Ознаки зростання і спадання функції на проміжку. Умови існування екстремуму

Зростання і спадання функцій

Теорема. 1) *Якщо функція* $f(x)$ *має похідну на відрізку* $[a, b]$ *і зростає на цьому відрізку, то її похідна на цьому відрізку невід'ємна, тобто* $f'(x) \geqslant 0$.

Зростання і спадання функцій

<u>**Теорема.**</u> 1) *Якщо функція* $f(x)$ *має похідну на відрізку* $[a, b]$ *і зростає на цьому відрізку, то її похідна на цьому відрізку невід'ємна, тобто* $f'(x) \geqslant 0$.
2) *Якщо функція* $f(x)$ *неперервна на відрізку* $[a, b]$ *і диференційована на проміжку* (a, b)*, причому* $f'(x) > 0$ *для* $a < x < b$*, то ця функція зростає на відрізку* $[a, b]$

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x + \Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x + \Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x+\Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x+\Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.
   Тоді:
   $$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} > 0, \qquad \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \geqslant 0.$$

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x+\Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x+\Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.
   Тоді:
   $$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} > 0, \qquad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \geqslant 0.$$

2. Нехай $f'(x) > 0$ для будь-яких точок x_1 і x_2, що належать відрізку $[a, b]$, причому $x_1 < x_2$.

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x+\Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x+\Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.
   Тоді:
$$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} > 0, \qquad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \geqslant 0.$$

2. Нехай $f'(x) > 0$ для будь-яких точок x_1 і x_2, що належать відрізку $[a, b]$, причому $x_1 < x_2$.

Тоді за теоремою Лагранжа: $f(x_2) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x_2 - x_1)$, $x_1 < \varepsilon < x_2$

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x+\Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x+\Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.
   Тоді:
   $$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} > 0, \qquad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \geqslant 0.$$

2. Нехай $f'(x) > 0$ для будь-яких точок x_1 і x_2, що належать відрізку $[a, b]$, причому $x_1 < x_2$.

Тоді за теоремою Лагранжа: $f(x_2) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x_2 - x_1)$, $x_1 < \varepsilon < x_2$
За умовою $f'(\varepsilon) > 0$, отже, $f(x_2) - f(x_1) > 0$, тобто функція $f(x)$ зростає.

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x+\Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x+\Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.
   Тоді:
   $$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} > 0, \qquad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \geqslant 0.$$

2. Нехай $f'(x) > 0$ для будь-яких точок x_1 і x_2, що належать відрізку $[a, b]$, причому $x_1 < x_2$.

Тоді за теоремою Лагранжа: $f(x_2) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x_2 - x_1)$, $x_1 < \varepsilon < x_2$
За умовою $f'(\varepsilon) > 0$, отже, $f(x_2) - f(x_1) > 0$, тобто функція $f(x)$ зростає.
Теорему доведено.

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x+\Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x+\Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.
   Тоді:
   $$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} > 0, \qquad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \geqslant 0.$$

2. Нехай $f'(x) > 0$ для будь-яких точок x_1 і x_2, що належать відрізку $[a, b]$, причому $x_1 < x_2$.

Тоді за теоремою Лагранжа: $f(x_2) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x_2 - x_1)$, $x_1 < \varepsilon < x_2$
За умовою $f'(\varepsilon) > 0$, отже, $f(x_2) - f(x_1) > 0$, тобто функція $f(x)$ зростає.
Теорему доведено.
Аналогічно можна зробити висновок про те, що якщо функція $f(x)$ спадає на відрізку $[a, b]$, то $f'(x) \leqslant 0$ на цьому відрізку. Якщо $f'(x) < 0$ у проміжку (a, b), то $f(x)$ спадає на відрізку $[a, b]$.

Доведення

1. Якщо функція $f(x)$ зростає, то $f(x+\Delta x) > f(x)$ при $\Delta x > 0$ і $f(x+\Delta x) < f(x)$ при $\Delta x < 0$.
   Тоді:
$$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} > 0, \qquad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \geqslant 0.$$

2. Нехай $f'(x) > 0$ для будь-яких точок x_1 і x_2, що належать відрізку $[a,b]$, причому $x_1 < x_2$.

Тоді за теоремою Лагранжа: $f(x_2) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x_2 - x_1)$, $x_1 < \varepsilon < x_2$
За умовою $f'(\varepsilon) > 0$, отже, $f(x_2) - f(x_1) > 0$, тобто функція $f(x)$ зростає.
Теорему доведено.
Аналогічно можна зробити висновок про те, що якщо функція $f(x)$ спадає на відрізку $[a,b]$, то $f'(x) \leqslant 0$ на цьому відрізку. Якщо $f'(x) < 0$ у проміжку (a,b), то $f(x)$ спадає на відрізку $[a,b]$.
Звичайно, дане твердження справедливе, якщо функція $f(x)$ неперервна на відрізку $[a,b]$ і диференційована на інтервалі (a,b).

