Виберіть форму подання навчального матеріалу

Докладне подання √ **Скорочене подання**

9. Тришарнірні арки

Зміст глави

Тришарнірною аркою називають плоску геометрично незмінювану систему, що складається з двох кривих стержнів, які з'єднуються між собою та основою трьома шарнірами (рис.9.1).

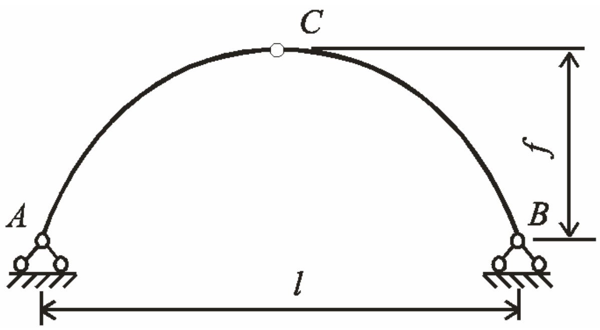

Рис.9.1

Шарнірно-нерухомі опори тришарнірної арки називають **п'ятами**, шарнір, що з'єднує між собою піварки – **ключем**. Відстань між центрами п'ят зветься **прогоном арки** (l), максимальна відстань від ключа арки до прямої, що з'єднує центри п'ят, звичайно позначається літерою f і називається **стрілою підйому арки**. Основною геометричною характеристикою тришарнірної арки є відношення стріли підйому до прогону, тобто f/l.

Найважливіша відміна тришарнірної арки полягає в наявності у шарнірно-нерухомих опорах горизонтальних складових опорних реакцій при вертикальному навантаженні. Ці горизонтальні складові реакцій називають **розпором**, а систему, яка при вертикальному навантаженні має розпір, – **розпірною системою**.

Наявність розпору може мати негативний вплив на міцність розташованих нижче конструкцій. Тому на практиці часто застосовують арки з **затяжкою,** тобто стержнем, який з'єднує піварки. Затяжка залежно від архітектурних чи технологічних міркувань може бути встановлена на рівні (рис.9.2,а) чи вище рівня опор (рис.9.2,б) або мати складну конфігурацію (рис.9.2,в). Розпір у таких арках сприймається затяжкою і не передається на опори. За наявності затяжки з міркувань статичної визначуваності конструкції одна опора арки береться шарнірно-нерухомою, друга – шарнірно-рухомою.

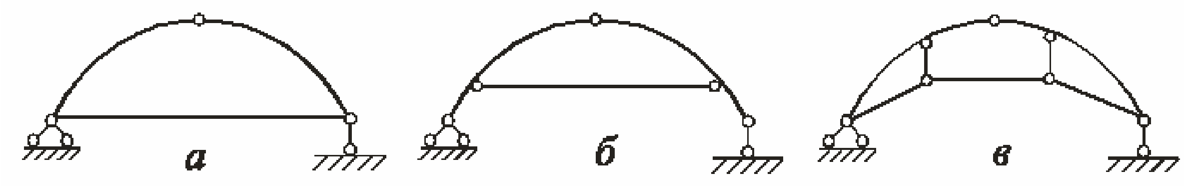

Рис.9.2

Розрахунок тришарнірної арки полягає у визначенні опорних реакцій, зусиль у затяжці та внутрішніх зусиль у перерізах арки.

9.1. Розрахунок арки при довільному навантаженні

Як вже зазначалось, реакції шарнірно-нерухомих опор A і B тришарнірної арки (рис.9.3) мають по дві складові – вертикальні V_A і V_B і горизонтальні H_A і H_B.

