

Модуль 1. РЯДИ

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю α , використовуючи розвинення в степеневий ряд.

Завдання 5. Знайти розв'язки диференціального рівняння, розвинувши його в степеневий ряд (записати три перших, відмінних від нуля членів цього розкладу).

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x)$

Варіант 1

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{1}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^n$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2 \cdot 2^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = e^{2x}$ в околі точки $x = -2$;

б) $f(x) = \sin 5x$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[3]{120}$; б) $\int_0^{0,5} \operatorname{arctg} x^2 dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = 2y^2 + ye^x$, що задовольняє початковій умові $y(0) = \frac{1}{3}$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = \frac{\pi - x}{2}, 0 \leq x \leq \pi, f(-x) = f(x), T = 2\pi$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} -2 & \text{при } -2 < x < 0, \\ x+1 & \text{при } 0 \leq x < 2, \end{cases} \quad T=4$$

Варіант 2

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{3^n}.$$

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена задані функції

$$\text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2} \text{ в околі точки } x = -1;$$

$$\text{б) } f(x) = \operatorname{sh} x \text{ в околі точки } x = 0.$$

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

$$\text{а) } \ln 3; \quad \text{б) } \int_0^{0.5} \frac{\sin x^2}{x^2} dx.$$

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = 2e^y + xy$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

$$\text{а) } f(x) = x + 2, -1 < x \leq 1, T = 2$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ 0 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} \quad T = 2\pi.$$

Варіант 3

Завдання 1. Дослідити збіжність заданих числових рядів

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n-1}{2n+1}\right)^n.$$

Завдання 2. Знайти області збіжності вказаних функціональних рядів.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n x^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена задані функції

а) $f(x) = 3^{x-1}$ в околі точки $x = 2$;

б) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[3]{70}$; б) $\int_0^{0.5} x \ln(1-x^2) dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = \sin x + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 2x + 1, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -2 < x < 0, \\ x & \text{при } 0 \leq x < 2, \end{cases} T = 4$

Варіант 4

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n}{3^n(2n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{8n-1} \right)^{\frac{n}{3}}$; в) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{e^{nx}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n!}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ в околі точки $x = 3$;

б) $f(x) = \operatorname{ch} x$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sin 10^0$; б) $\int_0^{0.5} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x^2 y^2 + y \sin x$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0,5$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 2x, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} x & \text{при } -1 < x \leq 0, \\ 2 & \text{при } 0 < x < 1, \end{cases} T = 2$

Варіант 5

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n \cdot 3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n \cdot 5^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \sqrt{x}$ в околі точки $x = 4$;

б) $f(x) = \sin^2 x$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[3]{129}$; б) $\int_0^{0,5} x \arctg x dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = e^{3x} + 2xy^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 1 - |x|, -1 < x \leq 1, T = 2$

б) $f(x) = \begin{cases} \pi - x & \text{при } -\pi < x < 0, \\ \pi & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 6

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}.$$

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 \cdot 3^n}.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена задані функції

$$\text{а) } f(x) = \cos^2 x \text{ в околі точки } x = \frac{\pi}{4};$$

$$\text{б) } f(x) = x^2 e^x \text{ в околі точки } x = 0.$$

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

$$\text{а) } \sqrt{e}; \quad \text{б) } \int_0^1 \cos \sqrt{x} dx.$$

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x^2 + xy + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0.5$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

$$\text{а) } f(x) = x, -5 < x < 5, T = 10$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ x-1 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$$

Варіант 7

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{5n-2}.$$

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n}.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

$$\text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 7} \text{ в околі точки } x = -2;$$

$$\text{б) } f(x) = \operatorname{tg} x \text{ в околі точки } x = 0.$$

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\cos 15^\circ$; б) $\int_0^{0,5} \sqrt[3]{1+x^2} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = \cos x + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = \frac{1}{2}x, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$
б) $f(x) = \begin{cases} 3 \text{ при } -3 < x < 0, \\ x+1 \text{ при } 0 \leq x < 3, \end{cases} T = 6$

Варіант 8

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{(n+1)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha}{n^2}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \ln(x-2)$ в околі точки $x=3$;
б) $f(x) = \sin 2x$ в околі точки $x=0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$; б) $\int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^4}$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = e^x + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 1 + |x|, -1 < x \leq 1, T = 2$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{при } -\pi < x < 0, \\ 1 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} \quad T = 2\pi$$

Варіант 9

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n (2n+1)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{\sqrt{n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n(n+1)}.$$

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

$$\text{а) } f(x) = 5^{x-2} \text{ в околі точки } x=3; \\ \text{б) } f(x) = \cos 3x \text{ в околі точки } x=0.$$

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

$$\text{а) } \sqrt[5]{250}; \quad \text{б) } \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx.$$

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = \sin x + 0.5y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

$$\text{а) } f(x) = \frac{\pi - x}{2}, -\pi < x < \pi, T = 2\pi \\ \text{б) } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -4 < x < 0, \\ x & \text{при } 0 \leq x < 4, \end{cases} \quad T = 8$$

Варіант 10

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+1}{(n)} \right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n!}.$$

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\sqrt{n}} x^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \ln x$ в околі точки $x = 1$;

б) $f(x) = \cos^2 x$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\ln 5$; б) $\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} \sin x dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x + x^2 + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = |x|, -2 < x < 2, T = 4$

б) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ x & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 11

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1} \right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 4}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{3n \cdot n!}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{3^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \ln(x-3)$ в околі точки $x = 4$;

б) $f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[4]{252}$; б) $\int_0^{0,2} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x + e^{\cos y}$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 3 - x, 0 \leq x \leq 3, f(-x) = f(x), T = 6$

б) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{при } -\pi \leq x < 0, \\ 2 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 12

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{5n+3} \right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n\sqrt{n}}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \cos^2 x$ в околі точки $x = \frac{\pi}{4}$;

б) $f(x) = \frac{1}{10+x}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sin 15^\circ$; б) $\int_0^{0.5} \frac{\arctg x}{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = y^2 + x^3$, що задовольняє початковій умові $y(0) = \frac{1}{2}$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 2 - |x|, -2 < x < 2, T = 4$

б) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -\pi \leq x < 0, \\ x + 1 & \text{при } 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 13

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{3n^2-1} \right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^3 \sqrt{n}}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \sin \frac{x}{3^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \ln(x+2)$ в околі точки $x=1$;

б) $f(x) = e^{\sin x}$ в околі точки $x=0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[5]{e}$; б) $\int_0^{0.5} \sqrt{x} \cos x dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = 2 \cos x - xy^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = |x| + 1, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{при } -2 < x < 0, \\ 3 & \text{при } 0 \leq x < 2, \end{cases} T = 4$

Варіант 14

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^n x$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \sqrt{x}$ в околі точки $x=4$;

б) $f(x) = \sin 2x \cos 2x$ в околі точки $x=0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) e^{-1} ; б) $\int_0^{\frac{1}{3}} x \cos \sqrt{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = e^{\sin x} + x$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 2 - x, 0 \leq x \leq 2, f(-x) = f(x), T = 4$

б) $f(x) = \begin{cases} 2 \text{ при } -\pi \leq x < 0, \\ x - 1 \text{ при } 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 15

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3n)!}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n\sqrt{n}}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = e^{2x}$ в околі точки $x = -2$;

б) $f(x) = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\cos 36^\circ$; б) $\int_0^{0,2} \ln(1+x^3) dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' - 4y + 2xy^2 - e^{3x} = 0$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 2$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 2x - 1, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -3 \leq x < 0, \\ x + 2 & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \end{cases} T = 6$

Варіант 16

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg^n \frac{1}{n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{6n-5}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена задані функції

а) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ в околі точки $x = \frac{\pi}{2}$;

б) $f(x) = e^{x^2}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[3]{130}$; б) $\int_0^1 x^2 \cos^4 \sqrt{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' - 2y^2 - ye^x - x^3 = 0$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = x - 1, 0 \leq x \leq 2, f(-x) = f(x), T = 4$;

б) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } -\pi < x < 0 \\ 1 & \text{при } 0 \leq x < \pi \end{cases} T =$

Варіант 17

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3n!)!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n\sqrt{n}}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^n}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{3^n}.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

$$a) f(x) = \sqrt[3]{x} \text{ в околі точки } x=8;$$

$$б) f(x) = \operatorname{sh} x \text{ в околі точки } x=0.$$

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

$$a) \operatorname{arctg} \frac{1}{5}; \quad б) \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' + y \cos x - 3e^x y^2 - \sin x = 0$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

$$a) f(x) = x + 1, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$$

$$б) f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -3 < x < 0, \\ 2x & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \end{cases} T = 6$$

Варіант 18

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 - 1}{2n^2 + 1} \right); \quad б) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}; \quad в) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{3^n}.$$

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{2^n(n^2+1)}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}.$$

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

$$a) f(x) = 2^x \text{ в околі точки } x=3;$$

$$б) f(x) = \ln \cos x \text{ в околі точки } x=0.$$

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

$$a) \cos 18^\circ; \quad б) \int_0^{0.8} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x^2 y^2 + 2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 3x, -2 \leq x \leq 2, T = 4$

б) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\pi \leq x < 0, \\ x+1 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 19

