Розв'язання задач на векторний та мішаний добуток

Задача 1

Дано вектори $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$. Знайти координати векторних добутків

1. $\vec{a} \times \vec{b}$;
2. $(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$;
3. $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$.

Розв'язання

1)

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

1)

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -1 & -2\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}3 & -2\\ 1 & -1\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}3 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=$$

Розв'язання

1)

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -1 & -2\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}3 & -2\\ 1 & -1\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}3 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=((-1)\cdot(-1)-(-2)\cdot 2)\vec{i}-(3\cdot(-1)-(-2)\cdot 1)\vec{j}+(3\cdot 2-(-1)\cdot 1)\vec{k}$$

Розв'язання

1)

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -1 & -2\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}3 & -2\\ 1 & -1\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}3 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=((-1)\cdot(-1)-(-2)\cdot 2)\vec{i}-(3\cdot(-1)-(-2)\cdot 1)\vec{j}+(3\cdot 2-(-1)\cdot 1)\vec{k}=5\vec{i}+\vec{j}+7\vec{k}$$

Розв'язання

1)

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -1 & -2\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 2 & -1\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}3 & -2\\ 1 & -1\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}3 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=((-1)\cdot(-1)-(-2)\cdot 2)\vec{i}-(3\cdot(-1)-(-2)\cdot 1)\vec{j}+(3\cdot 2-(-1)\cdot 1)\vec{k}=5\vec{i}+\vec{j}+7\vec{k}=(5;1;7).$$

Розв'язання

2) $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$

Розв'язання

2) $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$, отже,
$2\vec{a} + \vec{b} = (2 \cdot 3 + 1; 2 \cdot (-1) + 2; 2 \cdot (-2) + (-1))$

Розв'язання

2) $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$, отже,
$2\vec{a} + \vec{b} = (2 \cdot 3 + 1; 2 \cdot (-1) + 2; 2 \cdot (-2) + (-1)) = (7; 0; -5)$

$$(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

2) $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$, отже,
$2\vec{a} + \vec{b} = (2 \cdot 3 + 1; 2 \cdot (-1) + 2; 2 \cdot (-2) + (-1)) = (7; 0; -5)$

$$(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

Розв'язання

2) $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$, отже,
$2\vec{a} + \vec{b} = (2 \cdot 3 + 1; 2 \cdot (-1) + 2; 2 \cdot (-2) + (-1)) = (7; 0; -5)$

$$(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (0 \cdot (-1) - (-5) \cdot 2)\vec{i} - (7 \cdot (-1) - (-5) \cdot 1)\vec{j} + (7 \cdot 2 - 0 \cdot 1)\vec{k}$$

Розв'язання

2) $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$, отже,
$2\vec{a} + \vec{b} = (2 \cdot 3 + 1; 2 \cdot (-1) + 2; 2 \cdot (-2) + (-1)) = (7; 0; -5)$

$$(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (0 \cdot (-1) - (-5) \cdot 2)\vec{i} - (7 \cdot (-1) - (-5) \cdot 1)\vec{j} + (7 \cdot 2 - 0 \cdot 1)\vec{k} = 10\vec{i} + 2\vec{j} + 14\vec{k}$$

Розв'язання

2) $\vec{a} = (3; -1; -2)$ і $\vec{b} = (1; 2; -1)$, отже,
$2\vec{a} + \vec{b} = (2 \cdot 3 + 1; 2 \cdot (-1) + 2; 2 \cdot (-2) + (-1)) = (7; 0; -5)$

$$(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 7 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (0 \cdot (-1) - (-5) \cdot 2)\vec{i} - (7 \cdot (-1) - (-5) \cdot 1)\vec{j} + (7 \cdot 2 - 0 \cdot 1)\vec{k} = 10\vec{i} + 2\vec{j} + 14\vec{k} = (10; 2; 14).$$

Розв'язання

3) Розв'язати самостійно.

Задача 2

Силу $\vec{P} = (2; -4; 5)$ прикладено до точки $M_0(4; -2; 3)$. Визначити момент сили відносно точки $A(3; 2; -1)$.

