**Лекція 3**

**Диференціальні рівняння вищих порядків**

**Повторення**: розв’язання квадратних рівнянь; комплексні числа; таблиця інтегралів; типи та методи розв’язання диференціальних рівнянь першого порядку; задача Коші.

**Література.**

1. Денисюк, Репета т.2 с.229

2. Дубовик, Юрик с.422 

**Частина І**

**Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають пониження порядку**

**Запитання та завдання**

1. Що називається диференціальним рівнянням *n* –го порядку?
2. Як визначити порядок диференціального рівняння?
3. Що називається загальним розв’язком диференціального рівняння *n* –го порядку?
4. В чому полягає задача Коші для диференціального рівняння *n* –го порядку?
5. Що називається частинним розв’язком рівняння?
6. Скільки початкових умов потрібно, щоб знайти частинний розв’язок диференціального рівняння *n* –го порядку?
7. У чому суть методу пониження порядку диференціального рівняння *n* –го порядку?
8. № 2.1 (с.239) 
9. Які рівняння другого порядку допускають пониження порядку?
10. №2.2 (с.240)

**Задача1**

Тіло рухається прямолінійно з прискоренням . Знайти закон руху тіла, якщо в початковий момент руху шлях та швидкість дорівнювали нулеві.

**Зауваження.** В деяких задачах диференціальне рівняння можна отримати без розглядання приростів. Наприклад, якщо  - закон руху, то швидкість , хоча прирости фактично враховано, оскільки .Прискорення в будь-який момент часу виражається залежністю .

**Задача 2**

Якщо тіло повільно занурюється у воду, то його швидкість ***v***та прискорення ***w*** приблизно пов’язані рівнянням , де *g,k* – константи. Виразити відстань, яку пройдено тілом як функцію часу, якщо в момент  тіло знаходилось у стані покою.

Відповідь. 

**Частина ІІ**

**Лінійні диференціальні рівняння другого порядку**

**зі сталими коефіцієнтами**

1. Рівняння виду   - числа, називається лінійним диференціальним рівнянням другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
2. Якщо , то рівняння називається однорідним. Якщо  неоднорідним.
3. Розглянемо спочатку **однорідне** рівняння . Якщо  - частинні розв’язки однорідного рівняння, то їх лінійна комбінація  також буде розв’язком даного рівняння  - довільні сталі.
4. Якщо розв’язки  є лінійно незалежними (див. с.232-233, т2), то **загальний розв’язок** однорідного рівняння має вигляд .
5. **Метод Ейлера.**

Можна показати, що функція   при певних значеннях  буде розв’язком диференціального рівняння . (Пригадайте, як показати, що функція є розв’язком диференціального рівняння).

Продиференціюємо функцію двічі: . Підставимо в дане рівняння : .

Винесемо  за дужки: .

Оскільки , то . Дане рівняння називається **характеристичним** рівнянням даного диференціального рівняння.

 Отримане рівняння є алгебраїчним (квадратним) рівнянням і, як відомо, завжди має два корені. В залежності від дискримінанта можливі такі випадки:

**I.** ,  - дійсні різні. Розв’язки диференціального рівняння  функції  будуть лінійно незалежними (перевірте самостійно). .

**II.** ,  - дійсні рівні,  Розв’язки диференціального рівняння  функції  будуть лінійно незалежними (перевірте самостійно). .

**III.** , комплексно-спряжені,  . В якості лінійно незалежних частинних розв’язків диференціального рівняння  можна вибрати функції . - загальний розв’язок однорідного рівняння.

**Запитання та завдання**

1. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами (однорідні та неоднорідні).
2. Властивості лінійних рівнянь.
3. Метод Ейлера для знаходження частинного розв’язку лінійного однорідного рівняння.
4. Яке рівняння називається характеристичним рівнянням?
5. Яку системи функцій називають лінійно незалежною на проміжку?
6. Як перевірити лінійну незалежність системи функцій?
7. Що називається фундаментальною системою розв’язків однорідного рівняння?
8. Теорема про структуру загального розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння.
9. № 3.1, 3.2 с. 256