

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

Конспект лекцій
з дисципліни «Економіко-математичне моделювання»
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальністю 075 «Маркетинг»

д.т.н., проф. Терейковська Л.О.

Київ 2025

Змістовний модуль 1. Методи математичного програмування та моделювання економічних процесів

Лекція 1. Основні поняття та визначення в області економіко-математичного моделювання

Питання лекції. Основні дефініції математичного моделювання. Теоретичні основи математичного моделювання та класифікація моделей. Принципи та етапи побудови економіко-математичних моделей. Сучасні підходи до аналізу та обробки економічної інформації.

Основні дефініції математичного моделювання.

Математичне моделювання - це процес побудови формалізованого опису реальних явищ, процесів або систем за допомогою математичної символіки та структур. У маркетингу математичні моделі дозволяють описати поведінку споживачів, динаміку продажів, ефективність реклами та інші важливі аспекти.

Модель - це спрощене відображення реальної системи, яке дозволяє досліджувати її властивості без безпосереднього втручання в саму систему.

Економіко-математична модель - це математичне відображення економічного процесу або явища з урахуванням кількісних взаємозв'язків між його елементами.

Теоретичні основи математичного моделювання та класифікація моделей.

Математичне моделювання базується на теорії систем, загальних принципах формалізації, теорії оптимізації, теорії ймовірностей, статистиці та економічній теорії.

Класифікація моделей:

за рівнем визначеності:

- Детерміністичні (усі параметри точно відомі)
- Стохастичні (параметри описуються ймовірностями)

за типом залежностей:

- Лінійні (залежності між змінними описуються лінійними рівняннями)
- Нелінійні

за функціональним призначенням:

- Описові моделі (описують структуру явища)
- Прогнозні моделі (призначені для передбачення майбутніх змін)
- Оптимізаційні моделі (вибір найкращого рішення за певними критеріями)

за формою представлення:

- Аналітичні.
- Імітаційні
- Алгоритмічні (обчислювальні).

Принципи та етапи побудови економіко-математичних моделей

Принципи:

- Адекватність - модель повинна точно відображати найсуттєвіші характеристики об'єкта.
- Спрощення - включаються лише ключові змінні.
- Можливість кількісного вимірювання - усі змінні мають бути доступні для оцінки.

- Цілеспрямованість — модель будується з певною практичною метою.

Етапи побудови моделі:

1. Формулювання задачі
2. Вибір ключових факторів
3. Формалізація (створення математичних залежностей)
4. Калібрування моделі (визначення параметрів за даними)
5. Розв'язання моделі
6. Аналіз результатів і перевірка адекватності
7. Інтерпретація та використання результатів для ухвалення рішень

Сучасні підходи до аналізу та обробки економічної інформації

У сучасному маркетингу математичні моделі використовують разом із цифровими технологіями для глибокої аналітики. Основні підходи:

- Економетричне моделювання - побудова регресійних моделей для аналізу залежностей між маркетинговими змінними.
- Аналіз часових рядів - прогнозування динаміки продажів, попиту.
- Оптимізаційні моделі - розподіл бюджету, управління запасами, логістика.
- Імітаційне моделювання - моделювання складних ринкових систем.
- Data mining та машинне навчання - виявлення прихованих закономірностей у великих обсягах даних (кластеризація клієнтів, сегментація ринку, рекомендаційні системи).
- BI (Business Intelligence) - інтеграція моделей у бізнес-аналітику для підтримки прийняття рішень у реальному часі.

Лекція 2. Моделі задач лінійного програмування та методи їх розв'язування

Питання лекції. Постановка задач лінійного програмування. Графічний та симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування. Метод штучного базису. Розв'язування задач лінійного програмування за допомогою пакетів прикладних програм.

Постановка задач лінійного програмування. Загальна задача лінійного програмування подається у вигляді:

$$\max (\min) Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (1)$$

3a уМОВ:

[illegible]

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (3)$$

Отже, потрібно знайти значення змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$, які задовольняють умови (2) і (3), і цільова функція (1) набуває екстремального (максимального чи мінімального) значення.

Для загальної задачі лінійного програмування використовуються такі поняття. Вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, координати якого задовольняють систему обмежень (2) та умови невід'ємності змінних (3), називається допустимим розв'язком (планом) задачі лінійного програмування.

Допустимий план $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ називається опорним планом задачі лінійного програмування, якщо він задовольняє не менше, ніж m лінійно незалежних обмежень системи (2) у вигляді рівностей, а також обмеження (3) щодо невід'ємності змінних.

Опорний план $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, називається не виродженим, якщо він містить точно m додатних змінних, інакше він вироджений.

Опорний план $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, за якого цільова функція (1) досягає максимального (чи мінімального) значення, називається оптимальним розв'язком (планом) задачі лінійного програмування.

Задачу (1)-(3) можна легко звести до канонічної форми, тобто до такого вигляду, коли в системі обмежень (2) всі b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) невід'ємні, а всі обмеження є рівностями.

Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування

Розглянемо на площині x_1Ox_2 сумісну систему лінійних нерівностей:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2; \\ \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq b_m. \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Кожна нерівність цієї системи геометрично визначає півплощину з граничною прямою. Умови невід’ємності змінних визначають півплощини з граничними прямими $x_1 = 0$ та $x_2 = 0$. Система сумісна, тому півплощини як опуклі множини, перетинаючись, утворюють спільну частину, що є опуклою множиною і являє собою сукупність точок, координати кожної з яких є розв’язком даної системи (рис.1).

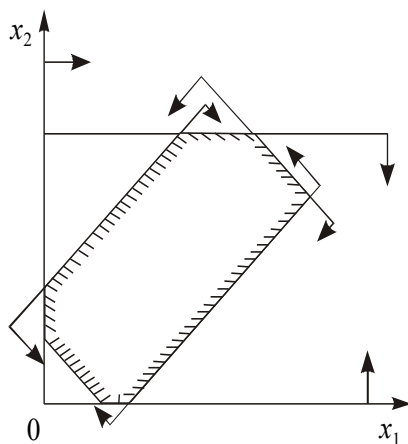


Рисунок 1

Сукупність цих точок (розв'язків) називають багатокутником розв'язків, або областю допустимих планів (розв'язків) задачі лінійного програмування.

Це може бути точка (єдиний розв'язок), відрізок, промінь, багатокутник, необмежена багатокутна область.

Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування.

Для розв'язування двовимірних задач лінійного програмування, тобто задач із двома змінними, а також деяких тривимірних задач застосовують графічний метод, що ґрунтується на геометричній інтерпретації та аналітичних властивостях задач лінійного програмування. Обмежене використання графічного методу зумовлене складністю побудови багатогранника розв'язків у тривимірному просторі (для задач з трьома змінними), а графічне зображення задачі з кількістю змінних більше трьох взагалі неможливе.

