

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

Ю. В. Горковчук, Д. О. Кінь

ГЕОПРОСТОРОВИЙ АНАЛІЗ

Конспект лекцій
для здобувачів другого (магістерського)
рівня вищої освіти спеціальності
193 «Геодезія та землеустрій»

Київ 2024

УДК 528.517 (075.8)

Г35

Рецензент А.А. Лященко, д-р техн. наук, професор

*Затверджено на засіданні кафедри геоінформатики і
фотограмметрії протокол № 2 від 28 серпня 2024 року.*

В авторській редакції.

Горковчук Ю.В.

Г35 Геопросторовий аналіз [Електронний ресурс]: конспект
лекцій/ Ю.В. Горковчук, Д.О. Кінь. – Київ : КНУБА, 2024. – 49 с.

Розглянуто принципи, методи і підходи до виконання геопросторового аналізу із використанням геопросторових даних у різних форматах для виконання прикладних завдань у сфері геодезії, землеустрої, містобудуванні. Теоретичний матеріал доповнюється практичними прикладами із використанням сучасних геоінформаційних систем і технологій.

Призначено для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій».

УДК 528.517 (075.8)

© Ю.В. Горковчук,

Д.О. Кінь, 2024

© КНУБА, 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. <i>ПРОСТОРОВИЙ АНАЛІЗ</i>	5
<i>Лекція 1.</i> Концептуальні основи просторового аналізу. Методологія просторового аналізу	5
<i>Лекція 2.</i> Базові функції геопросторового аналізу. Метричні та топологічні функції.....	11
<i>Лекція 3.</i> Базові функції геопросторового аналізу. Картографічна алгебра.....	14
ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. <i>ГЕОСТАТИСТИКА. ГЕООБЧИСЛЕННЯ</i>	19
<i>Лекції 4, 5.</i> Геостатистика. Багатофакторний аналіз	19
<i>Лекція 6.</i> Мережевий аналіз.....	28
<i>Лекція 7.</i> Оптимізація. Лінійне та цілочисельне програмування. Багатокритеріальна оптимізація.....	32
<i>Лекція 8.</i> Геомодельовання	38
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	47

ВСТУП

Конспект лекцій підготовлено відповідно до розділів програми з навчальної дисципліни «Геопросторовий аналіз» освітньо-професійної програми КНУБА з підготовки здобувачів вищої освіти на другому (магістерському) рівні за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій» спеціалізації «Геоінформаційні системи і технології» для очної та заочної форм навчання.

Метою цього конспекту лекцій є формування у здобувачів вищої освіти компетентностей щодо сучасних методів і технологій геоінформаційних систем (ГІС), які застосовуються для виконання завдань у сфері геодезії, землеустрою, управління територіями та прогнозування просторових процесів.

Здобувачі вищої освіти отримують як теоретичні знання, так і практичні навички, що дають можливість застосовувати геопросторові технології у професійній діяльності. Використовуючи сучасне програмне забезпечення, вони опановують методи інтеграції даних, просторового аналізу, виявлення закономірностей у розподілі ресурсів і планування територій. Цей конспект лекцій не лише розширює компетенції у сфері геоінформатики, але й сприяє підготовці фахівців, здатних ефективно працювати з просторовою інформацією у різних галузях. Також здобувач:

- знатиме основні методи та інструменти геопросторового аналізу;
- умітиме працювати з геопросторовими даними у ГІС для вирішення прикладних задач.
- умітиме моделювати територій та прогнозувати геопросторові процеси.
- навчиться використовувати програмне забезпечення для опрацювання, аналізу та візуалізації просторової інформації.

До основних дисциплін, що сприятимуть засвоєнню завдань та змісту робіт з геопросторового аналізу, є вища математика, інформатика, основи баз даних, основи геодезії, основи картографії, основи фотограмметрії, інструментальні ГІС, інфраструктура геопросторових даних.

Конспект складається з трьох змістових модулів, що містять вісім лекцій освітньої компоненти.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. ПРОСТОРОВИЙ АНАЛІЗ

Лекція 1. Концептуальні основи просторового аналізу.

Методологія просторового аналізу

Геопросторовий аналіз - це підхід до застосування методів статистичного аналізу та різних інформаційних технологій до даних географічного або геопросторового характеру (геоданих). Такий аналіз передбачає використання спеціалізованого ПЗ для геопросторового опрацювання та представлення, застосування аналітичних методів до наземних чи географічних даних, зокрема засобами географічних інформаційних систем (ГІС) та геоінформатики [1].

Просторовий аналіз або просторова статистика включає в себе будь-які формальні техніки які вивчають об'єкти, використовуючи їх топологічні, геометричні, чи географічні властивості [1].

Просторовий (геопросторовий) аналіз – набір процедур та методів аналізу об'єктів і явищ, що локалізовані в географічному просторі [2].

Просторовий (геопросторовий) аналіз – процес визначення просторових, структурно-функціональних та інших взаємозв'язків між геопросторовими об'єктами для уточнення, зміни або отримання якісно нової інформації (Військовий стандарт ВСТ 01.101.007 – 2017 (01) “Воєнна розвідка. Геопросторова розвідка. Терміни та визначення”. Видання 1).

Об'єктом геопросторового аналізу є географічний простір (або геопростір) – об'єкти та явища над, під та на поверхні землі.

Географічна інформація (Geographic Information) – інформація про об'єкти та явища, які безпосередньо або опосередковано пов'язані з певним місцеположенням відносно Землі (Національний стандарт України ДСТУ ISO 19101:2002).

Предметом геопросторового аналізу є взаємозв'язки об'єктів та явищ, що відбуваються на поверхні Землі, з врахуванням їх просторового розташування.

До ознак, що відрізняють просторовий аналіз відносять такі:

- просторовий розподіл;
- тривимірний простір;
- невиконання класичних статистичних критеріїв.

Об'єкти (Objects) географічного простору (географічні об'єкти) –

природні або штучні, цілісні і відносно стабільні географічні утворення, що характеризуються певним місцем розташування на поверхні Землі та участю у формуванні й зміні ландшафту.

Просторовою величиною є дані, визначені для певного міста (території) в цілому. Наприклад, загальна чисельність населення території, що обмежена певним периметром – межею адміністративного району.

Просторова інтенсивність подає певне відношення кількісних даних на одиницю площі. Наприклад, щільність населення, середній дохід, відсоток безробітних.

Просторова залежність (Spatial dependence) – це зміна властивостей в залежності від розташування об'єкту в географічному просторі, тобто характеристики об'єктів, що розташовані поруч, мають додатну або від'ємну взаємозалежність. Виникнення цього поняття належить Тоблеру завдяки твердженню, що стало відоме як його перший закон географії: *«Всі речі пов'язані, але близькі речі більш пов'язані, ніж далекі речі»* в 1969 году. Просторова залежність призводить до просторової автокореляції тому що порушує стандартні статистичні методи, які припускають незалежність спостережень. Наприклад, регресійний аналіз, що не компенсує просторову залежність, може мати нестабільні оцінки параметрів, що знижує надійність результатів розрахунків. Просторові регресійні моделі розглядають просторові відношення та усувають подібні недоліки моделювання.

Просторова неоднорідність (spatial heterogeneity) – це значні відмінності між різними місцями географічного простору. Сусідство (neighborhood) використовується для позначення простору, що розташовані в безпосередній близькості від вибраного об'єкту або точки простору.

Просторове моделювання – це процес аналізу подій на основі ймовірностей їх настання з застосуванням географічного фільтру

Модель має реалізувати фундаментальний принцип просторової взаємодії – все, що знаходиться або відбувається в даному місці, принаймні частково визначається всім, що знаходиться або відбувається в близькій групі місць.

У контексті просторового аналізу модель є схематичним умовним зображенням реальності, що розроблене з метою розуміння та пояснення природи явищ і процесів із застосуванням відповідної мови подання.

Особливістю застосування моделювання в просторовому аналізі є введення просторових характеристик в якості пріоритетних. Як вже було зазначено, просторовий аналіз направлений на дослідження взаємозв'язків явищ та процесів в географічному просторі, іншими словами, просторовий аналіз вивчає структуру діяльності у просторі. За змістом термін просторове моделювання подає саме процес аналізу подій на основі ймовірностей їх настання з застосуванням географічного фільтру.

Введення простору як важливої складової моделі, має серйозні наслідки для певних особливостей їх будови. Модель має реалізувати фундаментальний принцип просторової взаємодії – все, що знаходиться або відбувається в даному місці, принаймні частково визначається всім, що знаходиться або відбувається в групі місць близький по відношенню до міста, що розглядається.

Відношення близькості мають бути формалізовані в моделі, що подає об'єкт або явище. Одним з підходів є обчислення відстаней, які відрізняються від тих, що обчислюються в математиці. Певні відстані можуть бути асиметричними, особливо ті, які враховують вартість та час. Крім того, якщо розглядають шлях між зонами, а не точками, можна констатувати, що відстань між просторовим об'єктом та ним самим не дорівнює нулю, що неприйнятно для математики. Як наслідок, математичну відстань позначають D_{ij} , а інші менш ортодоксальні – c_{ij} .

Таким чином, в контексті просторового аналізу модель є схематичним умовним зображенням реальності, що розроблене з метою розуміння та пояснення природи явищ і процесів із застосуванням відповідної мови подання.

Процес моделювання включає такі етапи:

- формування моделі;
- функціонування моделі;
- аналіз результатів;
- оцінка якості результатів моделювання.

Класифікація моделей геопросторового аналізу враховує декілька ознак, зокрема логічні підходи, методи структуризації, комплексність та шкала вимірювання.

Дедуктивні методи моделювання ґрунтуються на якісних даних або експертних даних з певного предмету для опису взаємозалежності між настанням події та факторами, які описують середовище. Результат такого

моделювання є більш суб'єктивним, тому що потенційно модель обмежена введенням ряду факторів. Як приклад дедуктивної моделі можна навести пошук об'єктів (подій) за умови розташування на відстані від 100 до 700 метрів від аеропортів, на рослинному покриві галявини та на висоті від 1000 до 1500 метрів. В цій моделі на множину об'єктів впливають не емпірично визначені межі обмеження в просторі для аеропортів, рослинних покривів та висоти: скрізь в інших місцях знаходяться об'єкти, що не задовольняють вимогам. Точність та деталізація дедуктивної моделі обмежуються якістю вхідних даних.

Індуктивні методи ґрунтуються на емпірично визначеній просторовій залежності між історичними або відомими місцями настання події та факторами, які характеризують середовище (інфраструктурні, соціокультурні, топографічні, інші). На основі розташування кожного випадку події в географічному просторі визначаються кількісні відношення між випадком події та чинниками, що відображають вплив довкілля. Перевагою цього методу є можливість застосування технічних засобів для оброблення значної кількості чинників для визначення кореляційної залежності висновків. Для визначення кількісних взаємозв'язків застосовують статистичні функції, на основі яких формують множину об'єктів, що відповідає встановленим вимогам.

Дедуктивні методи моделювання засновані на отриманні висновків від загального до часткового, тобто, нове знання про об'єкт отримують шляхом вивчення властивостей та характеристик загального класу подібних об'єктів. Наприклад, із загального факту підвищення орендної вартості житла можна вивести в кількісному виді підвищення окремих показників, що впливають на таку вартість, зокрема збільшення попиту на відповідний тип житла чи підвищення рівня доходів громадян.

Детерміновані та імовірнісні моделі. Введення окремого вимірювання в моделі неминує означає звернення до поняття ймовірності. Як відомо, детермінована модель в точному сенсі, за Лапласом, заснована на ідеї, що повне розуміння стану Всесвіту в момент часу t дасть повне прогнозування стану Всесвіту в момент часу $t+1$, що завжди пізніше t . При моделюванні детермінований принцип передбачає, що змінні, правила та співвідношення в моделі зумовлюють лише одну результуючу ситуацію, яка повністю визначається цими змінними, правилами та відношеннями. Більшість традиційних просторових моделей аналізу є детермінованими.

Але для підвищення ефективності моделей необхідно введення випадкових елементів. У першу чергу, випадковість часто використовується для перевірки значимості (ваги) відношень, що спостерігаються. Статистика виведення в значній мірі заснована на тестуванні різниці між співвідношенням, що спостерігається, та тим, яке може бути змодельоване випадковим процесом. Ймовірнісні моделі базуються на використанні великих серій випробувань з випадковими параметрами, при цьому точність отриманих результатів залежить від кількості проведених дослідів. Потужні обчислювальні машини дозволяють легко узагальнити правила ймовірності на основі оброблення множини експериментів з урахуванням значної кількості індивідуальних характеристик для великої кількості об'єктів. Прикладом стохастичних моделей є моделі міграції та дифузії.

