



## 4.1



### 4.1.1

- Механічні та електромагнітні коливальні процеси та системи. Осцилятори

### 4.1.2

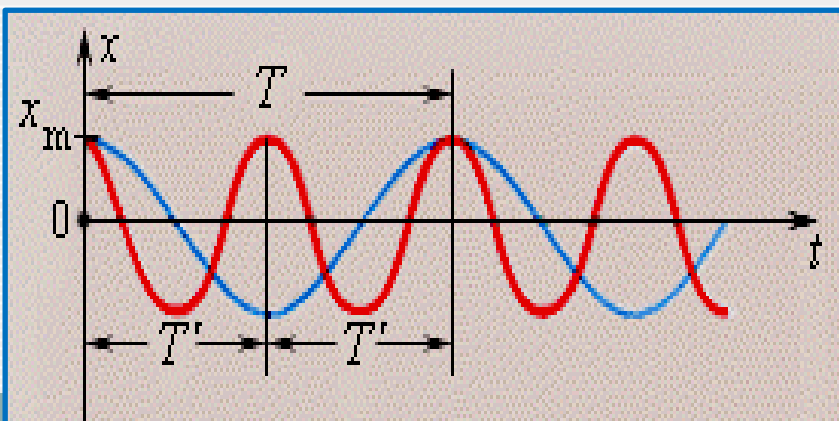
- Диференціальні рівняння коливальних процесів

## 4.1.1. КОЛИВАННЯ –

це зміна станів системи, у результаті здійснення яких система постійно повертається до початкового стану

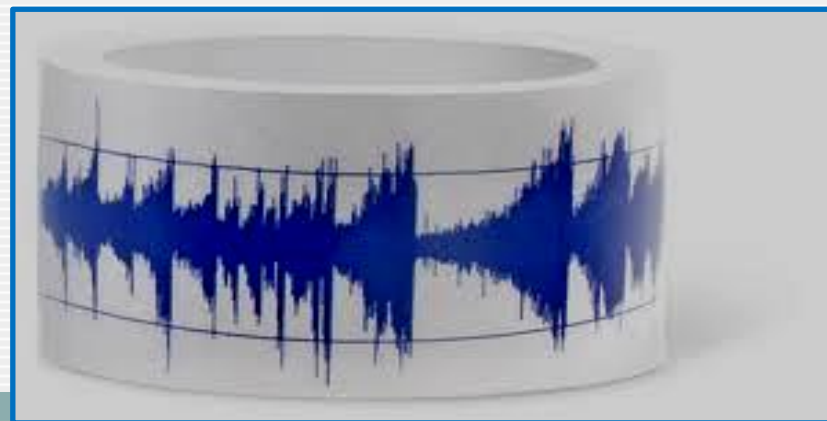
**Періодичні коливання** це зміна параметрів системи, що повторюється через однакові проміжки часу –  $T$  періоду коливань

Відбуваються з постійною амплітудою, частотою та фазою



**Неперіодичні коливання** це зміна параметрів системи, що повторюється через будь-які проміжки часу

Супроводжуються зміною з часом амплітуди, частоти та фази





# Періодичні коливання

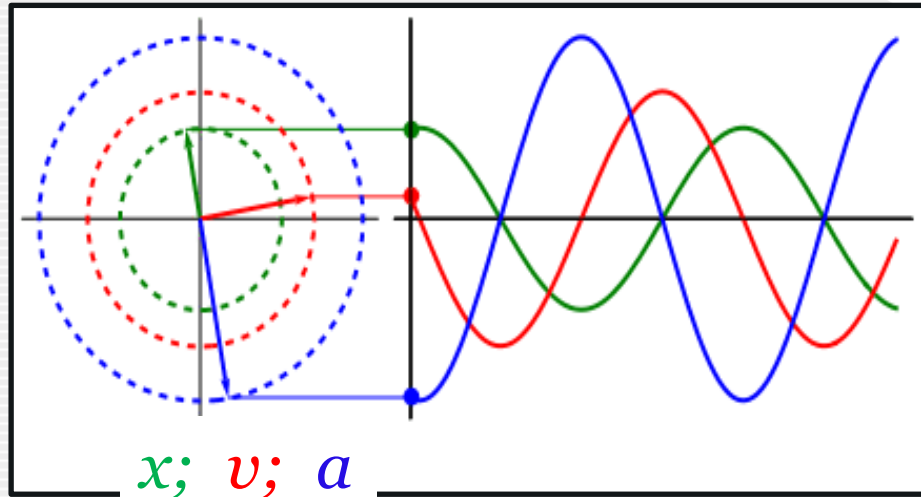
- Періодична зміна будь-якої величини, при якому залежність від аргументу має характер функції синуса або косинуса.

