

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

**ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

*Методичні вказівки до виконання практичних робіт  
для студентів спеціальностей: 122. «Комп'ютерні науки»,  
123. «Комп'ютерна інженерія», 125. «Кібербезпека»,  
126. «Інформаційні системи та технології»,  
015.10. «Професійна освіта. Комп'ютерні технології»*

Київ 2020 р.

УДК 519.8(075)

ББК 65я73

М79

Укладачі: О.О. Терентьєв, докт. техн. наук, професор

Рецензент С.В. Цюцюра, докт., техн., наук, професор

Відповідальний за випуск В.М. Міхайленко, докт. техн. наук, професор, завідувач кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики

Затверджено на засіданні кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики, протокол №9 від 02 березня 2020 р.

М79

**Дослідження операцій:** Методичні вказівки до виконання практичних робіт /Уклад. О.О. Терентьєв.– К.: КНУБА, 2020. – 23 с.

## ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### ПЕРШЕ ЗАВДАННЯ

**Скласти математичну модель наведеної задачі.**

1. Для виготовлення будівельного матеріалу необхідно не більше 10 кг речовини А і не більше 12 кг речовини В. Речовину А одержують з двох мінералів: в 1 кг першого мінералу міститься 0,1 кг, другого - 0,4 кг речовини А. Речовину В отримують також з цих мінералів: в 1 кг першого мінералу міститься 0.31 кг, в другому - 0.2 кг речовини В. Загальні витрати мінералів повинні дорівнювати 20 кг, а витрати першого мінералу - не менше 2 кг. Вартість 1 кг першого мінералу 30 гривень, другого - 25 гривень.

Визначити витрати вихідних мінералів з тим, щоби забезпечити мінімальну вартість при виготовленні будівельного матеріалу.

2. Для виробництва заданої марки цементу необхідно виготовити суміш з компонентів А1 та А2. Отримати ці компоненти можна з будівельних матеріалів В1 та В2. Для виготовлення 1 кг компонента А1 потрібно 0.5 кг матеріалу В1 та 1.5 кг матеріалу В2. Для виготовлення 1 кг компонента А2 потрібно 1.2 кг матеріалу В1 та 0.2 кг матеріалу В2.

В наявності є 15 кг матеріалу В1 та 10 кг матеріалу В2. Вартість 1 кг компоненту А1 - 10, а А2 - 8 гривень. Визначити кількість компонентів А1 та А2, що входять до заданої марки цементу, з тим, щоб його вартість була мінімальною.

3. Домобудівельний комбінат повинен виготовляти на добу 40 панелей трьох видів. Панелей першого виду повинно виготовлятися не менше 10. Для їх виробництва використовуються матеріали двох типів.

Добові витрати вихідних матеріалів першого типу повинні бути не більше 10 т, другого - не більше 12 т. Питомі норми витрат вихідних матеріалів для виготовлення трьох видів панелей наведені в таблиці.

Матеріали, т	Панель		
	1	2	3
1	0.2	0.4	0.2
2	0.5	0.3	-

Вартість виготовлення панелі першого виду - 20 гр., другого - 25 гр., третього - 32 гривні. Визначити, які види панелей і в якій кількості треба випускати комбінату з тим, щоб загальні затрати на їх виготовлення були мінімальними.

4. До складу технологічної суміші входять два компоненти, що виготовляються з глини та піску, вага котрих відповідно дорівнює 40 та 28 т.

Обидва компоненти суміші повинні виготовлятися таким чином, щоб різниця між їх загальною вагою не перевищувала 3 т. Для виготовлення 1 т першого компонента потрібно 5 т глини і 7 т піску, а для виготовлення 1 т другого компоненту - відповідно 8 і 4 т. Вартість 1 т першого компонента 3 гр., другого - 2 гривні. Визначити варіант виготовлення будівельної суміші з мінімальними витратами.

5. Для виготовлення розчину необхідно три вихідних матеріали, що постачаються в кількості 12, 8, 10 т на добу. Розчин складається з двох компонентів, співвідношення яких у готовому розчині повинно бути 2:1. Питома норма витрат матеріалів для виготовлення компонентів розчину наведена в таблиці (в тоннах).

Компоненти	Матеріали, т		
	1	2	3
1	4	1	3
2	1	5	4

Собівартість 1т першого компоненту - 1 гривня, другого - 3 гривні. Визначити скільки розчину треба виробляти на добу, щоб його собівартість була мінімальною.

6. При забудівлі мікрорайону використано проекти будинків трьох типів. Кількість квартир у будівлі і вартість одного будинку для кожного з проектів задано в таблиці.

Квартира	Тип будинку		
	1	2	3
однокімнатна, шт.	50	50	40
двокімнатна, шт	80	40	60
трикімнатна, шт	20	30	50
Вартість будівлі, тис. гр.	850	800	900

Скласти план забудівлі мікрорайону, що мінімізує витрати на будівництво, якщо потреба в одно-, двох- і трикімнатних квартирах відповідно 500, 700, 400 шт.

7. Треба виготовити 80 комплектів заготовок. У комплект входять дві заготовки довжиною 3 м, п'ять - довжиною 2.4 м, три - довжиною 1.8 м. Заготовки виготовляються із стержнів довжиною 7.8 м, які можна розрізати декількома способами, наведеними в таблиці.

