Розв'язання задач на рівняння площини і прямої у просторі

Задача 1

Скласти канонічні рівняння прямої, яка проходить крізь точку $M_1(2;0;-3)$ паралельно до вектора $\vec{a} = (2;-3;5)$.

Розв'язання

Використовуємо вектор $\vec{a}$ як напрямний:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-0}{-3} = \frac{z-(-3)}{5}$$

Розв'язання

Використовуємо вектор $\vec{a}$ як напрямний:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-0}{-3} = \frac{z-(-3)}{5}$$

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$$

Задача 2

Скласти канонічні рівняння прямої, яка проходить крізь дві задані точки

1. $(1; -2; 1)$, $(3; 1; -1)$
2. $(3; -1; 0)$, $(1; 0; -3)$
3. $(0; 0; 1)$, $(0; 1; -2)$

Розв'язання

1. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (3 - 1; 1 - (-2); -1 - 1)$$

Розв'язання

1. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (3 - 1; 1 - (-2); -1 - 1) = (2; 3; -2)$$

Розв'язання

1. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (3 - 1; 1 - (-2); -1 - 1) = (2; 3; -2)$$

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{y - (-2)}{3} = \frac{z - 1}{-2}$$

Розв'язання

1. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (3 - 1; 1 - (-2); -1 - 1) = (2; 3; -2)$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-(-2)}{3} = \frac{z-1}{-2}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}$$

Розв'язання

2. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (1 - 3; 0 - (-1); -3 - 0)$$

Розв'язання

2. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (1 - 3; 0 - (-1); -3 - 0) = (2; 1; -3)$$

Розв'язання

2. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (1 - 3; 0 - (-1); -3 - 0) = (2; 1; -3)$$

$$\frac{x - 3}{2} = \frac{y - (-1)}{1} = \frac{z - 0}{-3}$$

Розв'язання

2. Використовуємо вектор між двома точками як напрямний:

$$\vec{u} = (1 - 3; 0 - (-1); -3 - 0) = (2; 1; -3)$$

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-(-1)}{1} = \frac{z-0}{-3}$$

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$$

Розв'язання

3. Розв'язати самостійно.

Задача 2

Скласти канонічні рівняння прямої, яка є перетином площин $x - 2y + 3z - 4 = 0$, $3x + 2y - 5z - 4 = 0$.

Розв'язання

Для знаходження довільної точки прямої, приймемо її координату $x = 0$, а потім підставимо це значення в задану систему рівнянь.

Розв'язання

Для знаходження довільної точки прямої, приймемо її координату $x = 0$, а потім підставимо це значення в задану систему рівнянь.

$$\begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases},$$

Розв'язання

Для знаходження довільної точки прямої, приймемо її координату $x = 0$, а потім підставимо це значення в задану систему рівнянь.

$$\begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}, \begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ -2z - 8 = 0 \end{cases},$$

Розв'язання

Для знаходження довільної точки прямої, приймемо її координату $x = 0$, а потім підставимо це значення в задану систему рівнянь.

$$\begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}, \begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ -2z - 8 = 0 \end{cases}, \begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ z = -4 \end{cases},$$

Розв'язання

Для знаходження довільної точки прямої, приймемо її координату $x = 0$, а потім підставимо це значення в задану систему рівнянь.

$$\begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}, \begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ -2z - 8 = 0 \end{cases}, \begin{cases} -2y + 3z - 4 = 0 \\ z = -4 \end{cases}, \begin{cases} y = -8 \\ z = -4 \end{cases},$$

тобто $(0, -8, -4)$.

Розв'язання

Знаходимо компоненти напрямного вектора прямої.

$$m = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 4;$$

Розв'язання

Знаходимо компоненти напрямного вектора прямої.

$$m = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 4;$$

$$n = -\begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = 14;$$

Розв'язання

Знаходимо компоненти напрямного вектора прямої.

$$m = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 4;$$

$$n = -\begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = 14; \quad p = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8.$$

Розв'язання

Знаходимо компоненти напрямного вектора прямої.

$$m = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 4;$$

$$n = -\begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = 14; \quad p = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8.$$

Тоді канонічні рівняння прямої:

$$\frac{x}{4} = \frac{y+8}{14} = \frac{z+4}{8}$$

Розв'язання

Знаходимо компоненти напрямного вектора прямої.

$$m = \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 4;$$

$$n = -\begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = 14; \quad p = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8.$$

Тоді канонічні рівняння прямої:

$$\frac{x}{4} = \frac{y+8}{14} = \frac{z+4}{8}$$

або

$$\frac{x}{2} = \frac{y+8}{7} = \frac{z+4}{4}.$$

Задача 2

Скласти канонічні рівняння прямої, яка є перетином площин $5x + y + z = 0$, $2x + 3y - 2z + 5 = 0$.

