

## ЛЕКЦІЯ 1

### Основи теорії споруд.

#### Основні поняття, вихідні гіпотези, об'єкти вивчення.

У процесі експлуатації будівель та машин їх конструктивні елементи зазнають впливу різних сил (навантажень), змінюючи при цьому форму (деформуючись). Вивченням реакції тіл на зовнішні навантаження та підбором оптимальних навантажень або елементів конструкцій і займається опір матеріалів.

**Опір матеріалів** – це наука про інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкцій.

**Мета** опору матеріалів - розробка теоретичних і практичних методів розрахунку елементів конструкцій при різних типах навантаження. При конструюванні важливо підібрати *раціональну форму* елемента, яка забезпечить мінімальну власну вагу та максимальну економію матеріалу. Підбір матеріалу проводиться з метою економії коштів та забезпечення максимальної міцності.



## 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

**Міцність** – здатність тіла витримувати зовнішнє навантаження без руйнування.

**Жорсткість** – здатність тіла під дією зовнішніх навантажень деформуватися в заданих межах. Оскільки при навантаженні несуча спроможність всієї конструкції залежить від зміни форми та розмірів конкретних елементів конструкцій, деформації не повинні перевищувати певної допустимої величини, встановленої для конструкції.

**Стійкість** – здатність конструкції або її елементів зберігати початкову (прямолінійну) форму рівноваги.

**Пружність** – здатність тіла повертатись до попередньої форми після розвантаження.

**Зовнішні сили** - результат взаємодії твердих тіл прикладені до поверхні тіла і називаються поверхневими. Зовнішні сили, що діють в кожній точці об'єму тіла, називаються **об'ємними** або **масовими**.

**Внутрішні сили** забезпечують внутрішні зв'язки між елементарними частинками тіла, що протидіють зовнішньому навантаженню.

**Напруження** – це інтенсивність дії внутрішніх сил на елементарній площадці перерізу тіла (рис. 1).

**Нормальне напруження**  $\sigma$  – це проекція вектора напружень  $\vec{\sigma}_n$  на нормаль  $\vec{n}$  до елементарної площадки  $dA$ .

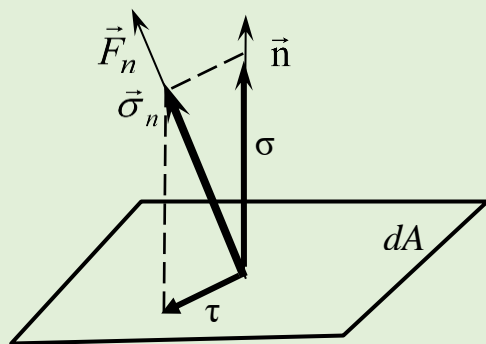


Рис.1. Напруження на елементарній площадці

довжини) та **зсувні** або **кутові** (тангенс кута зсуву).

**Дотичне напруження**  $\tau$  – це проекція вектора напружень  $\vec{\sigma}_n$  на площину елементарної площадки  $dA$ .

**Внутрішні сили** в перерізі тіла є інтегральними характеристиками напружень і зводяться до вектора сил  $\vec{F}$  та вектора моментів  $\vec{M}$ . Для визначення внутрішніх сил застосовується **метод перерізів** (Лекція 6) (Розділ 2).

Під дією зовнішніх сил тіло **деформується**, тобто змінює свої розміри та форму.

**Деформації** бувають **пружні**, тобто такі, що зникають після зняття навантаження, та **пластичні**, або **остаточні** (залишкові) – ті, що не зникають.

Деформації поділяються на **лінійні** (відношення видовження до початкової

## 2. ГІПОТЕЗИ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

- **Гіпотеза про нульовий стан:** вважаємо, що в природньому недеформованому стані в твердому тілі внутрішні сили відсутні. Тобто нехтуємо початковими напруженнями, що виникають в твердих тілах в процесі створення або попередньої експлуатації.
- **Гіпотеза про суцільність:** у довільному об'ємі твердого тіла є речовина, тобто матеріал повністю заповнює форму тіла. Молекулярна будова твердого тіла і початкові дефекти враховуються.
- **Гіпотеза про однорідність та ізотропність:** матеріал вважається однорідним та ізотропним, тобто в будь-якому об'ємі і в будь-якому напрямку властивості матеріалу вважаються однаковими. До таких матеріалів відносяться метали, пластики, скло.