Згідно з геометричною інтерпретацією задачі лінійного програмування кожне i -те обмеження-нерівність визначає півплощину з граничною прямою $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i$ ($i = 1, 2, \dots$). Системою обмежень графічно можна зобразити спільну частину, або переріз усіх зазначених півплощин, тобто множину точок, координати яких задовольняють всі обмеження задачі – багатокутник розв'язків. Умова невід'ємності змінних означає, що область допустимих розв'язків задачі належить першому квадранту системи координат двовимірному простору. Цільова функція задачі лінійного програмування геометрично інтерпретується як сім'я паралельних прямих $c_1x_1 + c_2x_2 = \text{const}$.

Лекція 3. Теорія двоїстості та кількісний аналіз оптимізаційних розрахунків

Питання лекції. Двоїстість у задачах лінійного програмування. Основні теореми двоїстості. Двоїстий симплекс-метод. Економіко-математичний аналіз оптимальних розрахунків. Основні дефініції математичного моделювання.

Двоїстість у задачах лінійного програмування.

У лінійному програмуванні двоїстість - це теоретичний підхід, за якого кожній задачі (прямій) ставиться у відповідність інша, так звана двоїста задача, що дозволяє глибше проаналізувати розв'язок.

Пряма задача (ПЗЛП - знайти максимум (або мінімум) цільової функції при заданих обмеженнях.

Двоїста задача - формується з використанням коефіцієнтів і обмежень прямої задачі. Якщо ПЗЛП - на максимум, то двоїста - на мінімум, і навпаки.

Приклад:

Якщо пряма задача:

$$\max c^T x \quad \text{за умов:} \quad Ax \leq b, \quad x \geq 0$$

то двоїста:

$$\min b^T y \quad \text{за умов:} \quad A^T y \geq c, \quad y \geq 0$$

Основні теореми двоїстості

1. Теорема слабкої двоїстості. Для будь-яких допустимих рішень прямої задачі x та двоїстої y завжди виконується:

$$c^T x \leq b^T y$$

Це означає, що значення цільової функції прямої задачі не перевищує значення цільової функції двоїстої задачі.

2. Теорема сильної двоїстості. Якщо пряма задача має оптимальне рішення, то і двоїста також має оптимальне рішення, і значення цільових функцій збігаються:

$$\max c^T x = \min b^T y$$

3. Теорема про доповнювальну нежорсткість. Оптимальні розв'язки x^* і y^* задовольняють умову:

$$y_i^*(A_i x^* - b_i) = 0 \quad \text{для всіх } i$$

Це означає, що або обмеження виконується з рівністю, або відповідний двоїстий коефіцієнт дорівнює нулю.

Двоїстий симплекс-метод. Двоїстий симплекс-метод – це варіант симплекс-методу, який використовується, коли початковий план: допустимий для двоїстої задачі, але не допустимий для прямої.

Цей метод часто застосовують у реальних розрахунках, коли:

- виникає потреба швидко адаптувати модель до нових умов (наприклад, змін цін або обмежень),
- необхідно скоригувати розв'язок без повного перерахунку.

Переваги двоїстого симплекс-методу:

- ефективність при модифікації вже знайдених розв'язків;
- зручність при аналізі чутливості.

Економіко-математичний аналіз оптимальних розрахунків.

Оптимальний розв'язок задачі ЛП надає важливу економічну інформацію:

- Ціна двоїстої змінної (тіньова ціна) показує, як зміниться значення цільової функції при збільшенні відповідного ресурсу на одиницю.
- Аналіз чутливості дозволяє дослідити, як зміна параметрів задачі впливає на оптимальне рішення.
- Інтерпретація обмежень допомагає визначити, які ресурси є вузькими місцями (обмежувальними), а які мають надлишок.

Приклад у маркетингу. Розв'язок задачі оптимального розподілу рекламного бюджету дозволяє не лише знайти найефективніший план витрат, але й оцінити, які канали реклами є найціннішими з точки зору впливу на прибуток.

Лекція 4. Транспортна задача

Питання лекції. Постановка транспортної задачі та її математична модель. Методи побудови початкового опорного плану. Метод потенціалів. Економічні задачі, що зводяться до задач транспортного типу.

Постановка транспортної задачі та її математична модель.

Транспортна задача - це одна з основних задач лінійного програмування, яка моделює процес оптимального розподілу ресурсів (вантажів, товарів тощо) між джерелами постачання і пунктами споживання з мінімальними витратами на перевезення.

Умова задачі:

- Є m постачальників (склади, фабрики) з обсягами поставок $a_1, a_2, \dots, a_m$

- Є n пунктів призначення (магазини, споживачі) з потребами $b_1, b_2, \dots, b_n$

Вартість перевезення одиниці товару від постачальника i до споживача j позначається як c_{ij} .

Потрібно знайти план перевезень x_{ij} , який:

- мінімізує загальні витрати перевезень:

$$\min Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

- задовольняє умови:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (\text{для кожного } i)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (\text{для кожного } j)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (\text{для всіх } i, j)$$

Якщо сума всіх постачань дорівнює сумі всіх потреб ($\sum a_i = \sum b_j$), задача називається **закритою**. Якщо ні — **відкритою**.

Методи побудови початкового опорного плану

Початковий опорний план — це допустиме рішення, яке задовольняє всі обмеження задачі, але не обов'язково є оптимальним.

Найпоширеніші методи побудови:

1. Метод північно-західного кута

- Починаємо з верхнього лівого кута таблиці.
- Розподіляємо максимально можливу кількість товару між поточним постачальником і споживачем.
- Переходимо до наступної клітинки праворуч або вниз.
- Простий, але не гарантує мінімуму витрат.

2. Метод мінімального елемента (найменшої вартості)

- На кожному кроці вибираємо клітинку з мінімальною вартістю c_{ij}
- Розподіляємо максимально можливий обсяг.
- Забезпечує кращі початкові витрати.

3. Метод потенціалів (МОДІ або MODI) - використовується не для початкового плану, а для оптимізації поточного плану (див. питання 3).

Метод потенціалів (MODI Method)

Метод потенціалів - це ефективний алгоритм пошуку оптимального розв'язку транспортної задачі шляхом поліпшення початкового опорного плану.

Суть методу:

1. Обчислюємо потенціали u_i (для рядків) і v_j (для стовпців), з рівнянь:

$$u_i + v_j = c_{ij} \quad \text{для всіх базисних клітинок}$$

Один потенціал задається довільно (зазвичай $u_1=0$).

2. Для небазисних клітинок обчислюємо:

$$\Delta_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$$

3. Якщо всі $\Delta_{ij} \geq 0$, то план оптимальний.

4. Якщо є $\Delta_{ij} < 0$, тоді:

- Будується цикл для зміни базису.
- Робиться перерозподіл вантажів з урахуванням циклу.
- Повторюється обчислення потенціалів.

Метод потенціалів швидкий, наочний і добре реалізується в табличній формі або в програмному забезпеченні.