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\sqrt{n}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{x}{3^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \cos^2 x$ в околі точки $x = \frac{\pi}{4}$;

б) $f(x) = e^{\arctg x}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[3]{24}$; б) $\int_0^{0,5} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = xy^2 - \sin 2x$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = |x|, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -4 < x < 0, \\ x-1 & \text{при } 0 \leq x < 4, \end{cases} T = 8$

Варіант 20

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{3^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \ln^2 n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt{n}} x^n$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ в околі точки $x=1$;
б) $f(x) = \ln(1 + e^x)$ в околі точки $x=0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sin 10^0$; б) $\int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = 2e^y + xy$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 2x - 1, -3 < x < 3, T = 6$
б) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ x + 2 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 21

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{5^n}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln(n+1)}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \sin^2 x$ в околі точки $x = \frac{\pi}{4}$;

б) $f(x) = \frac{1}{10+x}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[4]{83}$; б) $\int_0^1 x^3 \sin x dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = xy + x^2 + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 4x, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -3 < x < 0, \\ x+1 & \text{при } 0 \leq x \leq 3, \end{cases} T = 6$

Варіант 22

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^n}$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{3^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = e^{\frac{1-2x}{3}}$ в околі точки $x = -1$;

б) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\cos 36^\circ$; б) $\int_0^{0,25} \ln(1 + \sqrt{x}) dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = y \cos x + 2 \cos y$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 2 + |x|, -4 \leq x \leq 4, T = 8$

б) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ x + 2 & \text{при } 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 23

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9 + n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{4n-1} \right)^n$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{e^{nx}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = 2^{x-3}$ в околі точки $x = 4$;

б) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[10]{1027}$; б) $\int_0^{0.5} \frac{\operatorname{sh} x}{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = 2e^y + xy$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = x + 3, 0 \leq x \leq \pi, f(-x) = -f(x), T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } -1 < x < 0, \\ 3x & \text{при } 0 \leq x < 1, \end{cases} T = 2$

Варіант 24

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot 2^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \sin \frac{x}{3^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = 5^{x-2}$ в околі точки $x=3$;
б) $f(x) = \operatorname{tg} x$ в околі точки $x=0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sin 36^\circ$; б) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\operatorname{ch} x - 1}{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x + y + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0.1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 3x - 1, \quad -2 < x < 2, \quad T = 4$
б) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ 2x & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} \quad T = 2\pi$

Варіант 25

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\alpha}{n!}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \cdot x^n}{n!}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \cos^2 x$ в околі точки $x = \frac{\pi}{4}$;

б) $f(x) = \ln(1 + e^x)$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[4]{19}$; б) $\int_{0,5}^1 \frac{e^{-x}}{x} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x + x^2 + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 4 - |x|, -\pi \leq x \leq \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -1 < x < 0, \\ x - 2 & \text{при } 0 \leq x < 3, \end{cases} T = 6$

Варіант 26

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n(2n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5+n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{2^n \cdot n!}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 5^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = 3^{x-1}$ в околі точки $x = 2$;

б) $f(x) = \ln \cos x$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[7]{126}$; б) $\int_0^1 \sin x^2 dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x^2 - y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = x + 2, -2 \leq x \leq 2, T = 4$

б) $f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{при } -\pi < x < 0, \\ 1 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 27

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{2n+1} \right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} \cdot n!}{n^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{3^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{5^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \ln(x-2)$ в околі точки $x=3$;

б) $f(x) = e^{\cos x}$ в околі точки $x=0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\cos 9^\circ$; б) $\int_0^{0.5} e^{-x^2} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x^2 + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = x^2, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -3 < x < 0, \\ x + 2 & \text{при } 0 \leq x < 3, \end{cases} T = 6$

Варіант 28

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n(2n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{n}}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 \cdot 2^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ в околі точки $x = \frac{\pi}{2}$;

б) $f(x) = \cosh x$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[3]{30}$; б) $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = y^2 + xy$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = 3x, -1 < x < 1, T = 2$

б) $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ x+2 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Варіант 29

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n \cdot 3^n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot 2^n}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ в околі точки $x = 3$;

б) $f(x) = e^{\sin x}$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\cos 15^\circ$; б) $\int_0^1 \sqrt{x} \sin \frac{x}{2} dx$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = x + y + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0,1$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = x + 2, -\pi < x \leq \pi, T = 2\pi$

б) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } -4 < x < 0, \\ x - 1 & \text{при } 0 \leq x < 4, \end{cases} T = 8$

Варіант 30

Завдання 1. Дослідити збіжність числових рядів

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$.

Завдання 2. Знайти області збіжності функціональних рядів.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 5^n}$.

Завдання 3. Розвинути в ряди Тейлора і Маклорена

а) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ в околі точки $x = \frac{\pi}{2}$;

б) $f(x) = \arctg x$ в околі точки $x = 0$.

Завдання 4. Наближено обчислити задану величину з точністю 0,001 заданий вираз та вказаний інтеграл

а) $\sqrt[5]{246}$; б) $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^2}}$.

Завдання 5. Знайти три перших, відмінних від нуля, члена розкладу в степеневий ряд розв'язку $y = y(x)$ диференціального рівняння $y' = e^x + y^2$, що задовольняє початковій умові $y(0) = 0$.

Завдання 6. Розкласти в ряд Фур'є задані функції з періодом T :

а) $f(x) = |x| - 3, -6 < x < 6, T = 12$

б) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -\pi < x < 0, \\ x + 4 & \text{при } 0 \leq x < \pi, \end{cases} T = 2\pi$

Модуль 2. ТФКЗ

Завдання1. Виконати указані дії, якщо $z = 2 + 5i$:

$$\begin{array}{llll} 1) z+1 & 2) z+i & 3) z+1-i & 4) z^2 \\ 5) z^2 - i & 6) z\bar{z} & 7) \frac{1}{z} & 8) \frac{(1+i)}{z} \\ 9) \sqrt[3]{(z-1-4i)} & 10) \sqrt{(z-3-5i)} & 11) \sqrt{(z-2-4i)}. \end{array}$$

Завдання2. В площині Z зобразити геометричні місця точок для заданих співвідношень.

Завдання3. Обчислити функції комплексної змінної.

Завдання4.1) довести диференційованість функції комплексної змінної.

2) Знайти коефіцієнт k розтягу і кут повороту φ в точці z_0 .

Завдання5. Обчислити інтеграл від функції комплексної змінної.

Завдання6. Обчислити інтеграли Коші і типу Коші.

Завдання7. Розкласти функцію в ряд Лорана.

Завдання8. Обчислити визначений інтеграл за допомогою лишків.

Завдання9. Обчислити невизначений інтеграл за допомогою лишків.

Варіант 1.

1. $z = 1 + i$

2. $|z| = 1, \operatorname{Im} z = 3, |z - 1 + i| = 2, \arg(z - i) = \frac{\pi}{4}, \left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 1, z = \frac{t}{1-t} i(t+1), z = 2 + i + 4e^{it},$

$0 \leq t \leq 2\pi, |z| < 2, \operatorname{Im} z < -1, \operatorname{Re} z < 2,$

$\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 0, |z + 2i| > 2, |z - 2| - |z + 2| > 3.$

3. $w(z) = \sin 2i; w(z) = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right); w(z) = \operatorname{Ln}(2-3i);$

4. $\sin z + \cos z = 2.$

5. $w = \sin z.$

6. $u = 3x^2y - y^3, w = 3xy^2 - x^3, z_0 = -1 + i.$

7. $v = -\frac{y}{(x+1)^2 + y^2}.$

8. $\int_c z \operatorname{Im} z^2 dz, c: |z| = 1, -\pi \leq \arg z \leq 0.$

$$\int_L \frac{dz}{z(2-z)}, L: \begin{array}{l} a) \{z: |z| = 1\} \\ b) \{z: |z-2| = 1\} \\ c) \{z: |z-1| = 3\} \end{array}$$

$$\int_L \frac{\cos z}{(z+i)^2} dz, L: \{z: |z| = 1\}.$$

9. $a) \sin(2z+1), z+1$

$$\delta) \frac{\sin^2 z}{z^2}, z_0 = 0$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)}, \quad c: |z-1-i|=2;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx.$$

Варіант 2.

$$1. z = 1 - i$$

$$2. |z|=1, \operatorname{Im} z = -2, \quad |z-2-i|=1, \quad \arg(z+i) = \frac{\pi}{4}, \quad |z-1|+|z+1|=4,$$

$$\left| \frac{z-2}{z+2} \right| = 1, \quad z = 1 - i + 2e^{it}, \quad 0 < t < 2\pi, \quad z - 2ti = te^{i\frac{\pi}{4}}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad z \geq 5, \quad \operatorname{Im} z < 2, \quad -1 < \operatorname{Re} z < 3,$$

$$|1+z| < |1-z|, \quad |z-1+i| < 2, \quad 0 < \arg\left(\frac{i-z}{z+i}\right) < \frac{\pi}{2}.$$

$$3. w(z) = \sin(5-i); \quad w(z) = i^i; \quad w(z) = \operatorname{Ln}(-1).$$

$$4. \sin z - \cos z = 3.$$

$$5. w = \cos z.$$

$$6. u = e^x(x \cos x - y \sin y), \quad v = e^x(x \sin x + y \cos y), \quad z_0 = -1 + i\pi.$$

$$7. u = 2^x \cos(y \ln 2).$$

$$8. \int \ln z dz, \quad c: |z|=1$$

$$a) \text{початкова точка інтегрування } z_0 = 1$$

$$\delta) z_0 = -1$$

$$\int_L \frac{dz}{(z-1)(z-3)}, \quad L: \delta) \left\{ z: |z-2|=1 \right\}$$

$$\epsilon) \left\{ z: |z|=4 \right\}$$

$$\int_L \frac{che^{iz}}{z^2(z-1)} dz, \quad L: \left\{ z: |z-2|=3 \right\}.$$

$$9. a) e^z, 2z-1$$

$$\delta) z^3 e^{\frac{1}{z}}, z_0 = 0$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z^2-1)(z-3)^2}, \quad c: |z|=4;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4+1}{x^6+1} dx.$$

Варіант 3.