Точки екстремуму

<u>**Означення**</u> Функція $f(x)$ має у точці x_1 максимум, якщо її значення у цій точці більше значень у всіх точках деякого інтервалу, що містить точку x_1. Функція $f(x)$ має у точці x_2 мінімум, якщо $f(x_2 + \Delta x) > f(x_2)$ при кожному Δx (Δx може бути і від'ємним).

Точки екстремуму

Означення Функція $f(x)$ має у точці x_1 максимум, якщо її значення у цій точці більше значень у всіх точках деякого інтервалу, що містить точку x_1.
Функція $f(x)$ має у точці x_2 мінімум, якщо $f(x_2 + \Delta x) > f(x_2)$ при кожному Δx (Δx може бути і від'ємним).
Очевидно, що функція, визначена на відрізку може мати максимум і мінімум тільки у точках, що перебувають усередині цього відрізка.

Точки екстремуму

Означення Точки максимуму і мінімуму функції називаються **точками екстремуму**

Необхідна умова існування екстремуму

Теорема *Якщо функція* $f(x)$ *диференційована у точці* $x = x_1$ *і точка* x_1 *є точкою екстремуму, то похідна функції обертається у нуль у цій точці.*

Доведення

Припустімо, що функція $f(x)$ має у точці $x = x_1$ максимум.

Доведення

Припустімо, що функція $f(x)$ має у точці $x = x_1$ максимум.
Тоді при досить малих додатних $\Delta x > 0$ виконується нерівність $f(x_1 + \Delta x) < f(x_1)$, тобто

$$f(x_1 + \Delta x) - f(x_1) < 0$$

Доведення

Припустімо, що функція $f(x)$ має у точці $x = x_1$ максимум.
Тоді при досить малих додатних $\Delta x > 0$ виконується нерівність $f(x_1 + \Delta x) < f(x_1)$, тобто

$$f(x_1 + \Delta x) - f(x_1) < 0$$

Тоді

$$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} > 0 \qquad \text{при} \quad \Delta x < 0$$

$$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} < 0 \qquad \text{при} \quad \Delta x > 0$$

Доведення

Припустімо, що функція $f(x)$ має у точці $x = x_1$ максимум.
Тоді при досить малих додатних $\Delta x > 0$ виконується нерівність $f(x_1 + \Delta x) < f(x_1)$, тобто

$$f(x_1 + \Delta x) - f(x_1) < 0$$

Тоді

$$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} > 0 \qquad \text{при} \quad \Delta x < 0$$

$$\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} < 0 \qquad \text{при} \quad \Delta x > 0$$

За визначенням:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x} = f'(x_1)$$

Доведення

Тобто якщо $\Delta x \to 0$, але $\Delta x < 0$, то $f'(x_1) \geqslant 0$, а якщо $\Delta x \to 0$, але $\Delta x > 0$, то $f'(x_1) \leqslant 0$.

Доведення

Тобто якщо $\Delta x \to 0$, але $\Delta x < 0$, то $f'(x_1) \geqslant 0$, а якщо $\Delta x \to 0$, але $\Delta x > 0$, то $f'(x_1) \leqslant 0$.
А можливо це тільки у тому випадку, якщо при $\Delta x \to 0$ $f'(x_1) = 0$.

Доведення

Тобто якщо $\Delta x \to 0$, але $\Delta x < 0$, то $f'(x_1) \geqslant 0$, а якщо $\Delta x \to 0$, але $\Delta x > 0$, то $f'(x_1) \leqslant 0$.
А можливо це тільки у тому випадку, якщо при $\Delta x \to 0$ $f'(x_1) = 0$.
Теорему доведено.

Доведення

Тобто якщо $\Delta x \rightarrow 0$, але $\Delta x < 0$, то $f'(x_1) \geqslant 0$, а якщо $\Delta x \rightarrow 0$, але $\Delta x > 0$, то $f'(x_1) \leqslant 0$.
А можливо це тільки у тому випадку, якщо при $\Delta x \rightarrow 0$ $f'(x_1) = 0$.
Теорему доведено.
Для випадку, коли функція $f(x)$ має у точці x_2 мінімум, теорема доводиться аналогічно.

Наслідок

Зворотне твердження є помилковим.