Розв'язання

Розв'язати самостійно.

Задача 3

Знайти точку перетину прямої $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$ і площини $2x + 3y + z - 1 = 0$.

Розв'язання

Перетворимо канонічні рівняння на параметричні.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} = t$$

Розв'язання

Перетворимо канонічні рівняння на параметричні.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} = t$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = t \\ \frac{y+1}{-2} = t \\ \frac{z}{6} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t-1 \\ z = 6t \end{cases}$$

Розв'язання

Перетворимо канонічні рівняння на параметричні.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} = t$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = t \\ \frac{y+1}{-2} = t \\ \frac{z}{6} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t-1 \\ z = 6t \end{cases}$$

Якщо деяка точка $M(x_M; y_M; z_M)$ належить одночасно прямій і площині, то $x_M = t_M + 1$, $y_M = -2t_M - 1$, $z_M = 6t_M$ і

$$2x_M + 3y_M + z_M - 1 = 0$$

Розв'язання

Перетворимо канонічні рівняння на параметричні.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} = t$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = t \\ \frac{y+1}{-2} = t \\ \frac{z}{6} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t-1 \\ z = 6t \end{cases}$$

Якщо деяка точка $M(x_M; y_M; z_M)$ належить одночасно прямій і площині, то $x_M = t_M + 1$, $y_M = -2t_M - 1$, $z_M = 6t_M$ і

$$2x_M + 3y_M + z_M - 1 = 0 \Rightarrow 2(t_M + 1) + 3(-2t_M - 1) + 6t_M - 1 = 0$$

Розв'язання

Перетворимо канонічні рівняння на параметричні.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} = t$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = t \\ \frac{y+1}{-2} = t \\ \frac{z}{6} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t-1 \\ z = 6t \end{cases}$$

Якщо деяка точка $M(x_M; y_M; z_M)$ належить одночасно прямій і площині, то $x_M = t_M + 1$, $y_M = -2t_M - 1$, $z_M = 6t_M$ і

$$2x_M + 3y_M + z_M - 1 = 0 \Rightarrow 2(t_M+1) + 3(-2t_M - 1) + 6t_M - 1 = 0 \Rightarrow t_M = 1.$$

Розв'язання

Перетворимо канонічні рівняння на параметричні.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} = t$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = t \\ \frac{y+1}{-2} = t \\ \frac{z}{6} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t-1 \\ z = 6t \end{cases}$$

Якщо деяка точка $M(x_M; y_M; z_M)$ належить одночасно прямій і площині, то $x_M = t_M + 1$, $y_M = -2t_M - 1$, $z_M = 6t_M$ і

$$2x_M + 3y_M + z_M - 1 = 0 \Rightarrow 2(t_M + 1) + 3(-2t_M - 1) + 6t_M - 1 = 0 \Rightarrow t_M = 1.$$

$x_M = 1 + 1 = 2$, $y_M = -2 \cdot 1 - 1 = -3$, $z_M = 6 \cdot 1 = 6$

Розв'язання

Перетворимо канонічні рівняння на параметричні.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} = t$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = t \\ \frac{y+1}{-2} = t \\ \frac{z}{6} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t+1 \\ y = -2t-1 \\ z = 6t \end{cases}$$

Якщо деяка точка $M(x_M; y_M; z_M)$ належить одночасно прямій і площині, то $x_M = t_M + 1$, $y_M = -2t_M - 1$, $z_M = 6t_M$ і

$$2x_M + 3y_M + z_M - 1 = 0 \Rightarrow 2(t_M + 1) + 3(-2t_M - 1) + 6t_M - 1 = 0 \Rightarrow t_M = 1.$$

$x_M = 1 + 1 = 2$, $y_M = -2 \cdot 1 - 1 = -3$, $z_M = 6 \cdot 1 = 6$

Відповідь: $(2; -3; 6)$

Задача 3

Знайти точку перетину прямої $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{5}$ і площини $x - 2y + z - 15 = 0$.

