

Практикум з лінійної алгебри

1. Знайти визначник матриці A (таблиця 1).
2. Знайти добуток матриць A (таблиця 1) і B (таблиця 2), якщо

$$B = \begin{pmatrix} k_1 & 2 & -1 \\ -1 & k_2 & 3 \\ -2 & 4 & k_3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Для матриці A (таблиця 3) знайти матрицю A^{-1} і перевірити, що $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$, де E – одинична матриця.
4. Дослідити систему лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність (таблиця 4) і в разі сумісності знайти її загальний розв'язок методом Гаусса.
5. Розв'язати однорідну систему лінійних рівнянь (таблиця 5).

Таблиця 1

Варіант	Матриця A	Варіант	Матриця A
1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 5 & 9 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 4 & -3 \\ -5 & -7 & 2 & 4 \\ 4 & -5 & 8 & -6 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 9 & 7 & 8 \\ 6 & 12 & 13 & 9 \\ 4 & 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 & -1 \\ -5 & 6 & 5 & 2 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ -1 & -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & 7 & 10 \\ 2 & 5 & 6 & 13 \\ 2 & -2 & 7 & 7 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 4 & 7 & 3 \\ 6 & 6 & 13 & 3 \\ 4 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 8 & -4 & -3 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 9 & 2 & -1 & 10 \\ 2 & 6 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

6	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 & 11 \\ 1 & 4 & 0 & 13 \\ 1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 & 1 \\ -4 & 4 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 & 9 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 3 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 4 \\ 5 & 5 & 3 & 7 \\ 5 & 5 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & 2 & 5 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 7 & 3 & 5 \\ -4 & -2 & 5 & -2 \\ -6 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 & 3 \\ 8 & 2 & 3 & 3 \\ 10 & 2 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	25	$\begin{pmatrix} 5 & -6 & 10 & -2 \\ -3 & 4 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & -4 & -3 \\ 6 & -8 & 7 & -1 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 8 & 3 & 8 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} -2 & 7 & 4 & 2 \\ -1 & -3 & 2 & 9 \\ -3 & 7 & 5 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & -2 & 7 & 8 \\ -6 & 4 & -9 & -2 \\ 3 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 & 2 \\ -1 & -7 & 2 & 1 \\ 2 & -8 & 12 & 4 \\ 7 & 9 & 17 & -6 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 5 & -5 & -3 & 4 \\ -4 & 4 & 3 & 6 \\ 3 & -1 & 5 & -9 \\ -7 & 7 & 6 & 8 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 3 & 12 & -6 & -1 \\ -3 & 10 & 6 & 1 \\ -2 & -5 & 4 & 3 \\ 2 & -10 & 10 & -9 \end{pmatrix}$

14	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 7 & 5 \\ 3 & -1 & -5 & -3 \\ 5 & -6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} 2 & 10 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 9 \\ 3 & -13 & -2 & 8 \\ 1 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 \\ 3 & 2 & 5 & -4 \\ -2 & 3 & -4 & 2 \\ 6 & 4 & 7 & -8 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 7 & 2 \\ 7 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & -4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$

Таблиця 2

Варіант	k_1	k_2	k_3	Варіант	k_1	k_2	k_3
1	-5	7	-3	16	-2	7	3
2	2	5	-3	17	1	5	3
3	-2	3	1	18	2	3	4
4	4	3	-3	19	3	1	2
5	2	3	-2	20	2	5	3
6	4	-4	-3	21	1	2	7
7	-1	-2	3	22	-3	-4	4
8	2	-4	1	23	3	3	-4
9	3	-5	2	24	5	4	2
10	5	2	-3	25	3	-4	2
11	1	3	-1	26	3	2	5
12	2	2	-1	27	-1	0	4
13	3	-4	5	28	0	-1	2
14	2	-3	1	29	2	1	0
15	3	4	3	30	-3	2	-1

Таблиця 3

Варіант	Матриця A	Варіант	Матриця A
1	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 4 & 4 & -3 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$

4	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 2 & 6 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 17 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$	21	$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	23	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	25	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} 9 & 4 & -2 \\ -5 & -2 & -5 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}$	27	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 8 & 10 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

15	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 5 & 5 & -4 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
----	--	----	---

Таблиця 4

Варіант	Система	Варіант	Система
1	$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = -8 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_4 = -5 \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -8 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 - x_4 = -6 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 6 \\ 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + x_4 = 8 \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 8 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 = -4 \\ 3x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$	21	$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$

8	$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 40 \end{cases}$	23	$\begin{cases} 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = -8 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_4 = -5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 4x_4 = 6 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 4x_2 - x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -1 \end{cases}$
10	$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_4 = -6 \\ 2x_1 - x_3 - 2x_4 = -8 \\ -x_1 + 3x_3 - 2x_4 = 7 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$	25	$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + x_4 = 8 \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 = -8 \\ 3x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$	26	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -3 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 11x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 2 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + x_4 = -5 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ -4x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$	27	$\begin{cases} -x_1 - 4x_2 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$
13	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ -x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$	28	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_2 + x_3 - x_4 = \\ x_1 - 2x_2 = -4 \end{cases}$
14	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$	29	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_4 = -3 \\ x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ -x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_3 + x_4 = -2 \\ 2x_2 - 3x_4 = -1 \end{cases}$	30	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_4 = 5 \\ -x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$

Таблиця 5

Варіант	Система	Варіант	Система
1	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 - 5x_2 + 12x_3 + 11x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 0 \\ 8x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0 \\ 9x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$	21	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 7x_2 + 8x_3 - 11x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 6x_1 + x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 9x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$

8	$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + x_3 + 10x_4 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 7x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$	23	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 13x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \\ 11x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$
10	$\begin{cases} 15x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 20x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 9x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$	25	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 0 \\ 14x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 9x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 4x_4 = 0 \\ 8x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$	26	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 17x_4 = 0 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 0 \\ 15x_1 + 30x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 8x_4 = 0 \\ 6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$	27	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 7x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 9x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$	28	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 12x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ 7x_1 + 11x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$
14	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 13x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$	29	$\begin{cases} x_1 - x_2 - 6x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 6x_4 = 0 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$	30	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 7x_4 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 + 14x_3 + 10x_4 = 0 \end{cases}$

Практикум з векторної алгебри

- По координатах точок A, B та C (табл.6) для зазначених векторів знайти:
 - модуль вектора \vec{a} ;
 - скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} ;
 - координати точки M , що ділить відрізок l у відношенні $\alpha : \beta$.
- Використовуючи векторний добуток векторів, обчислити площу трикутника з вершинами A, B, C (табл.6).
- Побудувати паралелепіпед на векторах $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$, $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$, $\vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}$ і обчислити його об'єм (табл. 7).

Таблиця 6

Варі- ант	A	B	C	\vec{a}	\vec{b}	l	α	β
1	4, 6, 3	-5, 2, 6	4, -4, -3	$4\vec{CB} - \vec{AC}$	\vec{AB}	AB	5	4
2	4, 3, -2	-3, -1, 4	2, 2, 1	$-5\vec{AC} + 2\vec{CB}$	\vec{AB}	BC	2	3
3	-2, -2, 4	1, 3, -2	1, 4, 2	$2\vec{AC} - 3\vec{BA}$	\vec{BC}	BA	2	1
4	2, 4, 3	3, 1, -4	-1, 2, 2	$2\vec{BA} + 4\vec{AC}$	\vec{BA}	BA	1	4
5	2, 4, 5	1, -2, 3	-1, -2, 4	$3\vec{AB} - 4\vec{AC}$	\vec{BC}	AB	2	3
6	-1, -2, 4	-1, 3, 5	1, 4, 2	$3\vec{AC} - 7\vec{BC}$	\vec{AB}	AC	1	7
7	1, 3, 2	-2, 4, -1	1, 3, -2	$2\vec{AB} + 5\vec{CB}$	\vec{AC}	AB	2	4
8	2, -4, 3	-3, -2, 4	0, 0, -2	$3\vec{AC} - 4\vec{CB}$	\vec{AB}	AC	2	1
9	3, 4, -4	-2, 1, 2	2, -3, 1	$5\vec{CB} + 4\vec{AC}$	\vec{BA}	BA	2	5
10	0, 2, 5	2, -3, 4	3, 2, -5	$-3\vec{AB} + 4\vec{CB}$	\vec{AC}	AC	3	2
11	-2, -3, -4	2, -4, 0	1, 4, 5	$4\vec{AC} - 8\vec{BC}$	\vec{AB}	AB	4	2
12	-2, -3, -2	1, 4, 2	1, -3, 3	$2\vec{AC} - 4\vec{BC}$	\vec{AB}	BC	3	1
13	5, 6, 1	-2, 4, -1	3, -3, 3	$3\vec{AB} - 4\vec{BC}$	\vec{AC}	BC	3	2
14	10, 6, 3	-2, 4, 5	3, -4, -6	$5\vec{AC} - 2\vec{CB}$	\vec{BA}	CB	1	5
15	3, 2, 4	-2, 1, 3	2, -2, -1	$4\vec{BC} - 3\vec{AC}$	\vec{BA}	AC	2	4
16	-2, 3, -4	3, -1, 2	4, 2, 4	$7\vec{AC} + 4\vec{CB}$	\vec{AB}	AB	2	5
17	4, 5, 3	-4, 2, 3	5, -6, -2	$9\vec{AB} - 4\vec{BC}$	\vec{AC}	BC	5	1
18	2, 4, 6	-3, 5, 1	4, -5, -4	$-6\vec{BC} + 2\vec{BA}$	\vec{CA}	BC	1	3
19	-4, -2, -5	3, 7, 2	4, 6, 3	$9\vec{BA} + 3\vec{BC}$	\vec{AC}	BA	4	3
20	5, 4, 4	-5, 2, 3	4, 2, -5	$11\vec{AC} - 6\vec{AB}$	\vec{BC}	BC	3	1
21	3, 4, 6	-4, 6, 4	5, -2, -3	$-7\vec{BC} + 4\vec{CA}$	\vec{BA}	BA	5	3
22	-5, -2, -6	3, 4, 5	2, -5, 4	$8\vec{AC} - \vec{BC}$	\vec{AB}	AC	3	4
23	3, 4, 1	5, -2, 6	4, 2, -7	$-7\vec{AC} + 5\vec{AB}$	\vec{BC}	AB	2	3
24	4, 3, 2	-4, -3, 5	6, 4, -3	$8\vec{AC} - 5\vec{BC}$	\vec{BA}	BC	2	5
25	-5, 4, 3	4, 5, 2	2, 7, -4	$3\vec{BC} + 2\vec{AB}$	\vec{CA}	BC	3	4
26	6, 4, 5	-7, 1, 8	2, -2, -7	$5\vec{CB} - 2\vec{AC}$	\vec{AB}	AB	3	2
27	6, 5, -4,	-5, -2, 2	3, 3, 2	$6\vec{AB} - 3\vec{CB}$	\vec{AC}	BC	1	5

28	-3, -5, 6	3, 5, -4	2, 6, 4	$4\overline{AC} - 5\overline{BA}$	\overline{CB}	BA	4	2
29	3, 5, 4	4, 2, -3	-2, 4, 7	$3\overline{BA} - 4\overline{AC}$	\overline{AB}	BA	2	5
30	4, 6, 7	2, -4, 1	-3, -4, 2	$5\overline{AB} - 2\overline{AC}$	\overline{BC}	AB	3	4