Економічні задачі, що зводяться до задач транспортного типу

Транспортна задача має широке практичне застосування в маркетингу та логістиці:

- Розподіл продукції зі складів до торгових точок.
- Планування доставки товару за мінімальними логістичними витратами.
- Оптимізація рекламного бюджету між каналами з різною ефективністю (за аналогією до перевезень: ресурс = бюджет, пункт споживання = канал).
- Персоналізація доставки (наприклад, оптимальний розподіл кур'єрів по районах).
- Мережевий маркетинг - оптимізація поставок у багаторівневій дистрибуції.

Лекція 5. Нелінійні оптимізаційні моделі економічних систем

Питання лекції. Постановка задачі нелінійного програмування та її характерні особливості. Основні види задач нелінійного програмування. Прикладне використання методу множників Лагранжа.

Постановка задачі нелінійного програмування та її характерні особливості.

Нелінійне програмування (НЛП) - це розділ математичного програмування, в якому цільова функція і/або обмеження є нелінійними.

Загальний вигляд задачі:

Знайти вектор змінних

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \text{ який:}$$

- мінімізує або максимізує цільову функцію:

$$f(x) \rightarrow \min / \max$$

- при обмеженнях:

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{нелінійні нерівності})$$

$$h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, k \quad (\text{нелінійні рівності})$$

Характерні особливості НЛП:

Наявність екстремумів локального характеру - у порівнянні з лінійними задачами, оптимум може бути не єдиним.

Складність розв'язання - класичні методи (як симплекс-метод) непридатні; потрібні спеціальні підходи.

Неможливість графічної інтерпретації при більш ніж 2-3 змінних.

Висока чутливість до початкових умов у числових методах (градієнтний спуск, метод Ньютона тощо).

Основні види задач нелінійного програмування

1. Задачі без обмежень (Unconstrained NLP)

- Визначаються лише цільовою функцією $f(x)$.

- Використовуються для задач оптимізації в умовах, коли немає обмежень (наприклад, максимізація прибутку залежно від обсягу інвестицій при відсутності ліміту бюджету).

2. Задачі з обмеженнями (Constrained NLP)

- Містять рівності або/і нерівності.

- Вимагають спеціальних методів для врахування обмежень (наприклад, метод Лагранжа або методи внутрішніх точок).

3. Квадратичне програмування

Особливий випадок НЛП, коли цільова функція квадратична, а обмеження - лінійні. Використовується в економетрії та фінансовому аналізі.

4. Опукле програмування

Якщо функція та область допустимих рішень є опуклими, задача має лише один глобальний мінімум. Це найкращий варіант НЛП, бо дозволяє ефективні обчислення з гарантією оптимальності.

Прикладне використання методу множників Лагранжа

Метод Лагранжа застосовується для розв'язання задач НЛП з обмеженнями-рівностями. Його суть - перетворити задачу з обмеженням у задачу без обмежень, ввівши так звані множники Лагранжа. Формулювання:

Знайти екстремум функції

$$f(x_1, \dots, x_n)$$

за умови

$$h(x_1, \dots, x_n) = 0$$

Будуємо функцію Лагранжа:

$$L(x_1, \dots, x_n, \lambda) = f(x_1, \dots, x_n) + \lambda \cdot h(x_1, \dots, x_n)$$

Знаходимо стаціонарні точки з розв'язанням системи:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = h(x) = 0$$

Приклад із маркетингу: підприємець планує рекламну кампанію для двох каналів - ТБ і інтернету. Бюджет обмежений 100 тис. грн. Функція ефективності:

$$f(x, y) = 10 \cdot \sqrt{x} + 15 \cdot \sqrt{y}$$

де x, y - витрати на ТБ та інтернет відповідно, $x+y=100$.

Будуємо функцію Лагранжа:

$$L(x, y, \lambda) = 10\sqrt{x} + 15\sqrt{y} + \lambda(100 - x - y)$$

Знаходимо частинні похідні та розв'язуємо систему:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{5}{\sqrt{x}} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{5}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{15}{2\sqrt{y}} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{15}{2\sqrt{y}}$$

Прирівнюємо:

$$\frac{5}{\sqrt{x}} = \frac{15}{2\sqrt{y}} \Rightarrow \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{4}x$$

$$\text{З умови } x + y = 100 \Rightarrow x + \frac{9}{4}x = 100 \Rightarrow \frac{13}{4}x = 100 \Rightarrow x \approx 30.77,$$

$$y \approx 69.23$$

Висновок: для максимальної ефективності слід витратити $\approx 30,77$ тис. грн на ТБ та $\approx 69,23$ тис. грн на інтернет.

Лекція 6. Динамічне програмування

Питання лекції. Постановка задачі динамічного програмування. Методи розв'язування задач динамічного програмування. Прикладні моделі динамічного програмування.

Постановка задачі динамічного програмування. Динамічне програмування (ДП) - це метод оптимізації, який використовується для задач, що мають багатокрокову або етапну структуру, коли рішення формується послідовно. Задачі динамічного програмування характеризуються такими ознаками:

- Розбиття процесу на етапи (наприклад, щомісячне планування витрат або виробництва).
- Наявність рішень на кожному етапі, які впливають на майбутні стани системи.
- Оптимальний підхід на основі принципу Беллмана: «оптимальна політика має ту властивість, що незалежно від початкового стану і початкового рішення, наступні рішення повинні бути оптимальними для результату, який є наслідком першого рішення».

Типова постановка задачі. Задано:

1. множина станів системи: $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$;
2. множина допустимих рішень A_i для кожного стану;
3. функція переходу між станами;
4. функція виграшу (прибутку, витрат тощо) $f(s,a)$ при виконанні дії a зі стану s .

Знайти послідовність рішень, яка максимізує (або мінімізує) сумарний виграш.

Методи розв'язування задач динамічного програмування

1. Метод зворотної індукції (backward induction). Рішення починається з останнього етапу і просувається назад до першого. Обчислюється оптимальне рішення для кожного можливого стану на кожному етапі.

2. Метод прямої індукції (forward induction). Починається з початкового стану. Крок за кроком вибудовується рішення, що веде до цільового стану.

Застосовується, коли всі можливі стани на кожному етапі не відомі наперед.

3. Метод гілок і меж (branch and bound). Ефективний для задач із великим числом альтернатив на кожному кроці. Використовується для відсікання «неефективних» гілок дерева рішень.

4. Використання рекурентних рівнянь Беллмана. Задача формулюється як система рекурентних рівнянь, які поетапно обчислюють оптимальне значення функції корисності:

$$V_k(s) = \max_{a \in A(s)} [f_k(s, a) + V_{k+1}(T(s, a))]$$

$V_k(s)$ — оптимальна вартість на k -му кроці в стані s ,

$T(s, a)$ — перехід до нового стану.