1. $z = 3 + \sqrt{3}i$

$$2. |z| = \sqrt{2}, \operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = 0, \quad |z+1-2i| = 1, \quad \arg(z+2i) = \frac{\pi}{4}, \quad |z-0,1| + |z+0,1| = 2,$$

$$\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 1, \quad z = 3 + \sqrt{3}i + 2e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \frac{z-1}{8i-1} = t, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$$|z-1|\leq 5, \quad \operatorname{Re}(z^{-1})\prec \frac{1}{2}, \quad |z-2|+|z+2|\prec 2, \quad 0\leq \arg\left(\frac{z-i}{z+1}\right)\leq \frac{\pi}{4},$$

$$\left(\frac{z-i}{z+1}\right) \leq 1, |z-1| > 2|z-i|.$$

3. $w(z) = \cos(2-i)$; $w(z) = (-3-4i)^i$; $w(z) = Lni$

4. $ch\ z - sh\ z = 1$.

5. $w = L n_z$

$$6. u = x^3 - 3xy^2 + x^2 - y^2, \quad v = 3x^2y - y^3 + 2xy, \quad z_0 = \left(\frac{2}{3}\right)i.$$

7. $v = -2 \sin 2x \operatorname{sh} 2y + y$, $w(0) = 2$.

8. $\int_C z \operatorname{Re} z dz$, $C: |z|=1$

$$\int_L \frac{dz}{(z-2)(z-4)}, \quad L: \begin{cases} a) \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\} \\ \delta) \left\{ z: |z| = 3 \right\} \\ \epsilon) \left\{ z: |z| = 5 \right\} \end{cases}$$

$$\int_L \frac{dz}{(z+1)^4}, \quad L: \{z: |z|=2\}.$$

9. a) $\frac{1}{3z+1}, z+2$

$$\delta) z^2 \cos\left(\frac{1}{z}\right), z_0 = 0.$$

10. a) $\int_c \frac{dz}{(z-1)^2 + (z^2 + 1)}, c: x^2 + y^2 = 2x + 2y;$

$$6) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Варіант 4.

1. $z = -\sqrt{3} + i$

$$2. z = \sqrt{3}, \operatorname{Im} z^{-1} = 2, \quad |z - 2 - i| = 2, \quad \arg z = \frac{\pi}{4}, \quad z = -\sqrt{3} + i + 4e^{it}, \quad z - i = te^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}, t \in R,$$

$$|z+2|-|z-2|=3, \quad \left| \frac{z-1}{z} \right|=1, \quad |z| \leq 4, \quad 0 < \arg\left(\frac{i-z}{z+i}\right) < \frac{\pi}{2}, \quad |z-2+i| < 1,$$

$$|z-2| - |z+2| > 3, \quad \left| \frac{z-2i}{z+2i} \right| \leq 1, \quad |z| + \operatorname{Re} z \leq 1.$$

$$3. w(z) = \cos(2+i); \quad w(z) = 1^{-i}; \quad w(z) = \operatorname{Ln}(-2+3i).$$

$$4. \operatorname{ch} z - \operatorname{sh} z = 1.$$

$$5. w = \bar{z}.$$

$$6. u = e^{1+y} \cos x, \quad v = -e^{y+1} \sin x, \quad z_0 = \frac{\pi}{2} + i.$$

$$7. v = 3x + 2xy.$$

$$8. \int_c z \bar{z} dz, \quad c: |z|=1$$

$$a) \{z: |z|=2\}$$

$$\int_L \frac{e^z - 1}{z(z-i)} dz, \quad L: \delta) \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\epsilon) \left\{ z: |z-i| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{\operatorname{sh} z}{(z^2 - 1)^2}, \quad L: \{z: |z|=2\}.$$

$$9. a) \frac{z+1}{z^2+4z-5}, \quad z$$

$$\delta) \frac{1}{z} \sin^2 \left(\frac{z}{2} \right), \quad z_0 = 0$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z^2-1)-(z-3)^2}, \quad c: |z-2-i|=2;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^4+1}{x^5+1} dx.$$

Вариант 5.

$$1. z = 1 + \sqrt{3}i$$

$$2. |z| = \sqrt{3}, \quad \arg(z-2i) = \frac{\pi}{4}, \quad |z+3| + |z-3| = 1, \quad \left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1, \quad |z-1| = 2|z-i|, \quad z = 1 + \sqrt{3}i + e^{it}$$

$$, 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \left(\frac{z-2+i}{3i-2} \right) = t, 0 \leq t \leq 1, \quad |z| \leq 4, \quad \frac{\pi}{4} < \arg(z+i) < \frac{\pi}{2}, \quad |z+2-\sqrt{3}i| \geq 1,$$

$$|z+i| + |z-i| > 1, \quad \left| \frac{z+i}{z-i} \right| \geq 1, \quad |z-1| < |z-i|.$$

$$3. w(z) = \operatorname{tg}(2-i); \quad w(z) = (3-4i)^{1+i}; \quad w(z) = \operatorname{Ln} \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right).$$

$$4. \operatorname{sh} z - \operatorname{ch} z = 2i.$$

$$5. w = z^2 \bar{z}.$$

$$6. u = e^y \cos x, \quad v = -e^y \sin x, \quad z_0 = \frac{\pi}{3}.$$

$$7. v = 2xy + 3x.$$

$$8. \int_c \operatorname{Re} z \, dz; \quad c: z = (2+i)t, \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$a) \{z: |z| = 1\}$$

$$\int_L \frac{dz}{z(z-i)}, \quad L: \delta) \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\vartheta) \left\{ z: |z-i| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{\cos z}{z^2(z-1)} dz, \quad L: \{z: |z| = 2\}.$$

$$9. a) \frac{z}{z^2+1}, \quad z$$

$$\vartheta) \frac{(1-\cos z)}{z^2} \quad z_0 = 0$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{2})}, \quad c: |z| = 1;$$

$$\vartheta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx.$$

Варіант 6.

$$1. z = 1 - \sqrt{3}i$$

$$2. |z| = \sqrt{5}, \quad \arg(z-2i) = \frac{\pi}{3}, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = 3, \quad |z+i| + |z-i| = 2, \quad \left| \frac{z+1}{z-i} \right| = 1, \quad z = 2i + \sqrt{3}e^{it},$$

$$\left(\frac{z-i}{2+(\sqrt{3}-1)i} \right) = t, \quad t \in R, \quad 2-i = te^{i\frac{\pi}{4}}, \quad |z| \geq \sqrt{3}, \quad \frac{\pi}{3} < \arg(z+i) < \frac{\pi}{2}, \quad |z-1+\sqrt{3}i| \leq 1,$$

$$|z+2i| + |z-2i| < 1, \quad \left| \frac{z+2i}{z-2i} \right| \leq 1, \quad |z+1| < |z-i|.$$

$$3. w(z) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - i \ln 2\right); \quad w(z) = 1^{\sqrt{2}}; \quad w(z) = \operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right).$$

$$4. 2ch z - sh z = i.$$

$$5. w = ze^z.$$

$$6. u = 2xy - 2x, \quad v = y^2 - 2y - x^2 + 1, \quad z_0 = 1.$$

$$7. u = 2e^x \sin y.$$

$$8. \int_c \operatorname{Re} z \, dz; \quad C: \text{ відрізки } [0,2] \cup [2,2+i]$$

$$a) \{z: |z| = 2\}$$

$$\int_L \frac{chz}{(z-1)(z+i)} dz, \quad L: \delta) \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$e) \{z: |z-1| = 1\}$$

$$\int_L \frac{\sin iz}{z^2(z-1)} dz, \quad L: \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}.$$

$$9. a) \cos^2 \frac{iz}{2}, \quad z$$

$$b) \frac{(e^z - 1)}{z} \quad z_0 = 0$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z^2 - 1)(z^3 - 1)}, \quad c: |z| = 2;$$

$$b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{x-i} dx.$$

Варіант 7.