Таблиця 7

Вари- ант	$\bar{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$	$\bar{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$	$\bar{c} = \{c_x, c_y, c_z\}$	Вари- ант	\bar{a}	\bar{b}	\bar{c}
1	-4, 0, -1	-1, 4, 2	1, 0, 6	16	2, -3, -1	3, 1, 2	6, -5, 1
2	2, 0, 4	5, 2, 8	3, 3, 2	17	3, 9, -1	5, 6, -1	3, 10, 3
3	1, -2, -3	2, 0, 2	3, -2, -3	18	5, 4, 2	2, -3, 1	0, 4, 0
4	-2, -3, -4	0, 2, -1	-1, 2, -1	19	1, -6, 5	0, -14, 1	4, -3, 4
5	2, 0, 5	3, 3, 3	5, 2, 8	20	-3, 1, 4	-4, 2, -3	-5, -7, -2
6	-1, 2, 3	0, 6, 1	1, 2, -1	21	-4, 5, -3	-4, 0, 2	-3, 3, -5
7	5, 1, 7	4, 1, 5	8, 0, 5	22	0, 8, -8	-2, 6, -6	5, 4, -6
8	3, -3, 0	5, -4, 2	4, -1, 7	23	2, -4, -1	-2, -5, -4	3, -1, 4
9	-1, 0, -5	-10, 0, -7	-12, -1, 0	24	5, 2, 0	2, 5, 0	1, 2, 4
10	-6, 0, -6	3, 1, -6	1, 3, -1	25	-3, -3, -2	2, 1, 3	6, 7, 0
11	2, 1, -1	6, -5, 2	5, 8, 14	26	-2, -4, -3	-1, -2, -2	-1, -1, -6
12	5, -6, -5	-2, -11, -7	-3, -20, -21	27	-1, -8, 3	4, -1, 8	1, -5, 8
13	-4, 4, 7	-5, -4, 2	-1, 2, 8	28	1, -1, -1	0, -2, 0	-2, 0, 3
14	-9, 1, 1	-7, 6, 1	-1, 0, 6	29	3, 4, 0	0, -3, 1	0, 2, 5
15	-1, -1, 5	3, -1, 0	2, -4, 5	30	1, 1, 1	-1, 2, 0	2, -1, 1

Практикум з аналітичної геометрії

1. Дано паралелограм $ABCD$, три вершини якого задані (таблиця 8). Знайти четверту вершину і гострий кут паралелограма.
2. Знайти довжину висоти AD трикутника з вершинами A, B, C (таблиця 9) і рівняння перпендикуляра, проведеного з точки C на пряму AB .
3. Знайти кут між площиною α і прямою, що проходить через початок координат і точку M (таблиця 10). Знайти відстань від точки M до площини α .
4. Знайти рівняння перпендикуляра, проведеного з точки M на пряму l (таблиця 11).
5. Побудувати криві за заданими рівняннями (таблиця 12).

Таблиця 8

Варіант	A	B	C	Варіант	A	B	C
1	(1;-2;3)	(-4;1;2)	(5;2;7)	16	(-3;5;-4)	(-5;6;2)	(3;-5;-2)
2	(1;2;3)	(3;-4;-2)	(-4;-3;2)	17	(2;-3;4)	(6;-4;-5)	(-3;4;-2)
3	(2;-3;-1)	(-3;5;3)	(4;3;-4)	18	(5;-2;-4)	(-5;-8;-1)	(-2;4;3)
4	(3;-4;2)	(-5;2;-3)	(-1;7;-2)	19	(-3;-2;-5)	(-4;-5;3)	(2;3;4)
5	(-5;2;4)	(-3;-4;2)	(6;-3;-3)	20	(2;6;-3)	(-5;-2;-4)	(-3;-5;1)
6	(-4;-3;5)	(2;-5;6)	(-2;3;-5)	21	(3;-1;-2)	(2;-4;1)	(7;5;2)
7	(4;2;-3)	(-5;6;-4)	(-2;-3;4)	22	(3;1;2)	(-2;3;-4)	(2;-4;-3)
8	(-4;5;-2)	(-1;-5;-8)	(3;-2;4)	23	(-1;2;-3)	(3;-3;5)	(-4;4;3)
9	(-5;-3;-2)	(3;-4;-5)	(4;2;3)	24	(2;3;-4)	(-3;-5;2)	(-2;-1;7)
10	(-3;2;6)	(-4;-5;-2)	(1;-3;-5)	25	(4;-5;2)	(2;-3;-4)	(-3;6;-3)
11	(-2;3;-1)	(1;2;-4)	(2;7;5)	26	(5;-4;-3)	(6;2;-5)	(-5;-2;3)
12	(2;3;1)	(-4;-2;3)	(-3;2;-4)	27	(-3;4;2)	(-4;-5;6)	(4;-2;-3)
13	(-3;-1;2)	(5;3;-3)	(3;-4;4)	28	(-2;-4;5)	(-8;-1;-5)	(4;3;-2)
14	(-4;2;3)	(2;-3;-5)	(7;-2;-1)	29	(-2;-5;-3)	(-5;3;-4)	(3;4;2)
15	(2;4;-5)	(-4;2;-3)	(-3;-3;6)	30	(6;-3;2)	(-2;-4;-5)	(-5;1;-3)

Таблиця 9

Варіант	A	B	C	Варіант	A	B	C
1	(3;4)	(2;-1)	(1;-7)	16	(3;2)	(2;-5)	(-6;-1)
2	(-4;-5)	(3;3)	(5;-2)	17	(6;-4)	(-3;-7)	(-1;2)
3	(-3;5)	(4;-3)	(-2;-4)	18	(-2;-1)	(7;3)	(4;-3)
4	(3;-2)	(-5;-4)	(-1;6)	19	(3;4)	(6;7)	(1;1)
5	(2;5)	(-3;4)	(-4;-2)	20	(-4;-5)	(-2;2)	(-7;4)
6	(-3;2)	(-2;-5)	(6;-1)	21	(3;-4)	(2;1)	(1;7)
7	(-6;-4)	(3;-7)	(1;2)	22	(-4;5)	(3;-3)	(5;2)
8	(2;1)	(-7;3)	(-4;-3)	23	(-3;-5)	(4;3)	(-2;4)
9	(-3;-4)	(-6;7)	(-1;1)	24	(3;2)	(-5;4)	(-1;-6)
10	(4;-5)	(2;2)	(7;4)	25	(2;-5)	(-3;-4)	(-4;2)

11	(-3;4)	(-2;-1)	(-1;-7)		26	(-3;-2)	(-2;5)	(6;1)
12	(4;-5)	(-3;3)	(-5;-2)		27	(-6;4)	(3;7)	(1;-2)
13	(3;5)	(-4;-3)	(2;-4)		28	(2;1)	(-7;-3)	(-4;3)
14	(-3;-2)	(5;-4)	(1;6)		29	(-3;4)	(-6;-7)	(-1;-1)
15	(-2;5)	(3;4)	(4;-2)		30	(4;5)	(2;-2)	(7;-4)

Таблиця 10

Варіант	M	α	Варіант	M	α
1	(2;-1;3)	$3x - y + 2z - 4 = 0$	16	(-2;4;-3)	$x + 5y + 7z - 2 = 0$
2	(2;-2;4)	$x - 3y + 5z - 10 = 0$	17	(5;-3;2)	$-x + 3y + 2z + 14 = 0$
3	(-4;5;-1)	$4x + y - 2z + 5 = 0$	18	(-3;-5;-4)	$-3x + 2y + z - 4 = 0$
4	(-3;2;1)	$2x - y + z + 5 = 0$	19	(-3;-2;4)	$x - 5y + 3z + 1 = 0$
5	(2;3;1)	$5x + 2y - z - 3 = 0$	20	(1;3;4)	$2x + 3y + z - 6 = 0$
6	(-3;-2;4)	$7x + y + 5z - 2 = 0$	21	(3;2;-1)	$2x + 3y - z - 4 = 0$
7	(2;5;-3)	$2x - y + 3z + 14 = 0$	22	(1;-3;2)	$x + 2y - z + 5 = 0$
8	(-4;-3;-5)	$x - 3y + 2z - 4 = 0$	23	(4;2;-2)	$5x + y - 3z - 10 = 0$
9	(4;-3;-2)	$3x + y - 5z + 1 = 0$	24	(-1;-4;5)	$-2x + 4y + z + 5 = 0$
10	(4;1;3)	$x + 2y + 3z - 6 = 0$	25	(1;2;3)	$-x + 5y + 2z - 3 = 0$
11	(-1;3;2)	$-x + 2y + 3z - 4 = 0$	26	(4;-3;-2)	$5x + 7y + z - 2 = 0$
12	(2;1;-3)	$-x + y + 2z + 5 = 0$	27	(-3;2;5)	$3x + 2y - z + 14 = 0$
13	(-2;4;2)	$-3x + 5y + z - 10 = 0$	28	(-5;-4;-3)	$2x + y - 3z - 4 = 0$
14	(5;-1;-4)	$x - 2y + 4z + 5 = 0$	29	(-2;4;-3)	$-5x + 3y + z + 1 = 0$
15	(3;1;2)	$2x - y + 5z - 3 = 0$	30	(3;4;1)	$3x + y + 2z - 6 = 0$

Таблиця 11

Варіант	M	l	Варіант	M	l
1	(3;2;1)	$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$	16	(-4;5;-2)	$\frac{x+3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{2}$
2	(2;-1;3)	$\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$	17	(5;-2;3)	$\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{3}$
3	(1;-3;-2)	$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$	18	(-1;-3;-2)	$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{1}$
4	(-4;2;-3)	$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$	19	(2;-5;-4)	$\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{3}$
5	(-4;5;2)	$\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$	20	(4;3;-5)	$\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-2}{3}$
6	(-2;-4;5)	$\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{2}$	21	(1;3;2)	$\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{3}$
7	(3;5;-2)	$\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{2}$	22	(3;2;-1)	$\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$

8	(-2;-1;-3)	$\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$	23	(-2;1;-3)	$\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{2}$
9	(-4;2;-5)	$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$	24	(-3;-4;2)	$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{2}$
10	(-5;4;3)	$\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-3}$	25	(2;-4;5)	$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{2}$
11	(2;1;3)	$\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$	26	(5;-2;-4)	$\frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}$
12	(-1;3;2)	$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{3}$	27	(-2;3;5)	$\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{2}$
13	(-3;-2;1)	$\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$	28	(-3;-2;-1)	$\frac{x-3}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$
14	(2;-3;-4)	$\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$	29	(-5;-4;2)	$\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$
15	(5;2;-4)	$\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$	30	(3;-5;4)	$\frac{x-4}{-3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$

Таблиця 12

Варіант	Рівняння	Варіант	Рівняння
1	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 9x$ $\rho = a(1 + \cos \varphi)$	16	$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$ $y^2 = -4x$ $\rho = a(1 - \cos \varphi)$
2	$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = 7x$ $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$	17	$(x-5)^2 + (y+3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{25} = 1$ $y^2 = -2x$ $\rho = 4 \cos^2 \varphi$

3	$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 5x$ $\rho = 2 + \cos \varphi$	18	$(x+1)^2 + (y+1)^2 = 16$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ $y^2 = -6x$ $\rho = a^\varphi$
4	$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = 16x$ $\rho = a\varphi$	19	$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{64} = 1$ $y^2 = -x$ $\rho = a(1 - \sin \varphi)$
5	$(x+3)^2 + (y+3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 3x$ $\rho = a \sin 2\varphi$	20	$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{36} = 1$ $y^2 = -8x$ $\rho = a \sin^2 \varphi$
6	$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 4x$ $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$	21	$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$ $x^2 = 9y$ $\rho = 2(1 + \sin \varphi)$

7	$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 36$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = 2x$ $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$	22	$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 36$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{16} = 1$ $x^2 = 7y$ $\rho = a \cos 3\varphi$
8	$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 49$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 6x$ $\rho = 4 \sin^2 \varphi$	23	$(x+2)^2 + (y-4)^2 = 49$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1$ $x^2 = 5y$ $\rho = 2(2 + \cos \varphi)$
9	$(x+4)^2 + (y-4)^2 = 9$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = x$ $\rho = a\varphi$	24	$(x-4)^2 + (y+4)^2 = 9$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{36} = 1$ $x^2 = 16y$ $\rho = a(1 + \cos \varphi)$
10	$(x-5)^2 + (y+1)^2 = 4$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$ $y^2 = 8x$ $\rho = a \sin 3\varphi$	25	$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 4$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{49} = 1$ $x^2 = 3y$ $\rho = 2 \sin 2\varphi$

