Диференціювання функцій, які задано параметрично

Задача

Виключити t з рівнянь

$$\begin{cases} x = 8t^2 - 7 \\ y = 16t^2 + 4 \end{cases}$$

і визначити лінію, яку задає отримане рівняння.

Розв’язання

З першого рівняння:

$$t^2 = \frac{x+7}{8}.$$

Розв'язання

З першого рівняння:

$$t^2 = \frac{x+7}{8}.$$

Підставимо це значення t^2 до другого рівняння:

$$y = 16 \cdot \frac{x+7}{8} + 4$$

Розв'язання

З першого рівняння:

$$t^2 = \frac{x+7}{8}.$$

Підставимо це значення t^2 до другого рівняння:

$$y = 16 \cdot \frac{x+7}{8} + 4 \Rightarrow y = 2x + 18.$$

Розв'язання

З першого рівняння:

$$t^2 = \frac{x+7}{8}.$$

Підставимо це значення t^2 до другого рівняння:

$$y = 16 \cdot \frac{x+7}{8} + 4 \Rightarrow y = 2x + 18.$$

Це рівняння задає пряму.

Задача

Дано рівняння руху точки

$$\begin{cases} x = 5t^2 \\ y = 3t \end{cases}$$

Визначити траєкторію точки.

Розв'язання

Виключимо з рівнянь параметр t. Знайдемо з другого рівняння t і підставимо значення у перше рівняння:

$$t = \frac{y}{3}$$

Розв'язання

Виключимо з рівнянь параметр t. Знайдемо з другого рівняння t і підставимо значення у перше рівняння:

$$t = \frac{y}{3} \Rightarrow x = 5 \cdot \left(\frac{y}{3}\right)^2$$

Розв'язання

Виключимо з рівнянь параметр t. Знайдемо з другого рівняння t і підставимо значення у перше рівняння:

$$t = \frac{y}{3} \Rightarrow x = 5 \cdot \left(\frac{y}{3}\right)^2 \Rightarrow y^2 = \frac{9}{5}x.$$

Розв'язання

Виключимо з рівнянь параметр t. Знайдемо з другого рівняння t і підставимо значення у перше рівняння:

$$t = \frac{y}{3} \Rightarrow x = 5 \cdot \left(\frac{y}{3}\right)^2 \Rightarrow y^2 = \frac{9}{5}x.$$

Траєкторія – парабола. Задані рівняння – параметричні рівняння параболи.

Задача

Яку лінію визначають рівняння

$$\begin{cases} x = r\cos t \\ y = r\sin t \end{cases} \quad (0 \leqslant t \leqslant \pi)?$$

Розв'язання

Для виключення параметра t піднесемо обидві частини кожного з рівнянь у квадрат і складемо почленно рівняння:

$$x^2 = r^2 \cos^2 t; y^2 = r^2 \sin^2 t$$

Розв'язання

Для виключення параметра t піднесемо обидві частини кожного з рівнянь у квадрат і складемо почленно рівняння:

$$x^2 = r^2 \cos^2 t; y^2 = r^2 \sin^2 t \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2(\cos^2 t + \sin^2 t)$$

Розв'язання

Для виключення параметра t піднесемо обидві частини кожного з рівнянь у квадрат і складемо почленно рівняння:

$$x^2 = r^2\cos^2 t; y^2 = r^2\sin^2 t \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2(\cos^2 t + \sin^2 t) = r^2$$

Розв'язання

Для виключення параметра t піднесемо обидві частини кожного з рівнянь у квадрат і складемо почленно рівняння:

$$x^2 = r^2 \cos^2 t; y^2 = r^2 \sin^2 t \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2(\cos^2 t + \sin^2 t) = r^2 \Rightarrow y = \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Розв'язання

Для виключення параметра t піднесемо обидві частини кожного з рівнянь у квадрат і складемо почленно рівняння:

$$x^2 = r^2 \cos^2 t; y^2 = r^2 \sin^2 t \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2(\cos^2 t + \sin^2 t) = r^2 \Rightarrow y = \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Плюс вибрали, оскільки для $0 \leqslant t \leqslant \pi$ $\sin t \geqslant 0$, а отже, $y \geqslant 0$.