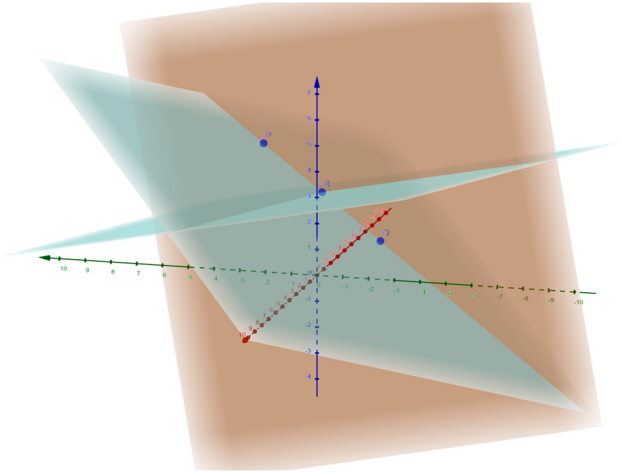
Розв'язання

Розв'язати самостійно.

Задача 4

Знайти точку Q, яка є симетричною до точки $P(4; 1; 6)$ відносно прямої $x - y - 4z + 12 = 0,\ 2x + y - 2z + 3 = 0.$

Розв'язання



Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases},$$

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 3x + 15 = 0 \end{cases},$$

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 3x + 15 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ x = -5 \end{cases},$$

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 3x + 15 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ x = -5 \end{cases}, \begin{cases} y = 7 \\ x = -5 \end{cases},$$

тобто $(-5, 7, 0)$.

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 3x + 15 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ x = -5 \end{cases}, \begin{cases} y = 7 \\ x = -5 \end{cases},$$

тобто $(-5, 7, 0)$.
Напрямний вектор знайдемо як векторний добуток векторів нормалей площин:

$$\vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 3x + 15 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ x = -5 \end{cases}, \begin{cases} y = 7 \\ x = -5 \end{cases},$$

тобто $(-5, 7, 0)$.
Напрямний вектор знайдемо як векторний добуток векторів нормалей площин:

$$\vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 3x + 15 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ x = -5 \end{cases}, \begin{cases} y = 7 \\ x = -5 \end{cases},$$

тобто $(-5, 7, 0)$.
Напрямний вектор знайдемо як векторний добуток векторів нормалей площин:

$$\vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-1)\cdot(-2) - (-4)\cdot 2)\vec{i} - (1\cdot(-2) - (-4)\cdot 2)\vec{j} + (1\cdot 1 - (-1)\cdot 2)\vec{k}$$

Розв'язання

Спочатку перепишемо рівняння прямої у параметричній формі.
Для цього знайдемо довільну точку на прямій, наприклад, точку із аплікатою 0:

$$\begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ 3x + 15 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x - y + 12 = 0 \\ x = -5 \end{cases}, \begin{cases} y = 7 \\ x = -5 \end{cases},$$

тобто $(-5, 7, 0)$.
Напрямний вектор знайдемо як векторний добуток векторів нормалей площин:

$$\vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-1) \cdot (-2) - (-4) \cdot 2)\vec{i} - (1 \cdot (-2) - (-4) \cdot 2)\vec{j} + (1 \cdot 1 - (-1) \cdot 2)\vec{k} = (6; -6; 3).$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Середину відрізка PQ, точку R, знайдемо як точку перетину прямої і площини, яка проходить крізь P перпендикулярно до $\vec{u}$ –

$$6(x-4) - 6(y-1) + 3(z-6) = 0$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Серединy відрізка PQ, точку R, знайдемо як точку перетину прямої і площини, яка проходить крізь P перпендикулярно до $\vec{u}$ –

$$6(x-4) - 6(y-1) + 3(z-6) = 0 \Rightarrow 2x - 2y + z - 12 = 0$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Середину відрізка PQ, точку R, знайдемо як точку перетину прямої і площини, яка проходить крізь P перпендикулярно до $\vec{u}$ –

$$6(x-4) - 6(y-1) + 3(z-6) = 0 \Rightarrow 2x - 2y + z - 12 = 0$$

Підставляючи параметричні рівняння до рівняння площини, маємо

$$2(6t-5) - 2(-6t+7) + 3t - 12 = 0$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Середину відрізка PQ, точку R, знайдемо як точку перетину прямої і площини, яка проходить крізь P перпендикулярно до $\vec{u}$ –

$$6(x-4) - 6(y-1) + 3(z-6) = 0 \Rightarrow 2x - 2y + z - 12 = 0$$

Підставляючи параметричні рівняння до рівняння площини, маємо

$$2(6t-5) - 2(-6t+7) + 3t - 12 = 0 \Rightarrow 27t = 36$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Середину відрізка PQ, точку R, знайдемо як точку перетину прямої і площини, яка проходить крізь P перпендикулярно до $\vec{u}$ –