11	$(x+5)^2 + (y-6)^2 = 16$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ $y^2 = -9x$ $\rho = a \cos^2 \varphi$	26	$(x-6)^2 + (y+5)^2 = 16$ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{36} = 1$ $x^2 = 4y$ $\rho = 4(1 - \cos \varphi)$
12	$(x-1)^2 + (y+5)^2 = 1$ $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = -7x$ $\rho = a(1 + \sin \varphi)$	27	$(x+5)^2 + (y-1)^2 = 1$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{25} = 1$ $x^2 = 2y$ $\rho = 3 + \sin \varphi$
13	$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$ $y^2 = -5x$ $\rho = a \cos 2\varphi$	28	$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 25$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{49} = 1$ $x^2 = 6y$ $\rho = 2 \cos 2\varphi$
14	$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 36$ $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$ $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$ $y^2 = -16x$ $\rho = 2a(2 + \cos \varphi)$	29	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 36$ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} = 1$ $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{36} = 1$ $x^2 = y$ $\rho = 3 + \cos \varphi$

15	$(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 49$ $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ $y^2 = -3x$ $\rho = a\varphi$		30	$(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 49$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{64} = 1$ $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{64} = 1$ $x^2 = 8y$ $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$
----	--	--	----	--

Практикум № 1
з математичного аналізу

1. Знайти границі (таблиця 13).
2. Дослідити дані функції (таблиця 14) на неперервність і побудувати: для функції а) її графік; для функції б) ескіз графіку в околі точок розриву.
3. Дослідити дані функції (таблиця 15) і побудувати їх графіки.
4. Знайти частинні похідні другого порядку функції $u = f(x, y, z)$ (таблиця 16).
5. Дослідити на екстремум функцію двох змінних $z = f(x, y)$ (таблиця 17).

Таблиця 13

Варіант	Границя	Варіант	Границя
1	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$	16	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5};$ $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x-3};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$
2	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{2x^4 + 2x^3 + 1};$ $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$	17	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5};$ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2-3x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x}$
3	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 5x + 6};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1};$	18	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 - x - x^2}{x^3 - 27};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3};$

	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$		$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$
4	$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2};$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{1+2x};$ $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$		19 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 3x + 4};$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4};$ $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{\pi - 2x}$
5	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5};$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2}$		20 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 10}{7x^3 + 2x - 1};$ $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{2x+1};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \operatorname{tg} x}$
6	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{2x^2 - x + 10};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+4} \right)^{3x+2};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sin x} \right)$		21 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x + 1}{x^4 - x^3 + 2x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7}x};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x - \sin^2 x}{x^2}$

7	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x + 4};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x \sin x}$	22	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1};$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{x-5};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2}$
8	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4};$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}$	23	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 7x - 2}{3x^2 + 8x + 4};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{18x^2 + 5x}{8 - 3x - 9x^2};$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{3x-1};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{tg 3x}$
9	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{3x^2 + x - 2};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 + 4x - 3};$ $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg 3x - \sin 3x}{2x^2}$	24	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{3x^2 + 2x - 2};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2};$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x} \right)^{3x+4};$ $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{\pi - 4x}$
10	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x + 1};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 4x^2 + 3}{2x^4 + 1};$	25	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{6x^2 + 5x + 1};$

	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x+1} \right)^{4x-2};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2+4}}{3x^2};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x} \right)^{3-2x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right)$
11	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^2 + 3x - 10};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 4x}{x^3 - 3x + 2};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4}}{\sqrt{x^2+16}-4};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-3x}{5-3x} \right)^x;$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}$		26 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4x - x^4}{x + 3x^2 + 2x^4};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{2-x} \right)^{3x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x^2 - x}$
12	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2 + 11x - 2}{3x^2 - x - 10};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2}{6x^3 - 4x + 3};$ $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+1} \right)^{2x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x}$		27 $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{2x^2 - 9x - 35};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 14x^2}{1 + 2x + 7x^2};$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x} \right)^{-2x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}$
13	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 6x - 45}{2x^2 - 3x - 35};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4};$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x};$		28 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 3x + 15}{x^2 - 6x - 27};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^2 - 7}{3x^4 + 3x + 5};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3 + x^2};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x+5} \right)^{x+1};$

	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{4x^2}$		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin x}{\arcsin x}$
14	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 2x - 35}{2x^2 + 11x + 5};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2 - 3x^5}{x^5 + 6x + 8};$ $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{3+2x} \right)^{-x};$ $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{\left(\pi/2 - x \right)^2}$	29	$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x^2 + 15x - 8}{3x^2 + 25x + 8};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x^2 + 3}{2 + 2x - x^3};$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{8+x} - 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x-2};$ $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\pi/2 - x \right) \lg x$
15	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 2x - 40}{x^2 - 3x - 4};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{2x^2 + 3x^2 + 2};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{3-2x};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$	30	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5};$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8};$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-2x}{1-2x} \right)^{x+1};$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$

Таблиця 14

Варіант	Функція	Варіант	Функція
1	а) $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ б) $f(x) = 2^{1/(x-3)} + 1$	16	а) $f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 2, & x > 2 \end{cases}$ б) $f(x) = 8^{4/(x-2)} - 1$
2	а) $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ -x+4, & x > 2 \end{cases}$ б) $f(x) = 5^{1/(x-3)} - 1$	17	а) $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi \\ 3, & x \geq \pi \end{cases}$ б) $f(x) = 5^{4/(3-x)} + 1$

3	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1 \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1 \\ -x+3, & x > 1 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = (x+7)/(x-2)$	18	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -x+1, & x < -1 \\ x^2+1, & -1 \leq x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 3x/(x-4)$
4	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2 \\ x-3, & x \geq 2 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = (x-5)/(x+3)$	19	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & 0 < x \leq 2 \\ x+3, & x > 2 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 2x/(x^2-1)$
5	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -2(x+1), & x \leq -1 \\ (x+1)^3, & -1 < x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 4^{1/(3-x)} + 2$	20	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -x+2, & x \leq -2 \\ x^3, & -2 < x \leq 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 2^{3/(x+2)} + 1$
6	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2 \\ x+1, & x > 2 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 9^{1/(2-x)}$	21	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x+4, & x \leq -1 \\ x^2-2, & -1 < x < 2 \\ x, & x \geq 2 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 4^{3/(x-2)} + 2$
7	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \leq 3 \\ x+2, & x > 3 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 2^{1/(x-5)} + 1$	22	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ (x-2)^2, & 1 < x < 3 \\ -x+6, & x \geq 3 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 3^{5/(x+1)} - 2$
8	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x-3, & x < 0 \\ x+1, & 0 \leq x \leq 4 \\ 3+x, & x > 4 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 5^{1/(x-4)} - 2$	23	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1 \\ x^2+2, & 1 \leq x \leq 2 \\ -2x, & x > 2 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 5^{3/(x+4)} + 1$
9	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 2 \\ x-2, & x > 2 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = 6^{1/(x-3)} + 3$	24	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^3, & x < -1 \\ x-1, & -1 \leq x \leq 3 \\ -x+5, & x > 3 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = (x-4)/(x+2)$
10	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \\ 2+x, & x > 1 \end{cases}$	25	$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x, & x < -2 \\ -x+1, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ $\text{б) } f(x) = (x-4)/(x+3)$

	$\bar{6}) f(x) = 7^{1/(5-x)} + 1$			
11	$a) f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = (x-3)(x+4)$		26	$a) f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0 \\ -x^2+4, & 0 < x < 2 \\ x-2, & x \geq 2 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = (x+5)/(x-3)$
12	$a) f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < x < \pi \\ 2, & x \geq \pi \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = (x+5)/(x-2)$		27	$a) f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ x^2-1, & -1 < x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = 3^{4/(1-x)} + 1$
13	$a) f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = 5^{2/(x-3)} + 2$		28	$a) f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 1-x, & x > \pi \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = 4x/(x+5)$
14	$a) f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2-1, & 0 \leq x < 1 \\ -x, & x \geq 1 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = 4^{2/(x-1)} - 3$		29	$a) f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1 \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = 6^{2/(4-x)}$
15	$a) f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2+1, & 0 \leq x < 2 \\ x+1, & x \geq 2 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = 2^{5/(1-x)} - 1$		30	$a) f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 2 \\ x+4, & x > 2 \end{cases}$ $\bar{6}) f(x) = (x+1)/(x-2)$

Таблиця 15

Варіант	Функція	Варіант	Функція
1	$y = \frac{1}{1-x^2}; \quad y = 3^{\frac{1}{x}}$	16	$y = \frac{x^3}{x^2-4}; \quad y = e^{2x-x^2}$
2	$y = \frac{x}{x^2-4}; \quad y = e^{-x^2}$	17	$y = \frac{x^3}{(x-2)^2}; \quad y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
3	$y = \frac{x^2-4}{x}; \quad y = \ln(x^2+1)$	18	$y = \frac{2x^2}{1-x^2}; \quad y = x + e^{-x}$
4	$y = \frac{1}{x^2+1}; \quad y = (x-1)e^{-x}$	19	$y = \frac{2x}{1+x^2}; \quad y = \frac{x}{e^x}$

5	$y = \frac{1}{x^2 - 7x + 12}; \quad y = x^2 e^{-x}$	20	$y = \frac{2x^2 + 3x - 4}{x^2}; \quad y = \frac{e^x}{x}$
6	$y = \frac{(x+1)(x+8)}{x}; \quad y = 2^{\frac{1}{x}}$	21	$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}; \quad y = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$
7	$y = \frac{x^3}{x^3 - 1}; \quad y = x \ln x$	22	$y = x^2 + \frac{1}{x^2}; \quad y = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$
8	$y = \frac{6 - x^3}{x^2}; \quad y = e^{\frac{1}{x}}$	23	$y = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^3}; \quad y = \frac{\ln^2 x}{x}$
9	$y = \frac{x^2}{x-3}; \quad y = x e^{-x}$	24	$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}; \quad y = x^2 \ln x$
10	$y = \frac{4+x}{x^2}; \quad y = e^{\frac{1}{x}}$	25	$y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}; \quad y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$
11	$y = \frac{x}{x^2 - 1}; \quad y = \frac{\ln x}{x}$	26	$y = \frac{x^4}{x^3 - 1}; \quad y = e^{x^2 - 2x}$
12	$y = \frac{x+2}{x^3}; \quad y = x^2 e^{-x^2}$	27	$y = \frac{x^4}{x^3 + 1}; \quad y = \ln(1 - x^2)$
13	$y = \frac{x^2}{1+x}; \quad y = \frac{x}{\ln x}$	28	$y = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}; \quad y = \frac{\ln x}{x^2}$
14	$y = \frac{6x}{x^2 + 1}; \quad y = x e^x$	29	$y = \frac{x}{9 - x^2}; \quad y = \frac{1}{x \ln x}$
15	$y = \frac{x^3}{3 - x^2}; \quad y = \ln \frac{x}{x-1}$	30	$y = \frac{x-1}{(x+1)^2}; \quad y = e^{2x+x^2}$

Таблиця 16

Варіант	Функція	Варіант	Функція
1	$u = \frac{x^2}{y-2z}$	16	$u = y^{zx^2}$
2	$u = x e^{yz}$	17	$u = \frac{x}{y^2 - 2z}$
3	$u = x^2 \sin \sqrt{y+z}$	18	$u = y^2 x e^z$
4	$u = \ln(x^2 + y - 2z)$	19	$u = z \sin x \cos y$
5	$u = \frac{x+y^2}{2z}$	20	$u = \frac{x+y}{\ln(z-x)}$
6	$u = x y e^z$	21	$u = \frac{x^2 + z}{y^2}$