Статика та динаміка. Більшість традиційних просторових моделей є статичними, тобто направленими на вивчення механізмів та умов збереження просторової структури та є дуже корисними як в просторовому аналізі, так і в інших областях від фізики до економіки.

Із застосування динамічних та статичних моделей пов'язане поняття балансу – стан нерухомості, що зумовлений компенсацією протилежних сил. Проявом балансу є випадки збереження форми та конструкції, в той час як змінюються форми елементів. Наприклад, можна сказати, що міські мережі збалансовані, тому що відношення між розмірами елементів залишаються постійними, незважаючи на зміну самих розмірів. Іншими словами, крива, що зв'язує розмір та форму зберігає свій вигляд, в той час як триває трансформація. Цю безперервність форми можна інтерпретувати з точки зору балансу. Для формалізації таких випадків доцільним є введення понять фіксованого балансу – можливість відновлення ситуації, коли відбуваються порушення, та мобільного балансу (або нестійкої рівноваги) – відновлення після порушення неможливе.

Статичні моделі мають недоліки, виключаючи час: час може бути врахований за допомогою діахронічного «порівняння статички» (за аналогією, порівняння між фотографіями того ж місця в різні моменти часу є набагато цікавішим, ніж одна фотографія, навіть якщо тільки кінематограф може виявити фактичну динаміку). Статичні моделі не показують, яким чином був досягнутий баланс та не дають відповіді на кілька важливих питань: чи були можливі інші ситуації балансу, та якщо

так, то чому досягли такої ситуації, а не іншої? Як і на яких умовах можливе спостереження ситуацій, що не відповідають балансу? Є ціла низка питань, відповіді на які надає сімейство динамічних моделей. Вони найчастіше приймають форму диференціальних рівнянь або систем таких рівнянь, що дозволяє відтворити та пояснити еволюцію стану, розглянути різні можливі його типи та спробувати зрозуміти, чому ми спостерігаємо насправді саме таку ситуацію, а не іншу.

Проведена класифікація моделей просторового аналізу свідчить про відсутність ідеальної концепції моделювання та, що ще більш важливо, про наявність множини концепцій. Потенціал вибору моделей є численними, і це забезпечує розширення знань та необмежені можливості дослідження без зосередження на тому чи іншому методі моделювання географічного простору.

Контрольні запитання

1. Що є предметом та об'єктом просторового аналізу?
2. Поясніть перший закон Тоблера.
3. Які існують класифікації геопросторових моделей?
4. Опишіть процес моделювання геопросторових даних.
5. Що таке просторова залежність?
6. Що таке просторова неоднорідність?

Лекція 2. Базові функції геопросторового аналізу.

Метричні та топологічні функції

Довжина – це властивість, що характеризує лінійні просторові об'єкти. Значення довжини зберігається в базі даних або обчислюється.

Відстань – це ступінь віддаленості об'єктів один від одного - довжина траєкторії, яку можна пройти від однієї точки до іншої.

Манхетенська відстань – це відстань, яку необхідно пройти, якщо можливість переміщення обмежена тільки напрямками північ-південь та захід-схід. Цей метод дає більш точні результати, ніж Евклідова відстань, у випадку якщо шлях обмежений дорожньою мережею або якщо вартість переміщення по вуличній мережі не відома.

Більш складними, але більш ефективними для моделювання руху на неоднорідних поверхнях є алгоритми визначення вартісної відстані.

На відміну від інструментів Евклідової відстані, інструменти вартісної відстані розраховують значення відстані, що може бути виміряна за вартістю (наприклад, споживання енергії, час пересування чи рівень небезпеки), та може залежати від різних факторів: від території, типу покриття земель тощо

Центр – геометричний центр – точка (об'єкт), відстань від якої мінімальна до всіх інших точок (або об'єктів) множини.

Центроїд – визначається як номінальний центр ваги об'єкту або набору об'єктів (центр тяжіння).

Вкладення – перевірка чи розташована точка (об'єкт) в полігоні.

Алгоритм врахування перетину - якщо лінія перетинає кордон непарне число разів, то точка лежить всередині полігону (semi-line algorithm, crossing number (count) algorithm або even-odd rule)

Алгоритм обертання – якщо сума кутів дорівнює нулю, то точка лежить за межами багатокутника.

Одною з поширених просторових операцій є операція визначення чи лежить точка в середині багатокутника. В цілому завдання поширюється і на випадок декількох точок з умовою віднесення точки до відповідного полігону. Схожим є завдання визначення лінії в полігоні, або полігон в полігоні.

Стандартним є алгоритм подовження лінії вертикально вгору (або напр., горизонтально вправо) з подальшим підрахуванням скільки разів ця лінія перетинає кордон полігону (рис. 2.1). Якщо лінія перетинає

кордон непарне число разів, то точка лежить всередині полігону. Це вірно навіть тоді, коли багатокутник увігнутий чи містить отвори. Але необхідно розглядати і деякі нестандартні випадки, наприклад, точки що лежать на кордоні або на вершині, чи точки, що знаходяться безпосередньо під вертикальним сегментом багатокутника.

За алгоритмом обертання можна визначити, що точка P знаходиться всередині багатокутника з вершинами $V_0, V_1, \dots, V_n = V_0$, обчисливши суму кутів між променями PV_{i-1} та PV_i (в радіанах та зі знаком).

Можна довести, що ця сума є не що інше, як кількість обертань точки P навколо межі багатокутника, з точністю до постійного значення. Тому можна вважати, що точка лежить зовні багатокутника, якщо сума дорівнює нулю (або досить близька до нього, якщо використовується наближена арифметика)

Однак даний метод досить непрактичний, тому що вимагає обчислення дорогих операцій для кожного ребра (зворотних тригонометричних функцій, квадратних коренів, поділу), і був навіть названий «найгіршим у світі алгоритмом» для даної задачі, що не завадило набути значного поширення при аналізі даних.

Тріангуляція Делоне для множини точок P на площині — це така тріангуляція $DT(P)$, що жодна точка множини P не знаходиться всередині описаних довкола трикутників кіл в множині $DT(P)$.

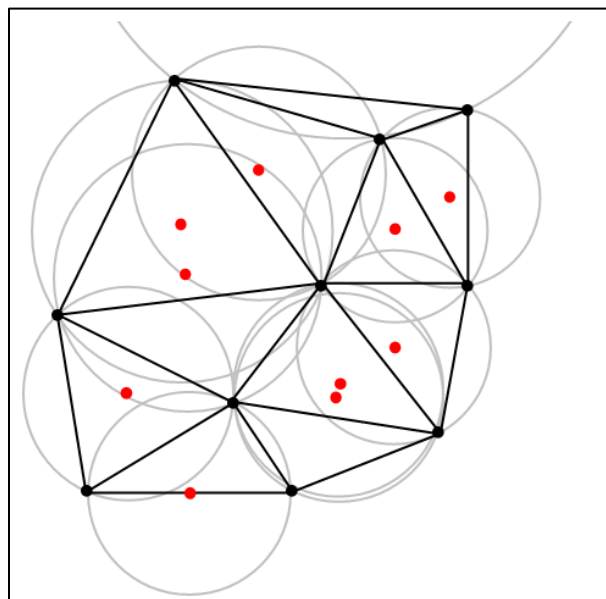


Рис. 2.1. Тріангуляція Делоне зі всіма окружностями та їх центрами (червоні)

Накладання (Overlay) – група інструментів (Overlay) для накладення декількох класів просторових об'єктів, які дозволяють об'єднувати, змінювати або видаляти просторові об'єкти зі збереженням результатів в новому вихідному класі.

Буферизація – створення буферних зон - кожній вершини об'єкта за допомогою однакового алгоритму обчислюється буферне зміщення, вихідний буферний полігон будується з отриманих зміщень.

При будь-якому типі аналізу відстані в глобальному масштабі необхідно використовувати геодезичні буфери, оскільки вони забезпечують точність у всіх областях, тоді як евклідові буфери неточні в областях з високим ступенем спотворень

Контрольні запитання

1. Що таке картометрія?
2. Яким чином визначається довжина і площа геопросторового об'єкта в ГІС? Опишіть математичний апарат цих функцій.
3. Яким чином виконується визначення довжини та площі на основі растрових даних?
4. У чому різниця центру та центроїду?
5. Поясніть принцип тріангуляції Делоне.
6. Яким чином виконується операція накладання (overlay) у середовищі ГІС?
7. Яким чином виконується побудова буферу (або буферної зони) у середовищі ГІС?

Лекція 3. Базові функції геопросторового аналізу. Картографічна алгебра

Кожній точці карти з координатами X і Y поставлено у відповідність одне значення явища Z , а це дозволяє розглядати картографічне зображення даного явища як функцію $Z = F(X, Y)$.

Концепція картографічної алгебри, що реалізована в більшості сучасних комерційних ГІС, відповідає концепції пакета MAP (Map Analysis Package), розробленого Ч. Д. Томліном. Картографічна алгебра забезпечує простий і одночасно потужний спосіб визначення географічного аналізу як алгебраїчних виразів. Це дає можливість застосувати алгебраїчні функції до реальних даних з метою отримання результату.

Алгебра карт, картографічна алгебра (map algebra) – спосіб визначення географічного аналізу як алгебраїчних виразів - застосування алгебраїчних функцій до просторових даних з метою отримання результату.

Залежно від просторового сусідства, перетворення ГІС поділяються на чотири класи: локальний, фокусний, глобальний та зональний. Локальні операції працюють над окремими растровими клітинками або пікселями. Фокусні операції працюють над клітинами та їх сусідами, тоді як глобальні операції працюють на всьому шарі. Нарешті, зональні операції працюють на ділянках комірок, які мають однакове значення. Вхід і вихід для кожного оператора, який відображається, оператори можуть бути об'єднані в процедуру або сценарій для виконання складних завдань.

Коли алгебра карти виконується в клітинках локальних операцій, можуть використовуватися різні типи операцій:

- арифметичні операції використовують основні математичні функції, такі як додавання, віднімання, множення та ділення.
- статистичні операції використовують такі статистичні операції, як мінімальна, максимальна, середня та медіана.
- реляційні операції порівнюють клітини, використовуючи такі функції, як більша, менша або дорівнює.
- тригонометричні операції використовують синус, косинус, дотичну, дугу між двома або більше растровими шарами.
- експоненціальні та логарифмічні операції використовують функції експоненту та логарифму.

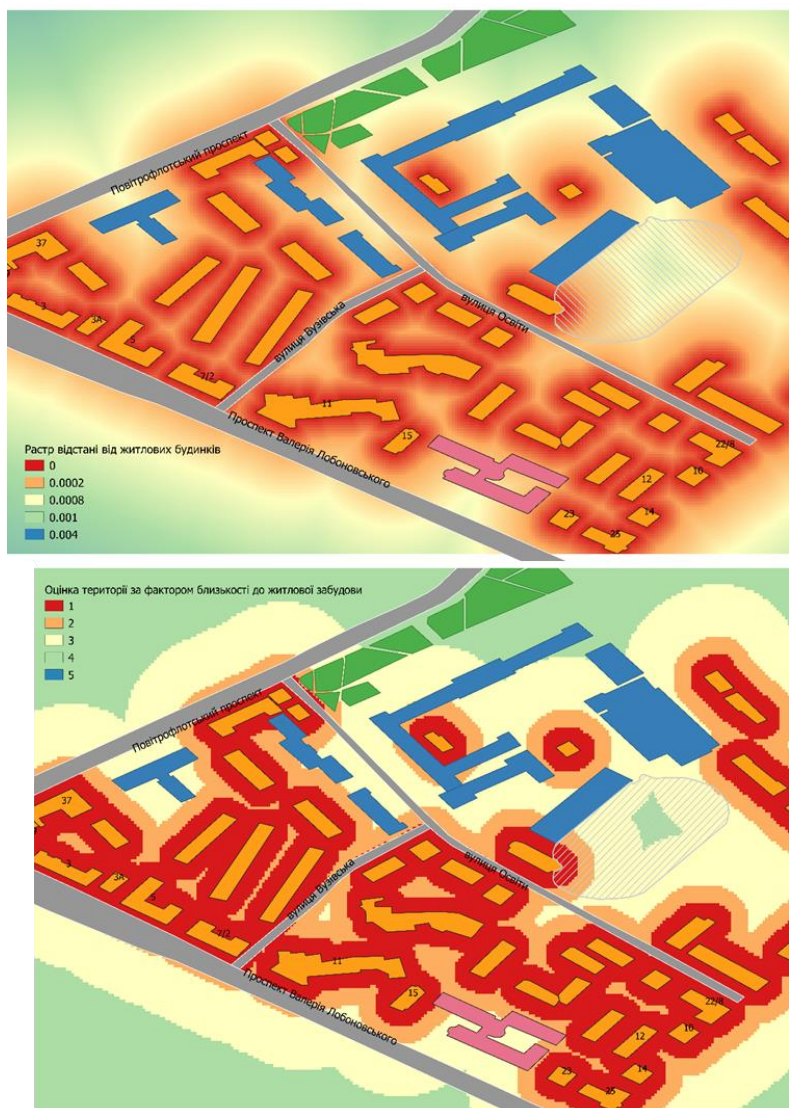
Растрова GRID-модель – це геореляційна модель, атрибути якої зберігаються в таблиці значень (VAT), що містить як мінімум два поля:

- VALUE - для значень комірок ґріда,
- COUNT - для кількості комірок, що мають однакові значення

Локальні операції працюють з окремими комірками (чарунками або пікселями).