$$1. z = -1 + i$$

$$2. |z| = \sqrt{2}, \quad \operatorname{Im} \left(\frac{z-2}{z+2} \right) = 0, \quad \operatorname{Re}(z^2) = 2, \quad |z+3| - |z-3| = 1, \quad \left| \frac{z-i}{z+2} \right| = 1, \quad |z-1| = 2|z+i|,$$

$$z = -1 + i + 2e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \left(\frac{z-2i}{3-2i} \right) = t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad |z-i| > \sqrt{2}, \quad \frac{\pi}{6} < \arg(z+i) < \frac{\pi}{2},$$

$$|z+1-i| \geq 1, \quad |z-i| + |z+i| < 4, \quad \left| \frac{z-3i}{z+3i} \right| \geq 1, \quad |z| + \operatorname{Re} z \leq 1.$$

$$3. w(z) = \cos(2+i); \quad w(z) = i^{1-i}; \quad w(z) = \operatorname{Ln}(1+7i).$$

$$4. \sin z = i.$$

$$5. w = |z|\bar{z}.$$

$$6. u = e^{1-2x} \cos 2y, \quad v = -e^{1-2x} \sin y, \quad z_0 = \frac{\pi}{3}i.$$

$$7. v = 2 \cos x \operatorname{ch} y - x^2 + y^2, \quad w(0) = 2.$$

$$8. \int_c e^z dz; \quad C: \text{дуга параболы } y = x^2, \text{ від точки}$$

$$z_1 = 0 \text{ до точки } z_2 = 1+i$$

$$a) \{z: |z| = 1\}$$

$$\int_L \frac{dz}{(z-i)(z+i)}, \quad L: \delta) \left\{ z: |z| = \frac{1}{3} \right\}$$

$$e) \{z: |z-1| = 1\}$$

$$\int_L \frac{zdz}{(z-1)^2}, \quad L: \{z: |z|=2\}.$$

$$9. a) sh\left(\frac{z}{2}\right), \quad z$$

$$\delta) \frac{1-e^{-z}}{z^3} \quad z_0=0$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{z(z-2)}, \quad c: |z|=3;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2-1} dx.$$

Варіант 8.

$$1. z = 5 + 5\sqrt{3}i$$

$$2. |z-i|=1, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{z-3}{z+3}\right)=8, \quad \arg(z+i)=\frac{\pi}{6}, \quad |z-4|+|z+4|=1, \quad \left|\frac{z-i}{z+3}\right|=1, \quad |z+1|=|z+2i|,$$

$$z = 5 + \sqrt{3}i + 3e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \left(\frac{z-2}{i-2}\right)=t, \quad t \in R, \quad |z-i| \geq 2, \quad \frac{\pi}{6} < \arg(z-1) < \frac{\pi}{2},$$

$$|z-2+\sqrt{3}i| \leq 2, \quad |z-2i|-|z+2i| < 4, \quad \left|\frac{z-4i}{z+4i}\right| \leq 1, \quad |z-1| > |z+i|.$$

$$3. w(z) = \sin(1-3i); \quad w(z) = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1-i}; \quad w(z) = \operatorname{Arc} \cos\left(\frac{1}{2}\right).$$

$$4. \sin z + \cos z = 2.$$

$$5. w = e^{z^2}.$$

$$6. u = x^3 - 3xy^2 + 3x, \quad v = 3x^2y - y^3 + 3y - 1, \quad z_0 = e^{i\frac{\pi}{4}}.$$

$$7. v = x^2 - y^2 + xy, \quad w(0) = 0.$$

$$8. \int_c e^z dz; \quad C: \text{відрізок } [0, 1+i]$$

$$a) \{z: |z|=2\}$$

$$\int_L \frac{e^z}{z(z-2)} dz, \quad L: \delta) \{z: |z-2|=1\}$$

$$\epsilon) \left\{z: |z| = \frac{1}{2}\right\}$$

$$\int_L \frac{e^z}{z^2} dz, \quad L: \{z: |z|=1\}.$$

$$9. a) \ln(2-z), \quad z$$

$$\delta) \frac{1+\cos z}{z^4} \quad z_0=0$$

$$10. a) \int_0^{\pi} \operatorname{ctg}(x-i) dx,$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx.$$

Варіант 9.

$$1. z = -1 - \sqrt{3}i$$

$$2. |z - i| = 2i, \operatorname{Im}(z - \sqrt{3}i) = 0, \arg \bar{z} = \frac{\pi}{4}, 1 < \operatorname{Re} z < 2, |z - \sqrt{2}| + |z + \sqrt{2}| = 2, \left| \frac{z+i}{z+2i} \right| = 1,$$

$$z = -1 - \sqrt{3}i + 4e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi, \left(\frac{z-2+i}{-2+2i} \right) = t, 0 \leq t \leq 1, |z-i| < 2, 1 < \operatorname{Im}(z - \sqrt{3}i) < 2,$$

$$0 < \arg z < \frac{\pi}{4}, |z-2i| + |z+2i| > 2, \left| \frac{z-\sqrt{2}i}{z+\sqrt{2}i} \right| \geq 1, |z-2| < |z-i|.$$

$$3. w(z) = \cos 3i; w(z) = (-2)^{\sqrt{2}}; w(z) = sh(-1+5i).$$

$$4. z^2 + i = 0.$$

$$5. w = |z| \operatorname{Re} \bar{z}.$$

$$6. u = e^{1+2y} \cos 2x, v = -e^{1+2y} \sin x, z_0 = \frac{\pi}{8}.$$

$$7. v = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right), x > 0.$$

$$8. \int_0^i \frac{\ln(z+1)}{z+1} dz; \text{ по } |z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0, \operatorname{Re} z \geq 0$$

$$\int_L \frac{1 - \frac{2}{z}}{z-2i} dz, L: \delta) \{z: |z-2i|=1\}$$

$$\int_L \frac{z}{z-2i} dz, L: \delta) \{z: |z|=1\}$$

$$\epsilon) \{z: |z-2|=1\}$$

$$\int_L \frac{e^{iz}}{z^2(z-1)} dz, L: \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}.$$

$$9. a) \ln(2+z-z^2), z$$

$$\delta) \sqrt[3]{1+z}, z_0 = 0$$

$$10. a) \int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{2 - \cos x} dx,$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Варіант 10.

$$1. z = -3 + \sqrt{3}i$$

$$2. |z+2i|=2, \operatorname{Im} \frac{z-3}{z+3}=0, \arg \bar{z}=\frac{\pi}{6}, -1 < \operatorname{Re} z < 3, |z-\sqrt{2}|+|z+\sqrt{2}|=3, \left| \frac{z-i}{z+2i} \right|=1,$$

$$z=-3+\sqrt{3}i+2e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi, \left(\frac{z-1}{1-i} \right)=t, 0 \leq t \leq 1, |z+2i| \geq 3, 1 < \operatorname{Im}(z-2) \leq 3,$$

$$-\frac{\pi}{4} < \arg z < 0, |z-2i|-|z+2i| > 3, \left| \frac{z-\sqrt{3}i}{z+\sqrt{3}i} \right| \leq 1, |z+1| \leq |z+i|.$$

$$3. w(z)=\sin(1+i); w(z)=i^{1+i}; w(z)=\operatorname{Arccos} i.$$

$$4. \sin z=2i.$$

$$5. w=\sin 3z-i.$$

$$6. u=x^2+2x-y^2, v=2xy+2y, z_0=i.$$

$$7. u=x^2-y^2+2x.$$

$$8. \int_1^i \frac{\ln z}{z} dz; \text{ на відрізку } [1, i].$$

$$a) \{z: |z|=1\}$$

$$\int_L \frac{e^z}{z} dz, L: \delta) \left\{ z: |z|=\frac{1}{2} \right\}$$

$$\epsilon) \{z: |z-1|=2\}$$

$$\int_L \frac{\sin \pi z}{(z-1)^2} dz, L: \{z: |z|=3\}.$$

$$9. a) \frac{1}{1+z^2}, z$$

$$\delta) \ln(1+z^2), z_0=0$$

$$10. a) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3+\cos x},$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^4+1} dx.$$

Варіант 11.

$$1. z=3+\sqrt{3}i$$

$$2. |z+i|=1, \operatorname{Im}(z-2i)=0, \arg \bar{z}=\frac{\pi}{2}, \operatorname{Re} z=z\sqrt{3}, |z-\sqrt{2}|+|z+\sqrt{2}|=3, \left| \frac{z-i}{z+2i} \right|=1,$$

$$z=3+\sqrt{3}i+2e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi, \left(\frac{z-2i}{1-i} \right)=t, t \in R, |z+i| \leq 2, 1 < \operatorname{Im}(z-2i) < 3,$$

$$-\frac{\pi}{4} < \arg(z-i) < 0, |z-2i|-|z+2i| < 4, \left| \frac{z-4i}{z+4i} \right| \geq 1, |z+2| > |z-4i|.$$

$$3. w(z)=\sin(5+i); w(z)=ch(1-i); w(z)=Ln(2-2i).$$

$$4. e^z=-1.$$

$$5. w=\bar{z} \operatorname{Re} z.$$

$$6. u = e^{-1-y} \cos x, \quad v = e^{-1-y} \sin x, \quad z_0 = \pi - i.$$

$$7. v = 2(ch^x \sin y - xy), \quad w(0) = 0.$$

$$8. \int_1^i \frac{1+tgz}{\cos^2 z} dz; \text{ по відрітку } [1, i].$$

$$\int_L \frac{dz}{(z+2)(z+4)}, \quad L: \begin{matrix} a) \{z: |z|=3\} \\ \delta) \{z: |z|=5\} \\ e) \left\{z: |z|=\frac{1}{2}\right\} \end{matrix}$$

$$\int_L \frac{tgz}{ze^{\frac{1}{z+2}}} dz, \quad L: \{z: |z|=1\}.$$

$$9. a) \frac{z}{z^2 - 2z - 3}, \quad z \\ \delta) \frac{1}{(z-2)(z-3)}, \quad 2 < |z| < 3;$$

$$10. a) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 + \sin x}, \\ \delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x(x^2 + 1)} dx.$$