7	$u = xz \operatorname{tg} \sqrt{y}$	22	$u = ze^{x^2 y}$
8	$u = x^{yz}$	23	$u = \frac{x}{\sin \sqrt{yz}}$
9	$u = \frac{2x^2 + y}{z + x}$	24	$u = xy^z$
10	$u = yze^{x^2}$	25	$u = \frac{x^2 + 2y}{z^2}$
11	$u = xy \cos \sqrt{z}$	26	$u = zye^x$
12	$u = x \ln(y + z)$	27	$u = xy \operatorname{ctg} \sqrt{z}$
13	$u = \frac{y^2}{x + z}$	28	$u = xy \ln(y - z)$
14	$u = x^2 ze^y$	29	$u = \frac{x^2 y}{y^2 + z}$
15	$u = x \arctg yz$	30	$u = ye^{x+z}$

Таблиця 17

Вари- ант	Функція	Вари- ант	Функція
1	$z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$	16	$z = e^{-\frac{x}{2}}(x^2 + y^2)$
2	$z = x^3 - y^3$	17	$z = e^{-2x^2}(x - y^2)$
3	$z = 6x^2 y + 2y^3 - 24x - 30y$	18	$z = e^{-\frac{y}{2}}(x^2 - y)$
4	$z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$	19	$z = e^{-2y^2}(x^2 + y)$
5	$z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$	20	$z = -\frac{1}{2}x^2 + 8xy - y^3 - 13x - 12y$
6	$z = x^2 y - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + 3y^2 - 1$	21	$z = 2y\sqrt{x} - y^2 - 3x + 8y$
7	$z = x^3 + 6xy + 3y^2 - 18x - 18y$	22	$z = x^2 - 4x\sqrt{y} - 2x + 5y$
8	$z = x^2 y - y^3 - x^2 - 3y^2 + 3$	23	$z = e^{-\frac{x}{4}}(5x^2 - y^2)$
9	$z = 3x^2 - 6xy - y^3 - 12x + 12y$	24	$z = 2x^2 + 3xy + 2y^3 + 5x$
10	$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$	25	$z = x^3 - 5xy + 5y^2 + 7x - 15y$
11	$z = x^2 y - 2y^3 - x^2 - 5y^2$	26	$z = 2x^2 - 5xy + 2y^3 - 3x + 4y$
12	$z = 2x^3 + y^2 + 6xy + 12x$	27	$z = 3x^2 + 10xy + 6y^3 + 2x + 2y - 1$

13	$z = 8x^3 - y^3 - 12xy - 1$	28	$z = 3x^3 + 7xy - \frac{7}{2}y^2 - 60x + 2$
14	$z = 2x^3 - 12x^2y + 16y^3 - 9x^2$	29	$z = 3x^2 - 2y\sqrt{x} + 0.5y^2 - 56x$
15	$z = -8x^3 + 6xy^2 + y^3 + 9y^2$	30	$z = -2x^3 + 3x\sqrt{y} + 18x - 1.5y$

Практикум №2 з математичного аналізу

1. Обчислити невизначений інтеграл (табл. 18).
2. Обчислити невластні інтеграли або довести їх розбіжність (табл. 19)
3. Обчислити площу фігури, що обмежена лініями (табл. 20)

Таблиця 18

Варі- ант	Інтеграл	Варі- ант	Інтеграл
1	$\int \left(\sqrt[5]{x} - 3\operatorname{ctg} 2x + \frac{2}{4+x^2} - 7\sin \frac{x}{2} \right) dx;$ $\int \frac{3x^2 + 20x + 9}{(x^2 + 4x + 3)(x + 5)} dx$	16	$\int \left(4x^3 + \frac{2}{\sqrt{9-x^2}} - 10^x - 3\cos 4x \right) dx;$ $\int \frac{12dx}{(x-2)(x^2-2x+3)}$
2	$\int \left(\frac{5}{x-3} - \operatorname{tg} 5x + \frac{1}{\sqrt{9+x^2}} - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{43x-67}{(x-1)(x^2-x-12)} dx$	17	$\int \left(\frac{3}{x^4} - 2\sin 4x + \frac{11}{\sqrt{9-x^2}} - \frac{7}{\cos^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{2x^4 + 8x^3 + 9x^2 - 7}{(x^2+x-2)(x+3)} dx$
3	$\int \left(\frac{2}{x^2-16} - 5e^{3x} + \frac{2}{x^2-16} - \operatorname{ctg} 2x \right) dx;$ $\int \frac{8xdx}{(x^2+6x+5)(x+3)}$	18	$\int \left(2\sqrt[7]{x+1} + 7^x + \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} - \frac{6}{\sin^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{2x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x}{(x^2-5x+6)(x+1)} dx$
4	$\int \left(\operatorname{ctg} 5x + 5\cos 2x - \frac{4}{\sqrt{x^2-16}} - \frac{3}{x+2} \right) dx$ $\int \frac{2x^4 + 8x^3 - 45x - 61}{(x-1)(x^2+5x+6)} dx$	19	$\int \left(5^x + \sin(3x-5) + \frac{2}{\sqrt{x-1}} - \frac{3}{\cos^2 2x} \right) dx$ $\int \frac{2x^4 + 17x^3 + 32x^2 - 7x}{(x^2+4x+3)(x+5)} dx$
5	$\int \left(6x^5 - 7\operatorname{tg} 3x + \frac{5}{x+3} - \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \right) dx;$ $\int \frac{6x^2 + 6x - 6}{(x+1)(x^2+x-2)} dx$	20	$\int \left(\frac{4}{x^5} - 6\sin 3x + \frac{2}{16+x^2} - \operatorname{tg}(2x+3) \right) dx$ $\int \frac{37x-85}{(x^2+2x-3)(x-4)} dx$
6	$\int \left(10\sqrt[3]{x+1} - 3^x + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{2x^2 + 3x - 24}{(x^2-x-2)(x-3)} dx$	21	$\int \left(7x^6 + \operatorname{ctg} 4x - \cos(2x-3) - \frac{1}{9+x^2} \right) dx$ $\int \frac{2x^4 - 7x^3 + 3x + 20}{(x-2)(x^2-2x-3)} dx$

7	$\int \left(\frac{2}{x+5} - 2^x + \frac{1}{\sqrt{x^2+25}} - \frac{5}{\sin^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{3x^2-15}{(x-1)(x^2+5x+6)} dx$	22	$\int \left(\frac{5}{x^6} - \operatorname{tg} 5x - 2 \cos 3x + \frac{7}{25-x^2} \right) dx;$ $\int \frac{x^2-19x+6}{(x-1)(x^2+5x+6)} dx$
8	$\int \left(\sqrt[5]{x-3} - 2e^{3x} - \frac{4}{\cos^2 2x} + \frac{5}{25+x^2} \right) dx$ $\int \frac{6x dx}{x^3+2x^2-x-2}$	23	$\int \left(\frac{2}{\sqrt[7]{x+2}} - \frac{3}{\sin^2 3x} - 4^x + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}} \right) dx$ $\int \frac{4x^2+32x+52}{(x^2+6x+5)(x+3)} dx$
9	$\int \left(10 \sin 5x - \frac{2}{x^2-25} + 3 \operatorname{ctg} 7x - \frac{5}{x-2} \right) dx$ $\int \frac{2x^2+41x-91}{(x^2+2x-3)(x-4)} dx$	24	$\int \left(\frac{5}{\sqrt{x-2}} + 3^x - \frac{5}{\cos^2 4x} - \sin(2x-3) \right) dx$ $\int \frac{2x^4+8x^3-17x-5}{(x^2+2x-3)(x+2)} dx$
10	$\int \left(15x^4 - 8 \operatorname{ctg} 4x + \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sqrt{36-x^2}} \right) dx$ $\int \frac{2x^4+17x^3+40x^2+37x+36}{(x+1)(x^2+8x+15)} dx$	25	$\int \left(\frac{7}{x^8} - 5 \cos(3x-2) - \frac{2}{36+x^2} + 5^x \right) dx;$ $\int \frac{6x^4}{(x^2-1)(x+2)} dx$
11	$\int \left(\sqrt[3]{x^2} - 6 \operatorname{tg} 42 - 5 \sin \frac{x}{3} + \frac{1}{\sqrt{36+x^2}} \right) dx$ $\int \frac{6x^2}{(x-1)(x^2+3x+2)} dx$	26	$\int \left(10x^9 - 10^x - 12 \operatorname{ctg} 4x + \frac{3}{\sqrt{x^2-36}} \right) dx;$ $\int \frac{2x^2-26}{(x^2+4x+3)(x+5)} dx$
12	$\int \left(5e^{2x} - \frac{2}{\cos^2 5x} + \frac{7}{x-7} - \frac{1}{x^2-36} \right) dx;$ $\int \frac{2x^2+12x-6}{(x+1)(x^2+8x+15)} dx$	27	$\int \left(\frac{18}{x^9} + \frac{12}{36-x^2} - 5 \sin 3x - \frac{2}{\cos^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{2x^4-5x^3-15x^2+40x-70}{(x^2+2x-3)(x-4)} dx$
13	$\int \left(\sqrt[4]{x-5} - 4^x - 5 \operatorname{tg} 3x + \frac{4}{3+x^2} \right) dx;$ $\int \frac{2x^4-7x^3+2x^2+13}{(x^2-5x+6)(x+1)} dx$	28	$\int \left(\sqrt[5]{x} - 3 \operatorname{ctg} 2x + \frac{2}{4+x^2} - 7 \sin \frac{x}{2} \right) dx;$ $\int \frac{6x^4-40x^2+3x+24}{(x^2+x-2)(x+1)} dx$
14	$\int \left(\frac{5}{x-3} - \operatorname{tg} 5x + \frac{1}{\sqrt{9+x^2}} - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{2x^4-3x^3-21x^2-26}{(x^2-5x+4)(x+3)} dx$	29	$\int \left(\frac{3}{x^4} - 2 \sin 4x + \frac{11}{\sqrt{9-x^2}} - \frac{7}{\cos^2 x} \right) dx;$ $\int \frac{7x^2-17x}{(x-2)(x^2-2x-3)} dx$
15	$\int \left(\operatorname{ctg} 5x + 5 \cos 2x - \frac{4}{\sqrt{x^2-16}} - \frac{3}{x+2} \right) dx$ $\int \frac{6x^4-30x^2+30}{(x^2-1)(x+2)} dx$	30	$\int \left(10 \sin 5x - \frac{2}{x^2-25} + 3 \operatorname{ctg} 7x - \frac{5}{x-2} \right) dx$ $\int \frac{3x^2-17x+2}{(x-1)(x^2+5x+6)} dx$

Таблиця 19

Вари- ант	Інтеграл		Вари- ант	Інтеграл
1	$\int_0^{\infty} \frac{xdx}{16x^4 + 1}; \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}$		2	$\int_1^{\infty} \frac{16xdx}{16x^4 - 1}; \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}$
3	$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4 + 1}}; \int_0^{1/3} \frac{e^{3+\frac{1}{x}}}{x^2} dx$		4	$\int_1^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{16x^4 - 1}}; \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}$
5	$\int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}; \int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$		6	$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^4}}; \int_{1/4}^1 \frac{dx}{20x^2 - 9x + 1}$
7	$\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}; \int_{1/2}^1 \frac{\ln 2 dx}{(1-x)\ln^2(1-x)}$		8	$\int_0^{\infty} \frac{xdx}{4\sqrt{x^2 - 4x + 1}}; \int_0^{2/3} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx$
9	$\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{\pi(x^2 + 4x + 5)}; \int_0^1 \frac{xdx}{1-x^4}$		10	$\int_{-1}^{\infty} \frac{xdx}{x^2 + 4x + 5}; \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1 - \sin 3x)^5}}$
11	$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\pi(1+4x^2)} dx; \int_0^1 \frac{2xdx}{\sqrt{1-x^4}}$		12	$\int_{1/2}^{\infty} \frac{16dx}{\pi(4x^2 + 4x + 5)}; \int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$
13	$\int_0^{\infty} \frac{xdx}{4x^2 + 4x + 5}; \int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$		14	$\int_0^{\infty} \frac{(x+2)dx}{\sqrt[3]{(x^2 + 4x + 1)^4}}; \int_0^{\pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos 2x} dx$
15	$\int_0^{\infty} \frac{3-x^2}{x^2 + 4} dx; \int_0^{1-\frac{2}{\pi} \arcsin x} \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi} \arcsin x}}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx$		16	$\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx; \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{4x-x^2-4}}$
17	$\int_1^{\infty} \frac{4dx}{x(1+\ln^{24} x)}; \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}$		18	$\int_0^{\infty} x \sin x dx; \int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}$
19	$\int_{-\infty}^{-1} \frac{7dx}{(x^2 - 4x)\ln 5};$		20	$\int_{1/3}^{\infty} \frac{\pi dx}{(1+9x^2)\operatorname{arctg}^2 3x};$