Прикладні моделі динамічного програмування

1. Оптимальне планування бюджету

Постановка: є загальний бюджет B , який потрібно розподілити на n періодів для маркетингових кампаній. У кожному періоді витрати дають прибуток $f_k(x_k)$ - витрати в періоді k . Мета: максимізувати сумарний прибуток:

$$\max \sum_{k=1}^n f_k(x_k) \quad \text{за умови} \quad \sum_{k=1}^n x_k = B$$

Розв'язання. Будується рекурентна залежність:

$$F_k(s) = \max_{0 \leq x_k \leq s} [f_k(x_k) + F_{k+1}(s - x_k)]$$

де $F_k(s)$ - максимальний прибуток у періодах від k до n за наявного ресурсу s .

2. Управління запасами товарів. Мета: мінімізувати витрати на зберігання, поповнення і штрафи за нестачу товару. На кожному етапі приймається рішення: скільки товару замовити. Оптимальна стратегія залежить від попиту, який може бути випадковим.

3. Оптимізація рекламної кампанії. Етапи - це тижні або місяці. У кожному періоді визначається обсяг інвестицій у рекламу в кількох каналах (ТБ, онлайн, соціальні мережі). Кожен варіант впливає на майбутній попит.

Лекція 7. Моделювання економічних процесів в умовах ризику та невизначеності

Питання лекції. Загальні принципи аналізу ризику. Критерії сподіваного значення, “сподіване значення - дисперсія” та граничного рівня. Критерії Лапласа, Вальда, Севіджа, Гурвіца. Критерій Байєса.

Загальні принципи аналізу ризику. У процесі економічного планування та управління маркетинговою діяльністю постійно виникає потреба ухвалювати рішення в умовах ризику або невизначеності. Ризик - це ситуація, коли відомий набір можливих наслідків і ймовірностей їхнього настання. Невизначеність - ситуація, коли або ймовірності, або навіть самі варіанти результатів невідомі. Аналіз ризику передбачає:

- виявлення можливих сценаріїв;
- оцінювання їхніх наслідків;
- визначення ймовірностей;
- вибір найбільш прийняттого варіанту згідно з певним критерієм прийняття рішень.

Критерії прийняття рішень в умовах ризику

1. Критерій сподіваного значення (математичного очікування). Цей підхід базується на виборі альтернативи з максимальним середнім виграшем (або мінімальним збитком), розрахованим як:

$$\mathbb{E}(X) = \sum_i p_i \cdot x_i$$

де x_i - результат при сценарії i ,

p_i - ймовірність цього сценарію.

Застосування: при достатній статистичній інформації, коли відомі ймовірності.

2. Критерій "сподіване значення - дисперсія". Оцінюється не лише прибуток, а й ризик у вигляді розкиду результатів:

$$K = \mathbb{E}(X) - \lambda \cdot \sigma^2(X)$$

де $\sigma^2(X)$ - дисперсія результату (міра ризику),

λ - коефіцієнт ризиконебажаності (чим більше значення, тим більше віддається перевага стабільності).

Підходить, коли враховується схильність до ризику.

3. Критерій граничного рівня (Threshold rule). Рішення приймається за умови, що результат не менший за певне значення T з високою ймовірністю:

$$P(X \geq T) \geq \alpha$$

Цей підхід, часто застосовується в фінансах та стратегічному плануванні.

Критерії прийняття рішень в умовах невизначеності. У таких задачах ймовірності наслідків невідомі. Тому використовуються критерії, що ґрунтуються на оцінці результатів без імовірнісної інформації.

1. Критерій Лапласа. Припускається, що всі стани однаково ймовірні:

$$L_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ij}$$

де a_{ij} - результат альтернативи j у стані i . Обирається альтернатива з максимальним середнім значенням.

2. Критерій Вальда (максимінний). Спрямований на максимальний захист від найгіршого варіанту:

$$W_j = \min_i a_{ij}$$

Обирається альтернатива, для якої найгірший результат є найкращим серед усіх.

3. Критерій Севіджа. Вводиться поняття жалю (втрати від нерозумного вибору):

$$R_{ij} = \max_j a_{ij} - a_{ij}$$

Після цього обчислюють:

$$S_j = \max_i R_{ij}$$

Вибирається альтернатива з мінімальним максимальним жалем. Добре

підходить для ситуацій, де важливо мінімізувати можливу втрату у разі неправильного вибору.

4. Критерій Гурвіца (поміркований оптимізм). Компроміс між максиміном і максимаком:

$$H_j = \alpha \cdot \min_i a_{ij} + (1 - \alpha) \cdot \max_i a_{ij}$$

де $\alpha \in [0, 1]$ — рівень песимізму.

Обирається альтернатива з найбільшим H_j .

Критерій Байєса

Використовується, коли є апіорні ймовірності. Є узагальненням критерію сподіваного значення:

$$B_j = \sum_i p_i \cdot a_{ij}$$

Вибір альтернативи з найбільшим B_j . Часто застосовується, коли експертно оцінені ймовірності можливих станів.

Змістовний модуль 2. Економетричні методи та моделі

Лекція 8. Економетричне моделювання

Питання лекції. Економетрія та її зв'язок із математико-статистичними методами. Економетрична модель і етапи економетричного моделювання. Причинні взаємозв'язки між змінними величинами. Класифікація змінних величин в економетричних моделях.

Економетрія та її зв'язок із математико-статистичними методами. Економетрія - це наука, що вивчає кількісні економічні закономірності за допомогою математичних і статистичних методів. Основна мета економетрики - перевірка економічних гіпотез, пояснення і прогнозування економічних явищ на основі даних. Економетрія базується на трьох ключових компонентах:

- економічна теорія (формулює гіпотези);
- математичні моделі (виражають зв'язки між змінними);
- статистика (дає змогу перевіряти моделі на реальних даних).

В маркетингу економетрія дозволяє: виявити фактори, що впливають на попит; оцінити ефективність рекламних кампаній; будувати прогнози продажів.

Економетрична модель і етапи економетричного моделювання. Економетрична модель - це математичний опис економічного явища у вигляді рівняння (або системи рівнянь), яке включає залежну змінну, незалежні змінні та помилку (шум):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

де Y - залежна змінна (наприклад, обсяг продажів); $X_1, \dots, X_k$ - незалежні змінні (ціна, витрати на рекламу тощо); β_i - параметри моделі; ε - випадкова помилка.

Етапи економетричного моделювання:

- Постановка задачі (визначення мети моделювання);
- Формулювання моделі (на основі теорії або логіки);

- Збір і підготовка даних;
- Оцінювання параметрів моделі (методи найменших квадратів та інші);
- Перевірка адекватності моделі (статистичні тести, залишки);
- Інтерпретація результатів і прогнозування.