Варіант 12.

$$1. z = -1 - i$$

$$2. |z-2|=3, \quad \operatorname{Im}(z-4i)=0, \quad \arg 2z = \frac{\pi}{6}, \quad \operatorname{Re}(z-i)=1, \quad |z-5i|+|z+5i|=2, \quad \left| \frac{z-2}{z+i} \right| = 1,$$

$$z = -1 - i + e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \left(\frac{z-i}{\sqrt{3}+i} \right) = t, \quad t \in \mathbb{R}, \quad |z-2| \leq 3, \quad 0 \leq \operatorname{Im}(z-2i) \leq 4,$$

$$\frac{\pi}{6} < \arg(z+2i) < \frac{\pi}{2}, \quad |z+2i|+|z-2i| \geq 3, \quad \left| \frac{z-\sqrt{2}i}{z+\sqrt{2}i} \right| \leq 1, \quad |z-1| < |z+i|.$$

$$3. w(z) = e^{-2+\frac{\pi}{3}i}; \quad w(z) = ch(1+2i); \quad w(z) = Ln(-4).$$

$$4. e^z + 1 = 0.$$

$$5. w = x^2 + y^2 - 2zyi.$$

$$6. u = e^y \cos x, \quad v = e^{-y} \sin x, \quad z_0 = \frac{\pi}{2} + i.$$

$$7. u = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad f(\pi) = \frac{1}{\pi}.$$

$$8. \int_c \operatorname{Re}(\sin z) \cos z dz, \quad c: |\operatorname{Im} z| \leq 1, \quad \operatorname{Re} z = \frac{\pi}{4}.$$

$$\int_L \frac{\cos 3z}{z(z^2 + 2)} dz, \quad L: \begin{cases} a) \{z: |z| = 3\} \\ \delta) \{z: |z| = 1\} \\ \epsilon) \left\{z: |z| = \frac{1}{2}\right\} \end{cases}$$

$$\int_L \frac{\cos z}{(z-1)^5} dz, \quad L: \{z: |z| = 2\}.$$

$$9. a) \frac{1}{3-2z}, \quad z-3 \\ \delta) \frac{1}{z^2+z}, \quad |z| > 1;$$

$$10. a) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{4 - \cos x}, \\ \delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Вариант 13.

$$1. z = 2 + \frac{2}{\sqrt{3}}i$$

$$2. |z - 3i| = 2, \quad \operatorname{Im}(\bar{z} + 2i) = 0, \quad \arg(z + 1) = \frac{\pi}{3}, \quad \operatorname{Re}(z + 2) = 3, \quad |z - 1| + |z + 1| = 4, \quad \left| \frac{z - i}{z + 2i} \right| = 1,$$

$$z = 2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) i + 3e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \left(\frac{z-1}{z+2i} \right) = t, \quad t \in \mathbb{R}, \quad |z - 3i| \geq 1.5, \quad \operatorname{Im}(\bar{z} + 2i) > 2,$$

$$\arg(z + i) = \frac{\pi}{6}, \quad \operatorname{Re}(z - i) = 2, \quad |z - 1| - |z + 1| \geq 2, \quad \left| \frac{z - 3i}{z + 3i} \right| \geq 1.$$

$$3. w(z) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + i \operatorname{Ln} 2\right); \quad w(z) = e^e; \quad w(z) = \operatorname{Ln}(1 + i).$$

$$4. \cos z = 2.$$

$$5. w = (x^3 - 3xy) + i(3x^2 - y^3).$$

$$6. u = x^3 - 3xy^2, \quad v = 3x^2y - y^3, \quad z_0 = 1 + i.$$

$$7. v = 3x^2 - y^3 + 2xy.$$

$$8. \int_c z \operatorname{Im} z^2 dz; \quad c: |\operatorname{Im} z| \leq 1, \quad \operatorname{Re} z = 1$$

$$a) \{z: |z| = 2\} \\ \int_L \frac{shz}{(z-1)(z+i)} dz, \quad L: \begin{cases} \delta) \left\{z: |z| = \frac{1}{2}\right\} \\ \epsilon) \{z: |z-1| = 1\} \end{cases}$$

$$\int_L \frac{e^z}{(z+2)^6} dz, \quad L: \{z: |z| = 5\}.$$

$$9. a) \frac{1}{(1+2z)}, \quad z-1$$

$$б) \frac{1}{(1+z^2)(z+2)}, \quad 1 < |z| < 4$$

$$10. a) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 - \sin x};$$

$$б) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}.$$

Варіант 14.

$$1. z = -1 + i$$

$$2. |z - 2 + 3i| = 1, \quad \operatorname{Im} z = 3, \quad \arg(z - i) = \frac{\pi}{6}, \quad \operatorname{Re}(z + i) = 2, \quad |z - 1| + |z + 1| = 5, \quad \left| \frac{z - \sqrt{5}i}{z + \sqrt{5}i} \right| = 1,$$

$$z = -1 + i + 3e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad \frac{z + 2i}{3} = t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad |z - i| \geq 4, \quad \operatorname{Im} \frac{z - i}{z + i} = 0,$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \arg(z + i) < \frac{\pi}{3}, \quad 0 < |z - 3 + 4i| \leq 2, \quad |z + 2| < |z - 2|, \quad \left| \frac{z - 4}{z - 2} \right| \geq 1.$$

$$3. w(z) = \sin i; \quad w(z) = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^{1-i}; \quad w(z) = \operatorname{Ln}(1-i).$$

$$4. \sin z = 2.$$

$$5. w = \sin x \operatorname{chy} + i \cos x \operatorname{shy}.$$

$$6. u = \sin x \operatorname{chy}, \quad v = \cos x \operatorname{shy}, \quad z_0 = 1 + i.$$

$$7. u = \frac{x}{(x^2 + y^2)} - 2y.$$

$$8. \int_C \operatorname{tg} z dz; \quad C: \text{дуга параболы } y = x^2, \text{ від } z_1 = 0 \text{ до } z_2 = 1 + i$$

$$\int_L \frac{e^z}{z(z-i)} dz, \quad L: \begin{cases} a) \{z: |z| = 2\} \\ б) \{z: |z-1| = 1\} \\ в) \left\{z: |z-i| = \frac{1}{2}\right\} \end{cases}$$

$$\int_L \frac{\sin 3z}{(z+2)^4} dz, \quad L: \{z: |z| = 4\}.$$

$$9. a) e^z, \quad \frac{z-1}{2}$$

$$б) \frac{2z+3}{z^2+3z+2}, \quad 1 < |z| < 2$$

$$10. a) \int_0^{\pi} \operatorname{ctg} x dx;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)}.$$

Вариант 15.

1. $z = -1 - i$

2. $|z+2|=1$, $\operatorname{Im}(z-\sqrt{2}i)=0$, $\arg(z+i)=\frac{\pi}{3}$, $\operatorname{Re}(z+i)=4$, $|z+1|+|z-1|=3$, $|z-1|=4$,

$z=i+2e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$, $z-1=te^{\frac{i\pi}{6}}$, $t \in R$, $|z-3-4i| \leq 5$, $0 < \operatorname{Im}(z+2i) < 4$,

$|z-2i|-|z+2i| < 5$, $|z-i| \leq |z+2|$, $\left| \frac{z-\sqrt{3}i}{z+\sqrt{3}i} \right| > 1$.

3. $w(z) = \sin\left(\frac{\pi}{6} + i\right)$; $w(z) = 1^i$; $w(z) = \operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$.

4. $e^z - i = 0$.

5. $w = z^2 + y^2 + 2xyi$.

6. $w = z^3$, $z_0 = 1 + i$.

7. $v = 2(\operatorname{sh} x \sin y + xy)$.

8. $\int_c e^{|z|^2} \operatorname{Re} z dz$; $c: [0, 1+i]$,

a) $\{z: |z|=1\}$
 $\int_L \frac{dz}{z(5-z)} dz$, $L: \delta) \{z: |z-5|=1\}$
 б) $\{z: |z|=6\}$

$\int_L \frac{\sin 2z}{(z-1)^4} dz$, $L: \{z: |z|=2\}$.

9. a) $\cos z$, $z - \frac{\pi}{4}$

б) $\frac{z^2 - z + 3}{z^2 - 3z + 2}$, $|z| < 1$.

10. a) $\int_c \frac{dz}{(z^2-1)(z-2)}$, $c: |z|=3$;

б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^3+1}$.

Вариант 16.