*гармонічні*

- Періодичні коливання, в яких коливна величина змінюється за несинусоїдальним законом

*ангармонічні*

# гармонічні



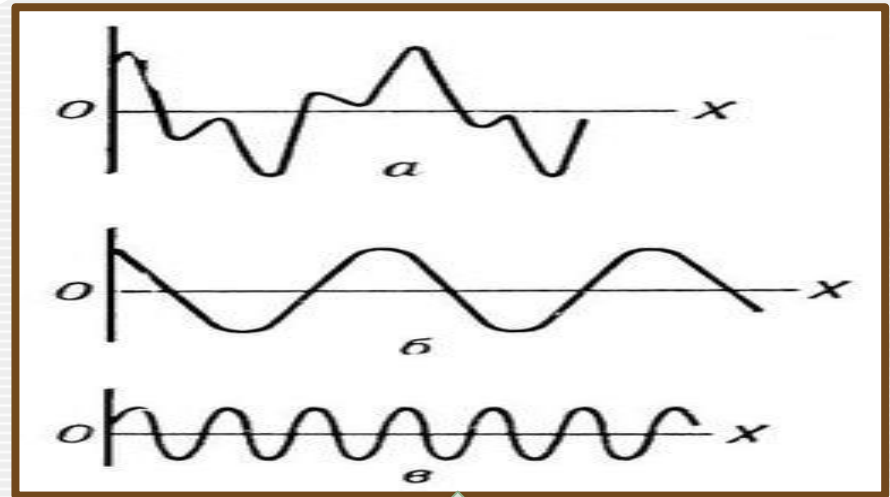
Графіки гармонічних коливань

$x$  – координати

$v$  - швидкості

$a$  - прискорення

# ангармонічні



Можна уявити як накладання великого числа коливань, частоти яких кратні *найменшій частоті*, яка називається *основною*, а всі вищі за неї - *гармоніками*

# За фізичною природою

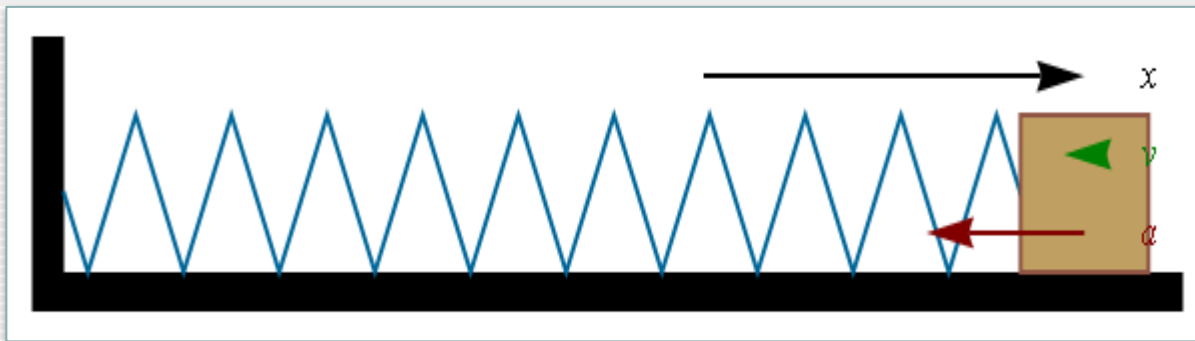
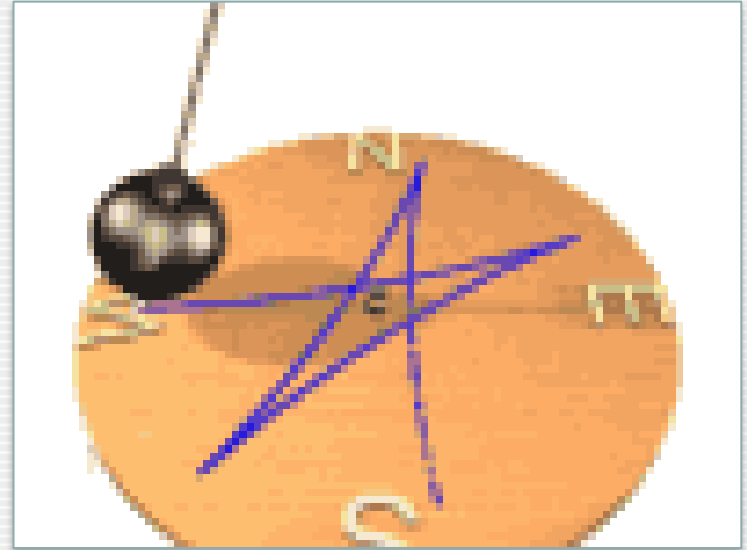
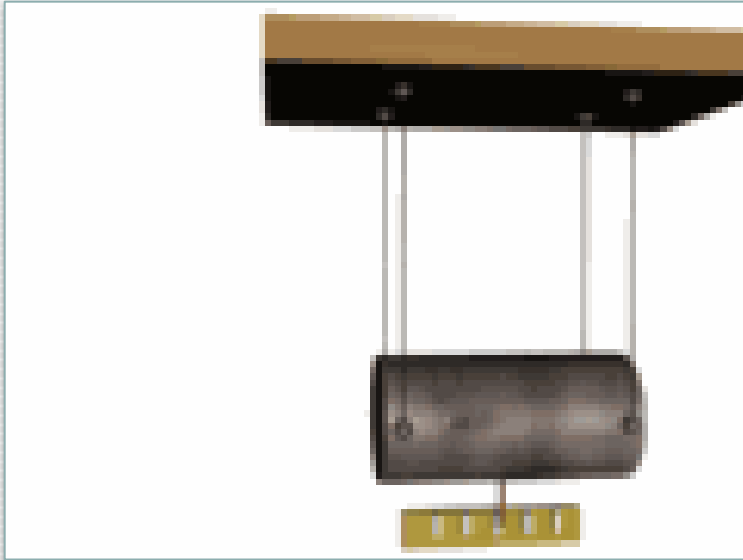
## • *Механічні*