Розв'язання

Для виключення параметра t піднесемо обидві частини кожного з рівнянь у квадрат і складемо почленно рівняння:

$$x^2 = r^2 \cos^2 t; y^2 = r^2 \sin^2 t \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2(\cos^2 t + \sin^2 t) = r^2 \Rightarrow y = \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Плюс вибрали, оскільки для $0 \leqslant t \leqslant \pi$ $\sin t \geqslant 0$, а отже, $y \geqslant 0$. Отже, крива є півколом з центром у початку координат, яку розташовано у верхній півплощині.

Задача

Виключити параметр t з рівнянь і визначити тип кривої

$$\begin{cases} x = 3\sin t^2 \\ y = 3\cos t^2 \end{cases}$$

Розв'язання

Розв'язати самостійно.

Задача

Знайти похідну y'_x від функції, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = \frac{a \sin t}{1 + b \cos t} \\ y = \frac{c \cos t}{1 + b \cos t} \end{cases}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1 + b\cos t)^2}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1 + b\cos t)^2} \Rightarrow x'_t = \frac{a(\cos t + b)}{(1 + b\cos t)^2}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1 + b\cos t)^2} \Rightarrow x'_t = \frac{a(\cos t + b)}{(1 + b\cos t)^2}$$

$$y'_t = c\frac{-\sin t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\cos t}{(1 + b\cos t)^2}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1 + b\cos t)^2} \Rightarrow x'_t = \frac{a(\cos t + b)}{(1 + b\cos t)^2}$$

$$y'_t = c\frac{-\sin t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\cos t}{(1 + b\cos t)^2} \Rightarrow y'_t = -c\frac{\sin t}{(1 + b\cos t)^2}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1+b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1+b\cos t)^2} \Rightarrow x'_t = \frac{a(\cos t + b)}{(1+b\cos t)^2}$$

$$y'_t = c\frac{-\sin t(1+b\cos t) - (-b\sin t)\cos t}{(1+b\cos t)^2} \Rightarrow y'_t = -c\frac{\sin t}{(1+b\cos t)^2}$$

$$y'_x = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1+b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1+b\cos t)^2} \Rightarrow x'_t = \frac{a(\cos t + b)}{(1+b\cos t)^2}$$

$$y'_t = c\frac{-\sin t(1+b\cos t) - (-b\sin t)\cos t}{(1+b\cos t)^2} \Rightarrow y'_t = -c\frac{\sin t}{(1+b\cos t)^2}$$

$$y'_x = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1 + b\cos t)^2} \Rightarrow x'_t = \frac{a(\cos t + b)}{(1 + b\cos t)^2}$$

$$y'_t = c\frac{-\sin t(1 + b\cos t) - (-b\sin t)\cos t}{(1 + b\cos t)^2} \Rightarrow y'_t = -c\frac{\sin t}{(1 + b\cos t)^2}$$

$$y'_x = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}} = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a\frac{\cos t(1+b\cos t) - (-b\sin t)\sin t}{(1+b\cos t)^2} \Rightarrow x'_t = \frac{a(\cos t + b)}{(1+b\cos t)^2}$$

$$y'_t = c\frac{-\sin t(1+b\cos t) - (-b\sin t)\cos t}{(1+b\cos t)^2} \Rightarrow y'_t = -c\frac{\sin t}{(1+b\cos t)^2}$$

$$y'_x = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}} = \frac{y'_t}{x'_t} = -c\frac{\sin t}{a(b+\cos t)}$$

Задача

Знайти похідну y'_x від функції, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = 2\cos t - \cos 2t \\ y = 2\sin t - \sin 2t \end{cases}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -2\sin t + 2\sin 2t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -2\sin t + 2\sin 2t \Rightarrow x'_t = 4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -2\sin t + 2\sin 2t \Rightarrow x'_t = 4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y'_t = 2\cos t - 2\cos 2t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -2\sin t + 2\sin 2t \Rightarrow x'_t = 4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y'_t = 2\cos t - 2\cos 2t \Rightarrow y'_t = 4\sin\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -2\sin t + 2\sin 2t \Rightarrow x'_t = 4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y'_t = 2\cos t - 2\cos 2t \Rightarrow y'_t = 4\sin\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Розв'язання