Перекласифікація (Reclass) – це інструмент реалізує методи, що дозволяють перекласифікувати або змінювати вхідні значення комірок на альтернативні для (рис. 3.1):

- заміни значення на підставі нової інформації;
- групування певних значень;
- перекласифікації значень в єдину шкалу;
- присвоєння певного значення коміркам зі значенням NoData.



відстань	Клас придатності
0-20	1
20-40	2
40-60	3
60-80	4
80-100	5

Рис. 3.1. Приклад перекласифікації території міського кварталу КНУБА для оцінки придатності до розміщення сміттєвих майданчиків за фактором близькості до житлової забудови

Експозиція визначає напрямок ухилу максимальної швидкості зміни значень від кожної комірки до сусідніх з нею – це напрямок максимального ступеня зміни в z-значенні кожної комірки на растровій поверхні, що подається додатними значеннями градусів від 0 до 359.9 за годинниковою стрілкою від напрямку на північ.

Для кожної комірки інструмент Ухил (Slope) обчислює максимальну ступінь зміни в z значенні між конкретною коміркою та сусідніми з нею, тобто максимальний ступінь зміни в значеннях висоти на одиницю відстані між комірками та 8-ма сусідніми з нею комірками визначає самий крутий спуск вниз по схилу з комірки.

Інструмент «Зональна геометрія» (Zonal Geometry) обчислює в таблицю дані геометрії кожної зони (комірок з однаковим значенням, не обов'язково суміжних) растра:

- площа – обчислює площу комірок з однаковим значенням (зони);
- периметр – довжина периметра кожної зони;
- товщина – найглибша точка в межах зони;
- центроїд – визначає розташування центроїда кожної зони.

Обчислюється статистика для кожної зони, визначеної набором вхідних даних, на основі значень з інших наборів даних (растр значень). Для кожної окремої зони вхідного набору даних обирають однозначне значення: більшість, максимум, середнє, медіана, мінімум, діапазон, середньоквадратичне відхилення, сума, різноманітність.

Калькулятор растра (Raster Calculator) призначений для виконання алгебраїчного виразу з використанням декількох інструментів і операторів, які використовують простий інтерфейс, подібний до інтерфейсу калькулятора:

- реалізувати алгебраїчні вирази в одній лінії;
- підтримка використання змінних в алгебрі карт в ModelBuilder;
- застосувати оператори додаткового модуля Spatial Analyst до трьох або більше вхідних шарів в одному виразі;
- використовувати кілька інструментів додаткового модуля Spatial Analyst в одному виразі.

Класифікація зображень (класифікація цифрових зображень) – це процес розпізнавання образів (сортування, розподілу) елементів зображення (пікселів), кожний з яких в загальному випадку описують n-мірним вектором ознак (атрибутами) $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, на кінцеву кількість класів об'єктів (областей зображення).

Якщо перед початком класифікації невідомо, скільки та які об'єкти є на знімку, застосовують класифікацію без навчання (некеровану класифікацію). Цей процес означає автоматичний розподіл пікселів зображення на підставі аналізу статистичного розподілу їх яскравості. Недоліком цієї класифікації є те, що потрібно виконувати дешифрування отриманих класів, щоб визначити, яким об'єктам зображення вони відповідають. Некеровану класифікацію часто використовують як попередній етап класифікації з навчанням.

У сучасних програмних продуктах реалізовано різні алгоритми розпізнавання зображень, що відрізняються за методами визначення параметрів і правилами класифікації. Множина всіх алгоритмів класифікації поділяється на дві узагальнені групи – керованої і некерованої класифікації і окремого методу – дерева рішень (рис. 3.2).

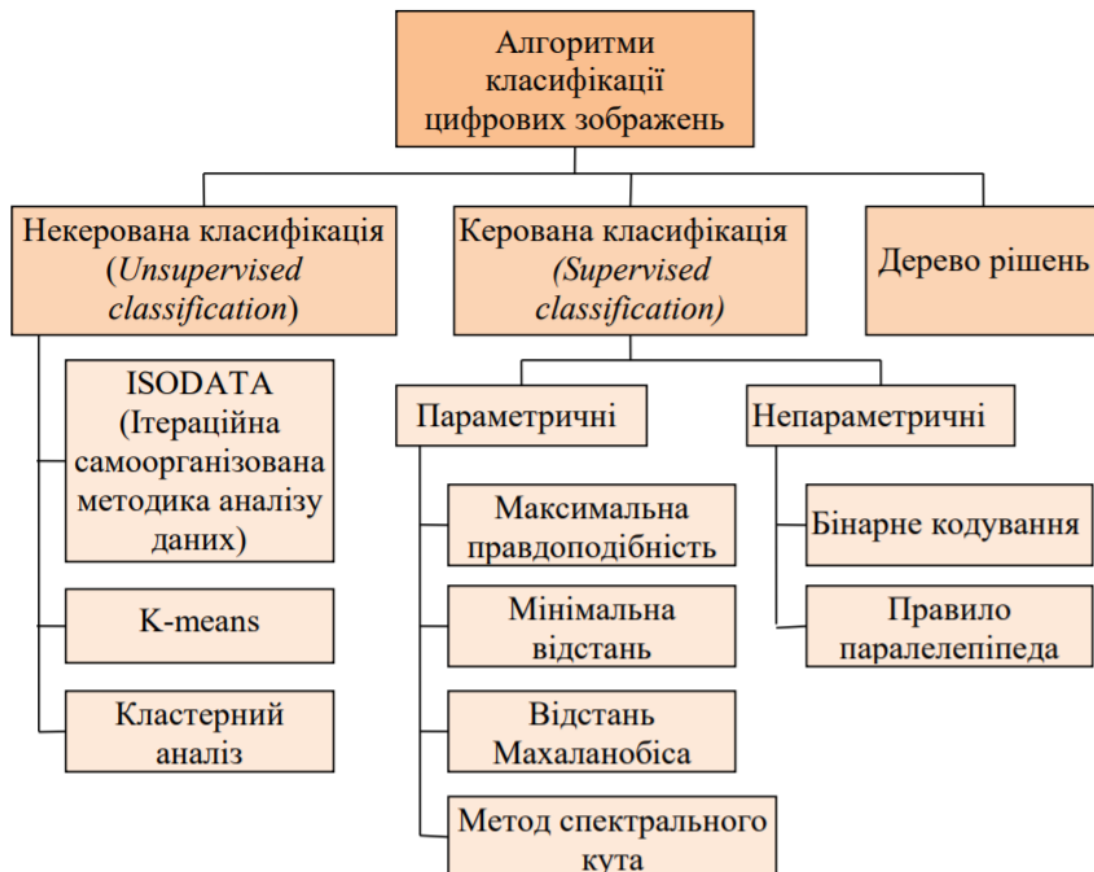


Рис. 3.2. Класифікація методів класифікації цифрових зображень ДЗЗ [3]

Класифікацію з навчанням (керовану класифікацію) застосовують, коли наперед відома кількість класів об'єктів та їх типологічні особливості. У процесі цієї класифікації розподіл пікселів на класи

здійснюють на основі порівняння значень характеристик кожного пікселя з еталонами (навчальними вибірками), які формують для кожного класу шляхом відбору пікселів з певним діапазоном характеристик відповідно до реальних об'єктів місцевості на знімку.

Фільтрація - видаляються окремі пікселі або шум – інструмент Фільтр більшості (Majority Filter).

Згладжування границь класів та об'єднання класифікованих вихідних даних - на цьому кроці згладжуються нерівності меж класів, та класи об'єднуються в один – інструмент Видалення меж (Boundary Clean).

Генералізація класифікованих вихідних даних шляхом зменшення роздільної здатності растру – інструменти Агрегація (Aggregate).

Контрольні запитання

1. Що таке картографічна алгебра?
2. Що таке експозиція та як цей інструмент реалізований в ГІС?
3. Що таке ухил та як цей інструмент реалізована в ГІС?
4. Який принцип роботи перекласифікації у ГІС?
5. Назвіть методи класифікації цифрових зображень ДЗЗ.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. ГЕОСТАТИСТИКА. ГЕООБЧИСЛЕННЯ

Лекції 4, 5. Геостатистика. Багатофакторний аналіз

Геостатистика – це розділ статистики, що вивчає технології та методи для аналізу, оброблення і подання просторово-розподіленої (та/або просторово-часової) інформації на основі статистичних методів

Геостатистика моделює закономірності розподілу об'єктів, явищ і процесів в географічному просторі з врахуванням їх місцеположення

Предметом аналізу геостатистики є просторові змінні (або районовані змінні regionalised variables) – змінні з координатною прив'язкою: кількість опадів, щільність населення в деякій географічній області, ступінь забруднення ґрунту, тощо

Передбачається, що дані вимірювань $z(x_i)$ є реалізаціями випадкових змінних $Z(x_i)$, які описуються деякими функціями розподілу.

Випадкова функція визначається як набір зазвичай залежних між собою випадкових змінних $Z(x_i)$, по одній для кожного місця розташування x_i в даній області.

Будь-якому набору з N місць розташування $\{x_k, k=1, \dots, N\}$ можна поставити у відповідність N випадкових змінних $\{Z(x_1), \dots, Z(x_N)\}$, які характеризуються N -мірною умовною функцією розподілу:

$$F(x_1, \dots, x_N; z_1, \dots, z_N) = \text{Prob} \{Z(x_1) \leq z_1, \dots, Z(x_N) \leq z_N\} \quad (4.1)$$

Етапи геостатистичного аналізу (рис. 4.1):

1. Статистичний аналіз даних - дослідження даних (визначення статистичних параметрів, перевірка на нормальність, виявлення тренда)
2. Дослідження та моделювання просторової кореляції - побудова варіограмної моделі
3. Просторова оцінка – інтерполяція, крігінг, тощо
4. Підбір оптимальних параметрів моделювання - оцінка точності моделювання
5. Подання результатів геостатистичного аналізу - карти ймовірностей, карти середніх оцінок

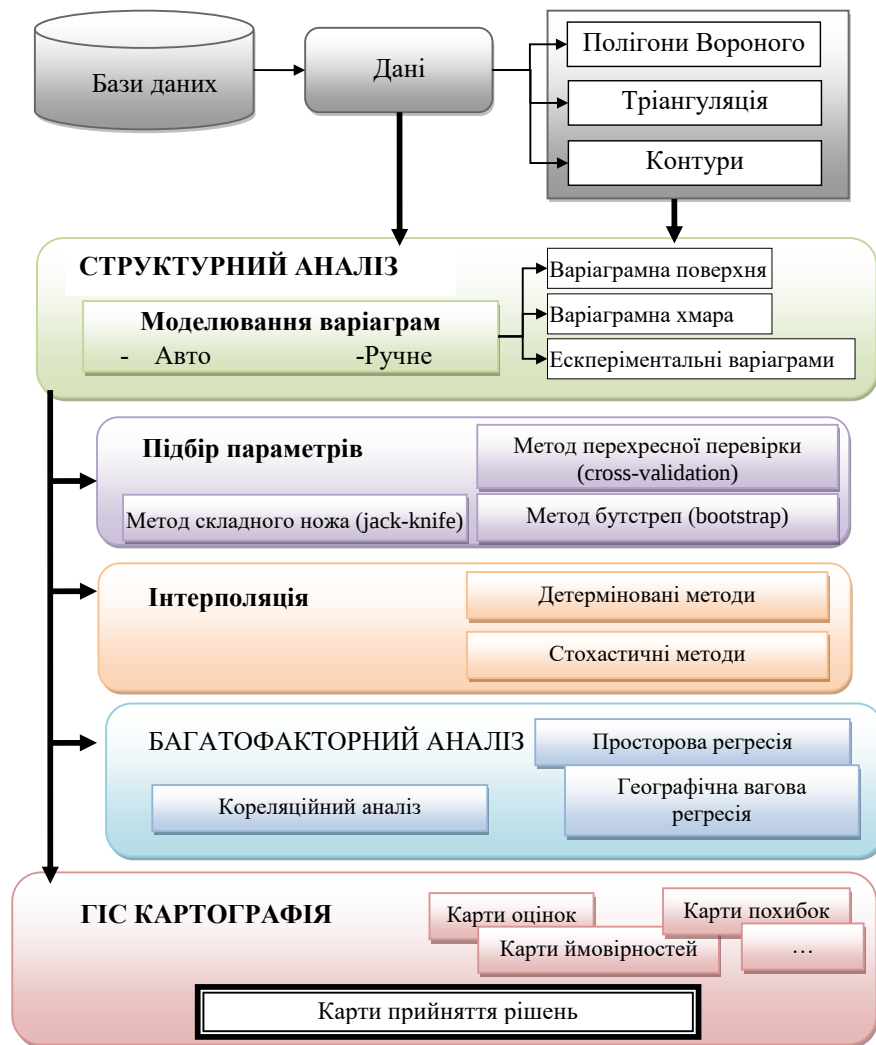


Рис. 4.1. Етапи геостатистичного аналізу

Ступінь залежності між ознаками встановлюється за допомогою різних показників: коефіцієнтів кореляції, кореляційних відношень (індексів кореляції), часткових і сукупних коефіцієнтів кореляції.

