ЛЕКЦИЯ № 1. Понятие алгоритма. Изображение алгоритма в виде блок–схемы. Алгоритмы линейной и разветвляющейся структуры.

Цель лекции: *Знакомство с понятием алгоритма и возможностью его изображения в виде блок схемы. Приобретение навыков построения алгоритмов линейной и разветвляющейся структуры.*

Решение любой задачи на ЭВМ необходимо разбить на следующие этапы: разработка алгоритма решения задачи, составление программы решения задачи на алгоритмическом языке, ввод программы в ЭВМ, отладка программы (исправление ошибок), выполнение программы на ПК, анализ полученных результатов. Рассмотрим первый этап решения задачи – разработку алгоритма.

1. Понятие алгоритма

Алгоритм – четкое описание последовательности действий, которые необходимо выполнить при решении задачи. Можно сказать, что алгоритм описывает процесс преобразования исходных данных в результаты, т.к. для решения любой задачи необходимо:

1. Ввести исходные данные.
2. Преобразовать исходные данные в результаты (выходные данные).
3. Вывести результаты.

Разработка алгоритма решения задачи – это разбиение задачи на последовательно выполняемые этапы, причем результаты выполнения предыдущих этапов могут использоваться при выполнении последующих. При этом должны быть четко указаны как содержание каждого этапа, так и порядок выполнения этапов. Отдельный этап алгоритма представляет собой либо другую, более простую задачу, алгоритм решения которой известен (разработан заранее), либо должен быть достаточно простым и понятным без пояснений.

Разработанный алгоритм можно записать несколькими способами:

- на естественном языке;
- в виде блок-схемы;
- в виде R-схемы.

Рассмотрим пример алгоритма на естественном языке:

1. Ввести в компьютер числовые значения переменных a, b и c.
2. Вычислить d по формуле $d = b^2 - 4ac$.
3. Если d < 0, то напечатать сообщение «Корней нет» и перейти к п.4. Иначе вычислить $x_1 = \frac{-b+\sqrt{d}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b-\sqrt{d}}{2a}$ и напечатать значения X_1 и X_2.
4. Прекратить вычисления.

2. Изображение алгоритма в виде блок-схемы

Блок-схемой называется наглядное графическое изображение алгоритма, когда отдельные его этапы изображаются при помощи различных геометрических фигур – блоков, а связи между этапами (последовательность выполнения этапов) указываются при помощи стрелок, соединяющих эти фигуры. Блоки сопровождаются надписями. Типичные действия алгоритма изображаются следующими геометрическими фигурами:

Блок начала-конца алгоритма (рис. 2.1)**.** Надпись на блоке: «начало» («конец»).

Блок ввода-вывода данных (рис. 2.2). Надпись на блоке: слово «ввод» («вывод» или «печать») и список вводимых (выводимых) переменных.

Рис. 2.1. Блок начала-конца алгоритма

Рис. 2.2. Блок ввода-вывода данных

Блок решения или *арифметический* (рис. 2.3). Надпись на блоке: операция или группа операций.

Условный блок (рис. 2.4). Надпись на блоке: условие. В результате проверки условия осуществляется выбор одного из возможных путей (ветвей) вычислительного процесса. Если условие выполняется, то следующим выполняется этап по ветви «+», если условие не выполняется, то выполняется этап по ветви «–».

Рис. 2.3. Арифметический блок

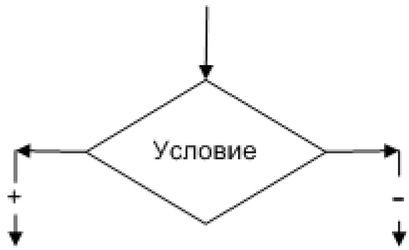

Рис. 2.4. Условный блок

В качестве примера рассмотрим блок-схему алгоритма решения уравнения (рис. 2.5), описанного в предыдущем подразделе.