Причинні взаємозв'язки між змінними величинами. Один із головних аспектів економетрії - це встановлення каузальних (причинно-наслідкових) зв'язків між змінними, на відміну від простого кореляційного аналізу. Наприклад, залежність обсягу продажів від витрат на рекламу має причинну природу, якщо: реклама передує продажам у часі; виключено інші впливи (сезонність, конкуренція); зв'язок стабільний у часі. Кореляція не означає причинність. Економетричне моделювання дозволяє враховувати цей момент шляхом контролю змінних і аналізу залишків.

Класифікація змінних величин в економетричних моделях. У процесі побудови моделей важливо правильно класифікувати змінні:

1. За роллю в моделі:
 - Залежна змінна - те, що ми прогнозуємо (наприклад, обсяг продажів).
 - Незалежні змінні (фактори) - ті, що пояснюють залежну змінну (наприклад, ціна, реклама, доходи споживачів).
2. За типом вимірювання:
 - Кількісні змінні - ті, що мають числове значення (ціна, витрати).
 - Якісні змінні (категоріальні) - наприклад, регіон, тип продукту.
3. За часовим характером:
 - Перехресні (крос-секційні) змінні - вимірюються в один момент часу для різних об'єктів (наприклад, продажі в різних містах).
 - Часові ряди - змінні, що спостерігаються в динаміці (наприклад, щомісячні витрати на рекламу).
4. За ступенем ендогенності:
 - Екзогенні змінні - не залежать від інших змінних у моделі.
 - Ендогенні змінні - залежать від інших змінних у системі.

Лекція 9. Моделі парної регресії

Питання лекції. Модель парної лінійної регресії. Метод найменших квадратів. Коефіцієнти кореляції та детермінації. Умови Гауса-Маркова для випадкової змінної. Перевірка значущості та довірчі інтервали.

Модель парної лінійної регресії. Парна лінійна регресія - це найпростіша форма економетричної моделі, яка описує залежність між однією залежною змінною Y та однією незалежною змінною X . Математична форма моделі:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

Y_i — значення залежної змінної в i -му спостереженні,

X_i — значення незалежної змінної,

β_0, β_1 — параметри моделі (вільний член та коефіцієнт нахилу),

ε_i — випадкова похибка (шум, не враховані фактори).

У маркетингу така модель може відображати залежність, наприклад, обсягу продажів від витрат на рекламу.

Метод найменших квадратів (МНК)

Метод найменших квадратів - основний спосіб оцінки параметрів моделі регресії. Суть методу: мінімізується сума квадратів відхилень фактичних значень Y_i від розрахункових $\hat{Y}_i$:

$$\min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2$$

Розв'язавши цю задачу, отримуємо оцінки:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}, \quad \hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

Коефіцієнти кореляції та детермінації. Коефіцієнт кореляції r :

- Вимірює силу та напрям лінійного зв'язку між X і Y .

- Значення: від -1 до $+1$.

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Коефіцієнт детермінації R^2 :

Показує, яку частку варіації змінної Y пояснює модель.

$$R^2 = r^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

ESS — пояснена сума квадратів,

RSS — залишкова сума квадратів,

TSS — загальна сума квадратів.

Чим ближче R^2 до 1 — тим краще модель описує дані.

Умови Гауса-Маркова для випадкової змінної. Для того щоб оцінки, отримані методом найменших квадратів, були несмещеними, ефективними і найкращими лінійними несмещеними оцінками (BLUE), мають виконуватись такі умови:

1. Лінійність моделі щодо параметрів.
2. Середнє значення похибки дорівнює нулю:

$$E(\varepsilon_i) = 0$$

3. Постійна дисперсія похибки (гомоскедастичність):

$$\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$$

4. Незалежність похибок між собою:

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ для } i \neq j$$

5. Відсутність кореляції між похибками та незалежними змінними:

$$\text{Cov}(X_i, \varepsilon_i) = 0$$

Якщо ці умови виконуються, тоді метод найменших квадратів забезпечує найкращі результати.

Перевірка значущості та довірчі інтервали. t-тест для значущості коефіцієнтів. Для перевірки гіпотези:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

використовується статистика:

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)}$$

Порівнюється з критичним значенням з таблиці t-розподілу при заданому рівні значущості (зазвичай 0.05).

Довірчий інтервал для параметра β_j :

$$\hat{\beta}_j \pm t_{(n-2, \alpha/2)} \cdot SE(\hat{\beta}_j)$$

$SE(\hat{\beta}_j)$ — стандартна похибка оцінки параметра.

F-тест для перевірки значущості всієї моделі:

$$F = \frac{ESS/k}{RSS/(n - k - 1)}$$

Лекція 10. Моделі множинної регресії

Питання лекції. Класична лінійна багатофакторна модель. Багатофакторна регресія та її оціночні характеристики. Оцінка якості економетричних моделей.

Класична лінійна багатофакторна модель. Багатофакторна лінійна регресія - це узагальнення парної регресії, у якій залежна змінна Y моделюється як функція кількох незалежних змінних $X_1, X_2, \dots, X_k$. Математичний вигляд моделі:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

Y_i — значення залежної змінної в i -му спостереженні,

X_{ji} — значення j -ї незалежної змінної,

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ — параметри моделі,

ε_i — випадкова похибка.

У маркетингу така модель дозволяє оцінити вплив декількох факторів на обсяг продажів, наприклад: ціна, рекламний бюджет, рівень конкуренції тощо.

Багатофакторна регресія та її оціночні характеристики. Для оцінювання параметрів моделі використовується метод найменших квадратів (МНК), як і в парній регресії. Але у векторній формі:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$\mathbf{Y}$ — вектор залежних змінних,

$\mathbf{X}$ — матриця незалежних змінних (з 1-м стовпцем одиниць для β_0),

$\boldsymbol{\beta}$ — вектор параметрів,

$\boldsymbol{\varepsilon}$ — вектор похибок.

Оцінка параметрів:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{Y}$$

Оціночні характеристики:

1. Коефіцієнт детермінації R^2 - показує, яку частку варіації змінної Y пояснює модель:

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

2. Скоригований коефіцієнт детермінації R^2_{adj} - коригує R^2 з урахуванням кількості незалежних змінних:

$$R^2_{adj} = 1 - \left(\frac{RSS/(n - k - 1)}{TSS/(n - 1)} \right)$$

3. F-критерій - перевірка значущості всієї моделі.

$$F = \frac{(ESS/k)}{(RSS/(n - k - 1))}$$

4. t-критерій - перевірка значущості окремих коефіцієнтів.

5. Довірчі інтервали - оцінка точності параметрів.

Оцінка якості економетричних моделей

Оцінка моделі включає статистичну перевірку, економічну інтерпретацію та адекватність до практики. Ключові етапи оцінки якості:

1. Аналіз залишків (residual analysis):

- Розподіл залишків має бути випадковим і нормально розподіленим.
- Наявність автокореляції чи гетероскедастичності знижує якість моделі.

2. Тестування припущень класичної моделі (умови Гауса-Маркова):

- Гомоскедастичність, відсутність мультиколінеарності, нормальність похибок.