Знаходимо x_t' і y_t' і отримані значення підставляємо до формули для $y_x' = \frac{y_t'}{x_t'}$:

$$x_t' = -2\sin t + 2\sin 2t \Rightarrow x_t' = 4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y_t' = 2\cos t - 2\cos 2t \Rightarrow y_t' = 4\sin\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y_x' = \frac{y_t'}{x_t'} = \frac{4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}}{4\sin\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -2\sin t + 2\sin 2t \Rightarrow x'_t = 4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y'_t = 2\cos t - 2\cos 2t \Rightarrow y'_t = 4\sin\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{4\cos\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}}{4\sin\frac{3t}{2}\sin\frac{t}{2}} \Rightarrow y'_x = \operatorname{ctg}\frac{3t}{2}$$

Задача

Знайти похідну y'_x від функції, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = 2\cos 2t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = 2\cos 2t$$

$$y'_t = 2\sin t \cos t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = 2\cos 2t$$

$$y'_t = 2\sin t \cos t = \sin 2t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = 2\cos 2t$$

$$y'_t = 2\sin t \cos t = \sin 2t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = 2\cos 2t$$

$$y'_t = 2\sin t \cos t = \sin 2t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{\sin 2t}{2\cos 2t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = 2\cos 2t$$

$$y'_t = 2\sin t \cos t = \sin 2t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{\sin 2t}{2\cos 2t} \Rightarrow y'_x = \frac{1}{2}\operatorname{tg} 2t$$

Задача

Знайти похідну y'_x від функції, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t\cos t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t\cos t = t\cos t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t\cos t = t\cos t$$

$$y'_t = \cos t - \cos t + t\sin t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t\cos t = t\cos t$$

$$y'_t = \cos t - \cos t + t\sin t = t\sin t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t\cos t = t\cos t$$

$$y'_t = \cos t - \cos t + t\sin t = t\sin t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t\cos t = t\cos t$$

$$y'_t = \cos t - \cos t + t\sin t = t\sin t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{t\sin t}{t\cos t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = -\sin t + \sin t + t\cos t = t\cos t$$

$$y'_t = \cos t - \cos t + t\sin t = t\sin t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{t\sin t}{t\cos t} \Rightarrow y'_x = \operatorname{tg} t$$

Задача

Знайти похідну y'_x від функції, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3}\sqrt{2t^3} \\ y = \frac{1}{2}t^2 \end{cases}$$

Розв’язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right)$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right)$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{t}$$

Розв'язання

Знаходимо x_t' і y_t' і отримані значення підставляємо до формули для $y_x' = \frac{y_t'}{x_t'}$:

$$x_t' = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{t} = \sqrt{2t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{t} = \sqrt{2t}$$

$$y'_t = \frac{1}{2}\cdot 2t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{t} = \sqrt{2t}$$

$$y'_t = \frac{1}{2}\cdot 2t = t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{t} = \sqrt{2t}$$

$$y'_t = \frac{1}{2}\cdot 2t = t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{t} = \sqrt{2t}$$

$$y'_t = \frac{1}{2}\cdot 2t = t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{t}{\sqrt{2t}}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2t^3}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}t^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{t} = \sqrt{2t}$$

$$y'_t = \frac{1}{2}\cdot 2t = t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{t}{\sqrt{2t}} \Rightarrow y'_x = \frac{\sqrt{2t}}{2}$$

Задача

Знайти похідну y'_x від функції, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a(1 - \cos t)$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a(1 - \cos t)$$

$$y'_t = a \sin t$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a(1 - \cos t)$$

$$y'_t = a \sin t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a(1 - \cos t)$$

$$y'_t = a \sin t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{a \sin t}{a(1 - \cos t)}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a(1 - \cos t)$$

$$y'_t = a \sin t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{a \sin t}{a(1 - \cos t)} \Rightarrow y'_x = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$$

Розв'язання

Знаходимо x'_t і y'_t і отримані значення підставляємо до формули для $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$:

$$x'_t = a(1 - \cos t)$$

$$y'_t = a \sin t$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{a \sin t}{a(1 - \cos t)} \Rightarrow y'_x = \frac{\sin t}{1 - \cos t} = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}$$

Задача

Знайти похідну y'_x від функції, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = \frac{1-t}{1+t} \\ y = \frac{2t}{1+t} \end{cases}$$

Розв'язання

Розв'язати самостійно.