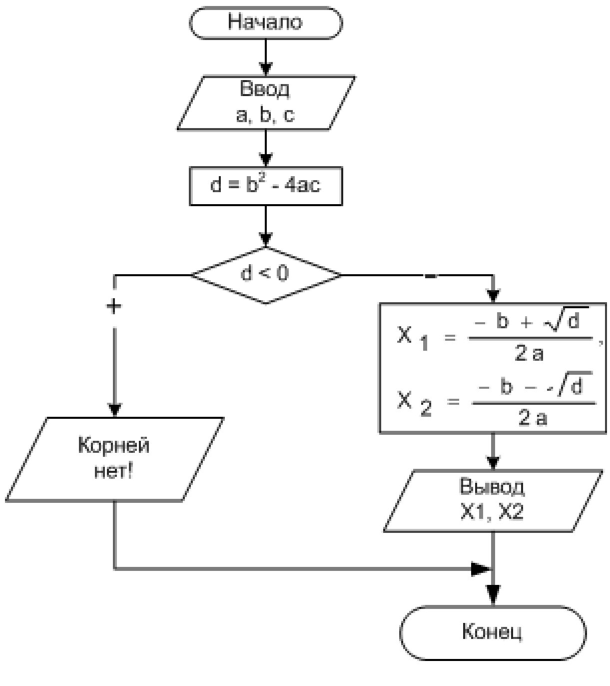

Рис. 2.5. Блок-схема алгоритма решения квадратного уравнения

3. Алгоритмы линейной структуры

Линейный алгоритм – это такой, в котором все операции выполняются последовательно одна за другой (рис. 3.1).

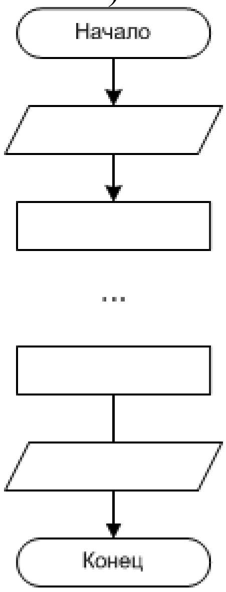

Рис. 3.1. Размещение блоков в линейном алгоритме

Рассмотрим несколько примеров линейных алгоритмов.

ПРИМЕР 3.1. Зная длины трех сторон треугольника, вычислить площадь и периметр треугольника.

Пусть `a`, `b`, `c` – длины сторон треугольника. Необходимо найти `S` – площадь треугольника, `P` – периметр. Для нахождения площади можно воспользоваться формулой Герона: $r=\sqrt{r(r-a)(r-b)(r-c)}$, где `r` – полупериметр.

Входные данные: `a`, `b`, `c`. Выходные данные: `S`, `P`.

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 3.2.

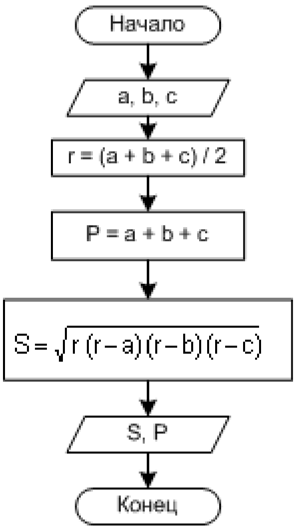

Рис. 3.2. Алгоритм примера 3.1

Внимание!!! *В этих блоках знак «=» означает не математическое равенство, а операцию присваивания. Переменной, стоящей слева от оператора, присваивается значение, указанное справа. Причем это значение может быть уже определено или его необходимо вычислить с помощью выражения.*

Например, операция r = (a+b+c)/2 – имеет смысл (переменной `r` *присвоить значение r=(a+b+c)/2), а выражение (a+b+c)/2=r – бессмыслица.*

ПРИМЕР 3.2. Известны плотность и геометрические размеры цилиндрического слитка, полученного в металлургической лаборатории. Найти объем, массу и площадь основания слитка.