Ця гіпотеза не поширюється на *анізотропні* матеріали, наприклад, дерево, армовані пластики, композити, залізобетон.

- **Гіпотеза малості деформацій:** вважаємо, що деформації малі в порівнянні з розмірами тіла. Це базова гіпотеза теорії пружності, яка дає змогу користуватися лінійними виразами для напружень та деформацій.

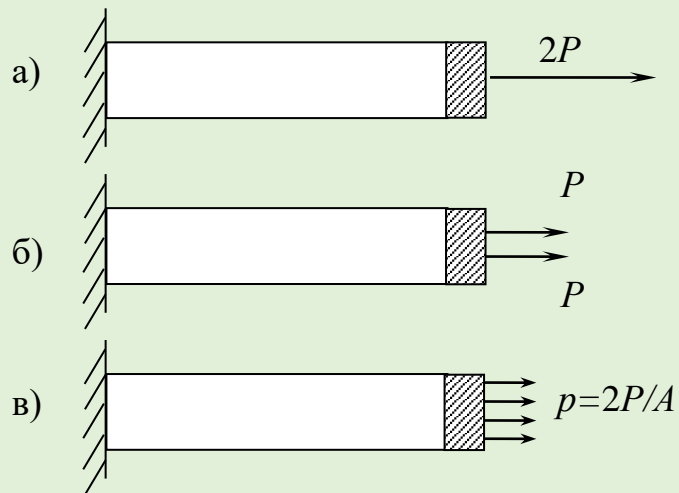


Рис.3. Принцип Сен-Венана

- **Гіпотеза про ідеальну пружність матеріалу:** вважаємо, що тіло після розвантаження повністю повертається до початкового недеформованого стану. Нехтуємо несуттєвими відхиленнями від ідеальної пружності, які часто спостерігаються в реальних тілах.

**Принцип Сен-Венана:** внутрішні сили, що виникають внаслідок прикладання в обмеженій області тіла статично еквівалентних зовнішніх сил, при віддалені від цієї області практично співпадають (рис.1.3)..

**Принцип суперпозицій** впливає з лінійності постановки задач: напруження та деформації від суми сил є сумою напружень та деформацій від кожної сили окремо.

### 3. МЕТОД ПЕРЕРІЗІВ

Під дією зовнішніх сил в твердих тілах виникають **внутрішні сили**, для визначення яких застосовують **метод перерізів**:

- тіло умовно розрізаємо у вказаному перерізі на дві частини;
- одну з частин відкидаємо, залишаючи зазвичай ту, до якої прикладено менше сил;
- до частини, що залишилася, прикладаємо шукані внутрішні зусилля у вигляді невідомого вектора  $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ , які надалі позначаються як  $N, Q_y, Q_z$ , та невідомого моменту  $\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)$ , що замінюють дію відкинутої частини (Рис.3 в, г).;
- записуємо систему рівнянь рівноваги для відрізаної частини з

врахуванням шуканих зусиль, розв'язуємо її та знаходимо внутрішні зусилля:

$$\sum F_x^3 + N = 0, \quad \sum F_y^3 + Q_y = 0, \quad \sum F_z^3 + Q_z = 0, \quad \sum M_x^3 + M_x^6 = 0, \quad \sum M_y^3 + M_y^6 = 0, \quad \sum M_z^3 + M_z^6 = 0, \quad (1)$$