- ✓ Радіус-вектор  $\vec{r}$
- ✓ Координата  $(x, y, z)$
- ✓ Швидкість  $\vec{v}$
- ✓ Сила  $\vec{F}$
- ✓ Густина  $\rho$
- ✓ Тиск  $p$

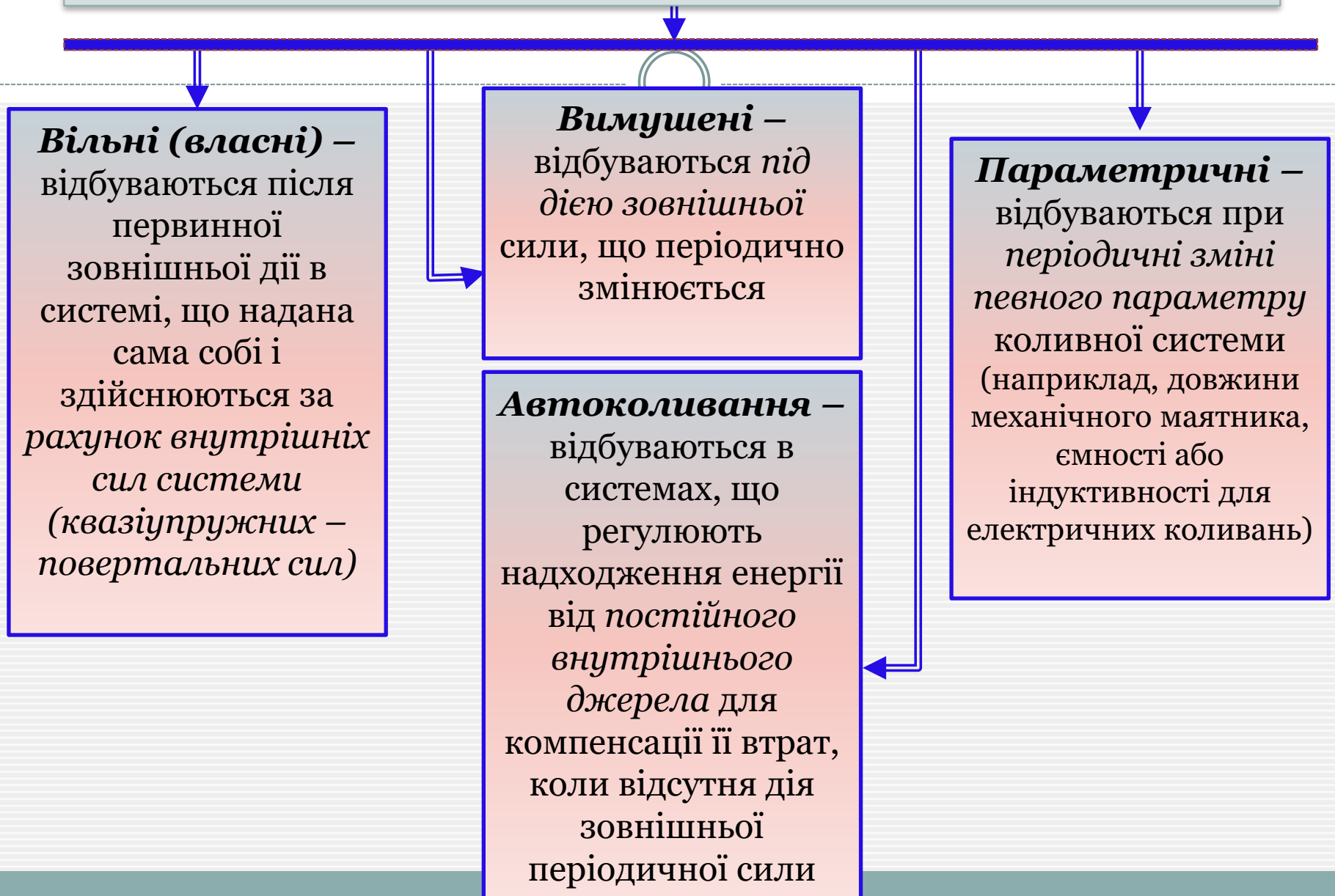
## • *Електромагнітні*

- ✓ Заряд  $q$
- ✓ Сила струму  $I$
- ✓ Напруга  $U$
- ✓ Вектор  $E$   
електричного поля
- ✓ Вектор  $B$  магнітного  
поля