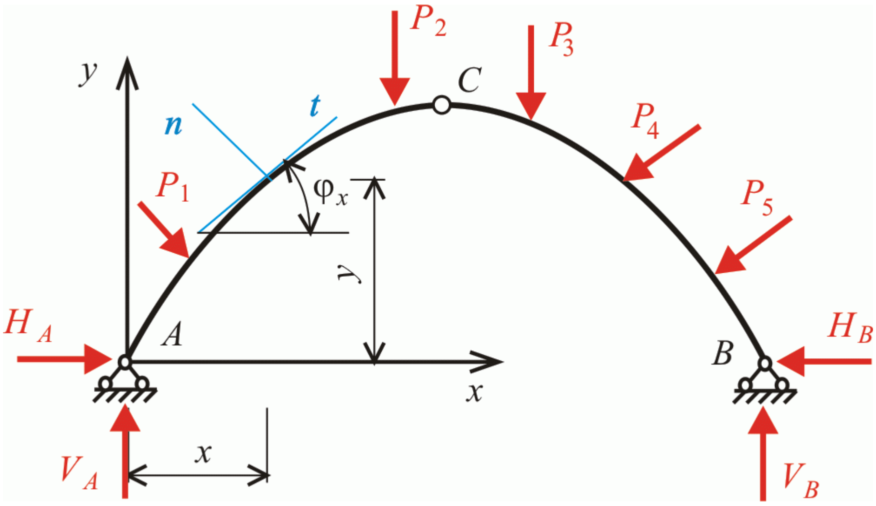

Рис.9.3

Вертикальні складові опорних реакцій можна встановити з рівнянь рівноваги всієї арки:

$$\sum M_A = 0; \quad \Rightarrow V_B; \qquad (9.1)$$
$$\sum M_B = 0; \quad \Rightarrow V_A.$$

Для визначення горизонтальних складових опорних реакцій арка перерізається по ключовому шарніру C і складаються рівняння рівноваги лівої та правої частин арки:

$$\sum M^{лів} = 0; \quad \Rightarrow H_A; \qquad \sum M_C^{прав} = 0; \quad \Rightarrow H_B. \tag{9.2}$$

Обчислені величини складових опорних реакцій можна перевірити, складаючи додаткові рівняння рівноваги для всієї арки

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0. \tag{9.3}$$

Згинальний момент у перерізі арки обчислюється за загальними правилами як алгебраїчна сума моментів сил, розташованих по один бік від перерізу відносно центра його ваги. Згинальні моменти вважаються додатними, якщо вони викликають розтягнення нижніх волокон перерізу арки. При довільному навантаженні згинальний момент у перерізі з координатами x,y може бути обчислений за однією з наступних формул:

$$\begin{aligned} M_x &= \sum M_x^{лів} = \sum_{i=1}^{r} Y_i (x - x_i) - \sum_{i=1}^{r} X_i (y - y_i) + \sum_{j=1}^{s} \bar{M}_j; \\ M_x &= \sum M_x^{прав} = \sum_{i=m-r+1}^{m} Y_i (x_i - x) - \sum_{i=m-r+1}^{m} X_i (y_i - y) - \sum_{j=n-s+1}^{n} \bar{M}_j, \end{aligned} \tag{9.4}$$

де X_i, Y_i – проекції на координатні осі $0X$ і $0Y$ зовнішніх сил, включно з опорними реакціями і рівнодійними розподілених навантажень; x_i, y_i – координати точок прикладання зовнішніх сил; m – загальна кількість сил, що діють на арку; r – кількість сил, прикладених ліворуч від перерізу; $\bar{M}_j$ – зосереджені моменти (додатні моменти діють у напрямку руху годинникової стрілки); n – загальна кількість прикладених до арки зосереджених моментів; s – кількість моментів, прикладених ліворуч від перерізу.

Поперечна та поздовжня сили в перерізі арки являють собою складові головного вектора односторонніх сил.