Входные данные: `R` – радиус основания цилиндра, `h` – высота цилиндра, ρ – плотность материала слитка. Выходные данные: `m` – масса слитка, `V` – объем, `S` – площадь основания. Блок-схема представлена на рис. 3.3.

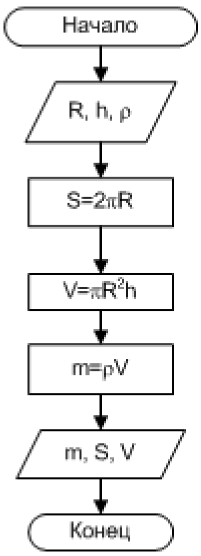

Рис. 3.3. Алгоритм примера 3.2

ПРИМЕР 3.3. Заданы длины двух катетов в прямоугольном треугольнике. Найти длину гипотенузы, площадь треугольника и величину его углов.

Входные данные: `a`, `b` – длины катетов. Выходные данные: `c` – длина гипотенузы, `S` – площадь треугольника, α, β – углы. Блок-схема представлена на рис. 3.4.

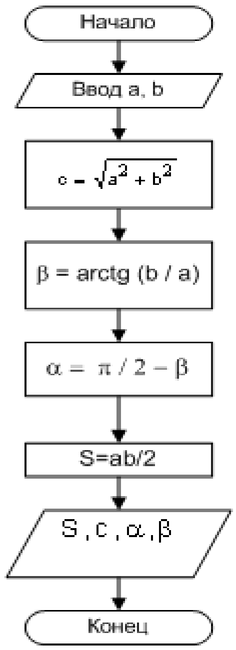

Рис. 3.4. Алгоритм примера 3.3

4. Алгоритмы разветвленной структуры

Алгоритмы *разветвленной* структуры применяются, когда в зависимости от некоторого условия необходимо выполнить либо одно, либо другое действие. В блок-схемах разветвленные алгоритмы изображаются так, как показано на рис. 4.1 – 4.2.

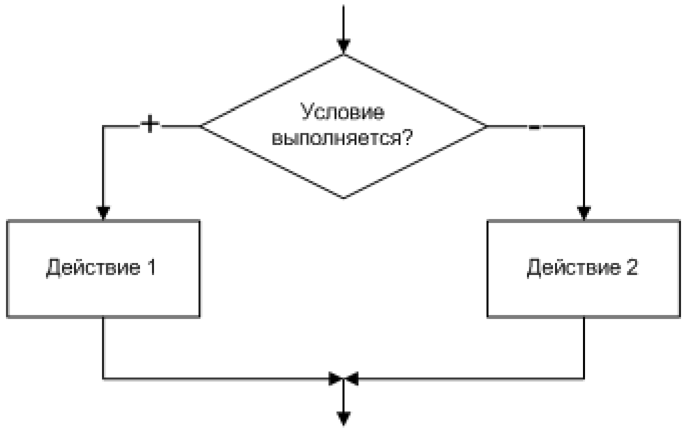

Рис. 4.1. Фрагмент алгоритма разветвленной структуры

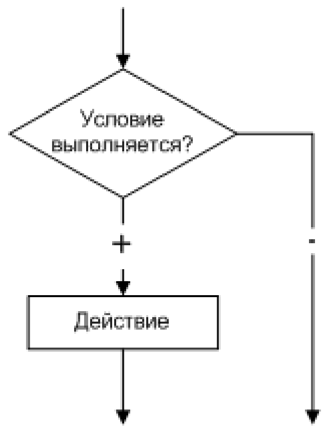

Рис. 4.2. Пример разветвления структуры алгоритма

Рассмотрим несколько примеров построения алгоритмов разветвленной структуры.

ПРИМЕР 4.1. Известны коэффициенты a, b и c квадратного уравнения. Вычислить корни квадратного уравнения.