Наслідок

Зворотне твердження є помилковим.
Якщо похідна функції в деякій точці дорівнює нулю, то це ще не значить, що у цій точці функція має екстремум.

Наслідок

Зворотне твердження є помилковим.
Якщо похідна функції в деякій точці дорівнює нулю, то це ще не значить, що у цій точці функція має екстремум.
Приклад – функція $y = x^3$

Наслідок

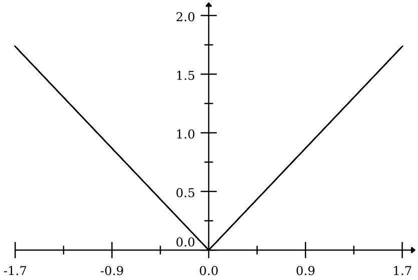
Зворотне твердження є помилковим.
Якщо похідна функції в деякій точці дорівнює нулю, то це ще не значить, що у цій точці функція має екстремум.
Приклад – функція $y = x^3$
Похідна у точці $x = 0$ дорівнює нулю, однак у цій точці функція має тільки перегин на графіку, а не максимум або мінімум.

Критичні точки

Означення Критичними точками функції називаються точки, у яких похідна функції не існує або дорівнює нулю.

Приклад недостатності умов попередньої теореми

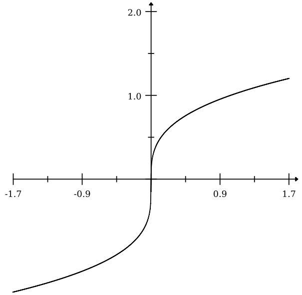
$$f(x) = |x|$$



У точці $x = 0$ функція має мінімум, але не має похідної.

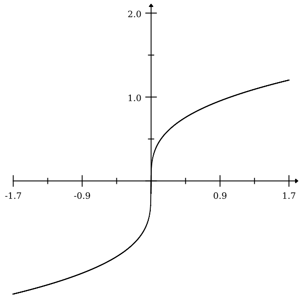
Приклад недостатності умов попередньої теореми

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$



Приклад недостатності умов попередньої теореми

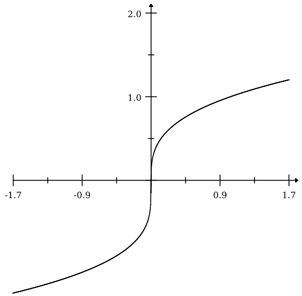
$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$



У точці $x = 0$ функція не має ні максимуму, ні мінімуму, ні похідної.

Приклад недостатності умов попередньої теореми

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$



У точці $x = 0$ функція не має ні максимуму, ні мінімуму, ні похідної. Загалом кажучи, функція $f(x)$ може мати екстремум у точках, де похідна не існує або дорівнює нулю.

Достатні умови існування екстремуму

Теорема *Нехай функція $f(x)$ неперервна в інтервалі (a, b), що містить критичну точку x_1, і диференційована у всіх точках цього інтервалу крім, може бути, самої точки x_1.*
Якщо при переході через точку x_1 ліворуч праворуч похідна функції $f'(x)$ міняє знак з «+» на «−», то у точці $x = x_1$ функція $f(x)$ має максимум, а якщо похідна міняє знак з «−» на «+» – то функція має мінімум

Доведення

Нехай $\begin{cases} f'(x) > 0 \quad \text{при} \quad x < x_1 \\ f'(x) < 0 \quad \text{при} \quad x > x_1 \end{cases}$

Доведення

Нехай $\begin{cases} f'(x) > 0 \quad \text{при} \quad x < x_1 \\ f'(x) < 0 \quad \text{при} \quad x > x_1 \end{cases}$

За теоремою Лагранжа: $f(x) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x - x_1)$, де $x < \varepsilon < x_1$.

Доведення

Нехай $\begin{cases} f'(x) > 0 \quad \text{при} \quad x < x_1 \\ f'(x) < 0 \quad \text{при} \quad x > x_1 \end{cases}$

За теоремою Лагранжа: $f(x) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x - x_1)$, де $x < \varepsilon < x_1$.

Тоді: 1) Якщо $x < x_1$, то $\varepsilon < x_1$; $f'(\varepsilon) > 0$; $f'(\varepsilon)(x - x_1) < 0$

Доведення

Нехай $\begin{cases} f'(x) > 0 \quad \text{при} \quad x < x_1 \\ f'(x) < 0 \quad \text{при} \quad x > x_1 \end{cases}$

За теоремою Лагранжа: $f(x) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x - x_1)$, де $x < \varepsilon < x_1$.