3. Економічна інтерпретація:

- Знаки та значення коефіцієнтів повинні відповідати економічній логіці.

4. Значущість змінних:

- Важливо залишити у моделі лише ті змінні, які мають статистичну та економічну значущість.

5. Прогнозна здатність:

Модель має адекватно передбачати майбутні значення Y за новими X .

Лекція 11. Економетричні моделі динаміки

Питання лекції. Економетричний аналіз часових рядів. Загальна характеристика моделей із лаговими змінними. Оцінювання та побудова економетричних моделей динаміки. Авторегресійні моделі та оцінювання їх параметрів.

Економетричний аналіз часових рядів. Часовий ряд - це впорядкована послідовність значень економічного показника, спостережуваного в рівновіддалені моменти часу. У маркетингу часові ряди застосовуються для аналізу обсягів продажів, рекламної активності, сезонних змін попиту, цінової динаміки тощо. Мета економетричного аналізу часових рядів - виявлення закономірностей у динаміці економічних процесів, побудова моделей для прогнозування та ухвалення управлінських рішень.

Загальна характеристика моделей із лаговими змінними. Лагова змінна (лаг) — це змінна, що представляє значення показника в попередній момент часу. Наприклад, Y_{t-1} - значення Y за попередній період.

Типи моделей з лагами:

1. Моделі із лагами залежної змінної (авторегресійні):

$$Y_t = \alpha + \beta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

2. Моделі із лагами незалежних змінних:

$$Y_t = \alpha + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + \dots + \varepsilon_t$$

3. Моделі із змішаними лагами (ADL - Autoregressive Distributed Lag):

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i Y_{t-i} + \sum_{j=0}^q \gamma_j X_{t-j} + \varepsilon_t$$

Лагові змінні дозволяють урахувати вплив попередніх значень показників на поточний стан економічного процесу - що особливо актуально для маркетингових рішень із відстроченим ефектом (наприклад, реклама).

Оцінювання та побудова економетричних моделей динаміки.

Основні етапи:

1. Перевірка стаціонарності ряду. Стаціонарний ряд - це ряд, у якого статистичні характеристики (середнє, дисперсія) не змінюються з часом. Методи перевірки: візуалізація графіка, тест Дікі-Фуллера (ADF).

2. Диференціювання ряду. Якщо ряд нестационарний:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

3. Вибір моделі. Модель вибирається за допомогою критеріїв: AIC, BIC, R^2 , автокореляції залишків (тест Дарбіна-Уотсона).

4. Оцінювання параметрів. Здійснюється за допомогою методу найменших квадратів або спеціалізованих методів, наприклад, максимального правдоподібності.

5. Діагностика моделі. Перевірка залишків на випадковість, автокореляцію, нормальність. Графічна перевірка та тест Бреуша-Годфрі.

Авторегресійні моделі та оцінювання їх параметрів

Авторегресійна модель AR(p):

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

p — порядок моделі (кількість лагів).

Найпростіша модель AR(1):

$$Y_t = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Процедура оцінки AR-моделі:

1. Вибір порядку моделі. За допомогою автокореляційної (ACF) та часткової автокореляційної (PACF) функцій.

2. Оцінка параметрів. Метод найменших квадратів.

3. Перевірка адекватності..

Змістовний модуль 3. Сучасні підходи до моделювання економічних процесів

Лекція 12. Підґрунтя використання нейронних мереж в маркетинговій діяльності

Питання лекції. Характеристика задач маркетингу, які доцільно розв'язувати за допомогою нейронних мереж. Поняття нейронної мережі. Основні терміни та визначення в області нейронних мереж.

Характеристика задач маркетингу, які доцільно розв'язувати за допомогою нейронних мереж. У сучасному цифровому маркетингу обсяг даних зростає експоненційно. Класичні методи статистичного аналізу не завжди дозволяють ефективно працювати з великими, складними, нелінійними залежностями. У таких випадках застосовуються нейронні мережі - один із потужних інструментів штучного інтелекту.

Основні задачі маркетингу, що розв'язуються нейромережами:

1. Прогнозування продажів

- На основі історичних даних, сезонності, рекламних кампаній.
- Використовуються рекурентні та згорткові нейромережі.

2. Кластеризація клієнтів

- Визначення груп клієнтів із подібною поведінкою або потребами.
- Застосування автоенкодерів або моделей класифікації.

3. Рекомендаційні системи

- Пропозиція товарів чи послуг, які найімовірніше зацікавлять клієнта.
- Використовуються гібридні моделі нейронних мереж.

4. Аналіз текстових відгуків і соціальних мереж (NLP)

- Визначення тональності, виявлення трендів, моніторинг репутації бренду.
- Застосування трансформерів (GPT, BERT), RNN, LSTM.

5. Аналіз цінової чутливості та динамічного ціноутворення

- Визначення оптимальної ціни з урахуванням конкуренції та попиту.

6. Оптимізація маркетингових кампаній

- Пошук найефективніших каналів і форматів комунікації.

Поняття нейронної мережі

Штучна нейронна мережа (ШНМ) - це обчислювальна модель, натхненна біологічною будовою людського мозку. Вона складається з численних елементів - нейронів, які об'єднані у шари. Нейронна мережа приймає вхідні дані, передає їх через мережу взаємопов'язаних вузлів (нейронів), і видає прогноз або класифікацію на виході.

Принцип роботи одного нейрона:

$$y = f \left(\sum_{i=1}^n w_i x_i + b \right)$$

x_i — вхідні дані,

w_i — ваги (коефіцієнти),

b — зсув (bias),

f — функція активації (наприклад, ReLU, sigmoid, tanh),

y — вихід нейрона.

Основні терміни та визначення в області нейронних мереж

Нейрон - основний елемент нейронної мережі, який приймає на вході дані, обробляє їх (за допомогою зваженого підсумовування) і передає результат далі. Шар (Layer) - сукупність нейронів, що працюють на одному рівні. Існують: вхідний шар (приймає дані); приховані шари (обробка інформації); вихідний шар (результат передбачення)

Вага (Weight) – числовий коефіцієнт, що визначає важливість кожного входу до нейрона. Під час навчання мережі ваги змінюються для покращення точності моделі. Функція активації (Activation function) - математична функція, яка визначає, чи буде нейрон "активованим". Вона вводить нелінійність у модель (популярні функції: ReLU, Sigmoid, Tanh).

Навчання нейронної мережі - процес налаштування ваг мережі для

досягнення максимально точної відповідності між вхідними даними та виходом. В основі лежить зменшення похибки моделі. Функція втрат (Loss function) - міра того, наскільки передбачення мережі відрізняються від правильного результату.

Мережа навчається, зменшуючи значення цієї функції. Зворотне поширення помилки (Backpropagation) - метод оновлення ваг мережі шляхом обчислення похибки на виході та «поширення» її назад по шарах. Епоха (Epoch) - один повний цикл проходження через весь навчальний набір даних. Перенавчання (Overfitting) - ситуація, коли модель дуже добре працює на тренувальних даних, але погано — на нових (небачених) даних.