	$\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2-1)^3} \ln 2}$			$\int_0^{1/3} \frac{dx}{9x^2-9x+2}$
21	$\int_2^\infty \frac{dx}{(4+x^2)\sqrt{\pi \operatorname{arctg} \frac{x}{2}}};$ $\int_0^{\pi/2} \frac{3 \sin^3 x dx}{\sqrt{\cos x}}$		22	$\int_1^\infty \frac{dx}{(x^2+2x)\ln^3};$ $\int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9x} dx}{\sqrt[3]{3-x^2}}$
23	$\int_0^\infty e^{-3x} x dx;$ $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}$		24	$\int_{-\infty}^0 \left(\frac{x^2}{x^3-1} - \frac{x}{1+x^2} \right) dx;$ $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{64-x^6}}$
25	$\int_0^\infty \frac{dx}{2x^2-2x+1};$ $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[9]{1-2x}}$		26	$\int_1^\infty \frac{dx}{x^2(x+1)};$ $\int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{31(x^3-1)}}$
27	$\int_1^\infty \frac{dx}{e^2 x (\ln x - 1)^2};$ $\int_1^{3/2} \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2-2}}$		28	$\int_1^\infty \left(\frac{dx}{6x^2-5x+1} \right) \ln^{\frac{3}{4}};$ $\int_0^4 \frac{10x dx}{\sqrt[4]{(16-x^2)^3}}$
29	$\int_1^\infty \frac{dx}{9x^2-9x+2};$ $\int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}}$		30	$\int_3^\infty \frac{dx}{x^2-3x+2};$ $\int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2}$

Таблиця 20

Варі- ант	Інтеграл		Варі- ант	Інтеграл
1	$\begin{cases} y = -x^2 + 4 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$		2	$\begin{cases} y^2 = 3x \\ x^2 = 3y \end{cases}$
3	$\begin{cases} y^2 = e^x \\ y = e^{-x} \end{cases}$		4	$\begin{cases} x^2 = 4y \\ y = \frac{8}{x^2+4} \end{cases}$
5	$\begin{cases} y = 4x - x^2 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$		6	$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$

7	$\begin{cases} y^2 = 2x \\ x^2 = 2y \end{cases}$		8	$\begin{cases} y = \sin x \\ y = 0 \\ x = 0 \\ x = \pi \end{cases}$
9	$\begin{cases} y = \ln x \\ y = 0 \\ x = 0.1 \\ x = 10 \end{cases}$		10	$\begin{cases} x = y^2 \\ y = x^2 \end{cases}$
11	$\begin{cases} y = x^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$		12	$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = x^2 \end{cases}$
13	$\begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ y = \frac{1}{1 + x^2} \end{cases}$		14	$\begin{cases} y = x^2 \\ y = \frac{x^2}{2} \\ y = 2x \end{cases}$
15	$\begin{cases} y^2 = 8x \\ x^2 = 8y \end{cases}$		16	$\begin{cases} y = \ln x \\ y = \ln^2 x \end{cases}$
17	$\begin{cases} y = \frac{x^2}{4} \\ y = 3x - \frac{x^2}{2} \end{cases}$		18	$\begin{cases} y = (x - 4)^2 \\ y = 16 - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$
19	$\begin{cases} y = 4x^2 \\ y = \frac{x^2}{9} \\ y = 2 \end{cases}$		20	$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$
21	$\begin{cases} y = 2^x \\ y = 2x - x^2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$		22	$\begin{cases} x = -2y^2 \\ x = 1 - 3y^2 \end{cases}$
23	$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = x + 2 \end{cases}$		24	$\begin{cases} y = 8 - 2x - x^2 \\ 2x - y + 8 = 0 \end{cases}$

25	$\begin{cases} y = x^3 - 2 \\ y = 6 \\ x = 0 \end{cases}$		26	$\begin{cases} y^2 = 2x + 1 \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$
27	$\begin{cases} y = -x^2 + 4 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$		28	$\begin{cases} y = (x + 2)^2 \\ y = 4 - x \\ y = 0 \end{cases}$
29	$\begin{cases} y = (x - 4)^2 \\ y = 16 - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$		30	$\begin{cases} xy = 3 \\ x + y = 4 \end{cases}$

Практикум з диференціальних рівнянь

1. Розв'язати диференціальні рівняння (табл. 21).

Таблиця 21

Варі- ант	Рівняння		Варі- ант	Рівняння
1	$(y - x^2 y)xdy + dx = 0;$ $y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)y'^2 = 0$ $y'' = 9y$ $y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x$		16	$y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x};$ $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$ $y'' + 9y = 0$ $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}$
2	$(x + y) - (y - x)y' = 0;$ $yy''' - y'y'' = 0$ $y'' + y = 0$ $y'' - 2y' + y = e^{2x}$		17	$\operatorname{tgy}dx + \operatorname{tgx}dy = 0;$ $x^3 y'' + x^2 y' = 1$ $y'' + 3y' = 0$ $y'' + y' - 2y = 6x^2$
3	$(\ln y - 2x)dx + \left(\frac{x}{y} - 2y\right)dy = 0;$ $yy'' = (y')^2 - (y')^3$ $y'' - 7y' + 12y = 0$ $y'' - 4y = 8x^3$		18	$y' - \frac{y}{x} = x^2;$ $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$ $y'' - 5y' + 6y = 0$ $y'' + 9y = e^x \cos 3x$
4	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x \cos y + a \sin 2y};$ $y'y''' = 3(y'')^2$ $y'' + 2y' + 10y = 0$ $y'' + 3y' + 2y = \sin 2x$		19	$\frac{dy}{dx} - y \operatorname{ctgx} = 2x \sin x;$ $yy'' = (y')^2 - (y')^3$ $y'' - 4y' + 5y = 0$ $y'' + 2y = x^2 + 2$

5	$2x^2 dy = (x^2 + y^2) dx;$ $xy''' + y'' - x - 1 = 0$ $y^{(IV)} - 5y'' + 4y = 0$ $y'' + 3y' + 2y = 2\cos 2x$	20	$(x + xy^2) - (y + yx^2)y' = 0;$ $y^3 y'' = 1$ $y'' - y' - 2y = 0$ $y'' + 4y = x \sin 2x$
6	$2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy;$ $2(y')^2 = (y - 1)y''$ $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$ $y'' + y = x$	21	$y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x};$ $2yy' = y'^2$ $y'' - 6y' + 34y = 0$ $y'' + y = \sin x$
7	$dy = (x^2 + 2x - 2y) dx;$ $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$ $y^{(IV)} + 2y'' + 9y = 0$ $y'' + y = 2e^x$	22	$e^{-y} dx + (1 - xe^{-y}) dy = 0;$ $y'' x \ln x = y'$ $y'' - 4y' + 4y = 0$ $y'' + y = 2e^{-x}$
8	$y' + \frac{1}{x + y^2} = 0;$ $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$ $y^{(IV)} - 16y = 0$ $y'' + 3y' = 9x$	23	$3x^2 e^y + (x^3 e^y - 1)y' = 0;$ $2yy'' = 1 + (y')^2$ $y'' + 4y' + 29 = 0$ $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$
9	$\frac{dx}{dy} + 3x = e^{2y};$ $y'' = 2yy'$ $y^{(IV)} - 8y'' + 16y = 0$ $y'' + 4y' + 5y = 5x^2 - 32x + 5$	24	$(x^2 + y^2) dx - xy dy = 0;$ $2xy'' = y'$ $y'' - 4y' + 3y = 0$ $y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3)$
10	$(xy + 1) y dx = x dy;$ $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ $y''' + y = 0$ $y'' - 3y' + 2y = e^x$	25	$xy' + y(\ln y - \ln x) = 0;$ $xy'' - 2y' = 0$ $y'' - 4y' + 13y = 0$ $y'' + y = -\sin 2x$
11	$y' \cos x + y \sin x = 1;$ $1 + (y')^2 = 2yy''$ $2y'' + 5y' + 2y = 0$ $y'' - 2y = xe^{-x}$	26	$(y - 2) dx + x^2 dy = 0;$ $y'' + (y')^3 e^y = 0$ $y'' + 4y = 0$ $y'' + 5y' + 6y = e$
12	$x[\ln x - \ln y] dy - y dx = 0;$ $(y')^2 + 2yy'' = 0$	27	$y dx - (x^2 - 4) dy = 0;$ $y''(y - 4) = (y')^2$

	$y'' - 2y' + y = 0$ $y'' - 2y' = x^2 - x$		$y'' - 4y' + 4y = 0$ $y'' + y = -\sin 2x$
13	$ydx - xdy = xydx;$ $yy'' = (y')^2$ $y'' + 6y' + 13y = 0$ $y'' + 5y' + 6y = e^{-x}$	28	$\frac{dx}{dy} = \frac{1+x^2}{1+y^2};$ $y'' \cos x + y' \sin x = 1$ $y'' - 4y = 0$ $y'' - 4y' + 3y = e^{2x} \sin x$
14	$\frac{dx}{x} = tgydy;$ $y''' = (y'')^2$ $y'' + 2y' + 2y = 0$ $y''' + y'' = 6x$	29	$(x - y^2x)dx + (y - x^2y)dy = 0;$ $x^5 y'' + x^4 y' + 3 = 0$ $y'' + 4y' = 0$ $y'' + 2y' + 2y = 2e^{-x} \sin x$
15	$y' - 2y = e^x - x;$ $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$ $y'' - 4y = 0$ $y''' + 8y = e^{-2x}$	30	$y^2 dx - xdy = 0;$ $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$ $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0$ $y''' - y' = 2(1 - x)$

Практикум з розв'язання подвійних інтегралів

1. Змінити порядок інтегрування і обчислити подвійний інтеграл (табл. 22).
2. Обчислити з допомогою подвійного інтеграла площу фігури D , обмеженої лініями (табл.23). Зробити малюнок

Таблиця 23

Варі- ант	D	Варі- ант	D
1	$y^2 = 2x, y = x$	16	$y^2 = 10x + 25, y^2 = -6x + 9$
2	$y^2 = 4ax, x + y = a, y = 0$	17	$y = x^2, y = x + 2$
3	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2}, x + y = a$	18	$ax = y^2 - 2ya, x + y = a$
4	$y = \sin x, y = \cos x, x = 0$	19	$y^2 = a^2 - ax, y = a + x$
5	$y = 4 - x^2, 3x - 2y - 6 = 0$	20	$y^2 = ax, y = x$
6	$y^2 = x, y = -2, y = x + 2, y = 2$	21	$y = x^2, y = 4 - x^2$
7	$ay = (x - a)^2, a > 0, x^2 + y^2 = a^2$	22	$y = 2\sqrt{x}, y = \sqrt{x}, x = 4$
8	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, a > 0, b > 0$	23	$x = 2\sqrt{y}, x = \sqrt{y}, y = 4$