Поперечна сила обчислюється як сума проекцій сил, розташованих по один бік від перерізу, на нормаль n до осі арки в цьому перерізі. Поперечна сила додатна, якщо вона повертає частину арки, що розглядається, у напрямку руху годинникової стрілки. При довільному навантаженні поперечна сила в перерізі з абсцисою x може бути обчислена за однією з наступних формул:

$$Q_x = \sum F_{nx}^{лів.} = \sum_{i=1}^{r} Y_i \cos\varphi_x - \sum_{i=1}^{r} X_i \sin\varphi_x;$$
$$Q_x = -\sum F_{nx}^{прав.} = -\sum_{i=m-r+1}^{m} Y_i \cos\varphi_x + \sum_{i=m-r+1}^{m} X_i \sin\varphi_x, \qquad (9.5)$$

де φ_x – кут між дотичною до осі арки в перерізі з абсцисою x і віссю $0X$; інші позначення такі самі, як у (9.4).

Поздовжня сила в перерізі арки обчислюється як сума проекцій сил, розташованих по один бік від перерізу, на дотичну t до осі арки в цьому перерізі. Поздовжня сила додатна, якщо вона викликає розтягнення перерізу. При довільному навантаженні поздовжня сила в перерізі з абсцисою x може бути обчислена за однією з наступних формул:

$$N_x = \sum F_{tx}^{лів} = -\sum_{i=1}^{r} Y_i \sin\varphi_x - \sum_{i=1}^{r} X_i \cos\varphi_x;$$
$$N_x = \sum F_{tx}^{прав} = \sum_{i=m-r+1}^{m} Y_i \sin\varphi_x + \sum_{i=m-r+1}^{m} X_i \cos\varphi_x. \qquad (9.6)$$

9.2. Розрахунок арки при дії вертикального навантаження

При дії на тришарнірну арку вертикальних зосереджених сил і розподілених навантажень та зосереджених моментів (рис.9.4,а) зовнішні навантаження не мають горизонтальних складових. Тому горизонтальні складові опорних реакцій H_A і H_B дорівнюють одна одній. Їх називаються **розпором** і позначаються літерою H.