Кореляційні зв'язки можна вивчати на якісному рівні з діаграм розсіювання емпіричних значень змінних X і Y (рис.) і відповідним чином їх інтерпретувати. Так, наприклад, якщо підвищення рівня однієї змінної супроводжується підвищенням рівня іншої, то йдеться про позитивну кореляцію або прямий зв'язок. Якщо ж зростання однієї змінної супроводжується зниженням значень іншої, то маємо справу з негативною кореляцією або зворотним зв'язком. Нульовою називається кореляція за відсутності зв'язку змінних. Проте нульова загальна кореляція може свідчити лише про відсутність лінійної залежності, а не взагалі про відсутність будь якого статистичного зв'язку.

При криволінійній формі залежності для встановлення тісноти зв'язку застосовують кореляційне відношення (індекси кореляції) Головні завдання кореляційного аналізу:

- 1) оцінка за вибірковими даними коефіцієнтів кореляції;
- 2) перевірка значущості вибіркових коефіцієнтів кореляції або кореляційного відношення;
- 3) оцінка близькості виявленого зв'язку до лінійного;
- 4) побудова довірчого інтервалу для коефіцієнтів кореляції.

Величина індексу кореляції R знаходиться в межах від 0 до 1. Чим ближче вона до одиниці, тим тісніше зв'язок розглянутих ознак, тим більш надійно рівняння регресії.

Відображення зв'язку між двома випадковими величинами x і y у вигляді залежності називають регресією y на x , і навпаки: у випадку $x=f(y)$ кажуть про регресію y на x . Якщо лінії регресії є прямими, то регресію називають лінійною, в іншому випадку – нелінійною. Випадок прямої регресії є найпростішим, а тому найуживанішим в аналізі експериментальних даних.

Головною властивістю рівняння регресії є те, що вона (регресія) мінімізує суму квадратів (дисперсію) відхилень точок на лінії від експериментальних даних

Метод найменших квадратів (МНК) найбільш відомий метод регресійного аналізу. Це також підходяща відправна точка для всіх способів просторового регресійного аналізу.

Просторова автокореляція (autocorrelation) – це статистична міра, що описує як змінюється одна властивість з залежності від інших - як значення атрибуту географічно прив'язаних точок змінюється залежно від відстаней і напрямків між ними.

Процес просторової автокореляції є вимірюванням ступеня, за яким набір просторових об'єктів та значення пов'язаних з ним даних можуть бути кластеризовані в просторі (додатна просторова автокореляція) або диспергуванні (від'ємна просторова автокореляція).

Проблема звичайних статистичних методів полягає в тому, що дані є статистично незалежні, але просторові дані мають тенденцію до залежності, тобто має місце феномен, відомий як автокореляція.

Автокореляція (autocorrelation) це статистична міра, що описує, як змінюється одна властивість з залежності від інших. У ГІС використовується для статистичного вимірювання, що описує як

значення атрибуту географічно прив'язаних точок змінюється залежно від відстаней і напрямків між ними. Вважається, що просторові дані автокорельовані, якщо виміряні близько один від одного значення більш схожі, ніж значення, що розташовані на відстані.

Просторова кореляція може бути додатною або від'ємною в залежності від того, збігається розташування комірок чи ні. Якщо розташування Y є випадковим в просторовому наборі, то не має значення яка структура просторової матриці ваг, значення Γ дорівнює нулю, що свідчить про відсутність просторової автокореляції. Так же вірно, що просторова матриця ваг може бути структурованою у випадку структурованого розподілу Y . Очевидно, що вираз не є способом виявлення просторової залежності, а лише виміром ступеня.

Показники автокореляції:

- глобальні показники оцінюють загальну структуру та тренд даних та є найбільш ефективними, коли просторові закономірності стійкі в межах області інтересу (Загальний індекс I Морана);
- локальні показники оцінюють кожен об'єкт в контексті сусідніх об'єктів та порівнюють локальні ситуації з глобальною ситуацією.

Просторова регресія – метод просторового аналізу, що створює локальну модель змінної або процесу на основі рівняння регресії для кожного просторового об'єкту в наборі даних.

Просторова матриця ваг – відображає припущення, що розподіл певних явищ та об'єктів (або їх інтенсивність) залежить від відстані між ними. Тобто, вага, яку має клітина (i, j) є зворотною відстані d між двома точками i та j , (за методом обернених відстаней).

Варіограма – це статистичний момент другого порядку випадкової функції $Z(x)$, що застосовують для кількісного опису просторової безперервності.

Варіограма описує кореляційний зв'язок між двома випадковими величинами $Z(x)$ та $Z(x+h)$, що розташовані в просторі на відстані h . Сила зв'язку може змінюватися зі зміною відстані між точками та зміною напрямку вектора h . Для зафіксованого напрямку варіограма показує, як змінюються значення величини, що досліджується при збільшенні відстані між точками.

Радіус кореляції (радіус залучення або просто радіус (Range)) – це максимальні значення змінної, при яких варіограма не збільшується,

тобто втрачається залежність різниці значень у двох місцеположеннях від відстані між ними.

Поріг (sill) – це величина «насичення» варіограми.

Оцінка просторово некорельованого шуму, (Nugget, англ. «самородок», c_0) – це залишкова варіація, тобто дисперсія похибок вимірювань, а також тих просторових змін, які мають характерний розмір, набагато менший, ніж крок випробування.

В загальному випадку варіограма в прямокутній системі координат має вигляд кривої, що перетинає вісь ординат на деякій відстані від осі абсцис (рис.). Додатне значення цієї відстані (c_0) це оцінка просторово некорельованого шуму, в англійській літературі позначається як nugget (що в перекладі означає «самородок»). Це залишкова варіація, тобто дисперсія похибок вимірювань, а також тих просторових змін, які мають характерний розмір, набагато менший, ніж крок випробування.

Із збільшенням кроку варіограма збільшується до максимальних значень при деякому значенні a , яке називають радіусом кореляції, радіусом залучення або просто радіусом (range). При подальшому збільшенні кроку варіограма не збільшується, тобто втрачається залежність різниці значень у двох місцеположеннях від відстані між ними. Цю величину «насичення» варіограми називають поріг (sill). Таким чином, a подає область відстаней, у межах яких існує залежність (кореляція) між значеннями змінної.

Варіограма має такі особливості:

- вона завжди починається з нуля (для $h = 0$, $Z(x+h)=Z(x)$). Вона може перериватися тільки після початку;
- вона зазвичай зростає із збільшенням h ;
- вона зростає до деякого рівня, званого порогом, і потім стає плоскою. Іноді вона може зростати і далі.

Форма варіограми абсолютно безумовно свідчить про вигляд просторової варіації, що має місце в межах даної площі, і може допомогти вирішити, як діяти далі. Відома достатньо велика кількість варіограмних моделей, які мають різну поширеність на практиці. Найбільш широко застосовуються сферична, експоненціальна і гаусівська моделі (рис. 4.3).

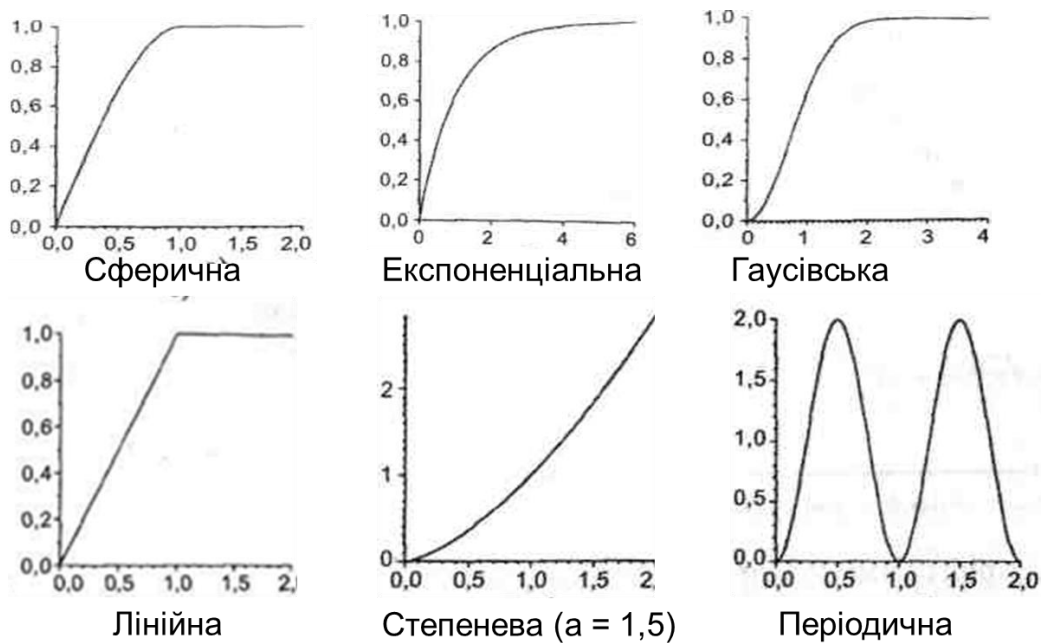


Рис. 4.3. Теоретичні варіограмні моделі

Процес побудови оптимальної варіограмної моделі ґрунтується на методі найменших квадратів і достатньо трудомісткий. Сучасні геостатистичні пакети звичайно містять інтерактивну процедуру побудови варіограмних моделей, при якій всі трудомісткі процедури виконує комп'ютер. Користувач же, виходячи з розміщення точок на емпіричній варіограмі, вибирає найперспективніші теоретичні моделі, запускає процедури визначення їх параметрів, а потім на основі порівняльного аналізу вибирає з них найбільш відповідну (оптимальну) для даного випадку.

Оптимальна варіограмна модель використовується для моделювання безперервних поверхонь на основі даного дискретного набору точок, а також для оцінки точності моделювання в кожній точці простору (або комірці растра).

Моделювання варіограми - це ключовий крок між просторовим описом та інтерполяцією даних (рис. 4.4).

Модель варіограми, за емпіричним даним, має:

- проходити через центр хмари об'єднаних в біни значень (червоні точки);
- проходити якомога ближче до середніх значень (сині перехрестя);
- проходити якомога ближче до ліній (зеленим).