Довжина заготовок, м	Спосіб розкрою					
	1	2	3	4	5	6
3	1	0	0	2	0	1
2.4	0	3	2	0	0	1
1.8	2	0	1	1	4	1

Які із способів розкрою треба вибрати, щоб число використаних стержнів було найменшим ?

8. Щоб отримати трикомпонентний сплав, необхідно чотири види сировини, в яких ці компоненти містяться в різних процентних співвідношеннях.

Компоненти сплаву	Сировина, т				Вміст компонентів у сплаві, %
	А	В	С	Д	
1	80	60	70	50	60
2	5	10	10	20	15
3	15	30	20	30	25
Вартість 1т сировини, гр.	50	38	45	20	-

Які види сировини і в яких кількостях треба використати, щоб отримати сплав найменшої вартості?

9. Є три спеціалізовані майстерні по ремонту механізмів. Ви-робнича потужність кожної з них дорівнює відповідно 280, 310 і 150 ремонтів на рік. Вартість ремонту одного механізму дорівнює 80 гривень для першої майстерні, 95 гривень - для другої і 90 гривень для третьої. У чотирьох районах, що обслуговуються цими майстернями, потреби у ремонті складають відповідно 190, 180, 150 і 120 одиниць на рік. У таблиці наведено витрати (в гривнях) на перевезення одного механізму з району в майстерню і назад.

Район	Майстерня		
	1	2	3
1	4.5	2.7	8.3
2	2.1	4.3	2.4
3	7.5	3.1	4.2
4	5.3	1.9	6.2

Визначити план прикріплення районів до майстерень, що забезпечив би мінімальні сумарні транспортні витрати.

10. Із пункту А в пункт В щоденно відходять швидкі і пасажирські поїзди. В таблиці наведено структуру швидкого та пасажирського поїздів; кількість пасажирів, що вміщується в кожному з вагонів; парк вагонів різних типів, з яких щоденно можна комплектувати ці поїзди.

Показники	Вагон		
	Плацкартний	Купейний	М'який
Кількість вагонів у швидкому поїзді, шт.	6	10	5
Кількість вагонів у пасажирському поїзді, шт.	10	5	2
Кількість місць у вагонах	54	36	27
Парк вагонів, шт.	82	70	26

Визначити число швидких і пасажирських поїздів, за якого кількість щоденно перевезених пасажирів буде максимальною при заданих обмеженнях.

11. Завод ДБК виробляє продукцію трьох видів (I,II,III). Для їх виробництва використовуються два види ресурсів (А і В), запаси яких складають 4 і 6 т. Витрати ресурсів на один виріб кожної моделі наведені в таблиці.

Ресурс	Витрати ресурсів на один виріб відповідної моделі, кг.		
	I	II	III
А	2	3	5
В	4	2	7

Трудомісткість виготовлення виробу моделі I удвічі більша, ніж виробу моделі II, і втричі більше, ніж виробу моделі III. Чисельність робітників заводу дає можливість випускати 1500 виробів моделі I. Аналіз збуту продукції показує, що максимальний попит складає 200, 300 і 150 виробів відповідно моделей I, II і III. Питомий прибуток від реалізації виробів моделей I, II і III складає відповідно 30, 20 і 50 гривень.

Сформулювати за заданих умов задачу визначення об'ємів випуску виробів кожної моделі таким чином, щоб прибуток був максимальним.

12. ДБК випускає три типи виробів, для виробництва яких використовуються три технологічні операції. Затрати часу на технологічні операції наведені в таблиці.

Вироби	Тривалість операції виготовлення одного виробу, год./виріб		
	1	2	3
1	1	3	1
2	2	-	4
3	1	2	-

Фонд робочого часу, на протязі якого операції 1, 2 і 3 можуть бути застосовані для виробництва виробів, що розглядаються, обмежений наступними граничними значеннями (за місяць): для першої операції - 430 годин; для другої - 460 годин; для третьої - 420 годин. Прибуток від реалізації одного виробу типу 1, 2 і 3 складає відповідно 3, 2 і 5 гривень. Який найбільш доцільний добовий об'єм виробництва кожного типу продукції?

13. На придбання устаткування для нової виробничої ділянки виділено 20 тис. гривень. Устаткування повинно бути розміщено на ділянці, що не перевищує 72 кв. м. Підприємство має можливість замовити устаткування двох типів: більш потужні машини типу А вартістю 5 тис. гривень, які займають виробничу ділянку 12 кв. м і виробляють 5 тис. одиниць



продукції за добу, і менш потужні машини типу В вартістю 2 тис. гривень, що займають ділянку 6 кв. м і виробляють за добу 3 тис. одиниць продукції.

Знайти оптимальний варіант придбання устаткування, що забезпечує максимум загальної продуктивності нової ділянки.

14. Цех для виробництва двох типів продукції використовує чотири групи устаткування. Вихідна інформація наведена в таблиці.

Тип устаткування	Норми затрат виробничого устаткування на один виріб, станко-години/виріб		Фонд часу роботи устаткування, станко-год.
	1	2	
А	5	7	105
В	9	9	81
С	2	0	10
Д	0	3	18

Прибуток від реалізації одиниці продукції першого типу складає 250 гривень, другого - 200 гривень. Скласти план випуску продукції, при якому прибуток буде максимальним.