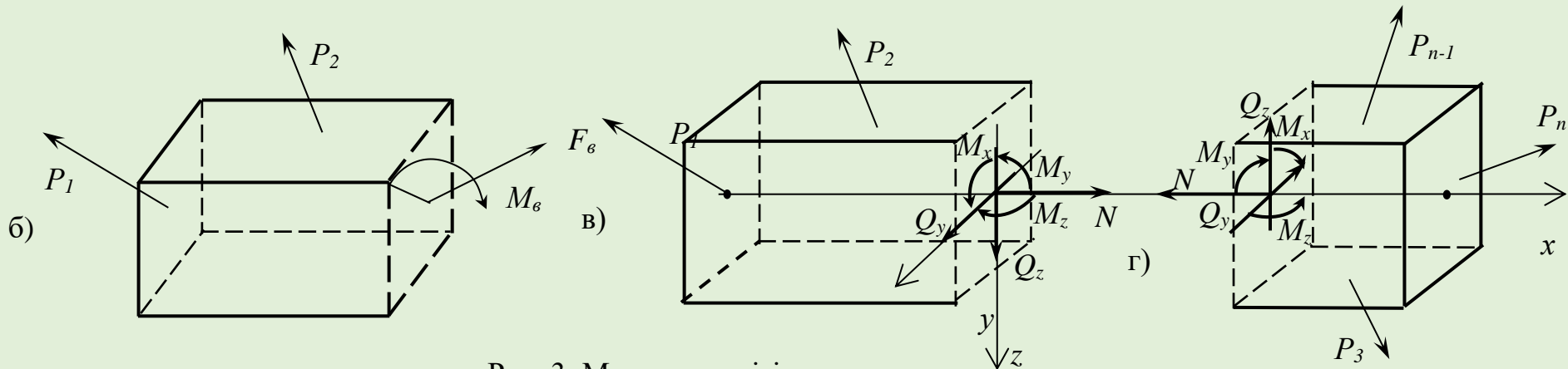


Рис. 3. Метод перерізів

**Висновок:** внутрішні зусилля знаходяться як сума проекцій сил і моментів зовнішніх сил, що діють на відрізану частину тіла, згідно до їх правила знаків

## 4.

## ВНУТРІШНІ ЗУСИЛЛЯ ТА ЇХ ПРАВИЛА ЗНАКІВ

Для простих пипів навантаження маємо наступні *внутрішні зусилля*:

$N$  – **поздовжня сила**. Вона додатня при розтягу стержня і від’ємна при стиску.

$Q$  – **поперечна сила**, що діє перпендикулярно до вісі стержня. Вона додатня, якщо повертають відрізану за годинниковою стрілкою (рис.4).

$M$  – **згинальний момент**. Це що лежить в площині, що проходить через стержня.  $M$  додатній, якщо він розтягує волокна балки (або внутрішні волокна

$M_x$  (або  $M_{кр}$ ) – **крутний момент** або **момент кручення** (відповідає парі сил, що лежить в площині поперечного перерізу, тобто з нормаллю  $x$ ). Додатній, якщо закручування відбувається проти годинникової стрілки при спостереженні з боку перерізу.

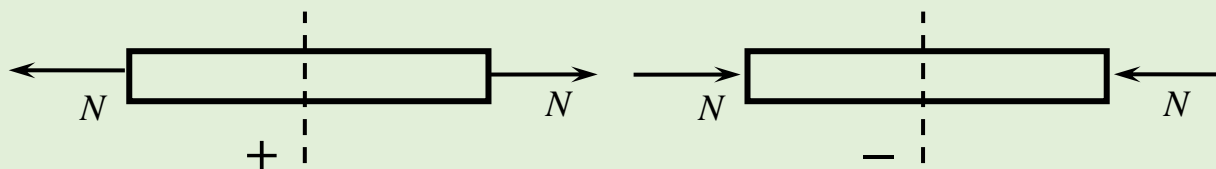


Рис. 3. Поздовжня сила

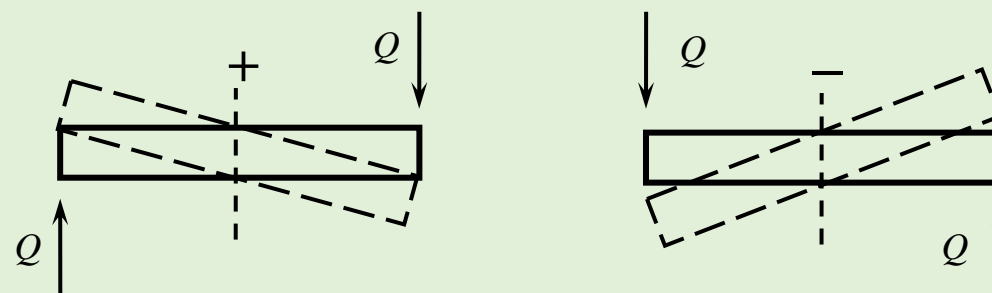


Рис. 4. Поперечна сила

частину  
момент,  
вісь  
нижні  
рами).