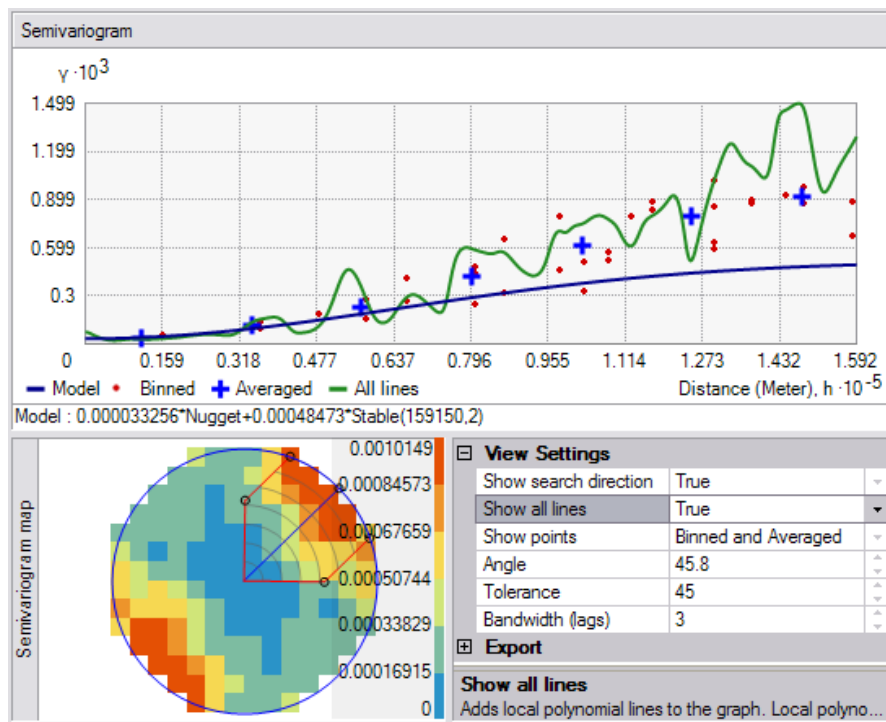


Рис. 4.4. Реалізація варіограм у середовищі ArcGIS for Desktop [4]

Інтерполяція – спосіб знаходження проміжних значень величини за наявним дискретним набором відомих значень (табл. 4.1). Завданням просторової інтерполяції є побудова на основі мережі вихідних точок суцільної поверхні з заданим розміром кроку сітки вузлів.

Таблиця 4.1

Вибір методу інтерполяції

Кількість спостережень (точок)	Рекомендований метод інтерполяції
Близько 10	методи кригінга сплайн
Менш 250	кригінг із лінійною варіограмною моделлю
250-1000	лінійна інтерполяція кригінг
Понад 1000	кригінг обернена зважена відстань

Детерміновані локальні методи інтерполяції – методи, які розраховують значення точок на основі вимірних значень, що потрапляють в близькість до інтерпольованої точки, за допомогою математичних формул, які визначають згладженість результуючої поверхні. Наприклад, метод найближчого сусідства (полігонів Тиссена-

Вороного), метод середнього зважування обернено-пропорційної відстані (дистанції), метод сплайнів.

Стохастичні локальні методи інтерполяції – методи, які ґрунтуються на статистичних моделях, що включають аналіз автокореляції (статистичні відносини між виміряними точками), наприклад, геостатистичне моделювання, крігінг.

Тренд – це метод глобальної інтерполяції, який створює згладжену поверхню, що задана математичною (напр., поліноміальною) функцією для вхідних опорних точок. Вид тренду становлюють за графічним зображенням даних ряду, шляхом усереднення показників змінної (рис. 4.5).

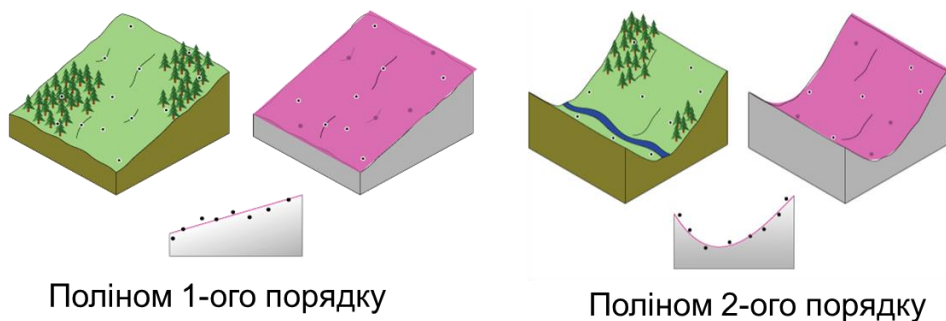


Рис. 4.5. Приклад типів тренду

Сплайн-інтерполяція – це метод, який ґрунтується на використанні для інтерполяції в околах даного вузла кускових поліноміальних функцій, які мають назву «функції сплайнів». Типи сплайнів: лінійний, кубічний сплайн, сплайн Ерміта, Сплайн Катмулла-Рома, тощо.

Обернена зважена відстань (Inverse Distance Method (IDM)) полягає в тому, що значення атрибута z в довільній точці простору, в якій не проводилися вимірювання, є середнім зваженим по відстані із значень в точках вимірювань, розміщених по сусідству в межах певного радіуса (або вікна) навкруги цієї точки. Ваги точок вимірювань є обернено пропорційними відстані до даної точки.

Kriging (Kriging) – це метод знаходження кращої незміщеною лінійної оцінки (тобто найменшої дисперсії) значень точок.

Багатофакторний аналіз. Предметом багатофакторного аналізу є дослідження впливу декількох різноманітних показників (факторів) на об'єкт дослідження з метою оцінити міру впливу кожного

Методи багатокритеріальної оптимізації:

- призначення коефіцієнтів ваги кожного з критеріїв;
- застосування узагальненого критерію цільової функції, який враховував би всі критерії з відповідними ваговими коефіцієнтами;
- застосування методу експертних оцінок (метод Дельфи) та методів, які полягають у визначенні ступеня узгодженості між експертами впливу різних факторів на критерії, встановленні їх значущості, наприклад через коефіцієнт конкордації в порівнянні її з критерієм Пірсона та інші.

Геовізуалізація – це проектування і генерація геозображень та іншої графіки на пристроях відображення (переважно на екрані дисплея) на основі вихідних цифрових даних та правил і алгоритмів їх перетворення та подання.

Геозображення – це будь-яка просторово-часова масштабна генералізована модель просторових об'єктів або процесів, подана в графічній образно-знаковій формі (дво- або тривимірній, анімованій тощо).

Контрольні запитання

1. Що таке геостатистичний аналіз?
2. Що таке варіограма? Як працює цей інструмент в ГІС?
3. Що таке автокореляція?
4. Дайте визначення терміну «просторова регресія» та наведіть приклади.
5. Назвіть методи просторової інтерполяції.
6. Що таке крігінг? Наведіть приклади його застосування.
7. Назвіть методи багатокритеріальної оптимізації.

Лекція 6. Мережевий аналіз

Географічні мережі – сукупності лінійних фрагментів природного (річки, напрямки змін/ переміщень) або антропогенного (дороги, комунікації) характеру.

Метою вивчення географічних мереж є виявлення закономірностей їх будови, формування та розвитку, а також моніторинг, оптимізація і керування (наприклад, у випадку транспортних і комунікаційних мереж).

У разі мережевого аналізу геоінформаційні системи забезпечують ефективне рішення трьох взаємопов'язаних завдань:

- 1) уявлення і зберігання в базі даних метричної і топологічної інформації про структуру мережі;
- 2) візуалізацію географічних мереж у вигляді дисплейних картосхем з можливістю інтерактивного запиту атрибутивної інформації по кожному елементу мережі;
- 3) аналіз структури мережі на основі моделей і алгоритмів теорії графів.

Географічні мережі подають сукупності лінійних фрагментів природного (наприклад, річкові, орографічні, тектонічні) та антропогенного (наприклад, дорожні, електричні, комунікаційні) характеру. У загальному випадку в поняття "географічна мережа" включаються всі просторові (територіальні) зв'язки і відносини, істотні для вивчення просторової організації природних і соціально-економічних систем. У цьому випадку географічна реальність може бути подана у вигляді суперпозиції (об'єднання, накладення) великої кількості різноманітних просторових відносин і зв'язків (транспортних, технологічних, екологічних, міграційних, інформаційних та ін) між різними геопросторовими об'єктами (населеними пунктами, підприємствами, адміністративними та економічними районами, екосистемами та ін.)

Метою вивчення географічних мереж є виявлення закономірностей їх будови, формування та розвитку, а також моніторинг, оптимізація і керування (наприклад, у випадку транспортних і комунікаційних мереж).

ГІС-технологія забезпечує можливість комп'ютерного подання, моделювання та аналізу як завгодно великих по числу вершин і ребер мережевих об'єктів, в поєднанні з автоматизованим тематичним

картографуванням, інтерактивним редагуванням і візуалізацією (включаючи мультимедіа) відповідних мережевих моделей.

Мережний аналіз – розв'язання оптимізаційних задач з використанням моделі геометричної мережі.

Завдання мережевого (мережного) аналізу:

- 1) подання та зберігання в базі даних метричної і топологічної інформації про структуру мережі;
- 2) візуалізація географічних мереж з можливістю інтерактивного запиту атрибутивної інформації по кожному елементу мережі;
- 3) аналіз структури мережі на основі моделей і алгоритмів теорії графів.

Мережа – це сукупність взаємодіючих об'єктів, пов'язаних один з одним.

Геометрична мережа - це набір пов'язаних ребер і вузлів, з'єднаних за певними правилами. У геометричних мережах (водопровід, газопровід), одночасно можна переміщатися по ребрах тільки в одному напрямку.

Набори мережевих даних (Network Dataset) набір простих просторових об'єктів (лінії і точки) та поворотів, що забезпечують зберігання даних про зв'язність вихідних об'єктів. У транспортних мережах можна пересуватися по ребрах в обох напрямках.

Теорія графів – розділ дискретної математики, що досліджує властивості кінцевих множин із заданими відносинами між їх елементами.

Граф – множина точок площини $x_1, x_2, \dots, x_n$ (вершин, або вузлів), з'єднаних між собою лініями $a_1, a_2, \dots, a_m$ (ребрами) (рис. 6.1).

Маршрутом (шляхом) називається послідовність дуг (в орієнтованому графі), така, що кінець однієї дуги є початком іншої дуги.

Простий маршрут - шлях, в якому жодна дуга не зустрічається двічі.

Елементарний маршрут - шлях, в якому жодна вершина не зустрічається двічі.

Контур - шлях, у якого кінцева вершина збігається з початковою вершиною.

Довжиною шляху (контуру) називається число дуг шляху (або сума довжин його дуг, якщо останні задані)

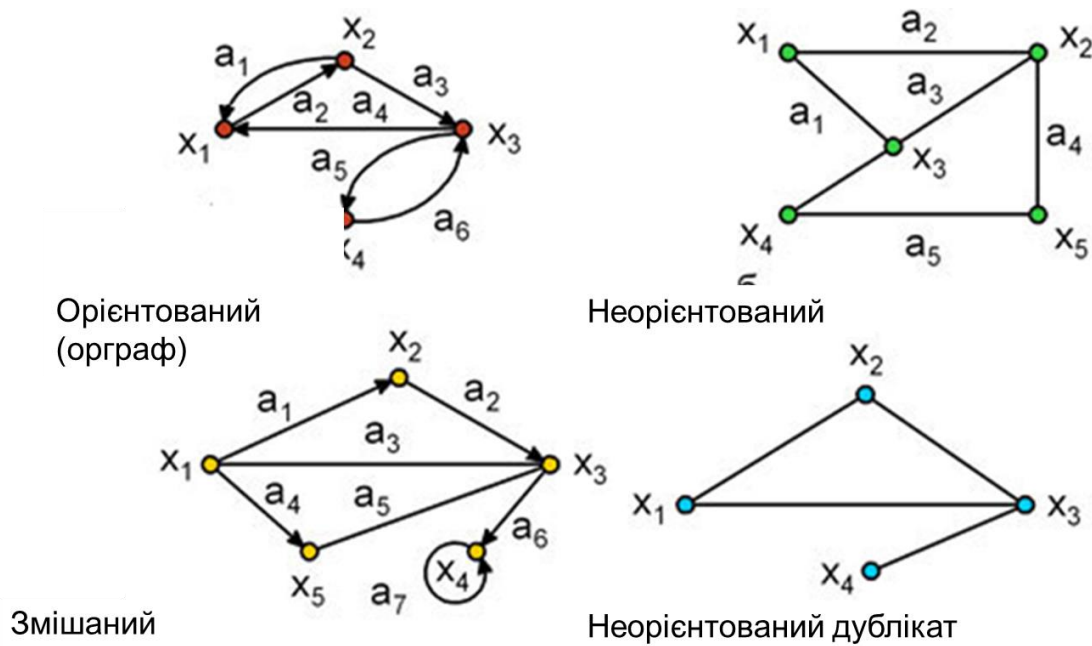


Рис. 6.1. Типи графів залежно від їх ребер

Операція вилучення вершини x із графа $G(X, W)$ полягає у вилученні з множини X елемента x , а з множини W – усіх ребер, інцидентних x . Операція вилучення ребра w з графа $G(X, W)$ полягає у вилученні елемента w з множини W . При цьому всі вершини зберігаються. Алгоритм Дейкстри (Dijkstra) знаходить найкоротший шлях від однієї вершини графа до всіх інших вершин.