15. Вироби трьох типів проходять послідовно обробку на двох верстатах. Тривалість обробки одного виробу кожного типу на кожному з верстатів та добовий фонд робочого часу для кожного з верстатів наведено в таблиці:

Верстат	Тривалість обробки одного виробу, год			Добовий фонд робочого часу, машино-год.
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	
1	2	3	4	500
2	3	2	1	380

Витрати на виготовлення одного виробу кожного типу знаходяться як величини, прямо пропорційні тривалості вико-ристання верстатів (в машино-год). Вартість машино години складає 10 гривень для верстату 1 і 15 гривень для верстату 2. Ціна виробів типу 1,2 і 3 складає 65, 70, і 45 гривень відповідно.

Сформулюйте для наведених умов задачу максимізації сумарного чистого прибутку.

16. Для виготовлення сплаву з свинцю, цинку і олова певного складу використовується сировина у вигляді п'яти сплавів з тих же металів, що відрізняються вмістом і вартістю 1 кг.

Тип сплаву	Вміст металів,%			Питома вартість, гривня за кг
	Свинець	Цинк	Олово	
I	15	48	45	8
II	10	80	10	17
III	30	30	40	10
IV	40	25	35	12
V	10	70	20	15

Яку кількість сплаву кожного типу треба взяти для того, щоб виготовити при мінімальній собівартості сплав, що вміщує 20% свинцю, 30% цинку і 50% олова? Сформулювати ту ж задачу для наступних обмежень на склад сплаву: олова не більше 40% і цинку - не менше 20%.

17. Три механізми I, II і III можуть виконувати три види земляних робіт - А,Б і В. В таблиці наведені ресурси робочого часу для кожного механізму і продуктивність механізмів при виконанні різних типів робіт.

Механізм	Продуктивність, куб. м/год			Ресурс робочого часу, год
	А	Б	В	
I	30	20	40	400
II	20	30	50	300
III	60	40	20	280

Знайти оптимальну загрузку, що забезпечує максимальний об'єм робіт при виконанні умови комплектності  $A:B:V=1:2:3$ .

18. Щоб отримати трикомпонентний сплав, використовують чотири види сировини А, Б, В і Г, в яких ці компоненти містяться в різних процентних співвідношеннях.

Компоненти сплаву	Вміст компонентів у сировині, %				Вміст компонентів у сплаві, %
	А	Б	В	Г	
1	80	60	70	50	60
2	5	10	10	20	15
3	15	30	20	30	25

Вартість 1 т сировини типу А - 50 гривень, типу Б - 38 гривень, типу В - 45 гривень і типу Г - 10 гривень. Які види сировини і в якій кількості потрібно використати, щоб отримати сплав найменшої вартості?

19. Для виготовлення виробів типу А і Б підприємство використовує як сировину сталь і кольорові метали, що поста-чаються в обмеженій кількості. Для виготовлення цих виробів використовується токарний і фрезерний верстати. В таблиці наведені вихідні дані задачі.

Тип ресурсу	Об'єм ресурсу	Норми витрат на 1 виріб	
		А	Б
Сталь, кг.	25	5	5
Кольорові метали, кг.	12	3	2
Токарні верстати, верст.-год	16	8	0
Фрезерні верстати, верст.-год	32	0	8

Прибуток від реалізації одного виробу типу А складає 3 гривні, а типу Б - 2 гривні. Скласти план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

20. Скласти оптимальний графік використання трьох взаємозамінних механізмів для виконання чотирьох видів земляних робіт при заданих ресурсах робочого часу для кожного з механізмів - 240, 160 і 150 год. Продуктивність механізмів відповідно 30, 55 і 18 куб.м/год. Об'єм робіт, що належить виконати - 5, 2, 3 і 8 тис. куб. м.

Собівартість робіт наведена в таблиці:

Механізми	Вартість <u>земляних</u> робіт, гривня/куб.м.			
	1	2	3	4
1	2	1	0,5	1,2
2	0,8	1,2	0,9	0,8
3	0,5	1,0	0,6	0,9

## ДРУГЕ ЗАВДАННЯ

Розв'язати задачу лінійного програмування симплекс - методом.

1.  
 $5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$   
 $3x_1 + 2x_2 \leq 6$   
 $2x_1 - 3x_2 \leq 6$   
 $x_1 - x_2 \leq 4$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

2.  
 $2x_1 - x_2 \rightarrow \max$   
 $2x_1 + x_2 \leq 8$   
 $x_1 + 3x_2 \leq 6$   
 $3x_1 + x_2 \leq 3$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

3.  
 $3x_1 + x_2 \rightarrow \min$   
 $4x_1 + x_2 \leq 29$   
 $3x_1 - x_2 \leq 15$   
 $5x_1 + 2x_2 \leq 38$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

4.  
 $2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$   
 $x_1 + x_2 \leq 13$   
 $x_1 - x_2 \leq 6$   
 $-x_1 + x_2 \leq 9$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

5.  
 $3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$   
 $2x_1 + x_2 \leq 3$   
 $x_1 - 2x_2 \leq 2$   
 $3x_1 + 2x_2 \leq 1$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

6.  
 $8x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$   
 $x_1 - 4x_2 \leq 4$   
 $4x_1 + x_2 \leq 4$   
 $x_1 + x_2 \leq 6$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