$$6(x-4) - 6(y-1) + 3(z-6) = 0 \Rightarrow 2x - 2y + z - 12 = 0$$

Підставляючи параметричні рівняння до рівняння площини, маємо

$$2(6t-5) - 2(-6t+7) + 3t - 12 = 0 \Rightarrow 27t = 36 \Rightarrow t = \frac{4}{3}$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Середину відрізка PQ, точку R, знайдемо як точку перетину прямої і площини, яка проходить крізь P перпендикулярно до $\vec{u}$ –

$$6(x-4) - 6(y-1) + 3(z-6) = 0 \Rightarrow 2x - 2y + z - 12 = 0$$

Підставляючи параметричні рівняння до рівняння площини, маємо

$$2(6t-5) - 2(-6t+7) + 3t - 12 = 0 \Rightarrow 27t = 36 \Rightarrow t = \frac{4}{3}$$

Знаходимо координати R:

$$R\left(6 \cdot \frac{4}{3} - 5; -6 \cdot \frac{4}{3} + 7; 3 \cdot \frac{4}{3}\right)$$

Розв'язання

Отже, параметричні рівняння прямої –

$$\begin{cases} x = 6t - 5 \\ y = -6t + 7 \\ z = 3t \end{cases}$$

Середину відрізка PQ, точку R, знайдемо як точку перетину прямої і площини, яка проходить крізь P перпендикулярно до $\vec{u}$ –

$$6(x-4) - 6(y-1) + 3(z-6) = 0 \Rightarrow 2x - 2y + z - 12 = 0$$

Підставляючи параметричні рівняння до рівняння площини, маємо

$$2(6t-5) - 2(-6t+7) + 3t - 12 = 0 \Rightarrow 27t = 36 \Rightarrow t = \frac{4}{3}$$

Знаходимо координати R:

$$R\left(6 \cdot \frac{4}{3} - 5; -6 \cdot \frac{4}{3} + 7; 3 \cdot \frac{4}{3}\right) \Rightarrow R(3; -1; 4)$$

Розв'язання

Оскільки R є серединою PQ, координати R є середніми арифметичними відповідних координат P і Q:

$$x_R = \frac{x_P + x_Q}{2}; y_R = \frac{y_P + y_Q}{2}; z_R = \frac{z_P + z_Q}{2}.$$

Розв'язання

Оскільки R є серединою PQ, координати R є середніми арифметичними відповідних координат P і Q:

$$x_R = \frac{x_P + x_Q}{2}; y_R = \frac{y_P + y_Q}{2}; z_R = \frac{z_P + z_Q}{2}.$$

Отже,

$$x_Q = 2x_R - x_P = 2 \cdot 3 - 4 = 2;$$

Розв'язання

Оскільки R є серединою PQ, координати R є середніми арифметичними відповідних координат P і Q:

$$x_R = \frac{x_P + x_Q}{2}; y_R = \frac{y_P + y_Q}{2}; z_R = \frac{z_P + z_Q}{2}.$$

Отже,

$$x_Q = 2x_R - x_P = 2 \cdot 3 - 4 = 2;$$

$$y_Q = 2y_R - y_P = 2 \cdot (-1) - 1 = -3;$$

Розв'язання

Оскільки R є серединою PQ, координати R є середніми арифметичними відповідних координат P і Q:

$$x_R = \frac{x_P + x_Q}{2}; y_R = \frac{y_P + y_Q}{2}; z_R = \frac{z_P + z_Q}{2}.$$

Отже,

$$x_Q = 2x_R - x_P = 2 \cdot 3 - 4 = 2;$$

$$y_Q = 2y_R - y_P = 2 \cdot (-1) - 1 = -3;$$

$$z_Q = 2z_R - z_P = 2 \cdot 4 - 6 = 2.$$

Розв'язання

Оскільки R є серединою PQ, координати R є середніми арифметичними відповідних координат P і Q:

$$x_R = \frac{x_P + x_Q}{2}; y_R = \frac{y_P + y_Q}{2}; z_R = \frac{z_P + z_Q}{2}.$$

Отже,

$$x_Q = 2x_R - x_P = 2 \cdot 3 - 4 = 2;$$

$$y_Q = 2y_R - y_P = 2 \cdot (-1) - 1 = -3;$$

$$z_Q = 2z_R - z_P = 2 \cdot 4 - 6 = 2.$$

Відповідь: $Q(2; -3; 2)$