# Приклади механічних коливань



# За способом збудження (від характеру дії)



# Приклади коливань

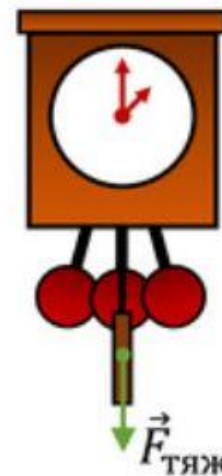
*вільні*



*вимушені*

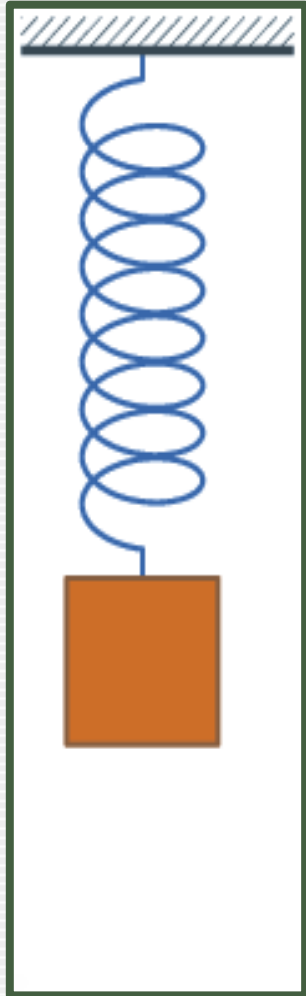


*автоколивання*





# Вільні коливання

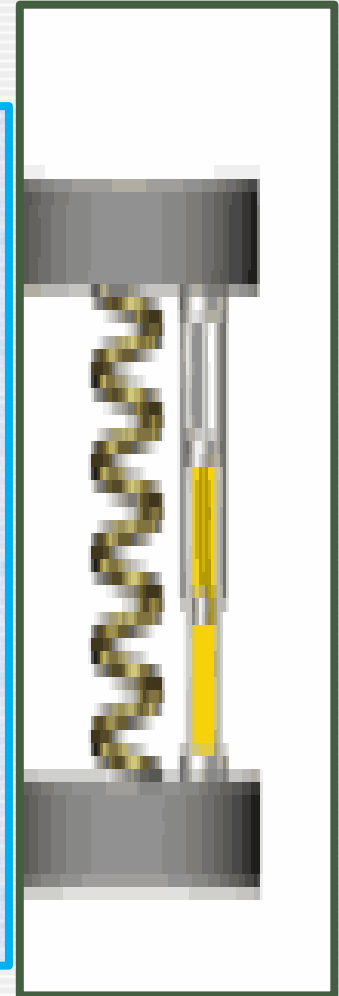


**Незгасаючі** –  
відбуваються  
при відсутності  
внутрішніх сил  
опору (тертя)

**Амплітуда**  
коливань не  
змінюється з часом  
 $A(t)=\text{const}$

**Згасаючі** –  
відбуваються  
при наявності  
внутрішніх сил  
опору (тертя)

**Амплітуда**  
коливань  
зменшується з  
часом  
 $A(t)\neq\text{const}$



# ***Осцилятор***

(лат. oscillo-качаюся)