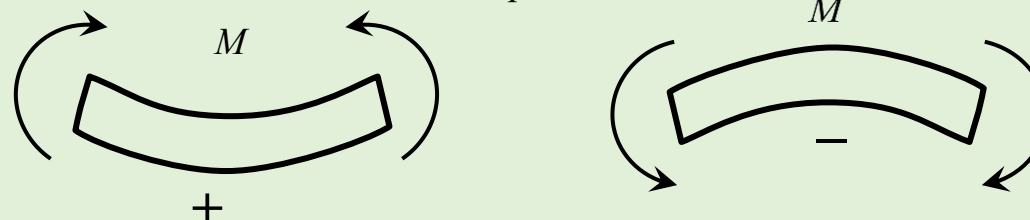


Рис. 5. Згинальний момент

Елементи конструкцій за розмірами та формою умовно розділяються на *стержні, оболонки, пластини та масивні тіла* (рис. 1.4).

**Стержнем або брусом** називається тіло, у якого один розмір (довжина) значно перевищує два інших (поперечних) розміри. Стержні можуть бути прямолінійні, криволінійні, ламані (плоскі і просторові), постійного і змінного поперечного перерізу, ступінчастої жорсткості та ін.

**Оболонкою** називається тіло, що обмежується двома розміщеними на невеликій відстані криволінійними поверхнями. Поверхня, що ділить товщину оболонки на рівні частини, називається *серединною*. До оболонок відносяться неплоскі стінки тонкостінних резервуарів, котлів, купола будівель, корпуси транспортних засобів, тощо.

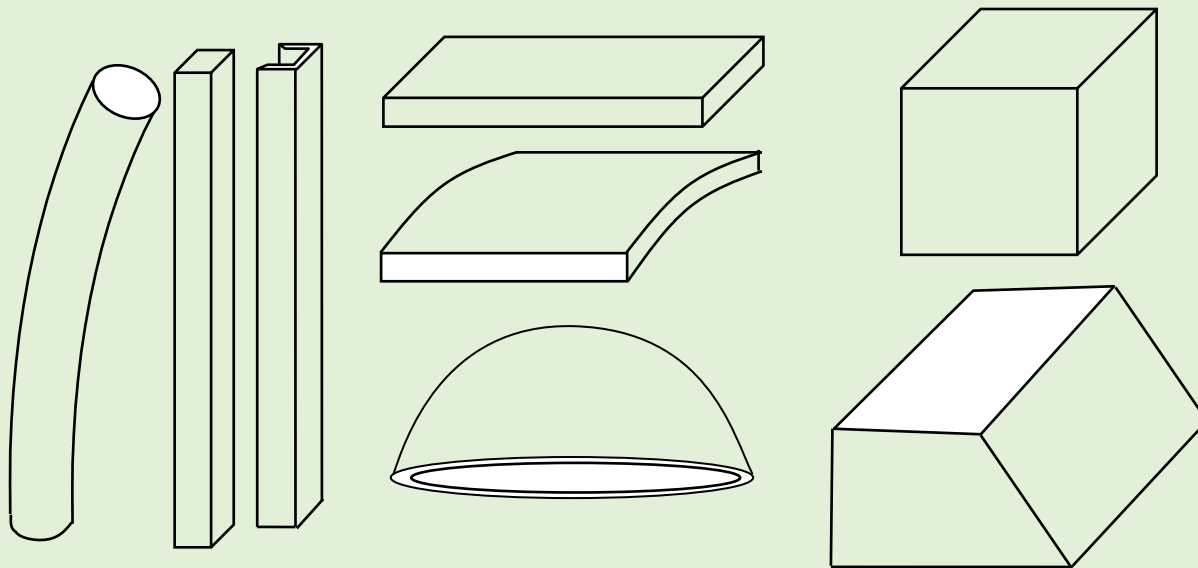


Рис. 4. Типи елементів конструкцій

**Пластиною** називається оболонка, серединною поверхнею якої є площина. У загальному випадку пластини можуть бути змінної товщини. До пластин відносяться перекриття інженерних споруд, плоскі частини резервуарів, покрівлі тощо.