1. $z = \sqrt{3} - i$

2. $|z-3-4i|=4$, $\operatorname{Im}(z+\sqrt{3}-i)=0$, $\arg(z-2)=\frac{\pi}{6}$, $\operatorname{Re}(z-2)=2$, $|z+1|-|z-1|=1.5$,

$\operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z = 3$, $z = 2 + i + 3e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$, $z+i=te^{\frac{i\pi}{2}}$, $t \in R$, $|z-\sqrt{3}+i| \leq 2$,

$0 < \operatorname{Im}(z+\sqrt{3}i) \leq 2$, $-\frac{\pi}{4} < \arg(z-\sqrt{3}+i) < \frac{\pi}{4}$, $|z-i|-|z+i| \geq 4$, $\left| \frac{z-\sqrt{8}i}{z+\sqrt{8}i} \right| \leq 1$, $|z| > 1 - \operatorname{Re} z$.

$$3. w(z) = (1 + i\sqrt{3})^{10}; w(z) = 2^i; w(z) = \sin i.$$

$$4. \cos z = chz.$$

$$5. w = z^3.$$

$$6. w = \frac{1}{z}, z_0 = 3i.$$

$$7. u = 2^x \cos(y \ln 2), w(0) = 2.$$

$$8. \int_c \frac{dz}{\sqrt{z}}; c: |z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0, (\sqrt{1} = 1).$$

$$a) \{z: |z| = 2\}$$

$$\int_L \frac{shz}{z(1-z)} dz, L: \delta) \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\vartheta) \left\{ z: |z-1| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{\cos z}{(z-i)^3} dz, L: \{z: |z| = 2\}.$$

$$9. a) \frac{1}{z^2 + 4z + 7}, z + 2$$

$$\delta) \frac{z}{z^2 - 1}, 1 < |z+2| < 3.$$

$$10. a) \int_c \frac{(z+1)dz}{(z-1)(z-2)(z-3)}, c: |z| = 2;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos 2x}{x^2 + 8} dx.$$

Варіант 17.

$$1. z = 1 - i\sqrt{3}$$

$$2. |z - 1 + i\sqrt{3}| = 1, \operatorname{Im} \frac{z-2}{z+2} = 0, \arg(z-i) = \frac{\pi}{8}, \operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) = \frac{1}{2}, |z-i| + |z+i| = 10, |z-1| = 9,$$

$$z = 3 - i - 4e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi, \left(\frac{z-5i}{3-3i} \right) = t, t \in R, |z-2+i| \geq 2, 0 < \operatorname{Im}(z - \sqrt{3}i) \leq 1,$$

$$-\frac{\pi}{3} < \arg(z+5i) < \frac{\pi}{3}, |z-2i| + |z+2i| < 3, \left| \frac{z-\sqrt{3}i}{z+\sqrt{3}i} \right| \geq 1, \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z \geq 2.$$

$$3. w(z) = (\sqrt{3} - i)^6; w(z) = \operatorname{Ln}(-i);$$

$$w(z) = \cos(1+i).$$

$$4. \sin z = -sh z.$$

$$5. w = (x^2 + 2x - y)^3 + i(2xy + 2y).$$

$$6. w = \frac{z+i}{z-i}, z_0 = 2i.$$

$$7. v = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y, w(1) = 0$$

$$8. \int_c \frac{dz}{\sqrt[5]{z^3}}; \quad c: |z|=1, \operatorname{Im} z > 0, (\sqrt[5]{1}=1).$$

$$a) \{z: |z|=2\}$$

$$\int_L \frac{\cos e^{iz}}{z(z+1)} dz, \quad L: \delta) \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\epsilon) \left\{ z: |z-1| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{z^6}{\left(z - \frac{1}{2}\right)^5} dz, \quad L: \{z: |z|=1\}.$$

$$9. a) \sqrt{z}, \quad z-4$$

$$\delta) \frac{1}{z^2 + 2z - 8}, \quad 1 < |z+2| < 4$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{z(z-2)(z+4)}, \quad c: |z|=3;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{x^3 - 1} dx.$$

Варіант 18.

$$1. z = \sqrt{6} + \sqrt{2}i$$

$$2. |z-3-2i|=2, \operatorname{Re} \frac{z-4}{z+4} = 0, \operatorname{Im} z = 3 - \operatorname{Re} z, \arg(z+i) = \frac{\pi}{4}, |z+3i| - |z-3i| = 4, |z-1| = 16,$$

$$z = \sqrt{6} + 3\sqrt{2}i + 3e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \left(\frac{z-2+i}{2-i} \right) = t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad 0 < |z-2i| \leq 3, \quad 0 < \operatorname{Im}(z+2-i) < 4,$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \arg(z-2i) < \frac{\pi}{2}, \quad |z-i| + |z+i| \leq 7, \quad \left| \frac{z-8i}{z+8i} \right| < 1,$$

$$\operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z \geq 1.$$

$$3. w(z) = (1-i\sqrt{3})^6; \quad w(z) = \sin(1+i);$$

$$w(z) = \left(1 + \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^4.$$

$$4. \cos z = i \operatorname{sh} z.$$

$$5. w = x^2.$$

$$6. w = e^{z^2}, \quad z_0 = -1 - i \frac{\pi}{2}.$$

$$7. v = x^3 - 3xy^2.$$

$$8. \int_0^{2+i} R(z) dz; \quad \text{по відрітку } z = (2+i)t, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

$$a) \{z : |z| = 2\}$$

$$\int_L \frac{\sin e^{iz}}{z(z+1)} dz, \quad L: \delta) \left\{ z : |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\epsilon) \left\{ z : |z-1| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{e^z dz}{z^3(z^2-16)}, \quad L: \{z : |z| = 2\}.$$

$$9. a) \cos^2 z, \quad z - \frac{\pi}{4}$$

$$\delta) \frac{z+2}{z^2-4z+3}, \quad |z| > 2$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{z(z-1)(z-5)}, \quad c: |z| = 4;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos 3x}{x^3+1} dx.$$

Варіант 19.

$$1. z = \sqrt{6} - 3\sqrt{2}i$$

$$2. |z - 3\sqrt{2}i| = 1, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{3}, \quad \operatorname{Im}\frac{z-3}{z+3} = 0, \quad \arg(z+2i) = \frac{\pi}{4}, \quad |z-i| + |z+i| = 7, \quad |z-1| = 25,$$

$$z = \sqrt{6} - 3\sqrt{2}i + 3e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad z-i = te^{i\frac{\pi}{6}}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad 0 < |z-2i+5| \leq 3, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) \leq \frac{1}{2},$$

$$-\frac{\pi}{2} < \arg(z+i) < \frac{\pi}{2}, \quad |z+3i| - |z-3i| \leq 4,$$

$$\left| \frac{z-10i}{z+10i} \right| \geq 1, \quad \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z \geq 3.$$

$$3. w(z) = \sqrt[6]{-1}; \quad w(z) = \operatorname{Ln}(2-2i); \quad w(z) = 2^{1-i}.$$

$$4. \bar{z} = z^3.$$

$$5. w = e^z.$$

$$6. w = z^2, \quad z_0 = \sqrt{3} - i.$$

$$7. v = \sin x \quad \text{shy}.$$

$$8. \delta) \int_0^{2+i} \operatorname{Re}(z) dz, \quad \text{по відрізкам } [0,2] \cup [2,2+i].$$

$$a) \{z : |z-1| = 1\}$$

$$\int_L \frac{e^{\pi iz}}{z-1}, \quad L: \delta) \{z : |z| = 1\}$$

$$\epsilon) \left\{ z : |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)}, \quad L: \{z : |z| = 2\}.$$

$$9. a) \frac{1}{z^2}, \quad z+1$$

$$б) \frac{1}{z^2+1}, \quad 0 < |z-i| < 2.$$

$$10. a) \int_c \frac{zdz}{(z-i)(z+3)}, \quad c: |z|=2;$$

$$б) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2-1} dx.$$

Варіант 20.

$$1. z = \sqrt{6} + 3\sqrt{2}i$$

$$2. |z-2+i|=3, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{5}, \quad \operatorname{Im}(z-i)=1, \quad \arg(z-2i) = \frac{\pi}{3}, \quad |z-3i|+|z+3i|=4, \quad |z-1|=8,$$

$$z = 3\sqrt{2}i + 2e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad z-2 = te^{\frac{3\pi}{3}}, \quad t \in R, \quad 0 \leq |z-2+\sqrt{2}i| \leq 3,$$

$$\operatorname{Re}(z-i) > 5, -\frac{\pi}{3} < \arg z < 0, \quad |1+2z| < |1-2z|,$$

$$\left| \frac{z-3}{z-2} \right| \leq 1, \quad \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z \geq 4.$$

$$3. w(z) = \sqrt{1-i}; \quad w(z) = 5^i; \quad w(z) = \sin 2i.$$

$$4. |z| - z = 1 + 2i.$$

$$5. w = |z|.$$

$$6. w = \sin z, \quad z_0 = 1 + i.$$

$$7. u = x^2 - y^2 + 2x, \quad w(i) = 2i - 1.$$

$$8. б) \int_{-1}^1 |z| dz, \quad \text{на відрізку } -1 \leq x \leq 1.$$

$$a) \{z: |z|=3\}$$

$$\int_L \frac{z \sin z}{z-2} dz, \quad L: \delta) \left\{ z: |z-1| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$б) \{z: |z|=1\}$$

$$\int_L \frac{e^z dz}{z^2(z-1)}, \quad L: \left\{ z: |z| = \frac{1}{2} \right\}.$$

$$9. a) \sqrt[3]{8+z}, \quad z$$

$$б) \frac{1}{z^2+z}, \quad 0 < |z| < 1.$$

$$10. a) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \frac{3}{5} \cos x};$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos 3x}{x^2 - 1} dx.$$

Варіант 21.