7.  
 $x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$   
 $2x_1 + 3x_2 \leq 8$   
 $2x_1 + x_2 \leq 6$   
 $x_1 + x_2 \leq 1$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

8.  
 $5x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$   
 $3x_1 + 14x_2 \leq 78$   
 $5x_1 - 6x_2 \leq 26$   
 $x_1 + 4x_2 \leq 25$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

9.  
 $7x_1 + x_2 \rightarrow \max$   
 $9x_1 + 4x_2 \leq 110$   
 $11x_1 - 3x_2 \leq 24$   
 $2x_1 - 7x_2 \leq 15$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

10.  
 $5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$   
 $3x_1 + 2x_2 \leq 6$   
 $2x_1 - 3x_2 \leq 6$   
 $x_1 - x_2 \leq 4$   
 $x_i \geq 0, (i = 1,2)$

11.

$$\begin{aligned}2x_1 + 4x_2 &\rightarrow \max \\2x_1 + 4x_2 &\leq 1 \\x_1 + 2x_2 &\leq 1 \\2x_1 + x_2 &\leq 8 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

12.

$$\begin{aligned}6x_1 + 4x_2 &\rightarrow \min \\2x_1 + 4x_2 &\leq 3 \\x_1 - 2x_2 &\leq 2 \\3x_1 - 2x_2 &\leq 1 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

13.

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 &\rightarrow \max \\x_1 + x_2 &\leq 3 \\6x_1 + 7x_2 &\leq 42 \\2x_1 - 3x_2 &\leq 6 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

14.

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 &\leq 16 \\x_1 + 2x_2 &\leq 2 \\x_1 + x_2 &\leq 5 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

15.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\x_1 + 2x_2 &\leq 2 \\2x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\4x_1 - 5x_2 &\leq 5 \\x_1 + x_2 &\leq 17 \\2x_1 + 11x_2 &\leq 38 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

17.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\3x_1 + 2x_2 &\leq 36 \\x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\x_2 &\leq 13 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

18.

$$\begin{aligned}x_1 + 5x_2 &\rightarrow \max \\7x_1 + 4x_2 &\leq 28 \\x_1 + 2x_2 &\leq 13 \\5x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

19.

$$\begin{aligned}5x_1 + x_2 &\rightarrow \max \\4x_1 - 3x_2 &\leq 12 \\5x_1 + 3x_2 &\leq 10 \\7x_1 + 4x_2 &\leq 28 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 &\rightarrow \max \\2x_1 + 3x_2 &\leq 8 \\2x_1 + x_2 &\leq 6 \\x_1 + x_2 &\leq 1 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2)\end{aligned}$$

### ТРЕТСЬ ЗАВДАННЯ

Розв'язати М - задачу лінійного програмування.

1.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &\rightarrow \max \\4x_1 + 5x_2 + x_3 &\geq 40 \\x_1 + x_2 + 3x_3 &= 30 \\5x_1 + 3x_2 + x_3 &= 45 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 15 \\2x_1 + x_2 + 5x_3 &= 20 \\x_1 + 2x_2 + x_4 &= 10 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3, 4)\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 + 2x_3 &\rightarrow \max \\2x_1 + 2x_2 + x_3 &\geq 2 \\3x_1 - 3x_2 - 2x_3 &\leq 6 \\3x_1 - 3x_2 + 2x_3 &\geq 10 \\x_1 - x_2 &\leq 2 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}5x_1 + 4x_2 + 6x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + x_2 + x_3 &\leq 6 \\2x_1 + x_2 + 2x_3 &\geq 9 \\3x_1 + x_2 + 2x_3 &\geq 11 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3, 4)\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}7x_1 + x_2 + 8x_3 &\rightarrow \min \\5x_1 + x_2 + x_3 &= 15 \\x_1 + 4x_2 + 2x_3 &\geq 16 \\2x_1 + x_2 + x_3 &= 4 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 - 3x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + 3x_2 - 2x_3 &\leq 4 \\-5x_1 + x_3 &\geq -12 \\-2x_1 + x_2 - 3x_3 &\geq -4 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}4x_1 + 3x_2 - 4x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + x_2 + 3x_3 &= 12 \\3x_1 + 3x_2 + x_3 &\geq 15 \\2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 8 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned}5x_1 + 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\-2x_1 - x_2 - x_3 &\geq -5 \\3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 6 \\5x_1 + 3x_2 + 4x_3 &\geq 1 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned}5x_1 + 6x_2 + 6x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + 5x_2 + 5x_3 &\geq 60 \\2x_1 + x_2 + 9x_3 &\geq 90 \\x_1 + x_2 + x_3 &= 30 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 &\rightarrow \max \\2x_1 + 3x_2 + 6x_3 &\geq 18 \\x_1 + x_2 + x_3 &= 12 \\2x_1 + 2x_2 + x_3 &\geq 12 \\x_i &\geq 0, (i = 1, 2, 3)\end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &\rightarrow \min \\x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 &= 6 \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 7 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3,4)\end{aligned}$$

12.

$$\begin{aligned}5x_1 + 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\-2x_1 - x_2 - x_3 &\geq -6 \\3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 8 \\5x_1 + 3x_2 + 4x_3 &\geq 1 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

13.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + 4x_2 - 6x_3 &\leq 6 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &\geq 6 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

14.

$$\begin{aligned}5x_1 + x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\3x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\-x_1 + x_2 - x_3 &\geq -1 \\2x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 7 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

15.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\rightarrow \max \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 15 \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 10 \\2x_1 - x_2 - 5x_3 &= 20 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\x_1 - x_2 &\geq 1 \\x_1 + 2x_2 + x_3 &= 8 \\x_1 - 3x_2 &\leq 3 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

17.