Тоді: 1) Якщо $x < x_1$, то $\varepsilon < x_1$; $f'(\varepsilon) > 0$; $f'(\varepsilon)(x - x_1) < 0$

Отже

$$f(x) - f(x_1) < 0 \text{ або } f(x) < f(x_1).$$

Доведення

Нехай $\begin{cases} f'(x) > 0 & \text{при} \quad x < x_1 \\ f'(x) < 0 & \text{при} \quad x > x_1 \end{cases}$

За теоремою Лагранжа: $f(x) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x - x_1)$, де $x < \varepsilon < x_1$.

Тоді: 1) Якщо $x < x_1$, то $\varepsilon < x_1$; $f'(\varepsilon) > 0$; $f'(\varepsilon)(x - x_1) < 0$

Отже

$$f(x) - f(x_1) < 0 \text{ або } f(x) < f(x_1).$$

2) Якщо $x > x_1$, то при $\varepsilon > x_1$ $f'(\varepsilon) < 0$; $f'(\varepsilon)(x - x_1) < 0$

Доведення

Нехай $\begin{cases} f'(x) > 0 & \text{при} \quad x < x_1 \\ f'(x) < 0 & \text{при} \quad x > x_1 \end{cases}$

За теоремою Лагранжа: $f(x) - f(x_1) = f'(\varepsilon)(x - x_1)$, де $x < \varepsilon < x_1$.

Тоді: 1) Якщо $x < x_1$, то $\varepsilon < x_1$; $f'(\varepsilon) > 0$; $f'(\varepsilon)(x - x_1) < 0$

Отже

$$f(x) - f(x_1) < 0 \text{ або } f(x) < f(x_1).$$

2) Якщо $x > x_1$, то при $\varepsilon > x_1$ $f'(\varepsilon) < 0$; $f'(\varepsilon)(x - x_1) < 0$

Отже

$$f(x) - f(x_1) < 0 \text{ або } f(x) < f(x_1).$$

Доведення

Оскільки відповіді збігаються, то можна сказати, що $f(x) < f(x_1)$ у будь-яких точках поблизу x_1, тобто x_1 – точка максимуму.

Доведення

Оскільки відповіді збігаються, то можна сказати, що $f(x) < f(x_1)$ у будь-яких точках поблизу x_1, тобто x_1 – точка максимуму.
Теорему доведено.

Доведення

Оскільки відповіді збігаються, то можна сказати, що $f(x) < f(x_1)$ у будь-яких точках поблизу x_1, тобто x_1 – точка максимуму.
Теорему доведено.
Доведення теореми для точки мінімуму проводиться аналогічно.

Єдиний порядок дій при знаходженні найбільшого і найменшого значення функції на відрізку

1. Знайти критичні точки функції.

Єдиний порядок дій при знаходженні найбільшого і найменшого значення функції на відрізку

1. Знайти критичні точки функції.
2. Знайти значення функції в критичних точках.

Єдиний порядок дій при знаходженні найбільшого і найменшого значення функції на відрізку

1. Знайти критичні точки функції.
2. Знайти значення функції в критичних точках.
3. Знайти значення функції на кінцях відрізка.

Єдиний порядок дій при знаходженні найбільшого і найменшого значення функції на відрізку

1. Знайти критичні точки функції.
2. Знайти значення функції в критичних точках.
3. Знайти значення функції на кінцях відрізка.
4. Обрати серед отриманих значень найбільше і найменше.

Дослідження функції на екстремум за допомогою похідних вищих порядків

Нехай у точці $x = x_1$ $f'(x_1) = 0$ і $f''(x_1)$ існує і неперервна в деякому околі точки x_1.

Теорема *Якщо* $f'(x_1) = 0$, *то функція* $f(x)$ *у точці* $x = x_1$ *має максимум, якщо* $f''(x_1) < 0$, *і мінімум, якщо* $f''(x_1) > 0$

Доведення

Нехай $f'(x_1) = 0$ і $f''(x_1) < 0$. Оскільки функція $f''(x)$ неперервна, то $f''(x_1)$ буде від'ємною і у деякому малому околі точки x_1.

Доведення

Нехай $f'(x_1) = 0$ і $f''(x_1) < 0$. Оскільки функція $f''(x)$ неперервна, то $f''(x_1)$ буде від'ємною і у деякому малому околі точки x_1.
Оскільки $f''(x) = (f'(x))' < 0$, то $f'(x)$ спадає на відрізку, що містить точку x_1, але $f'(x_1) = 0$, тобто $f'(x) > 0$ при $x < x_1$ і $f'(x) < 0$ при $x > x_1$.

