Дискретна математика

1 семестр

Лектор
Серпінська Ольга Ігорівна
Ауд. 367
o.serpinska@gmail.com

Список літератури

Базова

1. Міхайленко В.М., Федоренко Н.Д., Демченко В.В. Дискретна математика. Підручник. К. ЄУ., 2003., 318 с.
2. Акімов О.Е. Дискретная математика. -М., Лаборатория базовых знаний, 2001, 350 с.
3. Иванов Б.Н. Дискретная математика – М., Лаборат. баз. зн., 2002 г. 288 с.
4. М. Свалш, К.Тхуласирами. Графн, сети и алгоритмы, М.Мир. 1984. - 452 с.
5. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика: підручник. – Львів: Магнолія-2006, 2010.- 431с.

Допоміжна

1. Федоренко Н.Д., Демченко В.В., Основи дискретного аналізу. Навчальний посібник. - К. КНУБА, 2003. -108 с.
2. Міхайленко В.М., Федоренко Н.Д., Спеціальні розділи математики. К. Вища школа, 1992, - 214 с.
3. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский П.М. Дискретная математика для инженера. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 480с.
4. Новиков П.С. Элементы математической логики. – М.: Наука, 1973. – 399с.
5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986. – 384с.

Тема 1. Множини, операції над множинами

§1. Основні поняття та визначення теорії множин

Під ***множиною*** розуміють довільну сукупність об’єктів, об’єднаних деякою ознакою.

Синонімами поняття «множина» є поняття «сукупність», «клас», «збірка» тощо. Предмети, об’єкти, які містить множина, називають її елементами. Наприклад, дочка, син є елементами множини сім’я.

Множини позначають великими буквами латинського алфавіту *A, B, C, D*,…, а елементи множин – малими буквами цього алфавіту – *a, b, c, d*,... Про елементи даної множини говорять, що вони належать цій множині, і символічно записують так:

$$\boldsymbol{a \in A}.$$

Читають: «елемент *a* належить множині *A*» або «множина *A* містить елемент *a*», в протилежному випадку $\boldsymbol{a \notin A}$.

Множина, що не міститьжодногоелемента, називаєтьсяпорожньою***порожньою***множиною. Позначається символом Ø.

Приклад 1. Множинатрикутників з двомапрямими кутами - порожня.

Приклад 2. Множинакоренівpівняння$x^2 = -1$на множинідійсних чисел – порожня.

Множина, яка вміщує в собі всі множини, що розглядаються, називається ***універсальною*** множиною або ***універсумом*** і позначається U.

Множину *A* називають ***підмножиною*** множини *B* тоді і тільки тоді, коли кожний елемент множини *A* належить і множині *B*.

Позначують $A \subseteq B$ або $B \supseteq A$. Читають: “множина *A* міститься у множині *B*”, “множина *B* містить множину *A*”. Знаки $\subseteq$ і $\supseteq$ називаються ***знаками включення*** або ***нестрогого включення***. Якщо $A \subseteq B$, однак $A \neq B$, то пишуть $A \subset B$ і називають множину *A* ***власною*** (*строгою* або *істинною*) ***підмножиною*** множини *B*. Знак $\subset$ (або $\supset$), на відміну від знака $\subseteq$ (або $\supseteq$), називається ***знаком строгого включення***.

Дві множини A і B називаються **рівними** тоді і тільки тоді, коли вони містять ті самі елементи, тобто коли кожен елемент множини A є також елементом множини B і навпаки. Позначається $A=B$.

Приклад 3. Множини $A=\{2, 4, 6\}$ і $B=\{4, 2, 6\}$ рівні між собою, вони містять однакові елементи.

Множини, елементами яких є числа, називаються ***числовими множинами.*** Для запису деяких стандартних числових множин користуються загальноприйнятими позначеннями:

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ – множина натуральних чисел;

$N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5 \ldots\}$ – множина цілих невід’ємних чисел;

$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ – множина цілих чисел;

Q – множина раціональних чисел;

R – множина дійсних чисел.