9	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1, y = x, y = 0, y \geq 0$	24	$y = x^2 + 4, y = x^2 + 4, x = 2$
10	$x^2 + y^2 = a^2, x + y = a, y = \frac{a}{2},$ $a > 0, x \geq 0, y \geq \frac{a}{2}$	25	$y = x^2, y = 2 - x, y = 0$
11	$y = x^2 - 1, y = 2$	26	$y^2 = 4ax, x^2 = 4ay$
12	$y^2 = x + 2, x = 2$	27	$y^2 = 4x + 4, y = 2 - x$
13	$y^2 = 2x, y = x - 4$	28	$3y^2 = 25x, 5x^2 = 9y$
14	$y^2 = x + 1, x + y = 1$	29	$xy = 4, x + y - 5 = 0$
15	$y^2 = 4ax, x + y = 3a, y = 0$	30	$(x^2 + 4a^2)y = 8a^3, 2y = x, x = 0$

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 1

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Визначте найменше натуральне x з множини визначення функції $y = \sqrt{x+4}$.	А) 3; Б) 2; В) 1; Г) не існує.
2. Скількома способами можна	А) 5;

обрати голосну і приголосну літери із слова «композиція»?	Б) 15; В) 25; Г) 75.
3. Визначте цикломатичне число графу $K_{2,4}$	А) 0; Б) 3; В) 5; Г) 7.
4. Обчислити площу трикутника ABC, якщо A(1; 0; 2), B(1; 2; 0), C(0; 1; 2)	А) $\sqrt{3}$; Б) 2; В) $\sqrt{6}$; Г) $\sqrt{8}$.
5. Знайти проекцію точки A(-8; 12) на пряму, яка проходить через точки B(2; -3) та C(-5; 1)	А) (-1; -2); Б) (0; 3); В) (-12; 5); Г) (4; -1).
6. Як називається функція $y = \frac{e^{-x}}{1-x}$?	А) ціла алгебраїчна; Б) дробово-раціональна; В) ірраціональна; Г) трансцендентна.
7. Дослідити на неперервність функцію $y = 5^{\frac{1}{x-3}} + 1$.	А) неперервна; Б) має розрив I ряду; В) має розрив II ряду; Г) інша відповідь.
8. Обчислити границю функції $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}$.	А) -12; Б) -5; В) 1; Г) 3.
9. Обчислити похідну $y'(0)$, якщо $y = \cos 3x \cdot e^{\sin x}$	А) 0; Б) 1; В) 3; Г) 5.
10. Обчислити інтеграл $\int_0^{\pi} \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} dx$.	А) $-\pi$; Б) 0; В) π ; Г) 2.

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 2

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Визначте найбільше ціле x з множини визначення функції $y = 3\sqrt{x+2} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.	А) -1; Б) 0; В) 1; Г) не існує.
2. Скількома способами можна	А) 12;

обрати голосну і приголосну літери із слова «архітектор»?	Б) 24; В) 138; Г) 462.
3. Визначте цикломатичне число графу K_3	А) 0; Б) 1; В) 2; Г) 3.
4. Обчислити змішаний добуток векторів $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.	А) 0; Б) 1; В) 2; Г) -3.
5. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку А(2; -3) та точку перетину прямих $2x - y - 5 = 0$ та $x + y - 1 = 0$	А) $x = 2$; Б) $y = 3$; В) $x + 2y - 7 = 0$; Г) $2x - y = 0$.
6. Як називається функція $y = x \cdot \sqrt[3]{(x+1)^2}$?	А) ціла алгебраїчна; Б) дробово-раціональна; В) ірраціональна; Г) трансцендентна.
7. Дослідити на неперервність функцію $y = 3^{\frac{4}{1-x}} + 1$.	А) неперервна; Б) має розрив І ряду; В) має розрив ІІ ряду; Г) інша відповідь.
8. Обчислити границю функції $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}$.	А) $-\frac{1}{2}$; Б) 1; В) $\frac{3}{2}$; Г) $\frac{2}{7}$.
9. Обчислити похідну $y'(0)$, якщо $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin(x^2)$	А) 0; Б) 1; В) 4; Г) 5
10. Обчислити інтеграл $\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} dx$.	А) $-\pi$; Б) 0; В) π ; Г) 4.

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 3

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Визначте найменше ціле значення x з множини визначення функції $y = \log_2(x^2 - 7x + 12) + \sqrt{x-1}$.	А) -2; Б) 0; В) 1; Г) не існує.
2. Скільки тризначних чисел можна утворити із цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо жодна із цифр не повторюється?	А) 6; Б) 12; В) 48; Г) 126.
3. Визначте цикломатичне число графу $K_{5,2}$	А) 0; Б) 2; В) 3; Г) 4.
4. Обчислити змішаний добуток векторів $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.	А) 0; Б) -2; В) -3; Г) 4.
5. Записати рівняння прямої, яка проходить через точку А(3; 1) перпендикулярно до прямої ВС, якщо В(2; 5) та С(1; 0).	А) $x + 2y - 7 = 0$; Б) $x + 5y - 8 = 0$; В) $2x - 3y + 3 = 0$; Г) $x - 7y + 4 = 0$.
6. Як називається функція $y = \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{x}$?	А) ціла алгебраїчна; Б) дробово-раціональна; В) ірраціональна; Г) трансцендентна.
7. Дослідити на неперервність функцію $y = 2^{\frac{1}{x-3}} + 1$.	А) неперервна; Б) має розрив I ряду; В) має розрив II ряду; Г) інша відповідь.
8. Обчислити границю функції $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$.	А) $-\frac{3}{2}$; Б) $-\frac{1}{2}$; В) 0; Г) $\frac{19}{2}$.
9. Обчислити похідну $y'(0)$, якщо $y = e^{x^2} \cdot \operatorname{tg} 5x$	А) 0; Б) 1; В) 3; Г) 4.
10. Обчислити інтеграл $\int_0^{\sqrt{5}} x \sqrt{x^2 + 4} dx$.	А) -2; Б) $\frac{1}{2}$; В) $\frac{19}{3}$; Г) 12.

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 4

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Визначте найменше ціле значення x з множини визначення функції $y = \arcsin \frac{x}{x+1}$.	А) -5; Б) 0; В) 3; Г) не існує.
2. Скільки можна скласти тризначних чисел, в яких немає цифри 8?	А) 26; Б) 98; В) 123; Г) 648.
3. Визначте цикломатичне число графу K_5	А) 2; Б) 4; В) 6; Г) 8.
4. Обчислити об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}$.	А) 24; Б) 37; В) 51; Г) 60.
5. Записати рівняння прямої, яка проходить через точку $A(-2; 1)$ паралельно до прямої MN , якщо $M(-3; -2)$ та $N(1; 6)$.	А) $x = 3$; Б) $2x - y + 5 = 0$; В) $x + 2y - 1 = 0$; Г) $y = 4$.
6. Як називається функція $y = x^2 - e^{-x}$?	А) ціла алгебраїчна; Б) дробово-раціональна; В) ірраціональна; Г) трансцендентна.
7. Дослідити на неперервність функцію $y = 3^{\frac{2}{x+1}} - 2$.	А) неперервна; Б) має розрив I ряду; В) має розрив II ряду; Г) інша відповідь.
8. Обчислити границю функції $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$.	А) $-\frac{1}{3}$; Б) $-\frac{2}{5}$; В) 0; Г) $\frac{1}{9}$.
9. Обчислити похідну $y'(0)$, якщо $y = e^{x^3} \cdot \operatorname{tg} 7x$	А) 0; Б) 3; В) 5; Г) 7.
10. Обчислити інтеграл $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$.	А) $-\pi$; Б) 0; В) $\frac{\pi}{2}$; Г) $\frac{\pi}{4}$.

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 5

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Визначте найменше натуральне значення x з множини визначення функції $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{3-x}$.	А) 1; Б) 3; В) 5; Г) не існує.
2. Код складається з геометричної фігури (коло, квадрат, трикутник, трапеція), літери (абетка з 32 літер) і цифри. Скільки таких кодів можна скласти?	А) 38; Б) 125; В) 578; Г) 1280.
3. Визначте цикломатичне число графу K_6	А) 0; Б) 5; В) 10; Г) 15.
4. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a} = -\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$	А) $\sqrt{3}$; Б) $\sqrt{6}$; В) $\sqrt{8}$; Г) $\sqrt{10}$.
5. Знайти точку, симетричну точці $M(2; -1)$ відносно прямої $x - 2y + 3 = 0$.	А) $(-1; 0)$; Б) $(-0,8; 4,6)$; В) $(2,5; 1)$; Г) $(3,1; -2)$.
6. Як називається функція $y = \frac{e^x}{(x+3)^2}$?	А) ціла алгебраїчна; Б) дробово-раціональна; В) ірраціональна; Г) трансцендентна.
7. Дослідити на неперервність функцію $y = 8^{\frac{4}{x-2}} - 1$.	А) неперервна; Б) має розрив I ряду; В) має розрив II ряду; Г) інша відповідь.
8. Обчислити границю функції $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 5x - 12}{x^2 - 5x + 6}$.	А) -7; Б) 0; В) 5; Г) 13.
9. Обчислити похідну $y'(0)$, якщо $y = 5^{\arctg x} \cdot \sin 4x$	А) 0; Б) 2; В) 4; Г) 6.
10. Обчислити інтеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 5}$.	А) 0; Б) $\frac{\pi}{2}$; В) $\frac{\pi}{4}$; Г) π .

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 6

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Обчислити визначник: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -2 & -1 & 7 \\ 4 & -5 & -10 \end{vmatrix}$	A. -3 Б. 5 В. -5 Г. 7
2. Знайти $(\overrightarrow{4CB} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB}$, якщо A(4; 6;3); B(-5; 2; 6); C(4; -4;-3)	A. 314 Б. 413 В. 250 Г. -314
3. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку M(-2; 0) і паралельна до заданої прямої $3x + 2y + 7 = 0$.	A. $2x - 3y + 4 = 0$ Б. $3x + 2y + 6 = 0$ В. $2x + 3y + 7 = 0$ Г. $3x - 2y - 6 = 0$
4. Знайти границю: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 + 13x + 6}{3x^2 + 2x - 8}$	A. 0 Б. 0,7 В. -0,7 Г. -2
5. Знайти рівняння дотичної до кривої $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$ в точці $x_0 = 1$	A. $x - 2y - 1 = 0$ Б. $x - 4y + 4 = 0$ В. $-3x + 5y - 7 = 0$ Г. $2x + y - 2 = 0$
6. Обчислити: $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$	A. π^2 Б. 2π В. π Г. $\frac{\pi}{2}$
7. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння: $xy' = y^2 + 1$.	A. $\arctg y = \ln Cx $ Б. $y - x + \ln xy = C$ В. $y = 2x \arctg x + Cx$ Г. $2 - \ln Cy = \frac{y}{x}$

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 7

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
<p>1. Знайти $A \cdot B$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;</p> $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	<p>А. $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 0 \\ -1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$;</p> <p>Б. $\begin{pmatrix} 1 & 8 & -3 \\ 5 & -4 & 2 \\ 7 & 0 & 6 \end{pmatrix}$;</p> <p>В. $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 7 & 4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$;</p> <p>Г. $\begin{pmatrix} 21 & 9 & 2 \\ 9 & 10 & 9 \end{pmatrix}$</p>
<p>2. Знайти: $\overrightarrow{AB} \cdot (2\overrightarrow{CB} - 5\overrightarrow{AC})$, якщо $A(4; 3; -2)$; $B(-3; -1; 4)$; $C(2; 2; 1)$</p>	<p>А. 50 Б. -50 В. -20 Г. 20</p>
<p>3. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку $M(-2; 0)$ і перпендикулярна до заданої прямої $3x + 2y + 7 = 0$.</p>	<p>А. $3x + 2y + 6 = 0$ Б. $-2x + 3y + 4 = 0$ В. $2x - 3y + 4 = 0$ Г. $-3x + 2y + 6 = 0$</p>
<p>4. Знайти границю: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{4x^2 + 6x - 64}$</p>	<p>А. 0 Б. 4 В. -4 Г. 10</p>
<p>5. Знайти екстремуми функції $y = x - \ln(1 + x)$</p>	<p>А. $y_{\min} = 0, y_{\max} = 1$ Б. $y_{\min} = -1, y_{\max} = 0$ В. $y_{\min} = 0$ Г. $y_{\max} = 0$</p>
<p>6. Обчислити: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$</p>	<p>А. $\frac{3}{4}$ Б. 0,67 В. 0,5 Г. $\frac{4}{3}$</p>
<p>7. Чи буде функція $y = Cx + \frac{1}{C}$ розв'язком диференціального рівняння $xy' - y + \frac{1}{y} = 0$?</p>	<p>А. так Б. відповідь А правильна В. відповідь Г неправильна Г. ні</p>