**Масивними тілами** називаються тіла, у яких три розміри одного порядку. До них відносяться фундаменти, опори і т.п.



## РОЗРАХУНОК СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ

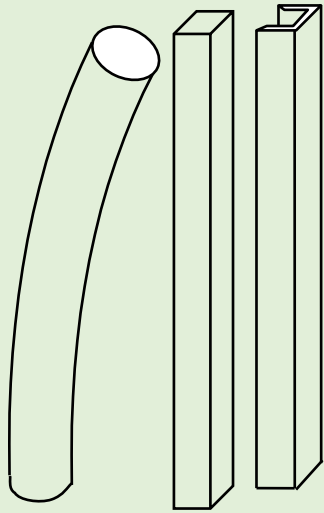


Рис.5. Стержні

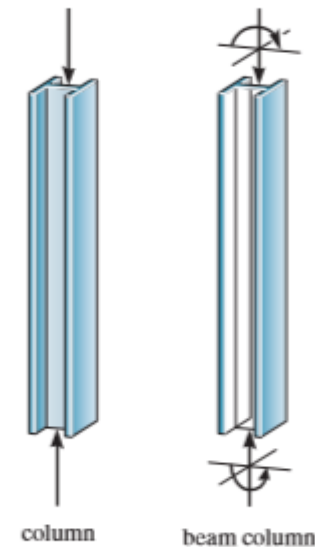
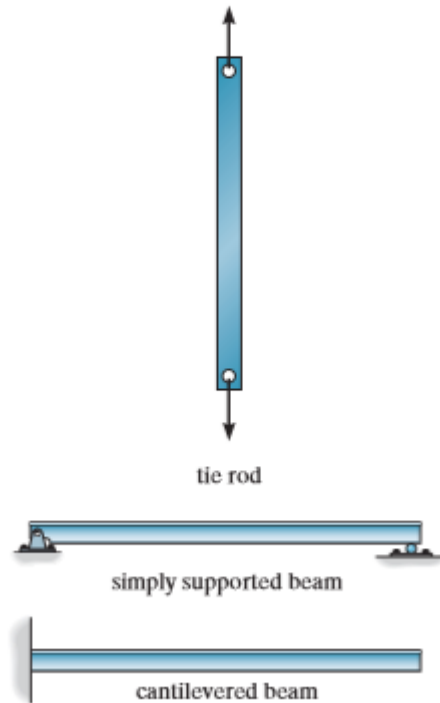
Об'єктами вивчення опору матеріалів переважно є стержні. **Прямий стержень** – це призматичне тіло з прямолінійними твірними. **Поперечний переріз стержня** – перпендикулярний до твірних переріз. **Вісь стержня** – геометричне місце центрів ваги поперечних перерізів.

Теорія деформування стержнів базується на **гіпотезі жорстких поперечних перерізів**: *плоскі поперечні перерізи стержня в процесі деформування рухаються як жорсткі тіла, залишаючись перпендикулярними до деформованої осі стержня.*

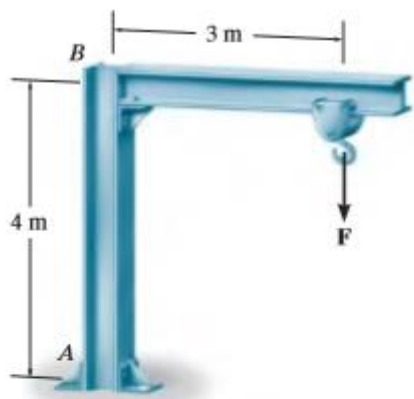
**Tie Rods**—Slender members subjected to tension. Often used for bracing.