фізична система, яка може здійснювати власні  
КОЛИВАННЯ

***Математичний маятник ( $l, g$ )***

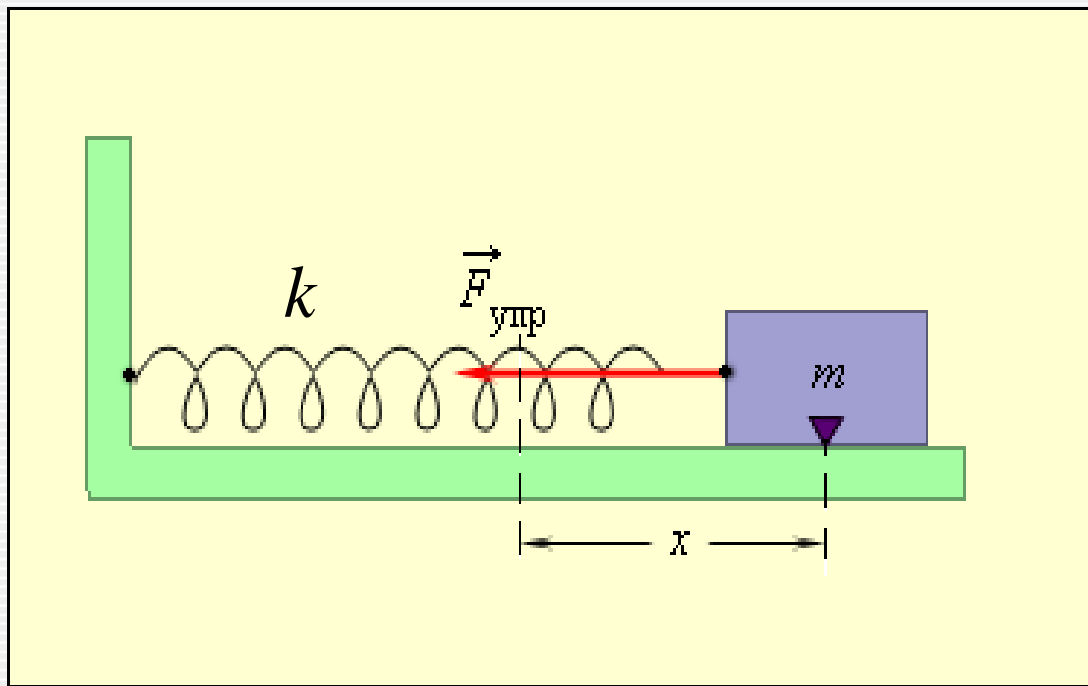
***Пружинний маятник ( $k, m$ )***

***Фізичний маятник ( $mgd, J$ )***

***Крутильний маятник ( $J, k$ )***

***Електричний коливальний контур ( $L, C$ )***

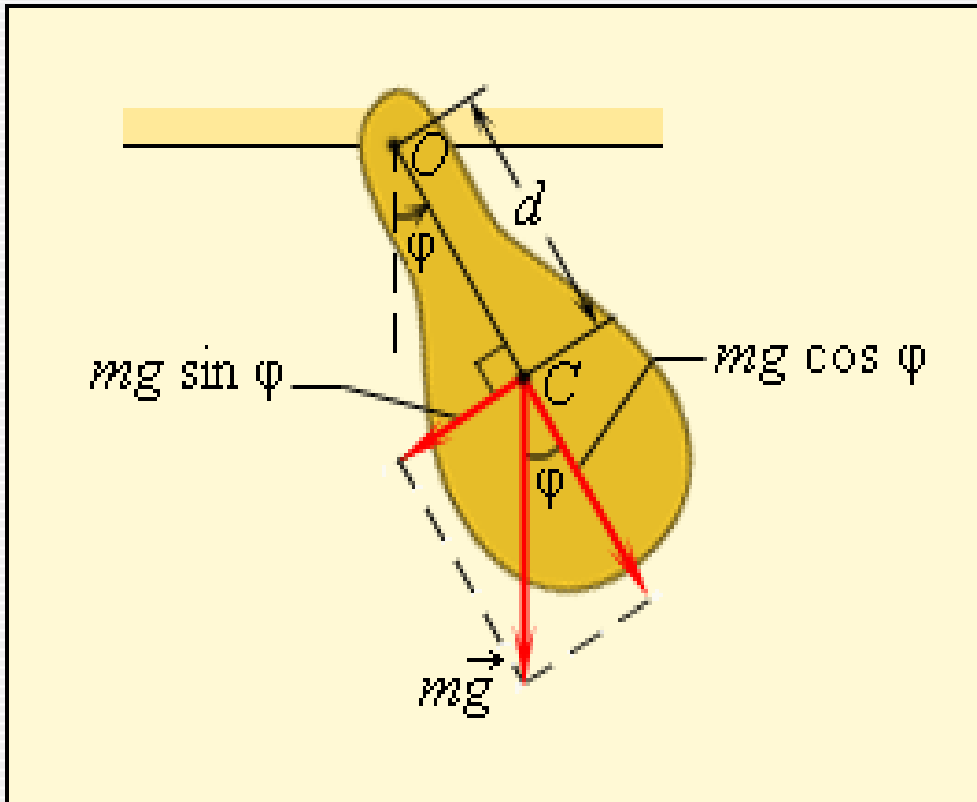
# Пружинний маятник



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Тіло масою  $m$  закріплене на пружині жорсткістю  $k$

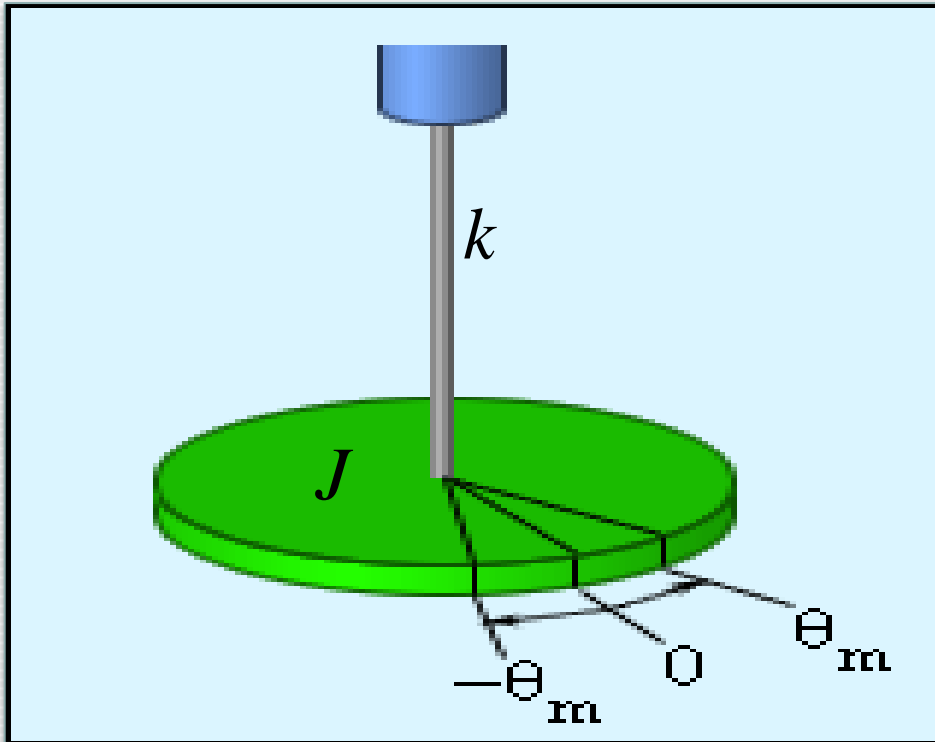
# Фізичний маятник



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}$$

Тверде тіло масою  $m$  довільної форми з моментом інерції  $J$ , яке коливається під дією сили тяжіння навколо осі, що проходить в ньому на відстані  $d$  вище від центра інерції