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 8

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Знайти ранг матриці: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 6 \end{pmatrix}$	А. 3 Б. 2 В. 4 Г. 1
2. Знайти: $(2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BA}) \cdot \overrightarrow{BC}$, якщо $A(-2; -2; 4); B(1; 3; -2); C(1; 4; 2)$	А. 25 Б. -25 В. -53 Г. 53
3. Знайти проекцію точки $P(-7; 11)$ на пряму, що проходить через точки $A(3; -4)$ і $B(-4; 0)$.	А. $(4; -11)$ Б. $(-11; 4)$ В. $(-4; 11)$ Г. $(11; -4)$
4. Знайти границю: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 + 5}{6x^4 + 3x^2 - 7x}$	А. $\frac{7}{6}$ Б. $\frac{6}{7}$ В. ∞ Г. 0
5. Знайти найменше і найбільше значення функції $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ на відрізку $[-1; 5]$.	А. $y_{\text{найм}} = 0, y_{\text{найб}} = 2$ Б. $y_{\text{найм}} = -1, y_{\text{найб}} = 5$ В. $y_{\text{найм}} = -25, y_{\text{найб}} = 12$ Г. $y_{\text{найм}} = -6, y_{\text{найб}} = 266$
6. Обчислити: $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$	А. e Б. 1 В. 0,33 Г. 0
7. Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння: $xy' = x \sin \frac{y}{x} + y$, $y(2) = \pi$.	А. $y = 2x \arctg \frac{x}{2}$ Б. $y = \frac{1}{2}(x^2 - 1)$ В. $y = x - \ln x $ Г. $y = \sqrt{x} - \arctg \frac{x}{2}$

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 9

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Розв'язати систему рівнянь: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$	А. (1,1,0) Б. (0,1,1) В. (0,0,1) Г. (1,0,0)
2. Знайти: $(2\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BA}$, якщо $A(2;4;3); B(3;1;-4); C(-1;2;2)$	А. -78 Б. 78 В. -87 Г. 87
3. Знайти точку, симетричну точці $M(2;-1)$ відносно прямої $x - 2y + 3 = 0$.	А. $(-\frac{4}{5}; \frac{23}{5})$ Б. (-4;23) В. $(\frac{7}{2}; -\frac{5}{2})$ Г. (3; 4)
4. Знайти границю: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x - 3}{2x^3 + 4x + 3}$	А. 5 Б. $-\infty$ В. ∞ Г. 0
5. Обчислити значення похідної другого порядку функції $x^3 + y^3 - xy = 1$ в точці $M(1;1)$.	А. 3 Б. -1 В. -7 Г. 0
6. Обчислити: $\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2 - 9}$	А. $\frac{4}{9}$ Б. -0,13 В. $\frac{2}{3}$ Г. $-\frac{2}{3}$
7. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння: $(1 + e^x)y' = ye^x$.	А. $y = xe^{2Cx}$ Б. $y = \ln x C$ В. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \ln C\sqrt{y}$ Г. $y = C(1 + e^x)$

ТЕСТОВЕ ЗАВДАННЯ № 10

ПИТАННЯ	ВАРІАНТИ ВІДПОВІДЕЙ
1. Розв'язати систему однорідних рівнянь: $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$	А. $(t, 5t, 7t)$, де $t \in \mathbb{R}$ Б. $(2t, 3t, 4t)$, де $t \in \mathbb{R}$ В. $(3t, 5t, 7t)$, де $t \in \mathbb{R}$ Г. $(2t, 3t, t)$, де $t \in \mathbb{R}$
2. Знайти: $(3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}$, якщо $A(2;4;5); B(1;-2;3); C(-1;-2;4)$	А. 20 Б. -20 В. -40 Г. 30
3. Скласти рівняння прямої, що проходить через початок координат і точку перетину прямих $2x + 5y - 8 = 0$ і $2x + 3y + 4 = 0$	А. $-3x + 5y = 0$ Б. $-6x + 7y = 0$ В. $6x + 11y = 0$ Г. $11y - 5x = 0$
4. Знайти границю: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 + 3x^3 - 4x}{3x^2 - 4x + 2}$	А. 0 Б. $-\infty$ В. $\frac{2}{3}$ Г. ∞
5. Знайти $y'(0)$, якщо $y = e^x \cdot x$.	А. 1 Б. e В. -1 Г. 2
6. Обчислити: $\int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$	А. -0,13 Б. 0,26 В. 0,13 Г. -0,55
7. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння: $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$.	А. $y = \pm \sqrt{C x^2 - 1 } - 1$ Б. $y = \ln Cx $ В. $y = x(C + \ln x)$ Г. $y = x\sqrt{C - x^2}$

Основні елементарні функції та їх графіки

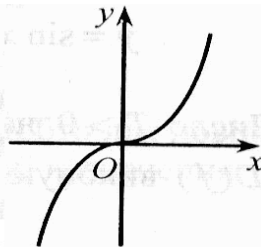
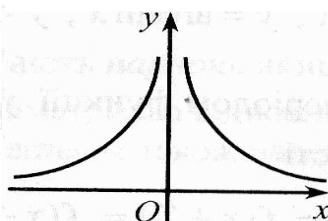
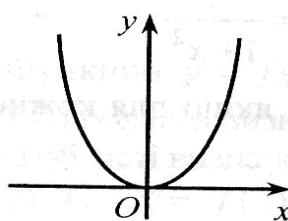
Основними елементарними функціями є такі аналітично задані функції:

- 1) степенева функція $y = x^\alpha$, де α - дійсне число. Область визначення і графік цієї функції залежать від значення α ;

$$\alpha = 2n, n \in \mathbb{N};$$

$$\alpha = -2n, n \in \mathbb{N};$$

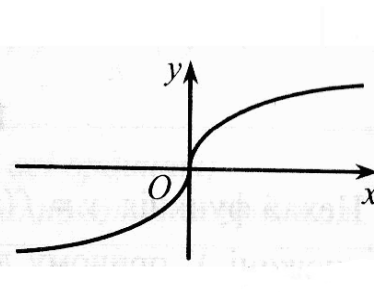
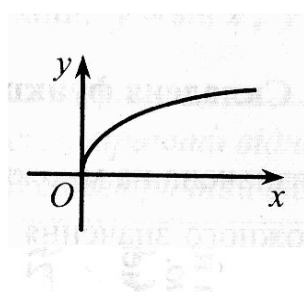
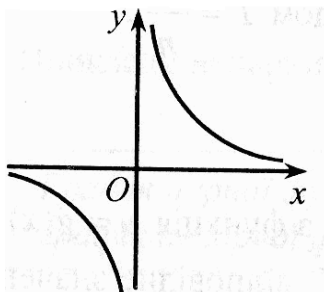
$$\alpha = 2n+1, n \in \mathbb{N};$$



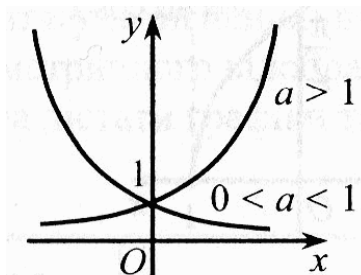
$$\alpha = -(2n-1), n \in \mathbb{N};$$

$$\alpha = \frac{1}{2n}, n \in \mathbb{N};$$

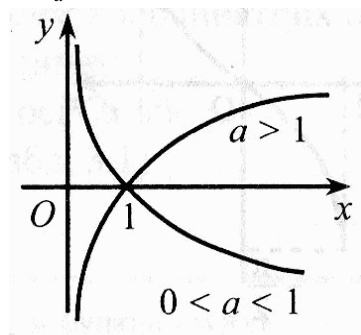
$$\alpha = \frac{1}{2n+1}, n \in \mathbb{N}.$$



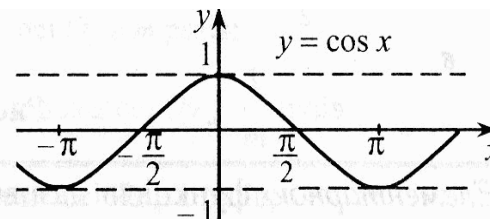
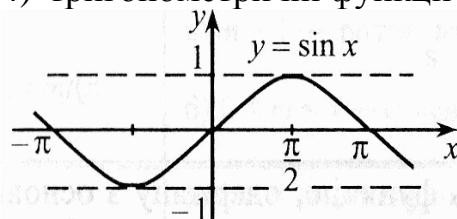
- 2) показникові функція $y = a^x$, де $a > 0$, $a \neq 1$

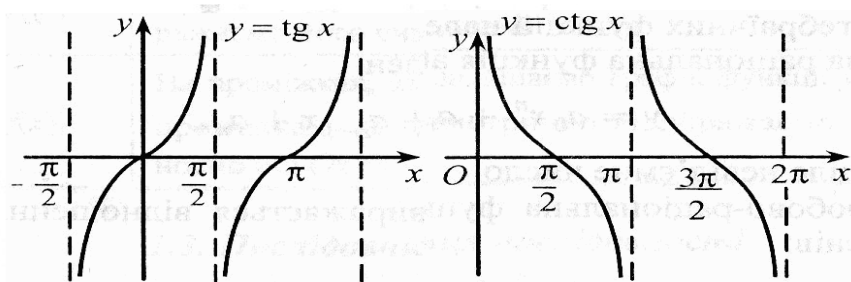


- 3) логарифмічна функція $y = \log_a$, де $a > 0$, $a \neq 1$

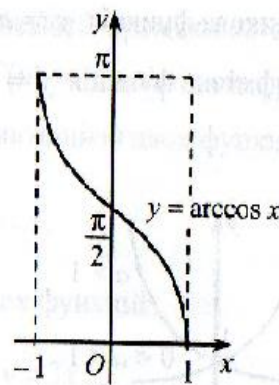
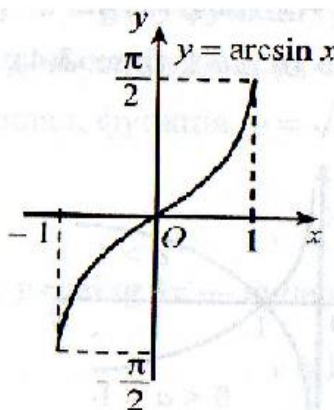


- 4) тригонометричні функції

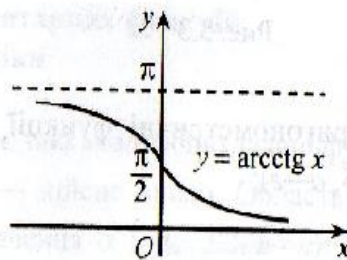
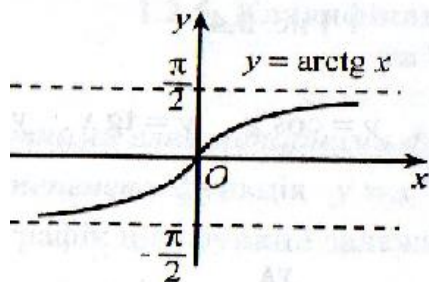




5) обернені тригонометричні функції: $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$



б



Додаток 2

Значення тригонометричних функцій деяких кутів

$\alpha_{\text{рад}}$	0	30° $\pi/6$	45° $\pi/4$	60° $\pi/3$	90° $\pi/2$	180° π	270° $3\pi/2$	360° 2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