Входные данные: a, b, c. Выходные данные: x_1, x_2.

Блок-схема представлена на рис. 2.5.

ПРИМЕР 4.2. Составить программу нахождения действительных и комплексных корней квадратного уравнения. Можно выделить следующие этапы решения задачи:

1. Ввод коэффициентов квадратного уравнения a, b и c.
2. Вычисление дискриминанта d по формуле $d = b^2 - 4ac$.
3. Проверка знака дискриминанта. Если d≥0, то вычисление действительных корней $X_1 = \frac{-b+\sqrt{d}}{2a}$, $X_2 = \frac{-b-\sqrt{d}}{2a}$ и вывод их на экран. При отрицательном дискриминанте выводится сообщение о том, что действительных корней нет, и вычисляются комплексные корни. Комплексные числа записываются в виде a +ib, где a – действительная часть комплексного числа, b – мнимая часть комплексного числа, i – мнимая единица – $i = \sqrt{-1}$, $X_1 = \frac{-b}{2a} + i\frac{\sqrt{|d|}}{2a}$, $X_2 = \frac{-b}{2a} - i\frac{\sqrt{|d|}}{2a}$.

   У обоих комплексных корней действительные части одинаковые, а мнимые отличаются знаком. Поэтому можно в переменной x1 хранить действительную часть числа $-\frac{b}{2a}$, в переменной x2 – модуль мнимой части $\frac{\sqrt{|d|}}{2a}$, а в качестве корней вывести x1+ix2 и x1-ix2.

На рис. 4.3 изображена блок-схема решения задачи. Блок 1 предназначен для ввода коэффициентов квадратного уравнения. В блоке 2 осуществляется вычисление дискриминанта. Блок 3 осуществляет проверку знака дискриминанта, если дискриминант отрицателен, то корни комплексные, их расчет происходит в блоке 4 (действительная часть корня записывается в переменную `x1`, модуль мнимой – в переменную `x2`), а вывод – в блоке 5 (первый корень `x1+ix2`, второй – `x1-ix2`). Если дискриминант положителен, то вычисляются действительные корни уравнения (блок 6) и выводятся на экран (блок 7).

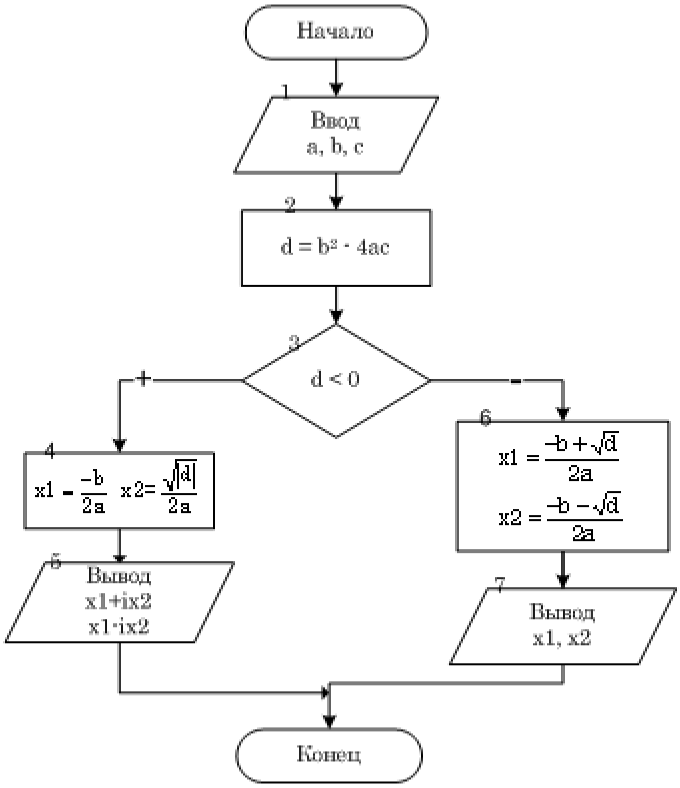

Рис. 4.3. Блок-схема решения квадратного уравнения

ПРИМЕР 4.3. Заданы коэффициенты `a`, `b` и `c` биквадратного уравнения $ax^4+bx^2+c=0$. Решить уравнение. Для решения биквадратного уравнения необходимо заменой $y = x^2$ привести его к квадратному и решить это уравнение.