Завдання комівояжера (Travelling salesman problem, TSP) полягає у знаходженні елементарного маршруту, що проходить через вказані міста хоча б один раз – найвигідніший шлях. В умовах завдання вказуються критерій вигідності маршруту (найкоротший, найдешевший, сукупний критерій тощо) і відповідні матриці відстаней, вартості тощо. Гамільтонів шлях (маршрут) - шлях, що містить кожен вершину графа рівно один раз. Гамільтонів шлях, початкова і кінцева вершини якого збігаються, має назву гамільтонового циклу.

Модуль Network analysis у ArcGIS, що реалізує наступні алгоритми мережевого аналізу:

- аналіз маршруту;
- аналіз найближчого пункту обслуговування;
- аналіз зони обслуговування/ доступності;
- аналіз матриці Джерело-Призначення;
- аналіз задачі вибору маршруту транспорту;
- аналіз розміщення-розподіл.

Контрольні запитання

1. Що таке геометрична мережа?
2. Поясніть принцип завдання комівояжера.
3. Поясніть алгоритм пошук найкоротшого шляху.
4. У чому особливість алгоритму визначення оптимального шляху Дейкстра?
5. Які алгоритми мережевого аналізу реалізовані у модулі Network analysis у ПЗ ArcGIS? Наведіть приклади їх застосування.

Лекція 7. Оптимізація. Лінійне та цілочисельне програмування. Багатокритеріальна оптимізація

У перекладі з латинської слово “оптимізація” означає “найкращий”. Оптимізувати (знайти найкращий варіант функціонування з усіх наявних) можна будь-який процес, будь-яку дію і будь-яку мету. Оптимізація можлива в різних сферах діяльності людини.

Оптимізація алгоритмів — покращення характеристик алгоритмів та процесів обчислень шляхом еквівалентних перетворень алгоритмів.

Оптимізація даних — процес реорганізації даних за деяким критерієм.

Оптимізація циклів — локальна оптимізація часу виконання циклі в, процесів, процедур і т. д.

Процес покращення характеристик на основі :

- критеріїв оптимальності (економічні, часові, технологічні - вихід продукту, вміст домішок в ньому тощо);
- параметрів, що варіюються (напр., температура, тиск, величини вхідних потоків у процесах переробки гірничої та ін. сировини), зміна яких дозволяє впливати на ефективність процесу;
- математичної моделі процесу;
- обмежень, що пов'язані з економічними та конструктивними умовами, можливостями техніки та обладнання, вимогами до даних тощо.

Задача оптимізації – пошук екстремуму функції або функціонала на заданій множині допустимих рішень. Тобто, серед елементів x , що утворюють множину X , необхідно знайти такий елемент x^* , який забезпечує мінімальне значення $f(x^*)$ заданої функції $f(x)$.

Якщо існує декілька цільових функцій, то має місце задача векторної оптимізації. Якщо кількість параметрів оптимізації більше одного, то розв'язується задача багатопараметричної оптимізації.

У випадку наявності обмежень та умов до параметрів оптимізації, виникає задача оптимізації з умовами, яка отримала назву математичного програмування – це область математики, що вивчає теорію та чисельні методи розв'язання багатовимірних задач з обмеженнями. На відміну від класичної математики, математичне програмування займається математичними методами вирішення задач знаходження найкращих

варіантів з усіх можливих. Математичне програмування об'єднує задачі нелінійного програмування (цільова функція в загальному випадку нелінійна), стохастичного програмування (параметри – випадкова величина, а цільова функція – випадкова функція), динамічного програмування (оптимізація багатокрокових процесів пошуку рішення).

В залежності від природи множини X методи оптимізації поділяють на дискретні (якщо X приймає дискретні значення) та цілочислені (якщо X – множина цілих чисел).

У випадку, коли цільова функція опукла має місце задача опуклого програмування.

При квадратичній цільовій функції та лінійних умовах обмежень застосовують метод квадратичного програмування; у випадку, коли цільова функція та умови – лінійні комбінації функцій однієї змінної, звертаються до сепарабельного програмування; подання цільової функції та умов у вигляді поліномів зумовлює застосування методу геометричного програмування.

Завдання лінійного програмування - задачі, в яких цільова функція та всі обмеження лінійні: знайти екстремальне значення ($\max/\min$) лінійної цільової функції, наприклад Z , при обмеженнях, які мають форму лінійних нерівностей, та граничних умовах, які подають діапазон варіювання змінних.

Завдання цілочисельного програмування – задачі лінійного програмування, в яких припустимі лише цілочисельні (цілісні) рішення. Застосовувати ці методи можна лише в тих випадках, коли змінні величини та фактори, що вивчаються, мають математичну визначеність та кількісну обмеженість.

Досить часто в реальних ситуаціях якість експлуатації об'єкта або системи оцінюється не єдиним критерієм або показником якості, а сукупністю таких критеріїв, які мають однакове значення. Така постановка завдання призводить до задачі оптимізації з векторної цільової функцією.

Багатокритеріальна оптимізація або програмування (Multi-objective optimization) – це процес одночасної оптимізації двох або більше конфліктуючих цільових функцій в заданій області дослідження.

Розв'язання задач при цьому являє собою пошук компромісу між прийнятими критеріями, зведення їх до одного узагальненого критерію на основі застосування різних методів.

Слід зазначити, що оскільки $F(x)$ є певним вектором, то будь-які компоненти $F(x)$ є конкуруючими, отже знайти єдине рішення поставленої задачі неможливо. Замість цього, для опису характеристик цілей вводиться концепція множини точок рішень, що неможливо покращити (оптимальність по Паретто). Рішення, що неможливо покращити, є таким рішенням, в якому поліпшення в одній з цілей призводить до певного погіршення в іншій.

Основні проблеми, що виникають при розробці методів БО:

1. Проблема нормалізації критеріїв, тобто їх зведення до єдиного (безрозмірного) масштабу виміру.

2. Проблема вибору принципу оптимальності, тобто встановлення, у якому сенсі оптимальний розв'язок кращий від всіх інших.

3. Проблема визначення пріоритетів критеріїв, що виникає в тих випадках, коли з фізичного змісту зрозуміло, що деякі критерії мають пріоритет над іншими.

4. Проблема визначення оптимуму задачі БО. Мова йде про те, як використати методи лінійної, нелінійної, дискретної оптимізації для визначення оптимуму задач із певною специфікою.

Завдання розміщення [location-allocation problems] – тип задач математичного програмування, метою яких є пошук оптимального розміщення нових виробничих об'єктів (наприклад, підприємств), що випускають однорідний продукт (або надають послугу) таким чином, щоб сумарні витрати на виробництво та транспорт були мінімальними. Завдання розміщення пов'язані з вирішенням проблем найкращого розташування таких систем обслуговування, як торгові центри, пункти пожежної охорони, фабрики, аеропорти, склади тощо. Завдання розміщення складають один з найбільш актуальних і широких розділів планування, а їх математичний аналіз у більшості випадків призводить до розгляду задач дискретної оптимізації. Наприклад, вирішенням проблем найкращого розташування торгових центрів, пунктів пожежної охорони, фабрик, аеропортів, складів, тощо. Розглядаються тільки такі задачі розміщення, для яких областю допустимих точок розміщення - центрів обслуговування - є деякий граф, тобто центри розташовані в будь якій вершині або на будь якій дузі графа – аналіз розміщення-розподілу модулю Network Analyst пакету ArcGIS (табл. 7.1).

Типи задачі розміщення-розподілу модулю Network Analyst

Тип завдання	Опис	Приклад
Забезпечення мінімального імпедансу	Об'єкти розміщують так, щоб сума всіх відносних витрат між точками попиту та об'єктами була мінімальною. Стрілками на графіку показано, що розташування засновані на відстанях між всіма точками попиту.	Моделювання розміщення складів на основі зменшення загальних витрат на транспортування
Забезпечення максимального покриття	Об'єкти розташовуються так, щоб якомога більше точок попиту призначалося об'єкту в межах зони обмеження імпедансу.	Вибір місцерозташування центрів служб швидкого редагування.
Забезпечення максимального покриття	Об'єкти розташовуються так, щоб якомога більше точок попиту призначалося об'єкту в межах зони обмеження імпедансу; крім того, зважений попит, призначений об'єкту, не може перевищувати ємність об'єкта.	Створення територій, які охоплюють визначену кількість людей чи компаній, пошук лікарень або інших медичних пунктів з обмеженою кількістю місць або пацієнтів.
Забезпечення мінімальної кількості об'єктів	Об'єкти розташовуються так, щоб якомога більше точок попиту призначалося об'єкту в межах зони обмеження імпедансу; крім того, досягається мінімальна кількість об'єктів, необхідних для покриття всіх точок попиту.	Вибір місць зупинок шкільних автобусів, де умовою є необхідність дістатися до зупинки пішки за певний час.\
Забезпечення максимальної частки ринку	Конкретна кількість об'єктів обирається таким чином, щоб розподілений попит був максимальним в зоні присутності конкурентів. Мета – захопити якомога більшу частку ринку з використанням зазначеної кількості об'єктів. Загальна частка ринку – це сума попиту дійсних точок попиту. Завдання забезпечення максимальної частки ринку засновані на моделі Хаффа, яка також відома, як гравіметрична модель або модель просторової взаємодії.	Великі магазини, що торгують зі знижками, можуть використовувати завдання забезпечення максимальної частки ринку для розміщення відомої кількості нових магазинів.

Тип завдання	Опис	Приклад
Досягнення цільової частки ринку	При вирішенні завдання вибирається мінімальна кількість об'єктів, що необхідна для захоплення заданої у відсотках частки ринку на території з конкурентами. Користувач вказує частку ринку у відсотках і механізм розрахунку обирає мінімальну кількість об'єктів, що гарантує досягнення такої частки.	Оцінка стратегій збереження поточної частки ринку при отриманні відомостей про нових конкурентів. Результати показують, які заходи необхідно вжити, якщо бюджет не є перешкодою.

Механізм розрахунку: для N кандидатів пунктів обслуговування та M точок попиту з певною вагою обирається піднабір пунктів обслуговування P таким чином, щоб сума зважених відстаней від кожного M до найближчих P була мінімальною

Етапи:

1. Розрахунок матриці джерело-призначення.
2. Перетворення матриці джерело-призначення в набір полувипадкових рішень (метод Хілсмана).
3. Одержання групи допустимих рішень – заміна вершин графу евристичним методом (метод Тейса і Барта).
4. Визначення кращих рішень (метаалгоритм).

Механізм розрахунку розміщення-розподілу починається зі створення матриці джерело-призначення для оцінки вартості найкоротших шляхів між всіма пунктами обслуговування та пунктами точок попиту в мережі. Далі, на основі алгоритму, відомого як метод Хілсмана, матриця вартостей відстані змінюється. Даний процес редагування використовується в аналогічних евристичних методах для вирішення множини різнорідних завдань. В результаті механізму перетворення матриці джерело-призначення отримано набір полувипадкових рішень, на основі яких заміняють вершини графу евристичним методом, що має назву метод Тейса і Барта для одержання групи кращих рішень.

На наступному кроці застосовують так званий метаалгоритм, що об'єднує отриману групу допустимих рішень для визначення кращих рішень.

Якщо подальше поліпшення неможливе, то метаалгоритм приймає висновок в якості найкращого знайденого рішення. Спільне використання

методу редагування матриці, полувипадкових первинних рішень, евристичного заміщення вершин та метаалгоритму покращення рішень швидко призводить до результатів, які є близькими до оптимальних.

Контрольні запитання

1. Поясніть завдання цілочисельного програмування.
2. Поясніть завдання лінійного програмування.
3. Що таке багатокритеріальна оптимізація?
4. Які існують аналітичні засоби оптимізації в інструментальних ГІС?
5. Поясніть завдання розміщення (location-allocation problems).
6. Наведіть приклади розв'язання задач розміщення-розподілу за допомогою модулю Network Analyst.

Лекція 8. Геомодельовання

GeoComputation (GC) є інтуїтивно зрозумілим у розпізнаванні широкого спектру підходів і методів на основі алгоритмів із секторів штучного інтелекту (AI) і обчислювального інтелекту (CI). Загалом GC — це «мистецтво і наука вирішення складних просторових проблем за допомогою комп'ютерів». Ріс і Тертон (1998) «Геобчислення» описані як метод застосування ІТ до географічних проблем. Куклеліс (1998) стверджує, що «геокомп'ютери застосовуються лише до області просторових обчислювальних технік». GC може бути корисним для вирішення широкого кола проблем, заснованих на парадигмі інформатики в контексті географії та науки про землю. Відповідно до GC 98 «просторове обчислення стосується поєднання каральних заходів для інформатики, географії, геоматики, інформатики, математики та статистики». Пошук нових або кращих результатів на комп'ютерному маршруті для існуючих проблем базується на рельєфі як надлишковій інформації, якої бракує або доповнює, великі обсяги розрахунків. Комп'ютерні експерименти використовуються як практичний абстрактний метод для вивчення того, як багатогранні системи працюють через їх тонкощі, аналіз поведінки та моделювання.