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 - x_3 &\rightarrow \max \\2x_2 + x_3 &\geq 20 \\2x_1 + 4x_2 &\geq 8 \\5x_1 + 2x_2 + x_3 &\geq 30 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

18.

$$\begin{aligned}5x_1 - 6x_2 + 12x_3 &\rightarrow \min \\x_1 + x_2 + x_3 &\geq 12 \\2x_1 + x_2 + x_3 &= 18 \\x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 24 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

19.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\rightarrow \max \\2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\x_1 - x_3 &\leq 5 \\-x_2 - 3x_3 &\geq -7 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3)\end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &\rightarrow \min \\x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 &= 6 \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 7 \\x_i &\geq 0, (i = 1,2,3,4)\end{aligned}$$



#### ЧЕТВЕРТЕ ЗАВДАННЯ

Побудувати двоїсту задачу до заданої задачі; розв'язати її, порівняти рішення з розв'язком заданої задачі (задачі наведені в другому завданні).

#### П'ЯТЕ ЗАВДАННЯ

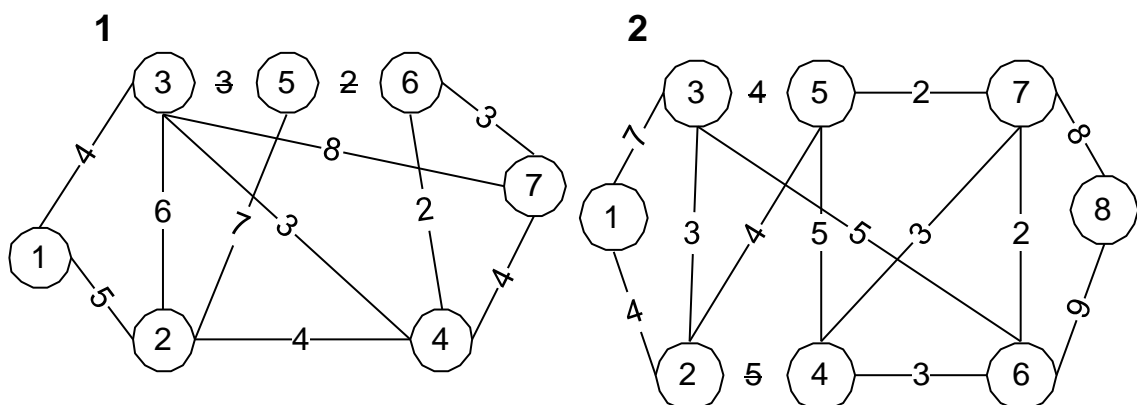
Розв'язати задачу лінійного програмування двоїстим симплекс - методом (задачі наведені в третьому завданні).

#### ШОСТЕ ЗАВДАННЯ

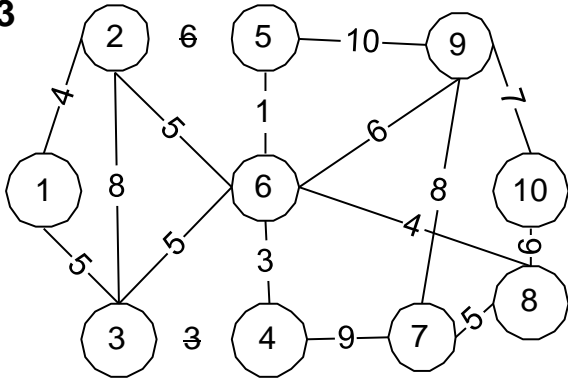
Розв'язати задачі лінійного цілочисельного програмування методом Гоморі (задачі наведені в другому завданні).

#### СЬОМЕ ЗАВДАННЯ

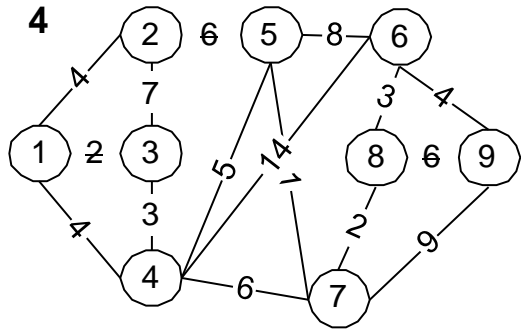
Визначити найкоротший ланцюг з початкової вершини в кінцеву і обчислити його довжину алгоритмом Дейкстри, алгоритмом Флойда.