Входные данные: `a`, `b`, `c`. Выходные данные: x_1, x_2, x_3, x_4. Блок-схема представлена на рис. 4.4. Алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Вычисление дискриминанта уравнения `d`.
2. Если $d \geq 0$, определяются $\cancel{y_1}$ и $\cancel{y_2}$, а иначе корней нет.
3. Если $y_1, y_2 < 0$, то корней нет.
4. Если $y_1, y_2 \geq 0$, то вычисляются четыре корня по формулам $\pm\sqrt{y_1}$, $\pm\sqrt{y_2}$ и выводятся значения корней.
5. Если условия 3) и 4) не выполняются, то необходимо проверить знак y_1. Если $y_1 \geq 0$, то вычисляются два корня по формуле $\pm\sqrt{y_1}$. Если же $y_2 \geq 0$, то вычисляются два корня по формуле $\pm\sqrt{y_2}$. Вычисленные значения корней выводятся.

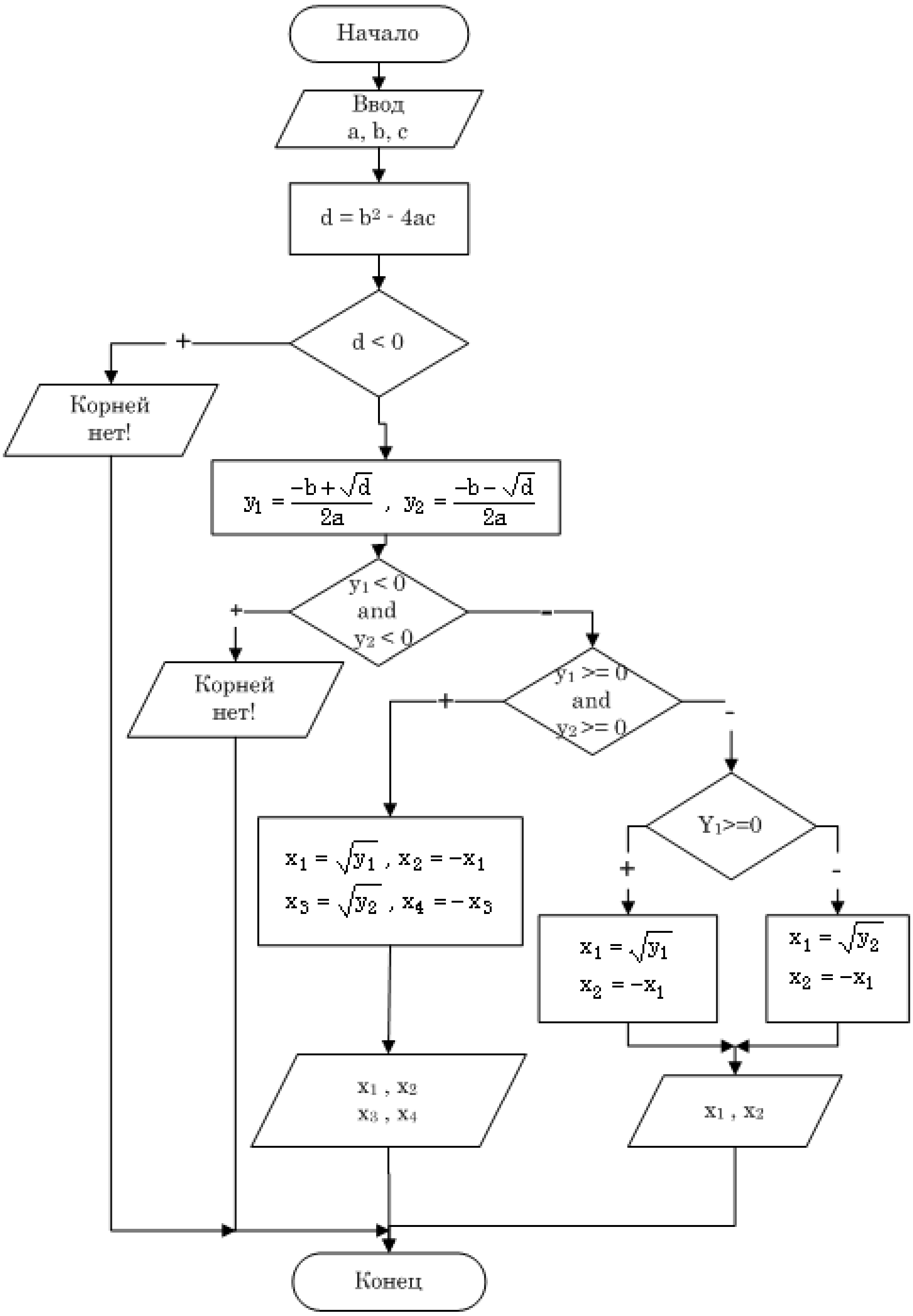

Рис. 4.4. Алгоритм решения биквадратного уравнения

Еще раз обратимся к алгоритмам на рис. 2.5, 4.3, 4.4. Нетрудно заметить, что если a принимает значение 0, алгоритмы не работают (ведь на 0 делить нельзя). Это – недостаток алгоритмов. Его можно избежать, если проверять значение переменной a- сразу после ввода. Алгоритмы такой проверки приведены ниже. В первом случае (рис. 4.5), если введенное значение переменной $a = 0$, выполнение вычислительного процесса сразу же прекращается. Алгоритм, изображённый на рис. 4.6, позволяет при нулевом значении a повторить ввод переменной. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока a не станет отличным от нуля. Подобные алгоритмы называются циклическими.

Внимание!!! *Перед вычислением значения математического выражения это выражение следует проанализировать: для всех ли значений переменных его* *можно вычислить. В алгоритме необходимо предусмотреть предварительную проверку переменных на значения, для которых выражение не может быть определено. Если, например, требуется вычислить корень четной степени, то нужно перед вычислением проверить подкоренное выражение - оно не должно принимать отрицательные значения, а в случае с дробью – проверить знаменатель на 0. В блок-схеме такие проверки реализуются с помощью условного блока. Отсутствие таких проверок в программе может привести к критическим ошибкам.*