Високопродуктивні обчислювальні технології забезпечують перехід до вивчення проблем і моделювання через обчислювальну парадигму:

- Необхідність створення нових способів обробки та використання переваг дедалі більшої кількості світової інформації, яка адресується просторово.
- Більша доступність існуючих і доступних методів штучного інтелекту та комп'ютерного інтелекту для багатьох географічних наук і наук про Землю.
- Прискорює дії комп'ютерного зв'язування, щоб дозволити більш глибокі експерименти.
- Підвищує якість результату за допомогою комп'ютерних методів, щоб зменшити кількість припущень і усунути скорочення та спрощення, які більше не є важливими з точки зору обчислень.
- Дає змогу вивчати більші бази даних та/або отримувати кращі результати за допомогою обробки даних із більш високою роздільною здатністю.

– Створює нові підходи та нові методи на основі комп'ютерних технологій, особливо штучного інтелекту та машинного інтелекту, розроблених іншими дисциплінами.

Геомодельовання включає:

- нечіткі множини;
- клітинні автомати cellular automata (ca);
- аген-орієнтоване моделювання Agent-based modelling (ABM);

Геомодельовання в першу чергу пов'язане з:

- дослідженням даних;
- визначенням та розумінням закономірностей і причинно-спадкових зв'язків;
- просторово-часовим моделюванням.

Формалізуємо неточне визначення "гарячий чай". В якості базової шкали прийнята шкала температури в градусах Цельсія, що змінюється від 0 до 100 градусів. Нечітка множина для поняття "гарячий чай" виглядає наступним чином (рис. 8.1, рис. 8.2):

$$C = \{0/0; 0/10; 0/20; 0,15/30; 0,30/40; 0,60/50; 0,80/60; 0,90/70; 1/80; 1/90; 1/100\} \quad (8.1)$$

Так, чай з температурою 60° C належить до множини "Гарячий" зі ступенем належності 0,80.

Вираз, про ступінь істинності чи хибності якого в даний час можна судити, має назву нечіткого висловлювання.

Ступінь істинності або ступінь помилковості кожного нечіткого висловлювання приймає значення із замкнутого інтервалу [0; 1].

Нечітке висловлювання, ступень істинності якого дорівнює 0,5, має назву індиферентне, оскільки воно істинно в тій же мірі, що і хибне.

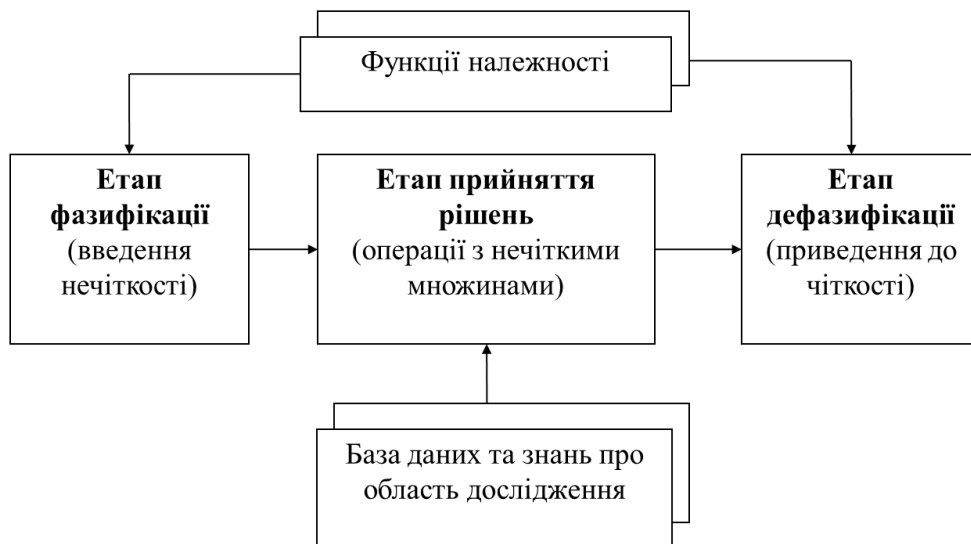


Рис. 8.1. Етапи вирішення завдань на основі нечітких множин

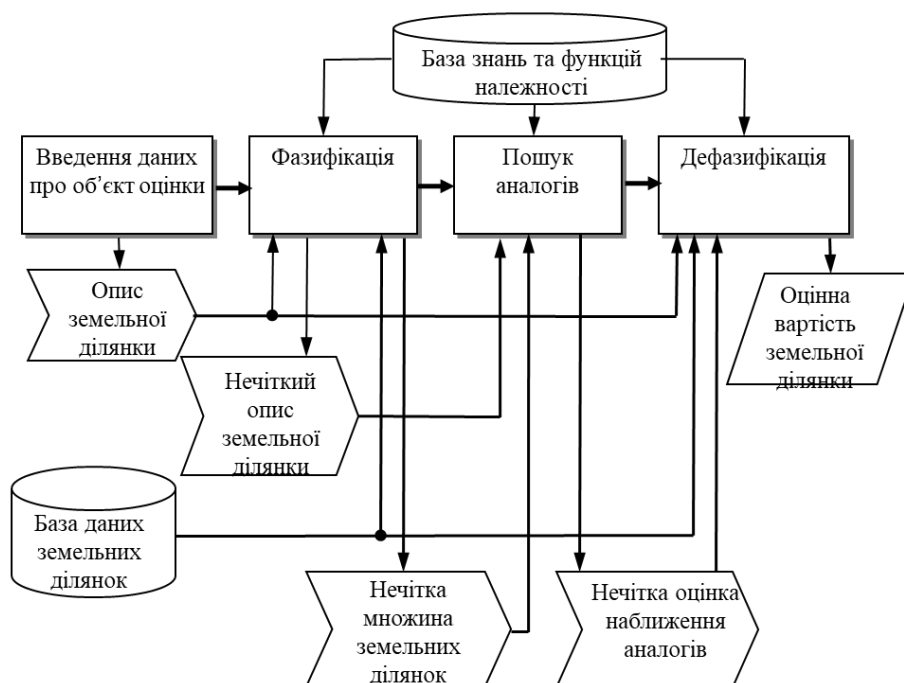


Рис. 8.2. Етапи вирішення задачі пошуку об'єктів-аналогів на основі теорії нечітких множин

Як правило, прямі методи завдання функції приналежності використовуються для понять, що вимірюються, таких як швидкість, година, відстань, тиск, температура тощо, тобто коли виділяються полярні значення. У багатьох задачах при характеристиці об'єкта можна виділити набір ознак і для кожного з них визначити полярні значення, що відповідають значенням функції приналежності, 0 чи 1.

Непрямі методи визначення значень функції приналежності використовуються у випадках, коли немає елементарних вимірних властивостей, через які визначається потрібна нечітка множина.

При визначення функції належності для показника доступність земельних ділянок до громадських центрів враховано коефіцієнти цінності міських території згідно ДБН 360-92, які визначаються для кожної групи населених пунктів в залежності від їх чисельності

$$\mu(d) = \frac{d^2}{(a+d)^2}, \quad (8.2)$$

де a – відстань до громадського центру, м

d – чисельність населеного пункту, тис. чол.

Для визначення матриці відношень близькості земельних ділянок за площею прийнята наступна шкала порівнянь:

- значно велика (понад 0,40 га),
- велика (0,26 – 0,40 га),
- середня (0,10 – 0,25 га),
- мала (0,50 – 0,99 га),
- значно мала (0,01 – 0,49 га).

Тоді:

$\mu(A, B) \leq 0,5$ – множини A та B нечітко нерівні;

$\mu(A, B) = 0,5$ – множини A та B взаємно індиферентні;

$\mu(A, B) \geq 0,5$ – множини A та B нечітко рівні.

Земельні ділянки, ступень рівності яких більше або дорівнює 0,5 можна вважати схожими та розглядати як аналоги.

Порядок порівняння земельних ділянок за ознаками у відповідності до їх впливу на ціноутворення (рис. 8.3).

Клітинні автомати Cellular automata(CA) – дискретні динамічні системи, поведінка яких повністю визначається локальними правилами взаємодії. Клітинні автомати є дискретними динамічними системами, поведінка яких повністю визначається локальними правилами взаємодії, в значній мірі це відноситься і до великого класу безперервних динамічних систем, що визначаються рівняннями похідних. У цьому сенсі клітинні автомати в інформатиці є аналогом фізичного поняття «поле».

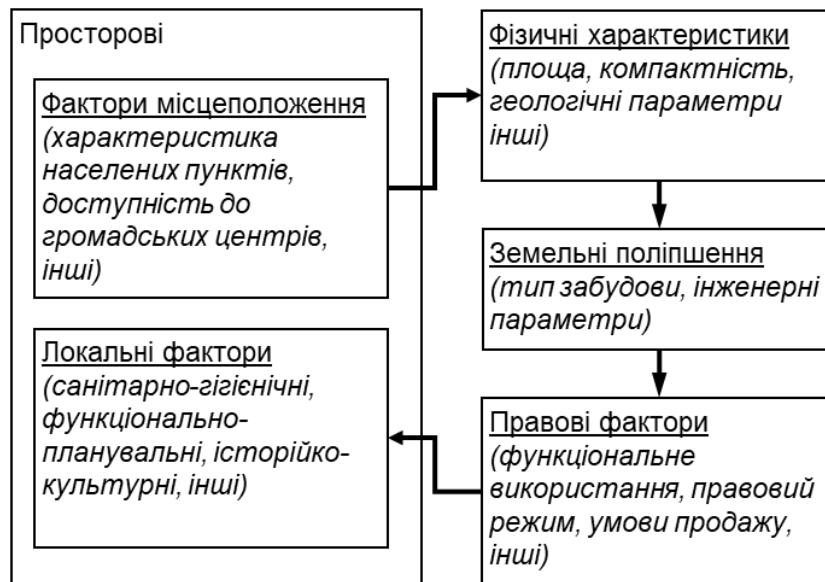


Рис. 8.3. Порівняння земельних ділянок за ознаками

Простір подається рівномірною сіткою, кожна комірка (або клітина) якої містить декілька бітів даних; час є дискретною величиною, а закони світу виражаються єдиним набором правил, наприклад, невеликою довідковою таблицею, відповідно до якої будь-яка клітина на кожному кроці обчислює свій новий стан в залежності від стану її близьких сусідів. Таким чином, закони системи є локальними та повсюди однаковими.

Клітинний автомат володіє сукупністю деяких характеристик, що в загальному випадку приймають неперервні матеріальні значення. Позначимо через c_{ij} величину j -ї характеристики i -го клітинного автомату. Конкретна характеристика j може мати конкретне фізичне значення, а загальна кількість характеристик N напряду визначається складністю модельованих систем. Тому N – кількість параметрів об'єктів, які необхідно враховувати при моделюванні будь якої системи.

Загальні правила побудови клітинних автоматів:

1. Стан клітин є дискретним (зазвичай, 0 і 1, хоча можуть бути автомати і з більшим числом станів).
2. Сусідами є обмежене число клітин, переважно це найближчі клітини.
3. Правила, що задають динаміку розвитку клітинного автомата, зазвичай мають просту функціональну форму і залежать від розв'язуваної проблеми.
4. Клітинний автомат є системою з тактом, тобто зміна станів клітин відбувається одночасно.

Клітинні автомати (далі – КА) надають велику свободу у виборі структури і правил розвитку системи. Це дозволяє моделювати на їх основі або вирішувати з їх допомогою різноманітні завдання

Властивості клітинних автоматів:

- Стан змінних: зазвичай бінарні (наприклад, живий / мертвий), але може бути більш складними; можуть мати фіксований стан.
- Просторова структура: зазвичай регулярна сітка, але може бути нерегулярна; правила меж та крайові функції.
- Структура суміжних районів: як правило околиця Мура Moore (8-way) або von Neumann (4-way); зазвичай $lag=1$ або $lag=2$.. та альтернативи можливі.
- Перехідні правила: як правило детерміновані, але можуть бути складні; час розглядається як дискретні кроки, та всі операції є синхронними (паралельні, а не послідовні зміни).