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

$$\overrightarrow{AM_0} = (4 - 3; -2 - 2; 3 - (-1))$$

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

$$\overrightarrow{AM_0} = (4-3; -2-2; 3-(-1)) = (1; -4; 4)$$

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

$$\overrightarrow{AM_0} = (4-3; -2-2; 3-(-1)) = (1; -4; 4)$$

$$\overrightarrow{AM_0} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 4 \\ 2 & -4 & 5 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

$$\overrightarrow{AM_0} = (4-3; -2-2; 3-(-1)) = (1; -4; 4)$$

$$\overrightarrow{AM_0} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 4 \\ 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -4 & 4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} =$$

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

$$\overrightarrow{AM_0} = (4-3; -2-2; 3-(-1)) = (1; -4; 4)$$

$$\overrightarrow{AM_0} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 4 \\ 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -4 & 4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-4)\cdot 5 - 4\cdot(-4))\vec{i} - (1\cdot 5 - 4\cdot 2)\vec{j} + (1\cdot(-4) - (-4)\cdot 2)\vec{k}$$

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

$$\overrightarrow{AM_0} = (4-3; -2-2; 3-(-1)) = (1; -4; 4)$$

$$\overrightarrow{AM_0} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 4 \\ 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -4 & 4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-4)\cdot 5 - 4\cdot(-4))\vec{i} - (1\cdot 5 - 4\cdot 2)\vec{j} + (1\cdot(-4) - (-4)\cdot 2)\vec{k} = -4\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

Розв'язання

$$\boxed{\vec{M} = \overrightarrow{AM_0} \times \vec{P}}$$

$$\overrightarrow{AM_0} = (4-3; -2-2; 3-(-1)) = (1; -4; 4)$$

$$\overrightarrow{AM_0} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 4 \\ 2 & -4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -4 & 4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-4)\cdot 5 - 4\cdot(-4))\vec{i} - (1\cdot 5 - 4\cdot 2)\vec{j} + (1\cdot(-4) - (-4)\cdot 2)\vec{k} = -4\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k} = (-4; 3; 4).$$

Задача 2

Силу $\vec{Q} = (2; 2; 9)$ прикладено до точки $A(4; 2; -3)$. Визначити момент сили відносно точки $C(2; 4; 0)$.

Розв'язання

Розв'язати самостійно.

Задача 3

Дано точки $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$ та $C(5; 2; 6)$. Обчислити площу трикутника ABC.

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0))$$

Розв’язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3 - 1; 0 - 2; -3 - 0)) = (2; -2; -3)$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0)) = (2; -2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (5-1; 2-2; 6-0))$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0)) = (2; -2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (5-1; 2-2; 6-0)) = (4; 0; 6)$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0)) = (2; -2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (5-1; 2-2; 6-0)) = (4; 0; 6)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0)) = (2; -2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (5-1; 2-2; 6-0)) = (4; 0; 6)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0)) = (2; -2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (5-1; 2-2; 6-0)) = (4; 0; 6)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k}$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0)) = (2; -2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (5-1; 2-2; 6-0)) = (4; 0; 6)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k} = -12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k}$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-1; 0-2; -3-0)) = (2; -2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (5-1; 2-2; 6-0)) = (4; 0; 6)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k} = -12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k} = (-12; -24; 8).$$

Розв'язання

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 8^2}$$

Розв'язання

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 8^2} = \frac{\sqrt{784}}{2}$$

Розв'язання

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 8^2} = \frac{\sqrt{784}}{2} = 14.$$

Задача 4

Дано точки $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$ та $C(1;3;-1)$. Обчислити довжину його висоти, яку опущено з вершини B на сторону AC.

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot h_B \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right|}$$

Розв'язання

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$$

$$\boxed{S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot h_B \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right|}$$

$$h_B = \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| / \left|\overrightarrow{AC}\right|$$

Завершити розв'язання самостійно (відповідь – 5).

Задача 5

Вектор $\vec{x}$, який є перпендикулярним до векторів $\vec{a} = (4; -2; -3)$ та $\vec{b} = (0; 1; 3)$, утворює з віссю Oy тупий кут. Знаючи, що $|\vec{x}| = 26$, знайти координати $\vec{x}$.