1. $z = 3 - i$

2. $|z - 3i| = 4$, $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{5}$, $\operatorname{Im}\left(\frac{z-8}{z+8}\right) = 0$, $\arg(z - 2i) = \frac{\pi}{3}$, $|z - 2i| + |z + 2i| = 5$, $|z - 1| = 8$,

$z = 2 - i + 2e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$, $z - 3i = te^{i\frac{\pi}{4}}$, $t \in R$, $0 \leq |z - 2 + i| \leq 3$, $\operatorname{Re}(z - i) > 3$,

$-\frac{\pi}{3} \leq \arg(z + i) \leq \frac{\pi}{3}$, $0 \leq \operatorname{Im}(z - 2) \leq 3$,

$|z - i| \geq |z + 2|$, $\operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z \geq 5$.

3. $w(z) = \sqrt[6]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$; $w(z) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + i \ln 2\right)$;

$w(z) = e^{3+i\frac{\pi}{2}}$.

4. $\operatorname{sh} iz = i$.

5. $w = z \operatorname{Re} z$.

6. $w = z^3$, $z_0 = 2 - i$

7. $v = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$, $x > 0$, $w(1) = 0$.

8. $\int_{-1}^1 |z| dz$; по $|z| = 1$, $\operatorname{Im} z > 0$.

a) $\left\{z : |z| = \frac{1}{2}\right\}$

$\int_L \frac{z \cos z}{z-1} dz$, $L: \delta) \{z : |z-1| = 1\}$

e) $\{z : |z-2| = 1\}$

$\int_L \frac{chz}{(z-i)^{10}} dz$, $L: \{z : |z| = 2\}$.

9. a) $\sin z$, $\frac{z-\pi}{6}$

b) $\frac{1}{3z-2}$, $z_0 = \infty$

10. a) $\int_c \frac{dz}{1+z^2}$, $c: |z-i| = 1$;

b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2 - 5x + 6} dx$.

Варіант 22.

1. $z = \sqrt{3} + i$

$$2. |z - \sqrt{3} - i| = 2, \operatorname{Im}(z^2 - 2) = 0, \operatorname{Re}\left(\frac{z-3}{z+3}\right) = 0, \arg(z-1+i) = \frac{\pi}{3},$$

$$|z-3i| - |z+3i| = 3, |z-1| = 3, z = \sqrt{3} + i + 2e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi, z-1+i = te^{i\frac{\pi}{2}}, t \in \mathbb{R},$$

$$-1 \leq |z-2+i| \leq 2, \operatorname{Re}(z+2-i) > -1,$$

$$-\frac{\pi}{6} \leq \arg(z-i) \leq \frac{\pi}{6}, -1 \leq \operatorname{Im}(z+i) \leq 1,$$

$$\left| \frac{z-i}{z-2} \right| \geq 1, \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z \leq 3.$$

$$3. w(z) = \sqrt[4]{-1+i\sqrt{3}}; w(z) = e^i; w(z) = i^{-1+i}.$$

$$4. \sin z = 2.$$

$$5. w = \bar{z} \operatorname{Im} z.$$

$$6. w = e^z, z_0 = \ln 2 + i\frac{\pi}{4}$$

$$7. u = 2 \sin x \operatorname{ch} y - x.$$

$$8. \int_{-1}^1 |z| dz; \text{по } |z|=1, \operatorname{Im} z < 0.$$

$$a) \{z : |z| = 2\pi\}$$

$$\int_L \frac{\cos z}{\pi - z} dz, L: \partial \{z : |z| = \pi\}$$

$$b) \left\{ z : |z-2| = \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{\sin z}{z^3} dz, L: \{z : |z| = 1\}.$$

$$9. a) \ln(3-z), z$$

$$b) \frac{z \sin 1}{z-1}, z_0 = 1$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{1+z^2}, c: |z+i|=1;$$

$$b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^3+1} dx.$$

Вариант 23.

$$1. z = \sqrt{3} - i$$

$$2. |z-1-i| = 3, \operatorname{Im}\left(\frac{z-7}{z+7}\right) = 0, \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{5}, \arg(z-3i) = \frac{\pi}{4}, |z-2i| + |z+2i| = 7, |z-1| = 12,$$

$$z = \sqrt{3} - i + 4e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi, z-1 = te^{i\frac{\pi}{5}}, t \in \mathbb{R}, 0 < |z-2+\sqrt{3}i| \leq 2, 0 < \operatorname{Re} z < 5,$$

$$0 \leq \operatorname{Im} z \leq 3, 0 < \arg\left(\frac{i-z}{i+z}\right) < \frac{\pi}{4},$$

$$\left| \frac{z-i}{z-2} \right| \geq 1, \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z \leq 5.$$

$$3. w(z) = \frac{(1+i)^4}{(1-i)^3}; w(z) = (3-4i)^{1-i}; w(z) = \operatorname{Ln}(1+i).$$

$$4. shz = i.$$

$$5. w = |z| \operatorname{Im} z.$$

$$6. w = \sin z, z_0 = 0$$

$$7. v = 2x^2 - 2y^2 + x.$$

$$8. \int_{AB} z^2 dz; \quad AB: [1; i].$$

$$a) \left\{ z : |z| = \frac{\pi}{4} \right\}$$

$$\int_L \frac{\sin z}{\frac{\pi}{2} - z} dz, \quad L: \delta) \left\{ z : |z| = 2\pi \right\}$$

$$e) \left\{ z : |z - \pi| = \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{e^{\pi z}}{(z^2 + 1)^2} dz, \quad L: \{z : |z| = 2\}.$$

$$9. a) \frac{1}{2+5z}, \quad z-1$$

$$b) \frac{1}{(z-3)^3}, \quad z_0 = \infty$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{1+z^2}, \quad c: |z| = 2;$$

$$b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 - 1} dx.$$

Варіант 24.

$$1. z = \sqrt{3} + i$$

$$2. |z + \sqrt{3} - i| = 2, \operatorname{Im}(z^2 - i) = 0, \operatorname{Re}\left(\frac{z-7}{z+7}\right) = 0, \arg z = \frac{\pi}{6}, |z-4i| + |z+4i| = 2, \operatorname{Re} z^2 = 3,$$

$$z = 2 - i + 4e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad z-1 = te^{\frac{i\pi}{6}}, \quad t \in \mathbb{R}. \quad 0 \leq |z+i| \leq 4, \quad 0 < \operatorname{Re} z < \sqrt{3}, 1 \leq \operatorname{Im}(z-i) \leq 2,$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \arg\left(\frac{i-z}{z+i}\right) < \frac{\pi}{4}, \quad \left|\frac{z-i}{z}\right| \leq 1, \quad \operatorname{Im} z - \operatorname{Re} z \geq 4.$$

$$3. w(z) = \operatorname{Ln}(1-i), w(z) = \frac{1-i}{1+i};$$

$$w(z) = ch(1+5i).$$

$$4. chz + shz = i.$$

$$5. w = chz.$$

$$6. w = z^3, \quad z_0 = 1 + i\frac{\pi}{2}$$

$$7. u = \frac{x}{(x^2 + y^2)} - 2xy, \quad w(2) = \frac{1}{2}.$$

$$8. \int_1^i z e^{iz} dz ,$$

$$a) \{z : |z| = 2\}$$

$$\int_L \frac{chz}{(z+1)(z-1)} dz, \quad L: \delta) \left\{ z : |z| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$e) \{z : |z-1| = 1\}$$

$$\int_L \frac{z^3 shz}{(1-z)^4} dz, \quad L: \{z : |z| = 2\}.$$

$$9. a) \frac{z}{z^2 - 5z + 6}, \quad z$$

$$\delta) \ln \frac{z-a}{z-b}, \quad z_0 = \infty$$

$$10. a) \int_0^\pi \frac{dx}{3 - \sin x};$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \sin 3x}{x^3 + 1} dx.$$

Варіант 25.