# Крутильний маятник

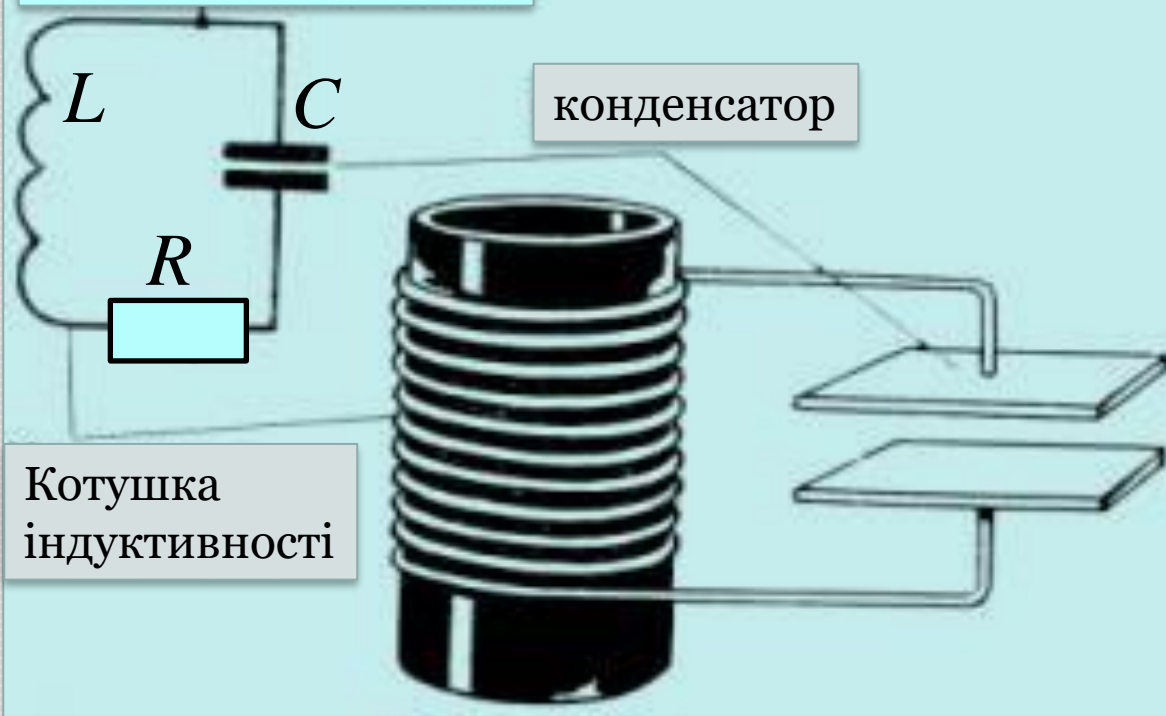


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}}$$

Диск з моментом інерції  $J$ , підвішений в полі тяжіння на стрижні жорсткістю  $k$  і має лише один ступінь свободи: обертанням навколо осі, що задається нерухомим стрижнем