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-2) \cdot 3 - (-3) \cdot 1)\vec{i} - (4 \cdot 3 - (-3) \cdot 0)\vec{j} + (4 \cdot 1 - (-2) \cdot 0)\vec{k}$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-2)\cdot 3-(-3)\cdot 1)\vec{i}-(4\cdot 3-(-3)\cdot 0)\vec{j}+(4\cdot 1-(-2)\cdot 0)\vec{k} = -3\vec{i}-12\vec{j}+4\vec{k}$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-2)\cdot 3-(-3)\cdot 1)\vec{i}-(4\cdot 3-(-3)\cdot 0)\vec{j}+(4\cdot 1-(-2)\cdot 0)\vec{k} = -3\vec{i}-12\vec{j}+4\vec{k} = (-3; -12; 4)$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-2)\cdot 3-(-3)\cdot 1)\vec{i}-(4\cdot 3-(-3)\cdot 0)\vec{j}+(4\cdot 1-(-2)\cdot 0)\vec{k} = -3\vec{i}-12\vec{j}+4\vec{k} = (-3; -12; 4)$$

Перевіримо, чи є кут, який утворює знайдений вектор із віссю Oy, тупим, за допомогою скалярного добутку:

$$\cos\beta = \frac{\vec{c} \cdot \vec{j}}{|\vec{c}| \cdot |\vec{j}|}$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-2)\cdot 3 - (-3)\cdot 1)\vec{i} - (4\cdot 3 - (-3)\cdot 0)\vec{j} + (4\cdot 1 - (-2)\cdot 0)\vec{k} = -3\vec{i} - 12\vec{j} + 4\vec{k} = (-3; -12; 4)$$

Перевіримо, чи є кут, який утворює знайдений вектор із віссю Oy, тупим, за допомогою скалярного добутку:

$$\cos\beta = \frac{\vec{c}\cdot\vec{j}}{|\vec{c}|\cdot|\vec{j}|} = \frac{(-3)\cdot 0 + (-4)\cdot 1 + 4\cdot 0}{\sqrt{(-3)^2 + (-12)^2 + 4^2}\cdot 1}$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-2)\cdot 3 - (-3)\cdot 1)\vec{i} - (4\cdot 3 - (-3)\cdot 0)\vec{j} + (4\cdot 1 - (-2)\cdot 0)\vec{k} = -3\vec{i} - 12\vec{j} + 4\vec{k} = (-3; -12; 4)$$

Перевіримо, чи є кут, який утворює знайдений вектор із віссю Oy, тупим, за допомогою скалярного добутку:

$$\cos\beta = \frac{\vec{c} \cdot \vec{j}}{|\vec{c}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{(-3)\cdot 0 + (-4)\cdot 1 + 4 \cdot 0}{\sqrt{(-3)^2 + (-12)^2 + 4^2} \cdot 1} = -\frac{4}{13}$$

Розв'язання

Вектор, який є паралельним до $\vec{x}$, можна знайти як векторний добуток $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= ((-2)\cdot 3 - (-3)\cdot 1)\vec{i} - (4\cdot 3 - (-3)\cdot 0)\vec{j} + (4\cdot 1 - (-2)\cdot 0)\vec{k} = -3\vec{i} - 12\vec{j} + 4\vec{k} = (-3; -12; 4)$$

Перевіримо, чи є кут, який утворює знайдений вектор із віссю Oy, тупим, за допомогою скалярного добутку:

$$\cos\beta = \frac{\vec{c}\cdot\vec{j}}{|\vec{c}|\cdot|\vec{j}|} = \frac{(-3)\cdot 0 + (-4)\cdot 1 + 4\cdot 0}{\sqrt{(-3)^2 + (-12)^2 + 4^2}\cdot 1} = -\frac{4}{13} < 0.$$

Розв'язання

Отже, $\vec{x}$ є співнапрямленим із $\vec{c}$.