Скінченною називається множина, для якої існує натуральне число, що дорівнює кількості її елементів, а протилежному випадку множина називається нескінченною.

Кількістьелементівскінченоїмножининазивається***потужністю***множини.

ПотужністьмножиниAпозначається $|A|$. Наприклад: $|\varnothing| = 0$, якщо$A = \{0; 1; 3\}$, тодіпотужність$|A|=3$.

Якщо$|A| = |B|$, то множиниA та Bназивають***рівнопотужними.***

Множинавсіхпідмножиндеякоїосновноїмножини А називається***булеаном***і позначається$P(A)$. Булеанвключаєпорожнюмножину і саму множинуA.Якщо множина A має n елементів, то булеан$P(A)$ міститиме 2^n елементів, через що його називають ***множиною-степенем*** множини A.

§2. Способи задання множин

1. Перелік елементів множини.

Запис $A = \{a, b, c\}$ означає, що множина A містить три елементи a, b і c, а множина $M = \{a, b, c, \ldots\}$ крім цих трьох елементів має безліч інших.

2. P(x) – характеристичний предикат (умова)

$$A = \{x \mid P(x)\} \text{ або } \{x : P(x)\}.$$

Приклад 4.

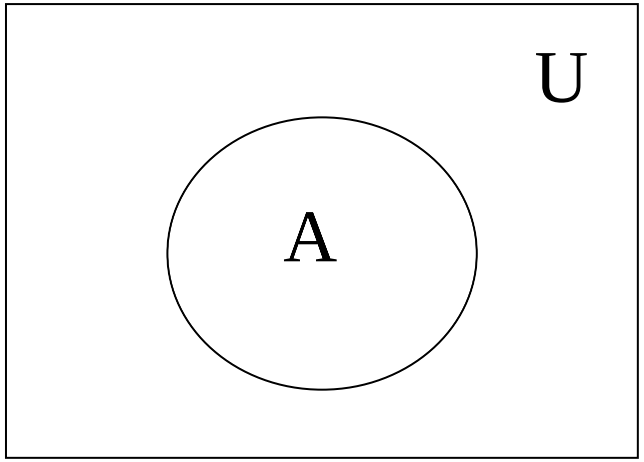
$$A = \{x \mid (x-1)(x-2)(x^2-9) = 0\}.$$

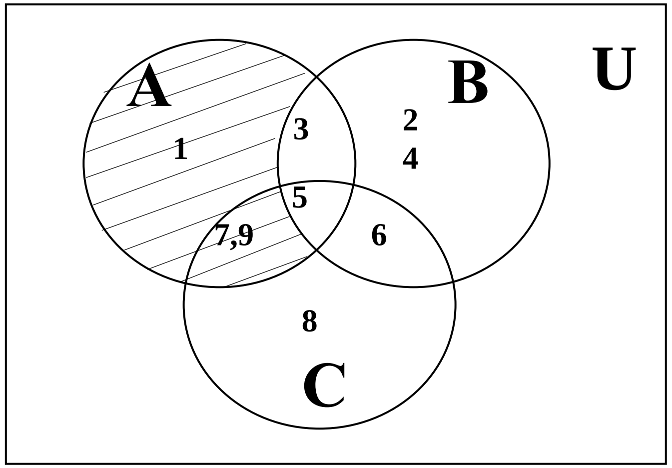
$$S = \{\, n \mid n \text{ - непарне число} \,\}$$

$$X = \{\, x \mid x = \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z} \,\},$$

$$F = \{\, f_i \mid f_{i+2} = f_{i+1} + f_i,\ i \in N,\ f_1 = f_2 = 1 \,\}.$$

3. Діаграми Ейлера-Венна





4. Аналітичний, за допомогою символів операцій над множинами та дужок.

$$C = \overline{(\mathrm{B} \cup \mathrm{A}) \cap \overline{\overline{\mathrm{A}}} \cup (\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}})} \cup \mathrm{B}$$