# Електричний коливальний контур

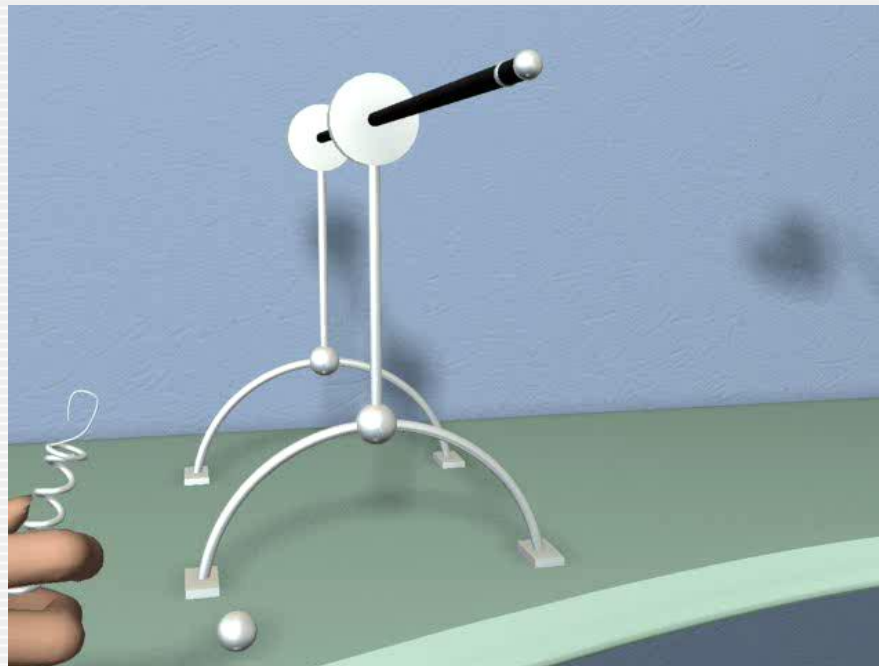
Позначення на схемі



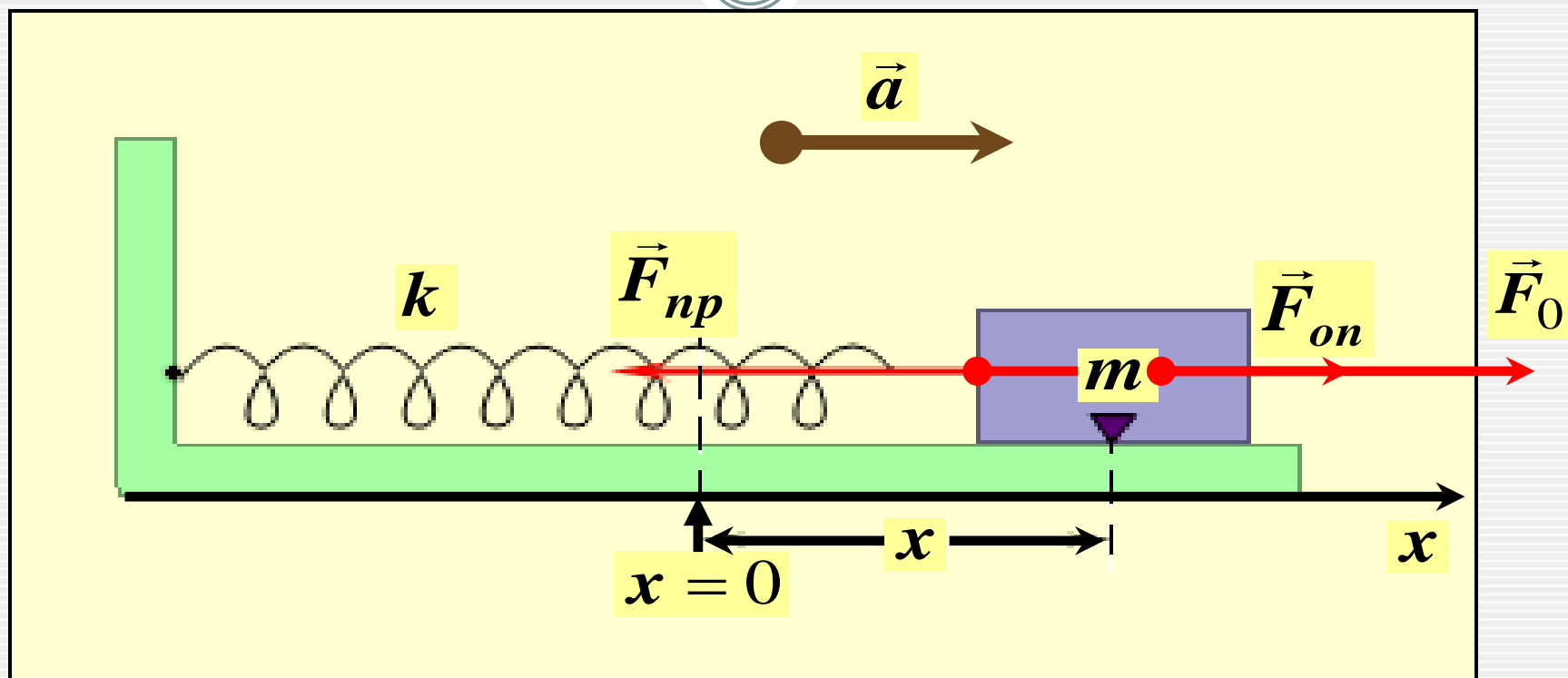
$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Електричне коло, складене з резистора опором  $R$ , конденсатора ємністю  $C$  та котушки з індуктивністю  $L$ , в якому можливі коливання заряду, напруги й струму

## 4.1.2. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ КОЛИВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ

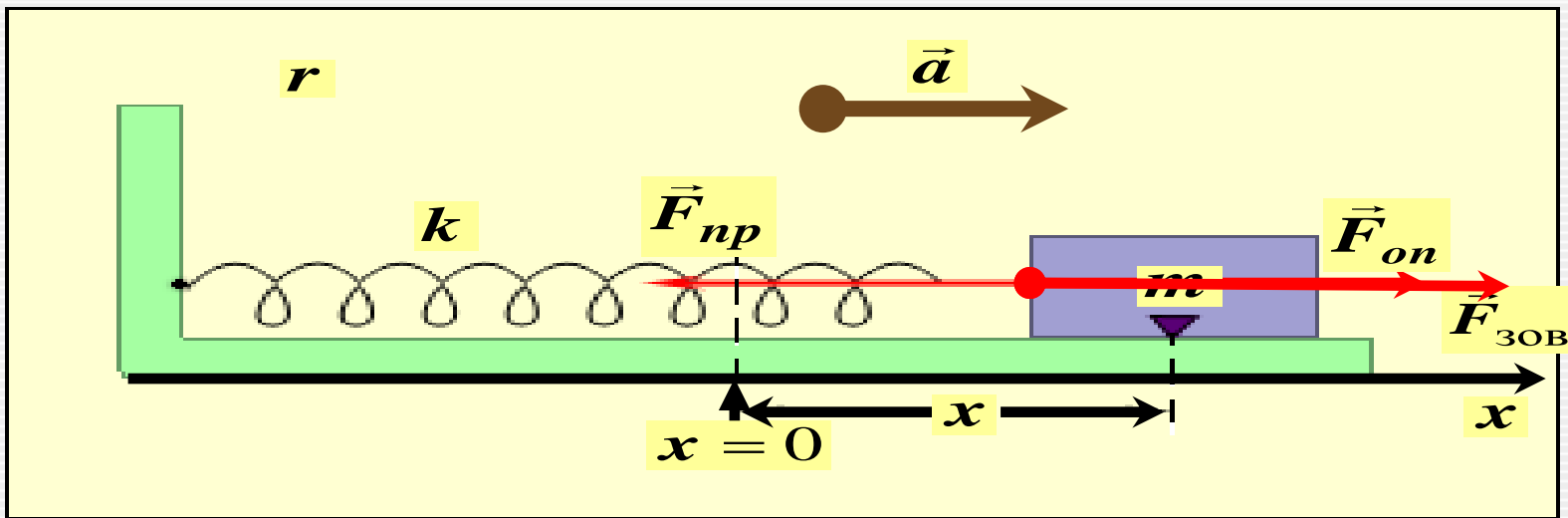


# Диференціальне рівняння вимушених коливань пружинного маятника



$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0(t)}{m}$$





$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

$$m\vec{a} = \vec{F}_{np} + \vec{F}_{on} + \vec{F}_{3OB};$$

$$F_{np} = kx; \quad F_{on} = -r\upsilon;$$

$$ma = -F_{np} + F_{on} + F_{3OB};$$

$$ma + F_{np} - F_{on} = F_{3OB};$$

$$ma + kx - (-r\upsilon) = F_{3OB};$$

$$ma + r\upsilon + kx = F_{3OB};$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = F_{3OB};$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_{3OB}}{m};$$

$$2\delta = \frac{r}{m}; \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m};$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = a_{3OB}(t);$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m};$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}};$$