Нейронна мережа глибокого навчання (Deep Neural Network) Мережа з багатьма прихованими шарами, що дозволяє виявляти складні залежності у великих обсягах даних.

Згортоква нейронна мережа (Convolutional Neural Network, CNN) Використовується переважно для роботи з зображеннями, але може застосовуватися і для аналізу поведінки користувачів.

Рекурентна нейронна мережа (Recurrent Neural Network, RNN) Модель, що враховує послідовність даних (наприклад, текст або часові ряди у маркетингу).

Вхідні дані (Input data) - інформація, яка подається на вхід моделі, наприклад: вік покупця, кількість покупок, кліки на сайті. Вихідні дані (Output) - результат моделі – наприклад, прогноз ймовірності покупки товару.

Застосування у маркетингу: рекомендаційні системи; сегментація клієнтів; прогнозування попиту; автоматичне розпізнавання емоцій у відгуках; оптимізація роботи рекламних кампаній.

Лекція 13. Технологія побудови нейромережових моделей

Питання лекції. Основні архітектурні параметри нейромережової моделі. Поняття навчальної вибірки. Етапи створення нейромережової моделі.

Основні архітектурні параметри нейромережової моделі. Архітектура нейромережі - це схема організації її будови. Вона визначає, як модель обробляє вхідну інформацію та приймає рішення. Основні параметри:

1. Кількість шарів (вхідний шар – приймає дані (напр. дані про клієнта: вік, стать, кількість покупок; приховані шари – здійснюють обчислення та виявляють закономірності; вихідний шар – дає результат (наприклад, чи зробить клієнт покупку)).

2. Кількість нейронів на кожному шарі.

3. Функції активації. Визначають, як оброблюються сигнали у нейронах. Найпопулярніші: ReLU (для швидких розрахунків), Sigmoid (для ймовірностей).

3. Тип мережі.

- Проста (feedforward) – інформація проходить від входу до виходу.
- Рекурентна (RNN) – враховує послідовність (наприклад, історію покупок).
- Згорткова (CNN) – використовується для зображень, логотипів, фото товарів.

4. Глибина моделі. Кількість прихованих шарів: більше шарів = більше здатностей розпізнавати складні закономірності (наприклад, складні патерни поведінки покупців).

Поняття навчальної вибірки. Навчальна вибірка - це набір даних, який використовується для "навчання" моделі розпізнавати шаблони. Приклад: дані про 10 000 клієнтів інтернет-магазину: стать, вік, категорії покупок, кількість замовлень. Ціль: навчити модель передбачати, хто зробить покупку після рекламної кампанії. При цьому дані мають бути без шумів, вибірка має бути репрезентативною (тобто охоплювати всі типи клієнтів).

Учебні дані ділять на: навчальну вибірку (70-80%) – для навчання та Тестову вибірку (20-30%) – для перевірки.

Етапи створення нейромережевої моделі

1. Формулювання задачі.

Приклад: передбачення ймовірності покупки, сегментація споживачів, аналіз відгуків.

2. Збір і підготовка даних

Збір з CRM, соцмереж, сайтів.

Обробка: заповнення пропущених значень, кодування категорій.

3. Формування навчальної та тестової вибірок

Дані розділяються для навчання та оцінювання якості моделі.

4. Вибір архітектури моделі

Обираємо тип мережі (проста, RNN, CNN), кількість шарів, нейронів тощо.

5. Навчання моделі

Моделює залежності на навчальній вибірці.

Ваги нейронів автоматично коригуються (метод зворотного поширення помилки).

6. Оцінка якості

Перевірка точності на тестовій вибірці.

Якщо модель неточна - змінюємо параметри, додаємо дані, перетреновуємо.

7. Використання моделі в реальному бізнесі

Вбудовуємо в сайт або CRM-систему.

Отримуємо прогноз, рекомендації або автоматичні дії (наприклад, персоналізована реклама).

Лекція 14. Використання багат шарового персептрону для вирішення задачі прогнозування

Питання лекції. Аналіз задачі в маркетинговій діяльності. Визначення конструктивних параметрів багат шарового персептрону. Навчання багат шарового персептрону. Застосування багат шарового персептрону за призначенням.

Аналіз задачі в маркетинговій діяльності. Маркетингові задачі часто пов'язані з прогнозуванням поведінки клієнтів, класифікацією споживачів, оцінкою ефективності кампаній тощо.

Приклади задач:

Задача	Вхідні дані	Результат
Прогноз покупки	Вік, стать, кліки, час на сайті	Ймовірність покупки
Сегментація клієнтів	Купівельна історія, регіон, дохід	Група споживачів
Прогноз відтоку клієнтів	Поведінка, час без покупок	Ризик втрати клієнта

Аналіз включає:

1. Формулювання мети моделі (класифікація, регресія)
2. Визначення вхідних параметрів (які саме дані потрібні)
3. Підготовка цільового значення (наприклад, “купив” – 1, “не купив” – 0)

Визначення конструктивних параметрів багат шарового персептрону.

Багат шаровий персептрон (БШП) - це один з найпоширеніших типів штучних нейронних мереж. Він складається з кількох шарів нейронів: вхідний шар; один або більше прихованих шарів; вихідний шар.

Основні конструктивні параметри:

Параметр	Пояснення
Кількість входів	Визначається кількістю ознак у даних
Кількість шарів	Залежить від складності задачі (1–3 шари для маркетингу — зазвичай достатньо)
Кількість нейронів на шар	Підбирається експериментально
Активаційні функції	ReLU, Sigmoid, Softmax
Вихідний шар	Один нейрон — для задач типу “так/ні”; кілька — багатокласової класифікації

Приклад: вхід: 10 ознак клієнта; 1 прихований шар: 8 нейронів (ReLU); вихідний шар: 1 нейрон (Sigmoid – видає ймовірність покупки)

Навчання багатозарового перцептрону (БШП). Процес навчання полягає в підборі ваг, які забезпечують найкраще передбачення результату.

Етапи навчання БШП: 1. початкова ініціалізація ваг (випадкові значення); 2. прямий прохід (forward pass) – обчислюється вихід моделі; 3. обчислення помилки – порівняння з реальним результатом; 4. зворотне поширення помилки (backpropagation) – коригування ваг; 5. оновлення ваг – із використанням алгоритму градієнтного спуску. Цей процес повторюється для всіх прикладів у навчальній вибірці протягом кількох епох. Після навчання модель: «запам’ятовує» типові шаблони в поведінці, може передбачити результат на нових даних.