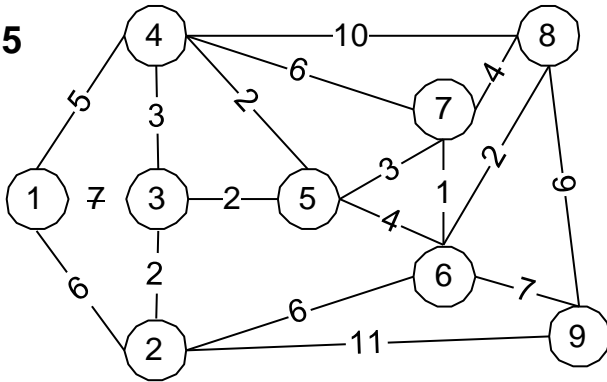
3



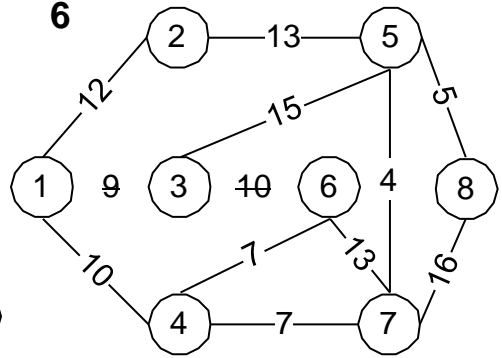
4



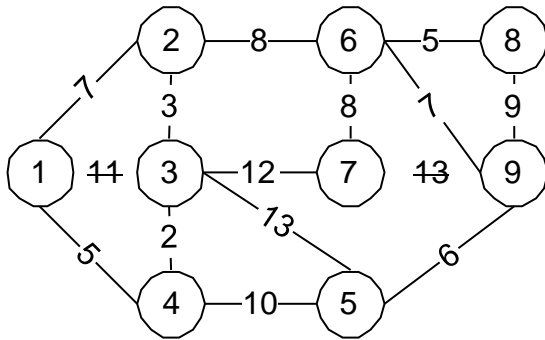
5



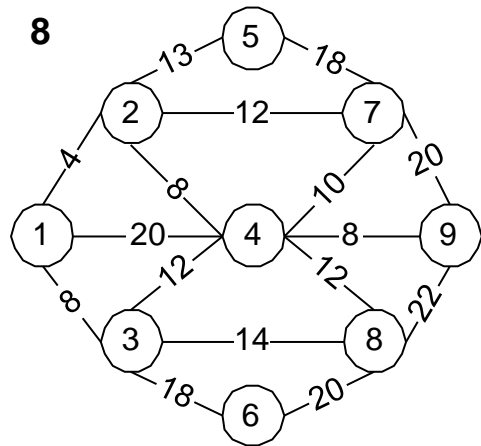
6

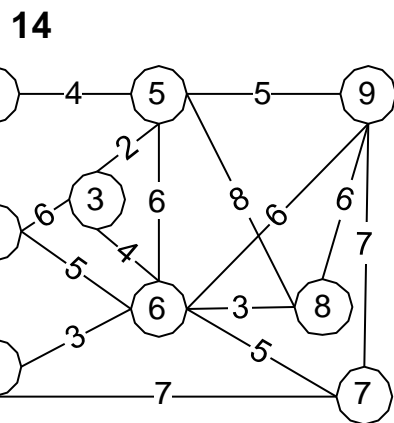
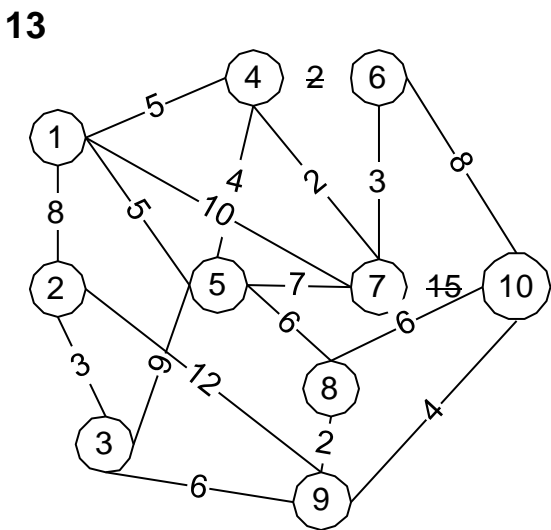
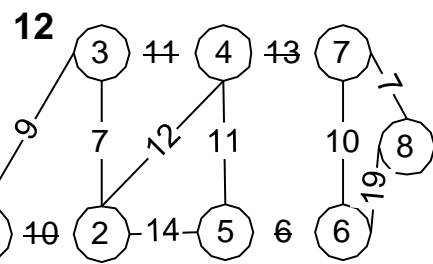
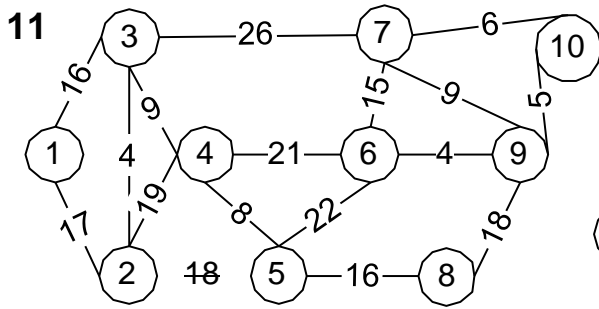
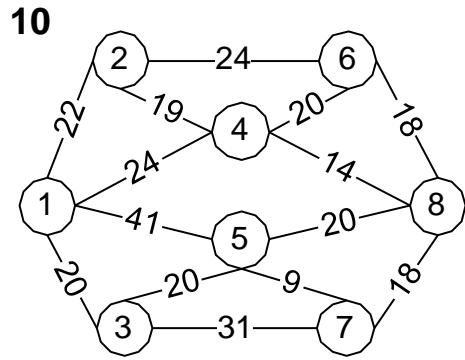
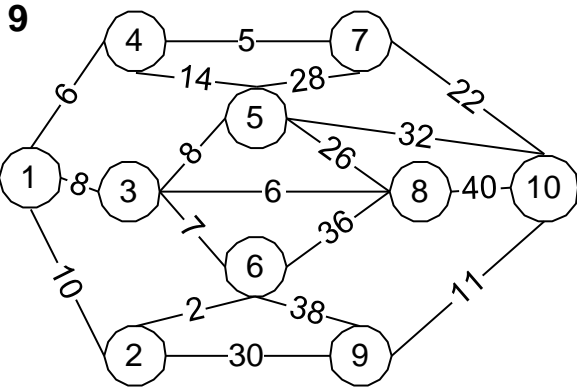