Доведення

Нехай $f'(x_1) = 0$ і $f''(x_1) < 0$. Оскільки функція $f''(x)$ неперервна, то $f''(x_1)$ буде від'ємною і у деякому малому околі точки x_1.
Оскільки $f''(x) = (f'(x))' < 0$, то $f'(x)$ спадає на відрізку, що містить точку x_1, але $f'(x_1) = 0$, тобто $f'(x) > 0$ при $x < x_1$ і $f'(x) < 0$ при $x > x_1$.
Це і означає, що при переході через точку $x = x_1$ похідна $f'(x)$ міняє знак з «$+$» на «$-$», тобто у цій точці функція $f(x)$ має максимум.

Доведення

Нехай $f'(x_1) = 0$ і $f''(x_1) < 0$. Оскільки функція $f''(x)$ неперервна, то $f''(x_1)$ буде від'ємною і у деякому малому околі точки x_1.
Оскільки $f''(x) = (f'(x))' < 0$, то $f'(x)$ спадає на відрізку, що містить точку x_1, але $f'(x_1) = 0$, тобто $f'(x) > 0$ при $x < x_1$ і $f'(x) < 0$ при $x > x_1$.
Це і означає, що при переході через точку $x = x_1$ похідна $f'(x)$ міняє знак з «$+$» на «$-$», тобто у цій точці функція $f(x)$ має максимум.
Для випадку мінімуму функції теорема доводиться аналогічно.

Дослідження функції на екстремум за допомогою похідних вищих порядків

Якщо $f''(x_1) = 0$, можна скористатися такою теоремою:

Теорема *Нехай $f(x)$ є неперервною в певному околі точки $x = x_1$, причому у самій точці існують похідні функції, аж до n-го порядку включно і $f'(x_1) = f''(x_1) = \dots = f^{(n-1)}(x_1) = 0$, $f^{(n)}(x_1) \neq 0$. Тоді*

1. *якщо n – парне і $f^{(n)}(x_1) > 0$, x_1 є точкою мінімуму;*
2. *якщо n – парне і $f^{(n)}(x_1) < 0$, x_1 є точкою максимуму;*
3. *якщо n – непарне, x_1 не є точкою екстремуму.*

Приклад

Визначити інтервали зростання і спадання функції $f(x) = x^3 - 12x + 11$.

Розв'язання

Область визначення функції – $x \in \mathbb{R}$.
Похідна:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

Розв'язання

Область визначення функції – $x \in \mathbb{R}$.
Похідна:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

Друга похідна:

$$f''(x) = 6x$$

Критичні точки:

$$3x^2 - 12 = 0$$

Розв'язання

Область визначення функції – $x \in \mathbb{R}$.
Похідна:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

Друга похідна:

$$f''(x) = 6x$$

Критичні точки:

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$$

Розв'язання

Область визначення функції – $x \in \mathbb{R}$.
Похідна:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

Друга похідна:

$$f''(x) = 6x$$

Критичні точки:

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

Розв'язання

1. $x = -2$:

$$f''(-2) = 6 \cdot (-2)$$

Розв'язання

1. $x = -2$:

$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12$$

Розв'язання

1. $x = -2$:

$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$$

Розв'язання

1. $x = -2$:

$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$$

   Маємо максимум.

Розв'язання

1. $x = -2$:

$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$$

   Маємо максимум.

2. $x = 2$:

$$f''(2) = 6 \cdot 2$$

Розв'язання

1. $x = -2$:
$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$$
Маємо максимум.
2. $x = 2$:
$$f''(2) = 6 \cdot 2 = 12$$

Розв'язання

1. $x = -2$:
$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$$
Маємо максимум.
2. $x = 2$:
$$f''(2) = 6 \cdot 2 = 12 > 0$$

Розв'язання

1. $x = -2$:
$$f''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$$
Маємо максимум.
2. $x = 2$:
$$f''(2) = 6 \cdot 2 = 12 > 0$$
Маємо мінімум.

Розв'язання

Інтервали зростання:

$$f'(x) > 0$$

Розв'язання

Інтервали зростання:

$$f'(x) > 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 > 0$$

Розв'язання

Інтервали зростання:

$$f'(x) > 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$$

Інтервал спадання:

$$f'(x) < 0$$

Розв'язання

Інтервали зростання:

$$f'(x) > 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$$

Інтервал спадання:

$$f'(x) < 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 < 0$$

Розв'язання

Інтервали зростання:

$$f'(x) > 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$$

Інтервал спадання:

$$f'(x) < 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 < 0 \Rightarrow x \in (-2; 2)$$