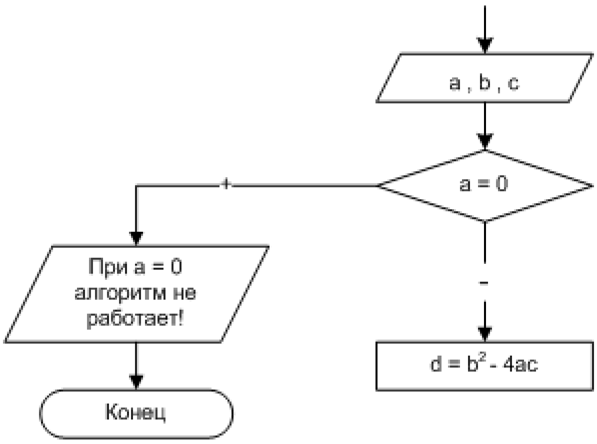

Рис. 4.5. Проверка входных данных

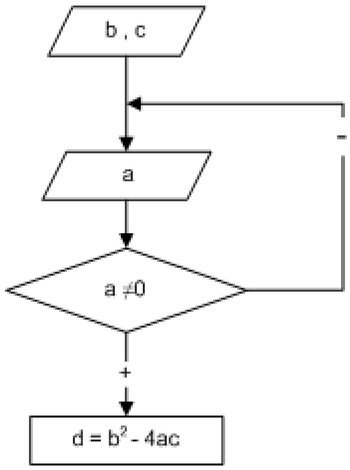

Рис. 4.6. Повторение ввода переменной a

ПРИМЕР 4.4. Решить кубическое уравнение $ax^3+bx^2+cx+d=0$.
Кубическое уравнение имеет вид

$$ax^3+bx^2+cx+d=0 \qquad (4.1)$$

После деления на a уравнение (4.1) принимает канонический вид:

$$x^3+rx^2+sx+t=0 \qquad (4.2)$$

где $r=\frac{b}{a}$, $s=\frac{c}{a}$, $t=\frac{d}{a}$. В уравнении (4.2) сделаем замену $x=y-\frac{r}{3}$ и получим приведенное уравнение (4.3)

$$y^3+py+q=0, \qquad (4.3)$$

где $p=\frac{3s-r^2}{3}$, $q=\frac{2r^3}{27}-\frac{rs}{3}+t$.

Число действительных корней приведенного уравнения (4.3) зависит от знака дискриминанта $D=\left(\frac{p}{3}\right)^3+\left(\frac{q}{2}\right)^2$ (табл. 4.1).

Табл. 4.1. Количество корней кубического уравнения

Дискриминант	Количество действительных корней	Количество комплексных корней
$D \geq 0$	1	2
$D < 0$	3	-

Корни приведенного уравнения могут быть рассчитаны по формулам Кардано (4.4).

$$
\begin{aligned}
y_1 &= u + v \\
y_2 &= -\frac{u+v}{2} + \frac{u-v}{2} i\sqrt{3} \\
y_3 &= -\frac{u+v}{2} - \frac{u-v}{2} i\sqrt{3}
\end{aligned}
\qquad (4.4)
$$

где $u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}}, v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}}$.

При отрицательном дискриминанте уравнение (4.1) имеет 3 действительных корня, но они будут вычисляться через вспомогательные комплексные величины. Чтобы избавиться от этого, можно воспользоваться формулами (4.5)

$$
\begin{aligned}
y_1 &= 2\sqrt[3]{\rho} \cos \frac{\varphi}{3} \\
y_2 &= 2\sqrt[3]{\rho} \cos \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right), \text{ где } \rho = \sqrt{\frac{-p^3}{27}},\ \cos(\varphi) = -\frac{q}{2\rho}. \\
y_3 &= 2\sqrt[3]{\rho} \cos \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{4\pi}{3}\right)
\end{aligned}
\qquad (4.5)
$$

Таким образом, при положительном дискриминанте кубического уравнения (4.3) расчет корней будем вести по формулам (4.4), а при отрицательном – по формулам (4.5). После расчета корней приведенного уравнения (4.3) по формулам (4.4) или (4.5) необходимо по формулам $x_k = y_k - \frac{r}{3}$, k=1,2,3 перейти к корням заданного кубического уравнения (4.1).

Блок-схема решения кубического уравнения представлена на рис. 4.7.

Описание блок-схемы. В блоке 1 вводятся коэффициенты кубического уравнения, в блоках 2-3 рассчитываются коэффициенты канонического и приведенного уравнений. Блок 4 предназначен для вычисления дискриминанта. В блоке 5 проверяется знак дискриминанта кубического уравнения. Если он отрицателен, то корни вычисляются по формулам (4.5) (блоки 6-7). При положительном значении дискриминанта расчет идет по формулам (4.4) (блок 9). Блоки 8 и 10 предназначены для вывода результатов на экран.