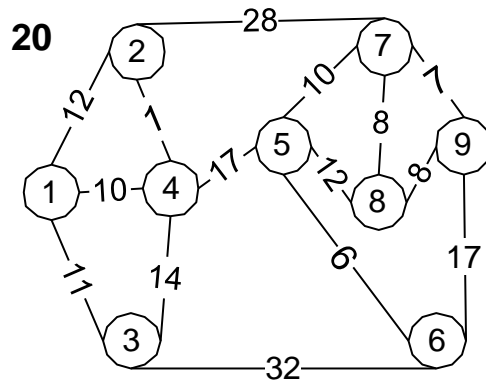
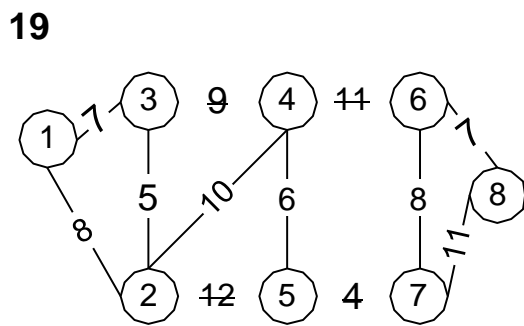
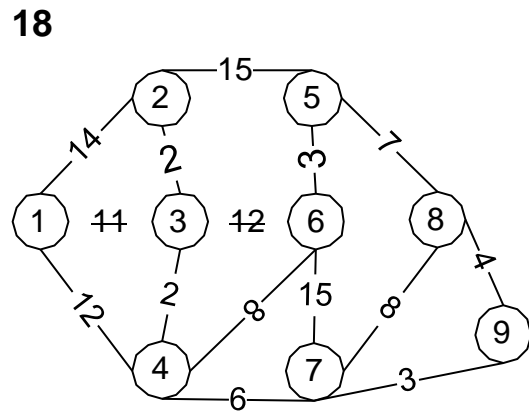
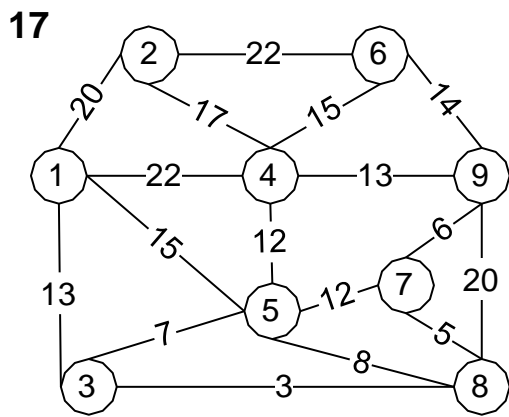
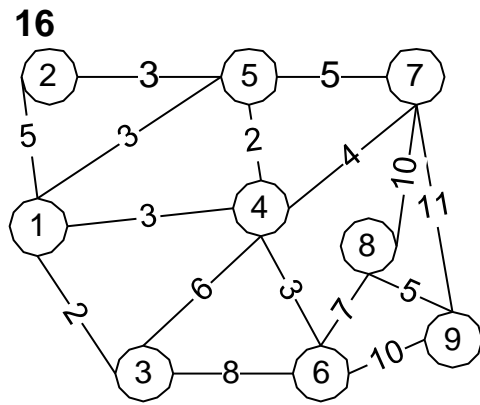
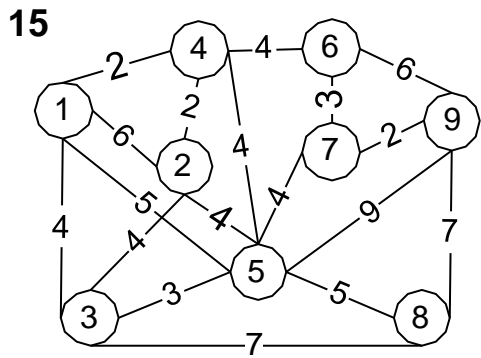
7



8







### ВОСЬМЕ ЗАВДАННЯ

Розв`язати задачу про найкоротше остовне дерево (вихідні дані наведені в сьомому завданні).

### ДЕВ`ЯТЕ ЗАВДАННЯ

Розв`язати задачу про максимальний потік (задачі наведені в сьомому завданні).

### ДЕСЯТЕ ЗАВДАННЯ

Розв`язати задачу про призначення . В кожній робочій клітинці таблиці вказані ефективність  $C_{ij}$  від закріплення  $i$  - го фахівця за  $j$  - ою роботою. Закріпити фахівців за роботою таким чином, щоб сумарна ефективність була максимальною.