Додаток 3

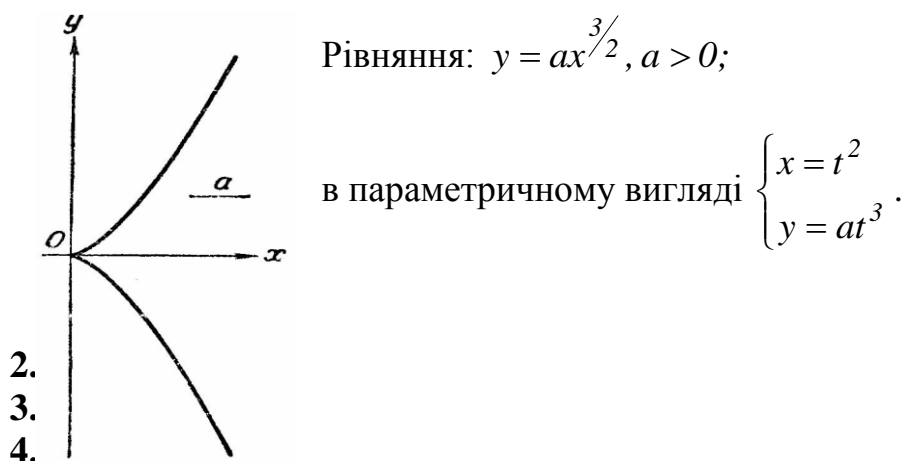
Деякі значення обернених тригонометричних функцій

$\arcsin 0 = 0$	$\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$	$\operatorname{arctg} 0 = 0$	$\operatorname{arcctg} 0 = \frac{\pi}{2}$
$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$	$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$	$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{6}$	$\operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{3}$
$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$	$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$	$\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$	$\operatorname{arcctg} 1 = \frac{\pi}{4}$
$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$	$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$	$\operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$	$\operatorname{arcctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$
$\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$	$\arccos 1 = 0$	$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$	$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$
$\arcsin(-a) = -\arcsin a$	$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$		

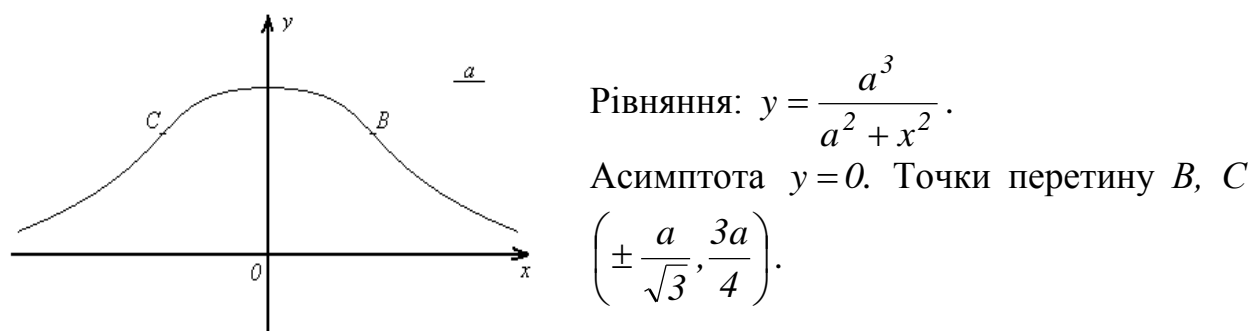
Додаток 4

Важливі криві

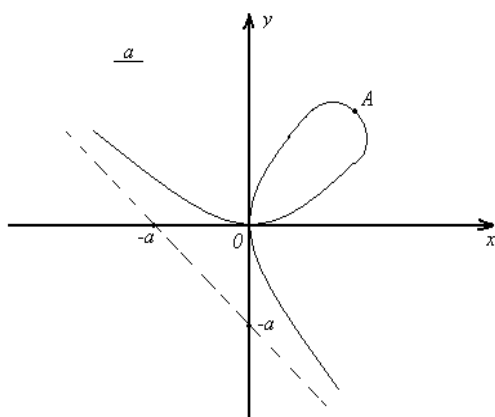
1. Півкубічна парабола або парабола Нейля.



3. Локон Аньєзі.



4. Декартів лист.

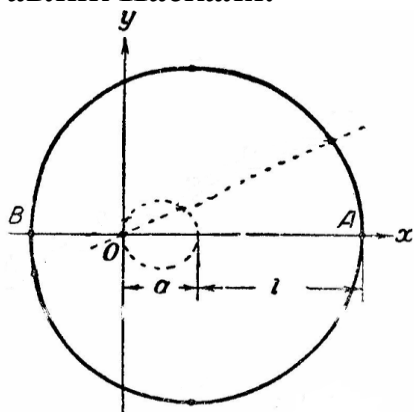


Рівняння: $x^3 + y^3 = 3axy$;

в параметричному вигляді $\begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$

$t = \tan \angle MOX$, де M – довільна точка кривої з біжучими координатами (x, y) . Асимптота $x + y + a = 0$. Вершина $A(\frac{3}{2}a, \frac{3}{2}a)$.

5. Равлик Паскаля.

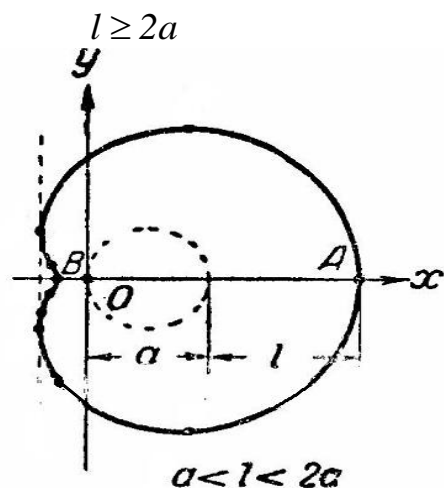


Рівняння: $(x^2 + y^2 - ax)^2 = l^2(x^2 + y^2)$;

в параметричній формі $\begin{cases} x = a \cos^2 \varphi + l \cos \varphi \\ y = a \cos \varphi \sin \varphi + l \sin \varphi \end{cases}$;

в полярних координатах $\rho = a \cos \varphi + l$.

Вершини $A, B (a \pm l, 0)$.



Вигляд кривої залежить від величин a і l .

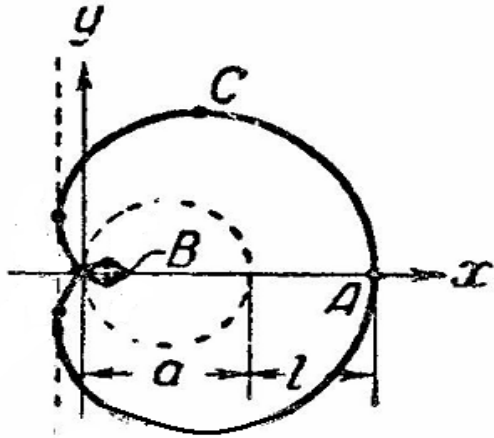
У випадку $a=l$ крива називається кардіоїдою і має рівняння

$$(x^2 + y^2)^2 - 2ax(x^2 + y^2) = a^2 y^2;$$

в параметричній формі

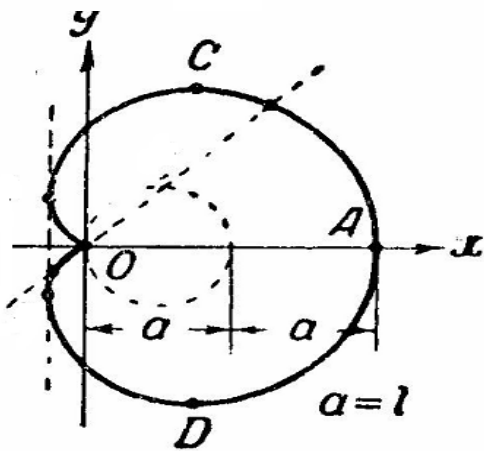
$$\begin{cases} x = a \cos \varphi (1 + \cos \varphi) \\ y = a \sin \varphi (1 + \cos \varphi) \end{cases};$$

в полярних координатах $\rho = a(1 + \cos \varphi)$.



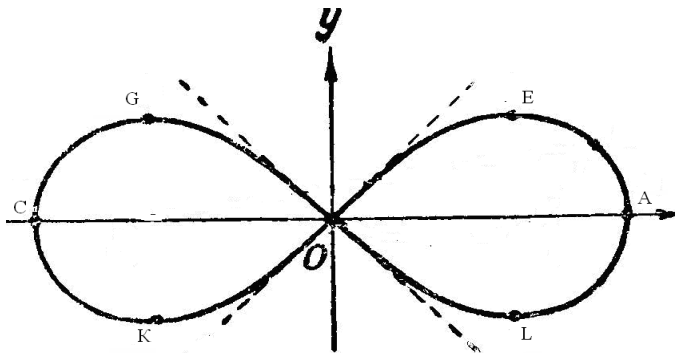
$a > l$

Вершина $A(2a,0)$. Максимум і мінімум
 $\left(\cos \varphi = \frac{1}{2}\right); C, D\left(\frac{3}{4}a, \pm \frac{3\sqrt{3}}{4}a\right)$.



$a = l$

5. Лемніската Бернуллі



Рівняння:

$$(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = 0;$$

в полярних координатах

$$\rho = a\sqrt{2\cos 2\varphi}.$$

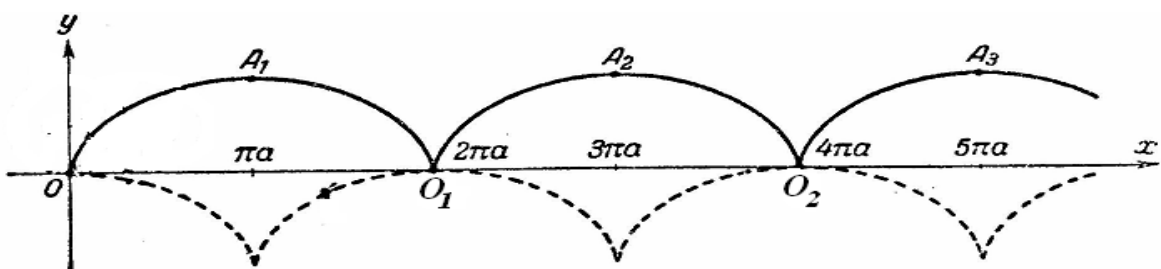
Дотичні в початку координат:

$y = \pm x$. Вершини $A, C (\pm a\sqrt{2}; 0)$;

максимуми і мінімуми: E, G, K, L

$$\left(\pm \frac{a\sqrt{3}}{2}, \pm \frac{a}{2}\right).$$

6. Звичайна циклоїда.



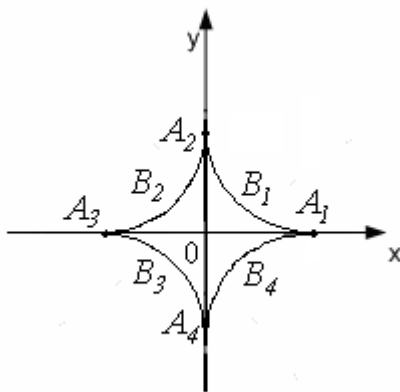
Рівняння в параметричній формі $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases};$

в декартових координатах

$$x + \sqrt{y(2a - y)} = a \operatorname{Arc} \cos \frac{a - y}{a}.$$

Крива періодична, період (базис циклоїди) $OO_1 = 2\pi a$. Вершини $A_1, A_2, \dots [(2k + 1)\pi a, 2a]$.

6. Астроїда



Рівняння:

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3};$$

в параметричній формі

$$\begin{cases} x = a \cos^3 \varphi \\ y = a \sin^3 \varphi \end{cases}.$$

Вершини $A_1, A_2(\pm a, 0)$, $A_3, A_4(0, \pm a)$.