У синхронних КА всі клітинки переходять у новий стан одночасно за сигналом глобального таймера. При цьому в якості вхідних станів використовуються старі стани сусідніх клітинок. У асинхронних КА клітинки переходять у новий стан у випадковому порядку, причому новий стан клітинки відразу може використовуватися її сусідами як вхідний.

Рухливі КА характеризуються можливістю зміни положення клітинки в решітці під час еволюції системи. У нерухомих КА положення клітини під час еволюції залишається постійним.

У детермінованих КА стан комірки a_{in+1} в наступний момент часу однозначно визначається станом цієї клітинки і її найближчих сусідів у попередній момент часу. У цьому випадку стан даного елемента в момент часу $n+1$ є однозначною функцією F від двох змінних – стану цього елемента і суми станів його найближчих сусідів у попередній момент часу n . При такому визначенні клітинний автомат не має пам'яті. КА з пам'яттю можна отримати, припустивши, що функція F залежить, наприклад, також від стану елемента в ще більш ранній момент часу. КА, в яких стани комірок в наступний момент часу визначаються на основі деяких ймовірностей, називаються імовірнісними КА (ІКА). У класичних ІКА правила переходів мають абстрактний характер і не пов'язані однозначно з реальними процесами, що відбуваються в модельованій системі. У таких автоматах при моделюванні процесу для кожної клітинки датчиком випадкових чисел генерується випадкове число Q ($0 < Q < 1$), що порівнюється з імовірністю w реалізації цього процесу. Якщо $Q < w$, то процес реалізується.

Іноді використовуються правила, записані у вигляді звичайних диференціальних рівнянь (клас КА-ЗДР). У цьому випадку стани комірок задаються набором змінних, значеннями яких можуть бути будь-які дійсні числа. Для таких автоматів диференціальні рівняння розв'язуються для кожної комірки окремо протягом фіксованого відрізка часу, при цьому кожна клітинка може мати різні початкові умови. Цей клас КА дуже щільно прилягає до диференціальних рівнянь в частинних похідних. Моделі типу КА-ЗДР займають проміжний стан між КА і ІКА, а також між простими КА і ДР в частинних похідних. Основною ідеєю КА-ЗДР є розбиття модельованої області на рівновеликі комірки і розв'язання системи ЗДР незалежно в кожній клітинці з різними початковими умовами. У деяких моделях просторове розташування комірок неістотне, а в інших кількість сусідніх комірок і розмірність простору відіграють вирішальну роль (випадки поширення хвиль або виникнення стаціонарних просторових структур у нерухомому середовищі). У моделях КА-ЗДР передбачається, що клітинка містить дуже велику кількість частинок, що дозволяє застосовувати ЗДР і неперервні функції. Ця обставина залишає тільки один спосіб для моделювання дифузії, а саме просте опосередкування концентрації по сусіднім коміркам.

За структурою КА поділяють в залежності від кількості вимірів. Найбільш вживані одно- та двовимірні. У якості ґратки беруть поле, комірки якого є трикутники, чотирикутники чи шестикутники.

Агент-орієнтоване моделювання (АОМ) – це спеціальний клас обчислюваних моделей, заснованих на індивідуальній поведінці множини агентів, що створюються для комп'ютерних симуляцій, а також динамічні системи декількох взаємодіючих агентів.

В основі агентно-орієнтованих моделей лежать три основні ідеї:

- 1) об'єктна орієнтованість;
- 2) здатність агентів до навчання (або їх еволюція);
- 3) складність обчислень

Домінуючим методологічним підходом є підхід, при якому обчислюється рівновага або псевдорівновага системи, що містить в собі множину агентів. При цьому, власне моделі, використовуючи прості правила поведінки, можуть видавати вельми цікаві результати. АОМ складаються з агентів, що динамічно взаємодіють за певними правилами. Середовище, в якому вони взаємодіють, може бути достатньо складним.

СА може бути змодельований з використанням АВМ, але зворотній напрямок може бути складним.

Основна ідея, що лежить в основі агент-орієнтованих моделей полягає в побудові «обчислювального інструменту» (що представляє собою набір агентів з певним набором властивостей), що дозволяє проводити симуляції реальних явищ. Кінцева мета процесу по створенню АОМ – відстежити вплив флуктуацій агентів, які діють на мікрорівні, на показники макрорівня.

Агенти це складні 'суб'єкти' з різними первинними характеристиками, такими як автономність, мобільність, реакційність або активна поведінка, образ, комунікаційні можливості, здатність до навчання. Основними властивостями агентів в АОМ є:

- 1) інтелектуальність;
- 2) наявність життєвої мети;
- 3) розташування в часі і просторі.

Побудова агентних моделей здійснюється здебільшого так, як і побудова будь-якої іншої моделі в процесі моделювання. Але відзначають характерні риси в побудові агентних моделей. На додаток до стандартних задач побудови моделі, практичне АОМ потребує виконання таких кроків:

- пошук платформи для моделювання та розробка стратегії моделі;
- визначення агентів і теоретичних основ поведінки агентів;
- визначення взаємовідносин між агентами та теоретичних основ таких відносин, отримання необхідних даних для агентів;
- моделювання правил середовища та правил поведінки агентів;
- запуск моделі та аналіз вихідних даних з точки зору зв'язку між поведінкою агентів на мікрорівні та поведінкою всієї системи в цілому;
- перевірка (етап валідації) моделі поведінки агентів (на додаток до всієї моделі в цілому).

Валідація – це підтвердження на основі надання об'єктивних доказів того, що вимоги, призначені для конкретного використання або застосування, виконані.

Підхід до моделювання цін на житло, заснований на комп'ютерних імітаціях взаємодії окремих продавців і покупців («агентів») на ринку (рис. 8.4).

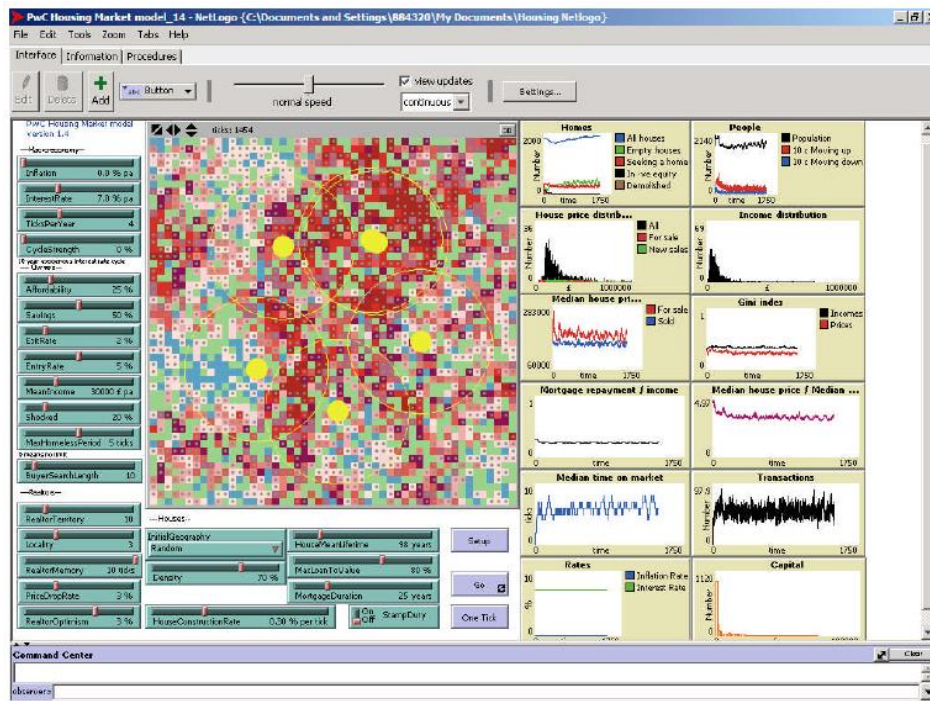


Рис. 8.4. Приклад застосування АОМ

Жовті точки подають розташування агентів з нерухомості, з жовтими колами, показуючи їх відповідні території. Червоні області - області з високими цінами на нерухомість, в той час як сині області - дешеві будинки (білі або рожеві області вказують на проміжні рівні цін).

Контрольні запитання

1. Що включає геоделювання?
2. Якими властивостями володіють клітинні автомати?
3. Поясніть загальні правила побудови клітинних автоматів.
4. Назвіть етапи виконання агент-орієнтованого моделювання.
5. Назвіть основні властивості агент-орієнтованого моделювання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Просторовий аналіз [Електронний ресурс]. –2024. – Режим доступу до ресурсу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D0%B9_%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%96%D0%B7 /(дата звернення: 02.12.2024). – Назва з екрана.
2. Historical GIS: Technologies, Methodologies and Scholarship/ Ian N. Gregory, Paul S. Ell. – UK: Cambridge University Press, 2007. – 241 p.
3. Геопросторовий аналіз: навч. посіб. /Карпінський Ю.О., Лященко А.А., Кравченко Ю.В. – К.: КНУБА, 2016.-184 с.
4. Основи створення інтероперабельних геопросторових даних /Ю.О. Карпінський, А. А. Лященко, Н.Ю. Лазоренко, Д.О. Кінь – К.: КНУБА, 2023. 302 с.
5. Квартич Т. М. Аналіз методів автоматизованої класифікації цифрових зображень дистанційного зондування землі / Т. М. Квартич // Інженерна геодезія : наук.-техн. зб. / Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. ; відп. ред. С. Войтенко. - Київ : КНУБА, 2014. Вип. 60. - С. 110-117. - Бібліогр. : 10 назв.
6. Лазоренко-Гевель Н. Ю. Геостатистичне моделювання стану і змін окремих компонентів природних комплексів засобами ГІС / Н. Ю. Лазоренко-Гевель // Містобудування та територіальне планування : наук.-техн. зб. / Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. ; відп. ред. М. М. Осетрін. - Київ : КНУБА, 2014. - Вип. 53. - С. 269 - 274. - Бібліогр. : 13 назв.
7. Krivoruchko K. Using Geostatistical Analyst for analysis of California air quality / K. Krivoruchko // – Р. 1-13. – Режим доступу: http://www.mssanz.org.au/MODSIM03/Volume_02/A13/10_Krivoruchko.pdf / (дата звернення: 02.12.2024). – Назва з екрана.
8. Лазоренко-Гевель Н.Ю. Геостатистичне моделювання агроекологічного моніторингу ґрунтів засобами ГІС / Н.Ю. Лазоренко-Гевель // Вісник геодезії та картографії, вип. No 2. – 2013. — С. 43-49.
9. Лазоренко-Гевель Н.Ю. Геостатистичне моделювання результатів моніторингу поверхневих вод Київської області засобами ГІС / Н.Ю. Лазоренко-Гевель // Вісник геодезії та картографії, вип. No 1.— 2014.— С. 32-38.
10. Лазоренко-Гевель Н. Геостатистичне моделювання результатів агроекологічного моніторингу ґрунтів Київської області // Н. Лазоренко-

Гевель // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: зб. наук. пр. – Львів, НУ ”Львівська політехніка”, 2014. – Вип. I (27). – С. 98-102.

11. Кондрук Н. Е. Багатокритеріальна оптимізація лінійних систем: навч. посібник / Н. Е. Кондрук, М. М. Маляр – Ужгород: РА “АУТДОР-ШАРК”, 2019. – 76 с.

12. Математичне моделювання та оптимізація систем електроспоживання у сільському господарстві: Навч. посібник / Г.Б. Іноземцев, В.В. Козирський; За ред. Г.Б. Іноземцева. – К.: Видавничий центр НУБіП України, 2010 – 140 с.

13. Zadeh L.A. Fuzzy sets// Information and Control. – 1965. – vol.8, № 3. – pp.338-353.

14. Some applications and prospects of cellular automata in traffic problems/ Goldengorin B., Makarenko A., Smilianec N.// Springer, Heidelberg. — 2006. — 4173. — P. 532–537.

15. Гужва В. М. Агентно-орієнтоване моделювання процесів на фондовому ринку // Вісник Черкаського університету ім. Богдана Хмельницького, Серія економічні науки.— Черкаси, 2010.— № 187. — С. 70 – 78.

Навчальне видання

ГОРКОВЧУК Юлія Вікторівна,
КІНЬ Данило Олексійович

ГЕОПРОСТОРОВИЙ АНАЛІЗ

Конспект лекцій

Комп'ютерне верстання *А. П. Селівестрової*

Ум. друк. арк. 2,79. Обл.-вид. арк. 3,0
Електронний документ. Вид № 71/V-24.

Виконавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури

Проспект Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03037

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р