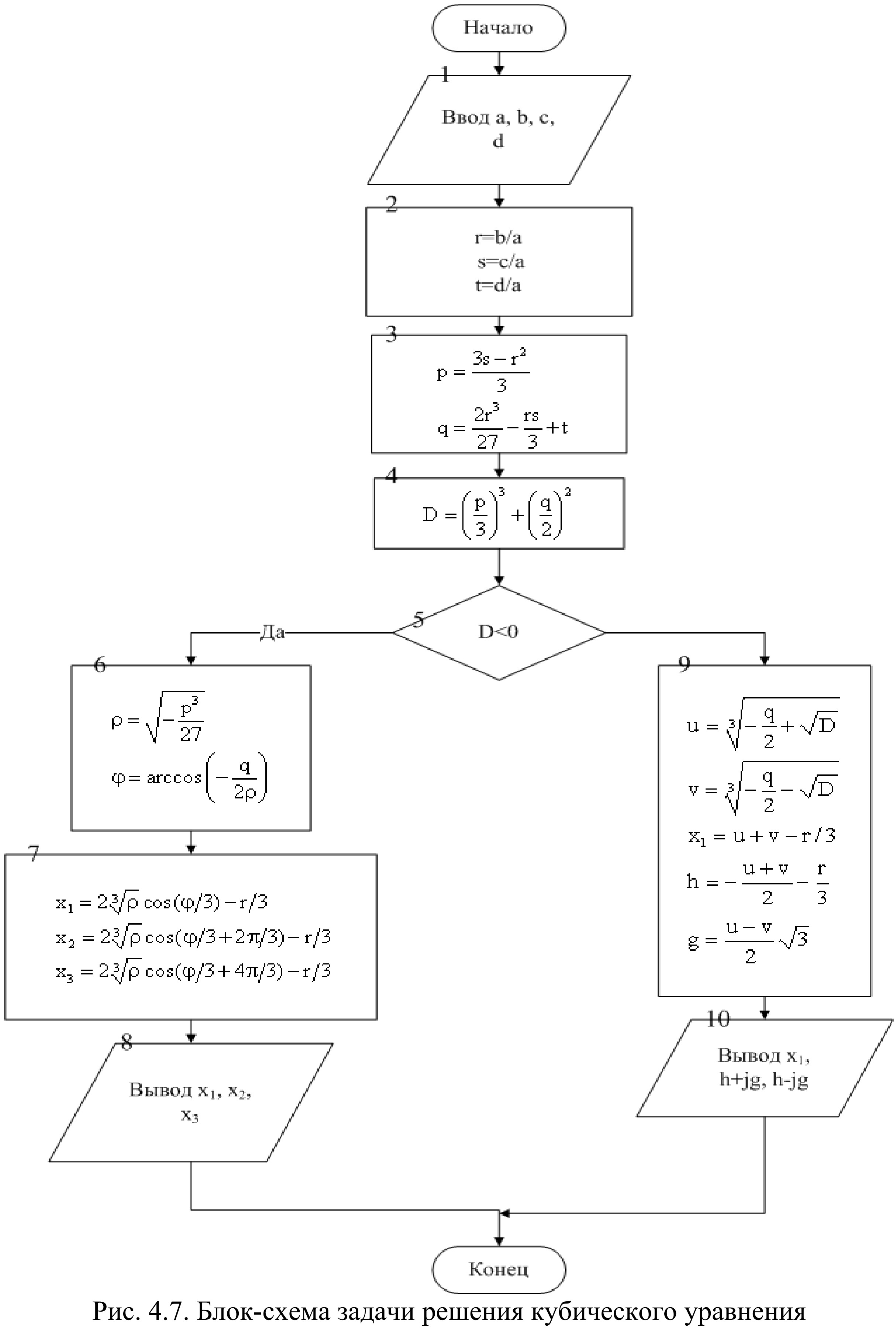

Рис. 4.7. Блок-схема задачи решения кубического уравнения