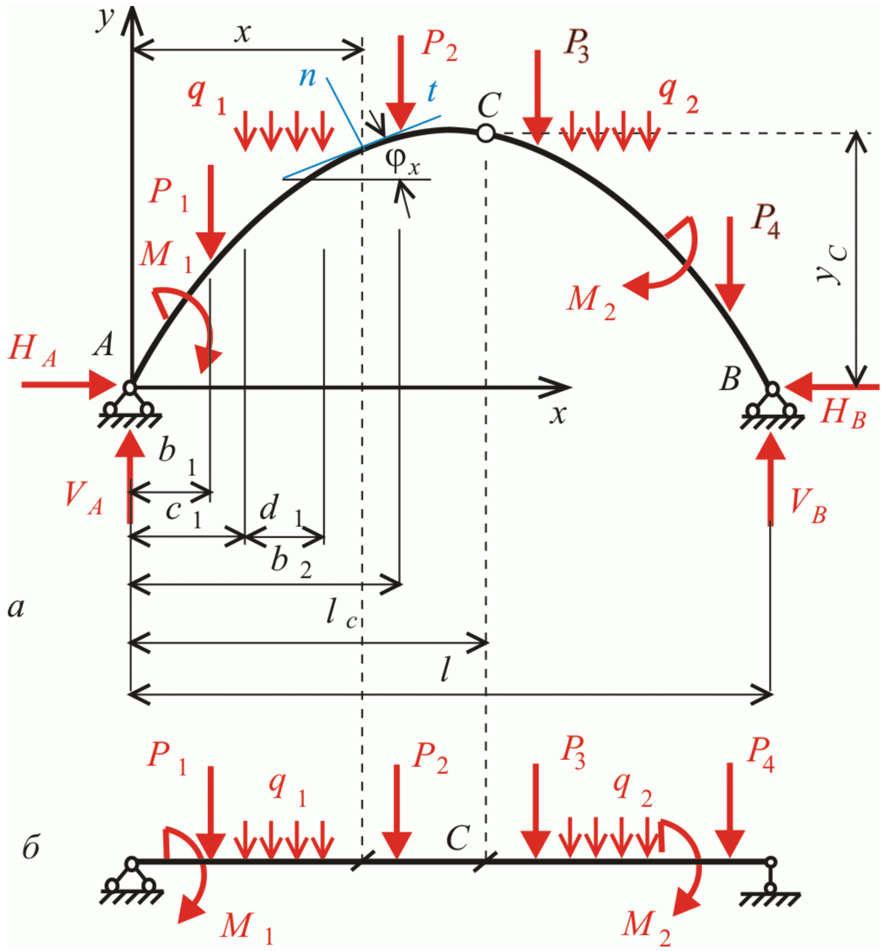

Рис.9.4

Для розрахунку такої арки зручно використовувати так звану еквівалентну балку (рис.9.4,б), що являє собою статично визначувану балку на двох опорах, що має однакові з аркою прогон і навантаження.

Вертикальні складові опорних реакцій арки дорівнюють реакціям опор еквівалентної балки

$$V_A = R_A; \quad V_B = R_B. \tag{9.7}$$

Визначення розпору тришарнірної арки при вертикальному навантаженні визначається формулою

$$H = \frac{M_C^б}{y_C}. \tag{9.8}$$

З цієї формули маємо, що величина розпору при визначеному навантаженні не залежить від обрису осі арки, вона залежить тільки від взаємного розташування трьох її шарнірів.

Згинальний момент у перерізі арки з абсцисою x може бути обчислений за формулою

$$M_x = M_x^б - Hy_x. \tag{9.9}$$

Поперечна сила у перерізі арки з абсцисою x визначається формулою

$$Q_x = Q_x^б \cos\varphi_x - H\sin\varphi_x. \quad (9.10)$$

Поздовжня сила у перерізі арки з абсцисою x визначається формулою

$$N_x = -(Q_x^б \sin\varphi_x + H\cos\varphi_x). \quad (9.11)$$

Із формул (9.8–9.11) випливає, що розрахунок тришарнірної арки на вертикальні навантаження доцільно починати визначенням необхідних зусиль у відповідній еквівалентній балці.

9.3. Розрахунок арки з горизонтальною затяжкою

При дії вертикального навантаження в тришарнірній арці із затяжкою виникають лише вертикальні опорні реакції.

Розрахунок тришарнірної арки з горизонтальною затяжкою на рівні опор не відрізняється від розрахунку арки без затяжки, за винятком того, що розпір H замінюється на зусилля в затяжці $H_{зат}$.

Якщо горизонтальна затяжка розташована вище від рівня опор, зусилля в ній визначаються за формулою

$$H_{зат} = \frac{M_C^б}{y_C - a}, \quad (9.12)$$

де $M_c^б$ – як і в (9.8), згинальний момент у перерізі C еквівалентної балки, розташованому під шарніром C тришарнірної арки; y_c – ордината ключового шарніра C; a – відстань від рівня опор арки до затяжки.

Зусилля в перерізах арки з горизонтальною затяжкою, встановленою вище від рівня опор, визначаються через зусилля в еквівалентній балці залежно від розташування перерізу.

Для перерізів, розташованих нижче від затяжки ($y<a$):

$$\begin{aligned} M_x &= M_x^б; \\ Q_x &= Q_x^б \cos\varphi_x; \\ N_x &= -Q_x^б \sin\varphi_x. \end{aligned} \quad (9.13)$$

Для перерізів, розташованих вище від затяжки ($y>a$):

$$\begin{aligned} M_x &= M_x^б - H_{зат}(y-a); \\ Q_x &= Q_x^б \cos\varphi_x - H_{зат}\sin\varphi_x; \end{aligned} \quad (9.14)$$

$$N_x = -(Q_x^{б} \sin\varphi_x + H_{зат} \cos\varphi_x).$$

Тут такі самі позначення, як і в (9.9 – 9.11).