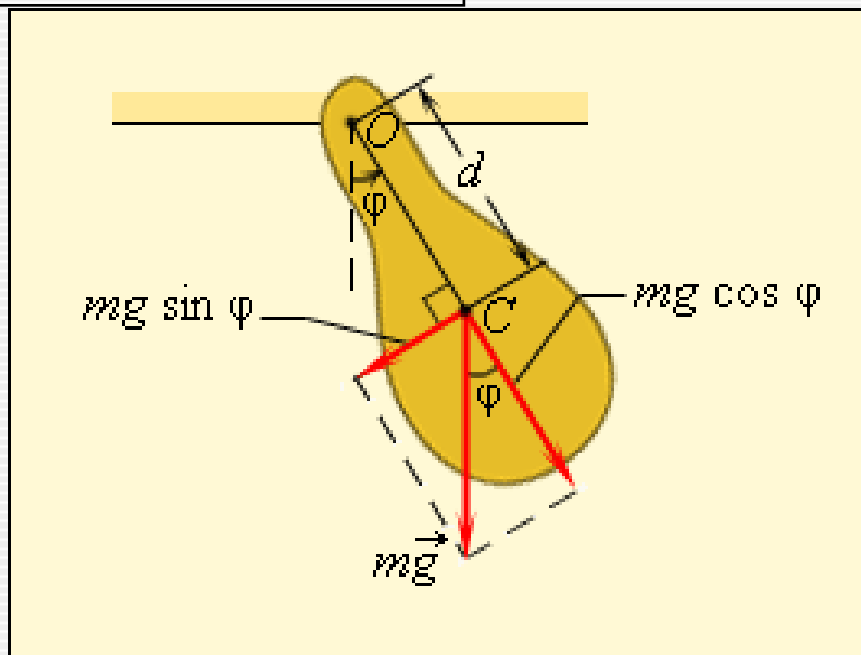
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

# Диференціальне рівняння вимушених коливань фізичного маятника

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{r}{J} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{mgd}{J} \varphi = \frac{M_{3OB}(t)}{J};$$

$$2\delta = \frac{r}{J};$$

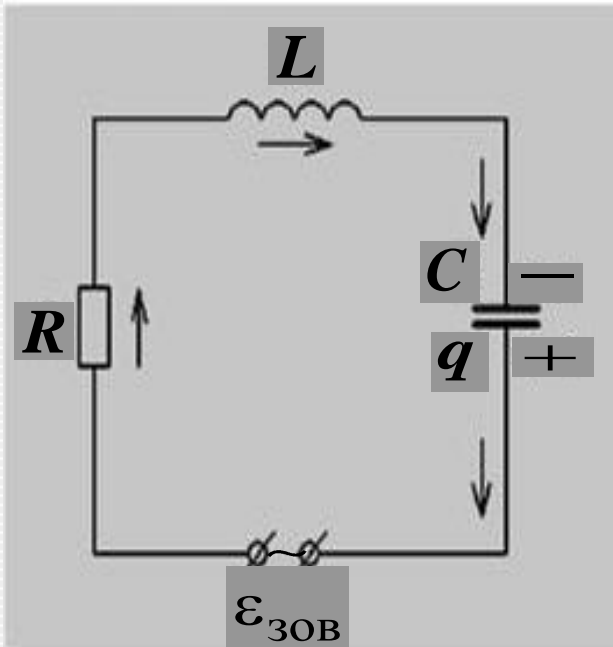
$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{J}.$$



$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\delta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \varphi = \beta_{3OB}(t)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}.$$

# Вимушені коливання в електричному коливальному контурі



$$\sum_{i=1}^n U_i = \sum_{k=1}^m \varepsilon_k \Rightarrow U_R + U_C = \varepsilon_{si} + \varepsilon_{30B}(t)$$

$$U_R = IR = \frac{dq}{dt} R \quad U_C = \frac{q}{C} \quad \varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 q}{dt^2}$$

$$\frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C} = -L \frac{d^2 q}{dt^2} + \varepsilon_{30B}(t)$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon_{30B}(t)$$

$$2\delta = \frac{R}{L}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = \frac{\varepsilon_{30B}(t)}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_{30B}(t)}{L}$$

# Диференціальні рівняння коливальних процесів

Диференціальне  
рівняння **вимушених**  
коливань

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\delta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = f_{\text{зов}}(t)$$

Диференціальне рівняння  
**згасаючих** коливань

$$f_{\text{зов}}(t) = 0$$

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\delta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0$$

Диференціальне рівняння  
**незгасаючих** коливань

$$\delta = 0$$

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \omega_0^2 S = 0$$