**Beams**—Members designed to resist bending moment. They are often fixed or pin supported and can be in the form of a steel plate girder, reinforced concrete, or laminated wood.

**Columns**—Members that resist axial compressive force. If the column also resists bending, it is called a *beam column*.

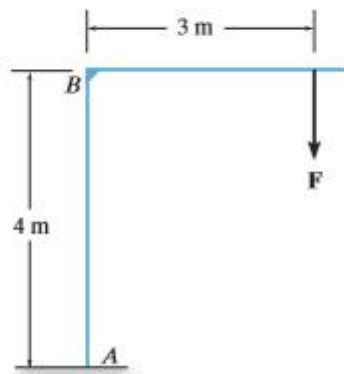


## ЗАСОБИ І ПІДХОДИ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ



actual structure

(a)



idealized structure

До простих типів напружено-деформованого стану стержня відносяться **розтяг (стиск)**, **зсув**, **кручення**, **згин**. Для них розвиваються лінійні теорії деформування.

**Складний опір** – комбінації простих напружених станів. Розрахунок на складний опір базується на принципі суперпозицій.

Питання **стійкості** і **поздовжньо-поперечного згину** стержнів виходить за межі лінійної теорії. Рівняння цієї теорії виводяться по деформованій схемі.

З інженерної точки зору розрахунки розділяються на наступні типи [4, 8, 10]:

- **перевірка міцності та жорсткості:** задано тіло і його навантаження, потрібно перевірити, чи виконуються в ньому умови міцності та жорсткості;
- **підбір допустимого навантаження:** для заданого тіла визначити допустиме навантаження з умов міцності та жорсткості;
- **проектувальний розрахунок:** задано форму тіла і навантаження, потрібно підібрати поперечний переріз з умови міцності та жорсткості.

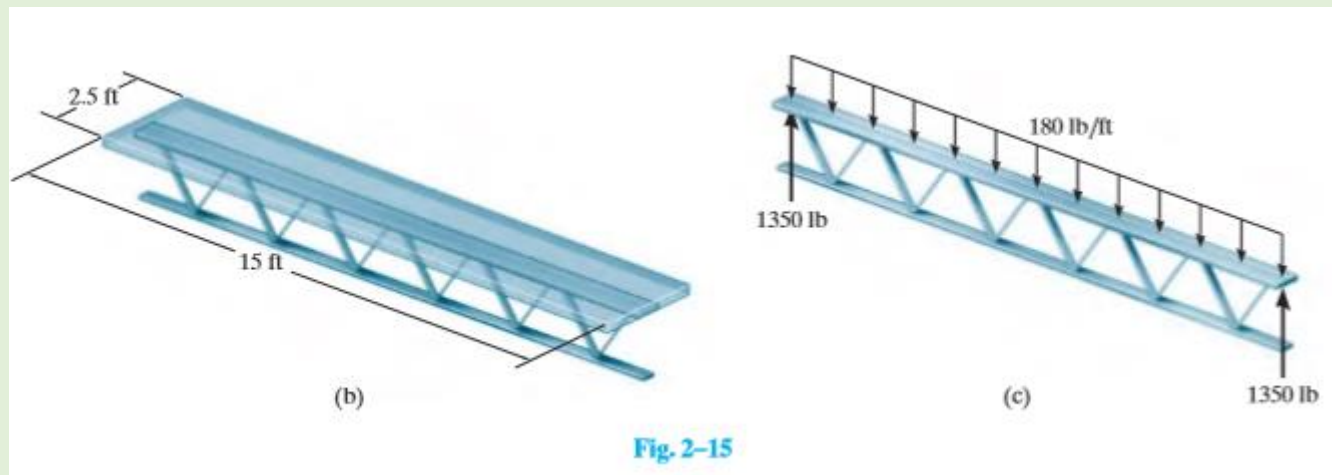


Fig. 2-15





Рис.13а. Шарнірно закріплені балки





Рис.13 б. Жорстко защемлені балки



Рис.13 с. Шарнірне з'єднання балок