Розв'язання

Отже, $\vec{x}$ є співнапрямленим із $\vec{c}$. Координати $\vec{x}$ мають бути пропорційними до координат $\vec{c}$. Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює y.

Розв'язання

Отже, $\vec{x}$ є співнапрямленим із $\vec{c}$. Координати $\vec{x}$ мають бути пропорційними до координат $\vec{c}$. Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює y.
Тоді $\vec{x} = (-3y; -12y; 4y)$.

Розв'язання

Отже, $\vec{x}$ є співнапрямленим із $\vec{c}$. Координати $\vec{x}$ мають бути пропорційними до координат $\vec{c}$. Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює y.
Тоді $\vec{x} = (-3y; -12y; 4y)$.
За умовою задачі

$$|\vec{x}| = \sqrt{(-3y)^2 + (-12y)^2 + (4y)^2}$$

Розв'язання

Отже, $\vec{x}$ є співнапрямленим із $\vec{c}$. Координати $\vec{x}$ мають бути пропорційними до координат $\vec{c}$. Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює y.
Тоді $\vec{x} = (-3y; -12y; 4y)$.
За умовою задачі

$$|\vec{x}| = \sqrt{(-3y)^2 + (-12y)^2 + (4y)^2} = 13y$$

Розв'язання

Отже, $\vec{x}$ є співнапрямленим із $\vec{c}$. Координати $\vec{x}$ мають бути пропорційними до координат $\vec{c}$. Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює y.

Тоді $\vec{x} = (-3y; -12y; 4y)$.

За умовою задачі

$$|\vec{x}| = \sqrt{(-3y)^2 + (-12y)^2 + (4y)^2} = 13y = 26$$

Розв'язання

Отже, $\vec{x}$ є співнапрямленим із $\vec{c}$. Координати $\vec{x}$ мають бути пропорційними до координат $\vec{c}$. Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює y.
Тоді $\vec{x} = (-3y; -12y; 4y)$.
За умовою задачі

$$|\vec{x}| = \sqrt{(-3y)^2 + (-12y)^2 + (4y)^2} = 13y = 26$$

$$y = 2$$

Отже, $\vec{x} = (-6; -24; 8)$.

Задача 5

Вектор $\vec{m}$, який є перпендикулярним до вісі Oz і вектора $\vec{a} = (8; -15; 3)$, утворює з віссю Ox гострий кут. Знаючи, що $|\vec{m}| = 51$, знайти координати $\vec{m}$.

Розв'язання

Розв'язати самостійно.

Задача 6

Дано вектори $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (-2; 2; 1)$ та $\vec{c} = (3; -2; 5)$. Обчислити $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Розв'язання

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 5 + (-1) \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) \cdot (-2) - (3 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-2) \cdot 5)$$

Розв'язання

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 5 + (-1) \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) \cdot (-2) - (3 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-2) \cdot 5) = 6.$$

Задача 6

Обчислити об'єм тетраедра, вершинами якого є точки $A(2;-1;1)$, $B(5;5;4)$, $C(3;2;-1)$ та $D(4;1;3)$.

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|$$

$$\overrightarrow{AB} = (3; 6; 3); \overrightarrow{AC} = (1; 3; -2); \overrightarrow{AD} = (2; 2; 2).$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|$$

$$\overrightarrow{AB} = (3;6;3); \overrightarrow{AC} = (1;3;-2); \overrightarrow{AD} = (2;2;2).$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|$$

$$\overrightarrow{AB} = (3;6;3); \overrightarrow{AC} = (1;3;-2); \overrightarrow{AD} = (2;2;2).$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 2 + 6 \cdot (-2) \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 - (3 \cdot 3 \cdot 2 + 6 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-2) \cdot 2)$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|$$

$$\overrightarrow{AB} = (3;6;3); \overrightarrow{AC} = (1;3;-2); \overrightarrow{AD} = (2;2;2).$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot 3\cdot 2 + 6\cdot(-2)\cdot 2 + 1\cdot 2\cdot 3 - \left(3\cdot 3\cdot 2 + 6\cdot 1\cdot 2 + 3\cdot(-2)\cdot 2\right) = -18.$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|$$

$$\overrightarrow{AB} = (3;6;3); \overrightarrow{AC} = (1;3;-2); \overrightarrow{AD} = (2;2;2).$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 2 + 6 \cdot (-2) \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 - (3 \cdot 3 \cdot 2 + 6 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-2) \cdot 2) = -18.$$

