коли він наближається до нас, це сприймається гостріше, а коли віддаляється, це стає більш серйозним, особливо різниця чується в момент максимального наближення.
- зміщення спектральних ліній зірок у бік синього або червоного, якщо вони наближаються до нас або якщо вони віддаляються. Це не можна побачити неозброєним оком, а за допомогою інструменту, який називається *спектрометр*

Практичне застосування ефекту Доплера

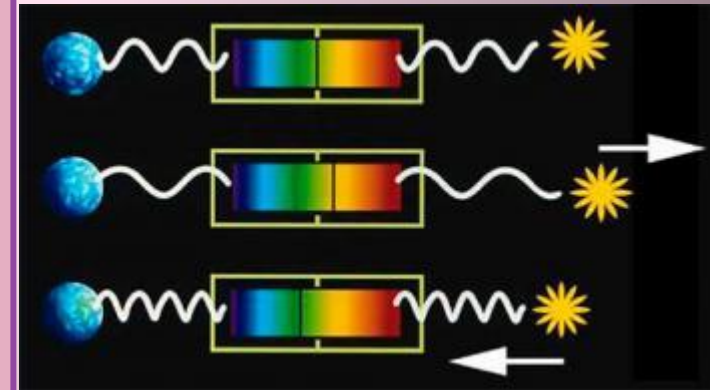
Радари

Радари вимірюють відстань і швидкість, з якою рухаються виявлені ним об'єкти.

Астрономія

Завдяки ефекту Доплера вдалося визначити, що Всесвіт розширюється, оскільки спектр світла, випромінюваний віддаленими галактиками, зміщується в бік червоного кольору (зменшення частоти).

Зворотний випадок трапляється з деякими галактиками місцевої групи, тобто сусідами нашого Чумацького Шляху. Наприклад, наш найближчий сусід, галактика Андромеда, має синій зсув (тобто збільшення частоти), що вказує на те, що вона наближається до нас.



Доплерівське УЗД

Проводиться для вивчення і дослідження вен і артерій (судин) шії, головного мозку, хребта, верхніх і нижніх кінцівок. Завдяки цьому методу діагностики можна виявити напрямок кровотоку і їх швидкість, а також ширину просвіту судин і тиск усередині його.