$$1. z = -\sqrt{3} - i$$

$$2. |z + \sqrt{3} - i| = 2, \quad \operatorname{Im}(z - i) = 4, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{16}$$

$$\arg \bar{z} = \frac{\pi}{3}, \quad |z - i| + |z + i| = 25, \quad |z - i| = \sqrt{2}, \quad z = 2 - i + 15e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad z - 1 + i = te^{i\frac{\pi}{8}}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

$$-1 \leq |z - 1| \leq 5, \quad 0 \leq \operatorname{Re} \bar{z} \leq 2, \quad 3 \leq \operatorname{Im}(z + 2 - i) < 3, \quad 2\pi \leq \arg\left(\frac{i - z}{z + i}\right) < \frac{3\pi}{2},$$

$$\frac{i - z}{z + 1} \leq 1, \quad \operatorname{Im} z \geq \operatorname{Re} z - 2.$$

$$3. w(z) = \sin\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right), \quad w(z) = \operatorname{Ln}(-i);$$

$$w(z) = e^i.$$

$$4. chz - shz = -i.$$

$$5. w = \cos 2z - i.$$

$$6. w = z^2, \quad z_0 = 1 + i$$

$$7. v = 2(2shx \sin y + xy), \quad w(0) = 3.$$

$$8. \int_c \operatorname{Im} z dz, \quad c: \text{ відрізок } [0, 2 + i]$$

$$a) \{z : |z| = 1\}$$

$$\int_L \frac{dz}{z \left(z + \frac{1}{2} \right)}, \quad L : \delta) \left\{ z : |z| = \frac{1}{4} \right\}$$

$$\epsilon) \left\{ z : \left| z - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{3} \right\}$$

$$\int_L \frac{e^z}{(z-i)^{50}} dz, \quad L : \{z : |z-i| = 1\}.$$

$$9. a) \sqrt[3]{27-z}, \quad z$$

$$\delta) \frac{1}{(z-2)(z-3)}, \quad |z| > 3.$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{z^2 + z - 2}, \quad c : |z| = \frac{3}{2};$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2 - 6x + 8} dx.$$

Варіант 26.

$$1. z = 3 - \sqrt{3}i$$

$$2. |z - 2i + 1| = 2, \quad \operatorname{Im}(z - 3i) = 2, \quad \operatorname{Re}((z-4)(z+4)) = 0, \quad \arg(z-i) = \frac{\pi}{12}, \quad |z+2i| - |z-2i| = 9,$$

$$|z-i| = \sqrt{5}, \quad z = 3 - \sqrt{3}i + 9e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad z - 3i = te^{i\frac{\pi}{4}}, \quad t \in \mathbb{R}. \quad 0 \leq |z-2i| \leq 3, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) \geq 0,$$

$$-1 < \operatorname{Im}(z-1) < 3, \quad \frac{\pi}{6} < \arg\left(\frac{i-z}{z+i}\right) < \frac{\pi}{3}, \quad \left|\frac{z-i}{z+1}\right| \leq 1, \quad \operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z - 5.$$

$$3. w(z) = \operatorname{Ln}(-5), \quad w(z) = \operatorname{Ln}(-1)^{\sqrt{2}};$$

$$w(z) = \frac{1}{1-i}.$$

$$4. shz = 2i.$$

$$5. w = e^{1+y} \cos x - ie^{1+y} \sin x.$$

$$6. w = \frac{1}{z}, \quad z_0 = i$$

$$7. u = 3x^2 - y^2 + 2xy.$$

$$8. \int_c \operatorname{Im} z dz, \quad c : \text{відрізки } [0, i] \cup [i, 2+i]$$

$$a) \{z : |z| = R\} \setminus \{a\}$$

$$\int_L \frac{z^2}{z-a} dz, \quad L : \delta) \{z : |z| = R\} \setminus \{a\}$$

$$\epsilon) \{z : |z| = 2a\}$$

$$\int_L \frac{z^5}{(z-i)^4} dz, \quad L : \{z : |z| = 1\}.$$

$$9. a) \frac{1}{6-7z}, \quad z-6$$

$$\delta) \frac{1}{z^2 - z}, \quad 0 < |z| < 1.$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z+1)(z+2)}, \quad c: |z| = 3;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos 4x}{x^3 - 1} dx.$$

Варіант 27.

$$1. z = \sqrt{3} - 3i$$

$$2. |z - 2i| = 3i, \quad \operatorname{Im}(z + 2i) = 3, \quad \operatorname{Re}((z - 10)(z + 10)) = 0, \quad \arg(\bar{z} - 2i) = \frac{\pi}{6}, \quad |z - 3i| + |z + 3i| = 16,$$

$$\operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z = 25, \quad z = 25e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad z - 1 = te^{i\frac{\pi}{4}}, \quad t \in \mathbb{R}. \quad 0 \leq |z - 2 + i| < 3, \quad \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) \geq \frac{1}{2},$$

$$0 \leq \operatorname{Im}(z - 1 + 3i) < 2, \quad \frac{\pi}{6} < \arg(z + 2i) < \frac{\pi}{3}, \quad \left| \frac{z - \sqrt{9}}{z + \sqrt{9}} \right| \geq 1, \quad \operatorname{Re} z \leq \operatorname{Im} z - 8.$$

$$3. w(z) = \sin(1 - i), \quad w(z) = 3^{\sqrt{3} - i};$$

$$w(z) = \operatorname{ch}(3 - 4i).$$

$$4. \cos z = i.$$

$$5. w = e^{1-2x} \cos 2y - ie^{1-2x} \sin 2y.$$

$$6. w = \cos z, \quad z_0 = 1 + i$$

$$7. v = e^x (y \cos y + x \sin y) + x + y.$$

$$8. \int_c e^z dz, \quad c: \text{відрізок } [0, \pi - i\pi] \text{ прямої } y = -x.$$

$$a) \{z: |z| = 1\}$$

$$\int_L \frac{z+1}{(z-1)(z-2)(z-3)} dz, \quad L: \delta) \{z: |z| = 2\}$$

$$e) \{z: |z| = 3\}$$

$$\int_L \frac{shz}{z^{10}} dz, \quad L: \{z: |z| = 1\}.$$

$$9. a) \frac{1}{5z+1}, \quad z+2$$

$$\delta) \frac{1}{(z+1)(z+2)}, \quad |z| > 4.$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z-1)(z+3)}, \quad c: |z| = 2;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^3 - x - 2} dx.$$

Варіант 28.

$$1. z = \sqrt{3} + 3i$$

$$2. |z - 2i| = 4, \operatorname{Im}(z + 2 - 4i) = 2, \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{16}, \arg(z - 2) = \frac{\pi}{4}, |z - 4i| + |z + 4i| = 7, \frac{z - 2i}{3 - 2i} = t,$$

$$t \in \mathbb{R}. \operatorname{Re} z - 16 = \operatorname{Im} z, z - i = te^{i\frac{\pi}{6}}, t \in \mathbb{R}. 0 \leq z - 1 + 3i \leq 3, \operatorname{Re}\left(\frac{z - 4}{z + 4}\right) \geq 0,$$

$$-2 \leq \operatorname{Im}(z - 3i) \leq 2, -\frac{\pi}{3} \leq \arg(z - 2 + i) \leq \frac{\pi}{3}, \left|\frac{z - \sqrt{3}i}{z + \sqrt{3}i}\right| \leq 1, \operatorname{Re} z^4 > \operatorname{Im} z^4.$$

$$3. w(z) = 2^i, w(z) = ch(2 + 2i);$$

$$w(z) = \frac{1}{3 + i}.$$

$$4. e^z = 3^i.$$

$$5. w = \frac{1}{z}.$$

$$6. w = z^2, z_0 = 2 - i$$

$$7. u = e^y \cos x.$$

$$8. \int_{1-i}^{2+i} (3z^2 + 2z) dz.$$

$$\int_L \frac{dz}{(z-1)(z^2+9)}, \quad L: \begin{matrix} a) \{z: |z|=2\} \\ \delta) \{z: |z-3|=1\} \end{matrix}$$

$$\int_L \frac{e^{2z}}{(z-2)^3} dz, \quad L: \{z: |z|=3\}.$$

$$9. a) \sin^2 z, \quad z - \frac{\pi}{6}$$

$$\delta) \cos \frac{z^2 - 4z}{z - 2}, \quad z_0 = 2.$$

$$10. a) \int_c \frac{dz}{(z-i)(z+2)}, \quad c: |z|=3;$$

$$\delta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^3 + x - 2} dx.$$

Варіант 29.

$$1. z = -\sqrt{3} - 3i$$

$$2. |z - \sqrt{3} + 2i| = 2, \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = 4, \operatorname{Im}\left(\frac{z-4}{z+4}\right) = 0, \arg\left(\frac{1-z}{z+i}\right) = \frac{\pi}{2}, |z-i| + |z+i| = 16, |z-1| = 25,$$

$$z = 2 + 3i + 16e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi, z - 2i = te^{i\frac{\pi}{8}}, t \in \mathbb{R}. 0 \leq |z - i + 2| \leq 3, \operatorname{Re}\left(\frac{z-10}{z+10}\right) \leq 0,$$

$$0 \leq \operatorname{Im}(z - 2i) \leq 3, 0 < \arg(z - 2i) < \frac{\pi}{3}, \left|\frac{z - \sqrt{6}i}{z + \sqrt{6}i}\right| \leq 1, |z| \leq 1 - \operatorname{Re} z.$$

$$3. w(z) = i^i, w(z) = \sqrt[3]{e-i}; w(z) = Ln 5.$$

$$a) \{z : |z| = 2\}$$

$$\int_L \frac{\sin z}{z^2 - z} dz, \quad L : \{z : |z| = 1\}$$

$$6) \left\{ z : |z - 1| = \frac{1}{2} \right\}$$

$$\int_L \frac{z \sin z}{(z - 1)^3} dz, \quad L : \{z : |z| = 2\}.$$

$$9. a) \frac{1}{2 + z^2}, \quad z$$

$$6) \ln \frac{z}{z - 1}, \quad z_0 = \infty.$$

$$10. a) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x dx;$$

$$6) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 5x}{x^2 - 1} dx.$$