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{|-18|}{6}$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|$$

$$\overrightarrow{AB} = (3;6;3); \overrightarrow{AC} = (1;3;-2); \overrightarrow{AD} = (2;2;2).$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot3\cdot2 + 6\cdot(-2)\cdot2 + 1\cdot2\cdot3 - (3\cdot3\cdot2 + 6\cdot1\cdot2 + 3\cdot(-2)\cdot2) = -18.$$

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{|-18|}{6} = 3.$$

Задача 6

Дано вершини тетраедра $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$ та $D(-5;-4;8)$. Знайти довжину його висоти, яку опущено з вершини D.

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right| = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot h_D$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right| = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot h_D$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|$$

Розв'язання

Маємо з лекційного матеріалу

$$V_{\text{тетраедра}} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right| = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot h_D$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|$$

$$h_D = \frac{\left|\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}\right|}{|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|}$$

$$\overrightarrow{AB} = (2;-2;-3); \overrightarrow{AC} = (4;0;6); \overrightarrow{AD} = (-7;-7;7).$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2) \cdot 6 - (-3) \cdot 0)\vec{i} - (2 \cdot 6 - (-3) \cdot 4)\vec{j} + (2 \cdot 0 - (-2) \cdot 4)\vec{k}$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k} = -12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k}$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -2 & -3\\ 4 & 0 & 6\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-2 & -3\\ 0 & 6\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & -3\\ 4 & 6\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & -2\\ 4 & 0\end{vmatrix}=$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k}=-12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k}=(-12;-24;8).$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k} = -12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k} = (-12;-24;8).$$

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-12)^2+(-24)^2+8^2}$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k} = -12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k} = (-12; -24; 8).$$

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 8^2} = \sqrt{784}$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k} = -12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k} = (-12;-24;8).$$

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-12)^2+(-24)^2+8^2} = \sqrt{784} = 28$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD} = \left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AD}$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -2 & -3\\ 4 & 0 & 6\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-2 & -3\\ 0 & 6\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & -3\\ 4 & 6\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & -2\\ 4 & 0\end{vmatrix}=$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k}=-12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k}=(-12;-24;8).$$

$$|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(-12)^2+(-24)^2+8^2}=\sqrt{784}=28$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=(-12;-24;8)\cdot(-7;-7;7)$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -2 & -3\\ 4 & 0 & 6\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-2 & -3\\ 0 & 6\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & -3\\ 4 & 6\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & -2\\ 4 & 0\end{vmatrix}=$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k}=-12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k}=(-12;-24;8).$$

$$|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(-12)^2+(-24)^2+8^2}=\sqrt{784}=28$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=(-12;-24;8)\cdot(-7;-7;7)=308.$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -2 & -3\\ 4 & 0 & 6\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-2 & -3\\ 0 & 6\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & -3\\ 4 & 6\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & -2\\ 4 & 0\end{vmatrix}=$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k}=-12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k}=(-12;-24;8).$$

$$|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(-12)^2+(-24)^2+8^2}=\sqrt{784}=28$$

$$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AC}\,\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=(-12;-24;8)\cdot(-7;-7;7)=308.$$

$$h_D=\frac{308}{28}$$

Розв'язання

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$((-2)\cdot 6-(-3)\cdot 0)\vec{i}-(2\cdot 6-(-3)\cdot 4)\vec{j}+(2\cdot 0-(-2)\cdot 4)\vec{k} = -12\vec{i}-24\vec{j}+8\vec{k} = (-12; -24; 8).$$

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 8^2} = \sqrt{784} = 28$$

$$\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\overrightarrow{AD} = \left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AD} = (-12; -24; 8) \cdot (-7; -7; 7) = 308.$$

$$h_D = \frac{308}{28} = 11.$$