Застосування багатозарового перцептрону за призначенням. Після навчання модель можна інтегрувати у бізнес-процеси. Приклади застосування:

Застосування	Як допомагає
Персоналізація сайту	Рекомендації товарів на основі поведінки
Email-маркетинг	Визначення, кому і коли надсилати лист
Таргетована реклама	Автоматичне виявлення потенційних клієнтів
Прогноз попиту	Складання запасів товарів
Аналіз відгуків	Визначення емоційного тону (позитив/негатив)

Лекція 15. Використання мережі Кохонена для вирішення задачі кластеризації

Питання лекції. Задача кластеризації даних в маркетинговій діяльності. Мережа Кохонена. Застосування мережі Кохонена для кластеризації даних в маркетинговій діяльності.

Задача кластеризації даних в маркетинговій діяльності. Кластеризація - це розподіл об'єктів (наприклад, клієнтів) на групи (кластери) таким чином, щоб об'єкти в одному кластері були схожими між собою, а відмінними від об'єктів з інших кластерів. У маркетингу кластеризація використовується для:

Задача	Приклад
Сегментація клієнтів	Виявлення груп покупців за поведінкою, інтересами, стилем життя
Персоналізація реклами	Створення окремих рекламних кампаній для кожного кластеру
Аналіз ринку	Визначення нових ніш, типових моделей поведінки
Оптимізація продукту	Розуміння потреб кожного сегменту для адаптації продукту

Особливість кластеризації. Це безконтрольне навчання (unsupervised learning) - тобто ми не маємо заздалегідь визначених міток, як у випадку з класифікацією.

Мережа Кохонена. Мережа Кохонена - це самоорганізовна нейронна мережа, яка дозволяє групувати схожі об'єкти без попередніх знань про класи.

Вона названа на честь фінського вченого Тейво Кохонена (Teuvo Kohonen). Мережа Кохонена складається з вхідного шару (дані) і двовимірного шару нейронів (наприклад, 10×10). Кожен нейрон має свій вектор ваг, що з часом адаптується до схожих входів. При поданні даних нейрони "змагаються" — виграє той, чий вектор найближчий до входу. Виграшний нейрон та його сусіди адаптують свої ваги, стаючи "схожішими" на дані. Основна мета: проєктувати високовимірні дані (наприклад, клієнтські профілі) на

низьковимірну карту, де схожі об'єкти розміщуються поряд.

Застосування мережі Кохонена для кластеризації даних у маркетинговій діяльності. Приклад застосування: маркетолог має базу даних про клієнтів інтернет-магазину: вік; частота покупок; середній чек; категорії зацікавленості. Дії: подати ці дані до мережі Кохонена; мережа сама "вчиться" - розміщує клієнтів по двовимірній карті; кожен кластер (група нейронів) відповідає певному типу клієнтів. Результат - отримуємо розподіл по кластерах, наприклад:

Кластер 1 - молоді активні покупці зі схильністю до моди

Кластер 2 - рідкісні покупці старшого віку

Кластер 3 - постійні клієнти середнього віку з високим чеком

Переваги мережі Кохонена

Перевага	Значення для маркетингу
Самонавчання	Не потребує ручної розмітки даних
Візуалізація	Дані легко представити на карті
Виявлення сегментів	Автоматичне групування клієнтів за схожістю
Інтерпретованість	Можна аналізувати властивості кожного сегменту

Лекція 16. Використання сучасних видів нейронних мереж для вирішення маркетингових задач

Питання лекції. Аналіз задачі в маркетинговій діяльності. Особливості передобробки навчальної вибірки. Визначення конструктивних параметрів згорткової нейронної мережі. Застосування згорткової нейронної мережі в маркетинговій діяльності.

Аналіз задачі в маркетинговій діяльності. Аналіз задачі в маркетинговій діяльності. Хоча CNN найчастіше асоціюються з обробкою зображень, у маркетингу вони застосовуються також до:

Задача	Приклад
Аналіз візуального контенту	Визначення настрою на зображеннях товарів або фото покупців
Аналіз логотипів, упаковки	Виявлення товарів на фото користувача
Розпізнавання об'єктів у відео	Аналіз відео з поведінкою клієнтів у магазині
Обробка тексту	Аналіз відгуків клієнтів або описів товарів (1D-CNN)
Вивчення кліків/поведінки	Аналіз шаблонів кліків як "зображення" дій

Якщо маркетингові дані мають структуру, що схожа на зображення або послідовність - CNN стане потужним інструментом для їх аналізу.

Особливості передобробки навчальної вибірки. Для ефективного навчання CNN потрібно правильно підготувати дані. Мета: подати дані у вигляді, зручному для обробки згортками - як багатовимірні масиви (тензори). Передобробка включає:

Для зображень:

- Масштабування розміру (наприклад, 224×224 пікселі)
- Нормалізація пікселів (від 0 до 1 або від -1 до 1)
- Аугментація (обертання, дзеркальне відображення, зміна яскравості) - щоб модель не "запам'ятовувала" одне розташування

Для тексту:

- Токенізація (розбиття тексту на слова чи символи)
- Побудова послідовності фіксованої довжини
- Векторизація (перетворення слів у числові вектори)
- Падінг (доповнення коротких послідовностей нулями)

Для послідовностей поведінки:

- Форматування у матриці фіксованого розміру
- Згладжування шуму або відкидання рідкісних подій

Визначення конструктивних параметрів згорткової нейронної мережі

Архітектура CNN зазвичай включає:

Компонент	Опис
Згорткові шари (Conv)	Виявляють локальні ознаки — форми, текстури, патерни
Шари активації	ReLU — додає нелінійність
Шари підвибірки (Pooling)	Зменшують розмірність, виділяють основне
Повнозв'язні шари (Dense)	Узагальнюють інформацію для класифікації чи регресії
Вихідний шар	Кількість нейронів залежить від задачі: класи чи значення

Ключові параметри:

Параметр	Приклад	Коментар
Розмір фільтра	3×3 або 5×5	Визначає, яку "ділянку" аналізує нейрон
Кількість фільтрів	32, 64, 128	Збільшується зі зростанням глибини
Паддинг (Padding)	same/valid	Визначає, чи зберігається розмір після згортки
Крок згортки (stride)	1 або 2	Визначає, як швидко фільтр пересувається
Pooling	max або average	Вибирає найважливішу ознаку або середнє значення

Застосування згорткової нейронної мережі в маркетинговій діяльності

Сфера	Приклад
Візуальний мерчендайзинг	Автоматичне виявлення товарів на полицях
Реклама	Аналіз, які типи зображень привертають увагу (eye-tracking + CNN)
Брендинг	Визначення, як логотип виглядає в різних умовах
Аналіз відгуків	1D-CNN для класифікації емоційних тонів (позитив/негатив)
Вивчення поведінки	Аналіз послідовності кліків користувача, представленої як матриця дій

Переваги CNN у маркетингу:

- Висока точність при роботі з візуальними та структурованими даними.
- Автоматичне виявлення ключових ознак без ручного втручання.
- Можливість інтеграції у мобільні додатки, веб-аналітику, CRM-системи.