1.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	4	3	2	5
$W_2$	3	5	4	3
$W_3$	4	5	2	4
$W_4$	5	3	4	3

2.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	4	5	6
$W_2$	5	4	3	6
$W_3$	6	4	5	6
$W_4$	7	7	6	8

3.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	6	7	5
$W_2$	7	8	6	5
$W_3$	5	7	8	8
$W_4$	5	5	4	5

4.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	4	8	7
$W_2$	7	5	6	6
$W_3$	6	4	8	7
$W_4$	6	5	6	6

5.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	7	5	4
$W_2$	4	5	6	8
$W_3$	7	8	5	7
$W_4$	5	4	7	6

6.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	4	5	6	3
$W_2$	5	6	7	4
$W_3$	7	3	6	5
$W_4$	8	7	8	7

7.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	8	5	5	6
$W_2$	7	3	2	6
$W_3$	4	4	3	6
$W_4$	6	3	2	1

8.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	6	3	6
$W_2$	3	1	3	2
$W_3$	8	8	8	3
$W_4$	3	5	1	2

9.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	7	8	6
$W_2$	5	4	6	3
$W_3$	8	7	6	7
$W_4$	6	5	7	8

10.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	14	12	6
$W_2$	7	9	5	8
$W_3$	12	10	8	10
$W_4$	5	12	14	6

11.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	7	8	8	8
$W_2$	4	4	5	7
$W_3$	6	5	5	8
$W_4$	3	5	4	6

12.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	7	8	9
$W_2$	2	3	4	8
$W_3$	9	6	3	6
$W_4$	5	7	6	7

13.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	4	5	7
$W_2$	8	6	8	5
$W_3$	3	4	4	6
$W_4$	6	4	4	7

14.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$w_1$	10	7	8	3
$w_2$	13	16	14	14
$w_3$	14	12	11	7
$w_4$	13	13	10	9

15.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	5	4	7
$W_2$	7	6	5	7
$W_3$	8	6	4	5
$W_4$	9	8	6	8

16.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	6	4	8	7
$W_2$	8	4	7	5
$W_3$	9	6	8	9
$W_4$	9	4	7	5

17.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	2	7	1	2
$W_2$	3	1	3	1
$W_3$	2	1	1	3
$W_4$	2	8	2	1

18.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	3	3	5	4
$W_2$	4	5	1	3
$W_3$	8	4	3	7
$W_4$	10	6	5	8

19.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$W_1$	5	4	2	10
$W_2$	3	6	4	13
$W_3$	4	7	10	5
$W_4$	6	5	12	4

20.

$a_i \setminus b_j$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$w_1$	8	7	6	9
$w_2$	7	5	8	7
$w_3$	6	4	7	5
$w_4$	7	7	6	9

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 320 с.
2. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 440 с.
3. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. – М.: Наука, 1991. – 448 с. 4. Банди Б. Основы линейного программирования. – М.: Радио и связь, 1989. – 176 с.
4. Бондаренко М.Т. Оптимізаційні задачі в системах прийняття рішень. – Х.: УДТУР, 1998. – 216 с.
5. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 436 с.
6. Гайна Г.А. Методичні вказівки до вивчення дисципліни “Методи синтезу та оптимізації”: В 4 кн. – К.: КДТУБА, 1998.
7. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. – К.: ЗАТ "ВПОЛ", 2000. – 688 с.
8. Зайченко Ю.П., Шуმიлова С.А. Исследование операций: Сборник задач. – К.: Высш. шк., 1990. – 372 с.
9. Корниль Т.Л., Кириллова Н.А. Математическое программирование. – Х.: НТУ ХПИ, 2002. – 128 с.
10. Максимов О.В., Афанасьев М.Г. Математичне програмування. – Кривий Ріг: КРПУ, 2003. – 274 с.
11. Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях : Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 285 с. 12. Мур Д., Уэдерфорд Л.Д. Экономическое моделирование в Microsoft Excel. – 6-е изд. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2004.– 1024 с. 140
13. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 2002. – 544 с.



14. Раскин Л.Г. Математическое программирование. – Х.: НТУ ХПИ, 2002. – 126 с.
15. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.. Оптимизация в технике: В 2 т. – М.: Мир, 1986. – Т. 1–2.
16. Таха Х. Введение в исследование операций. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2001. – 912 с.
17. Филлипс Д., Гарсия-Диас А. Методы анализа сетей. – М.: Мир, 1984. – 496 с.
18. Черняк А.А., Новиков В.А., Мельников О.И. и др. Математика для экономистов на базе Mathcad. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 496 с.
19. Шестопал А.Ф. Элементи сітьового аналізу і лінійного програмування: Конспект лекцій. – К.: КДТУБА, 1995. – 156 с.
20. <http://library.knuba.edu.ua>.

Навчально-методичне видання

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

*Методичні вказівки до виконання практичних робіт  
для студентів спеціальностей: 122. «Комп'ютерні науки»,  
123. «Комп'ютерна інженерія», 125. «Кібербезпека»,  
126. «Інформаційні системи та технології»,  
015.10. «Професійна освіта. Комп'ютерні технології»*

Укладачі: **Терентьєв** Олександр Олександрович