

# Варіант №1

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 4n}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^n + (-4)^n}{5^n}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2 \left(2 + \cos \frac{n\pi}{2}\right)}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+3)!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^n \sin^n \frac{\pi}{3n}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \cdot \sqrt[3]{\ln(n+2)}}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n^2}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n!(3n+1)}, \varepsilon = 0,01$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{2^{nx} + 3}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n \sqrt{1+nx}}, [0; +\infty)$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{3^{n^2}}$

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\ln(3x-4), a=2$ .

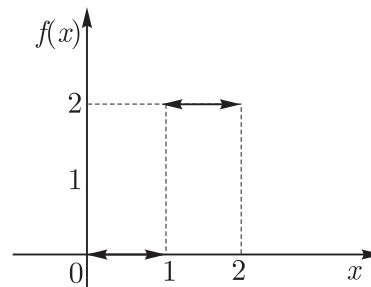
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\ln(1,06), \varepsilon = 10^{-5}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/4} \ln(1 + \sqrt{x}) dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y' + y \cos x - 3e^x y^2 - \sin x = 0, y(0) = 1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = x^2 + 1, x \in [-\pi; \pi]$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.

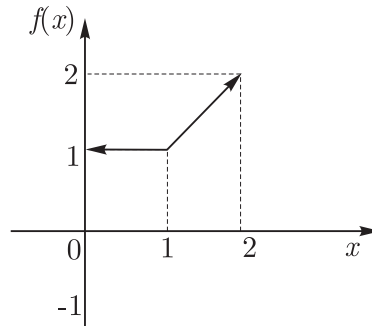


19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} \sin |t|, & |t| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |t| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$

# Варіант №2

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n}$ .
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + \sqrt{3})(n + \sqrt{3} + 1)}$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arccos \frac{n}{n+1}}{2^n + n}$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n} \cdot 3n}{(n+1)!}$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{arctg} \frac{n}{n+1} \right)^n$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n^2 - 1) \cdot \sqrt{\ln n^2}}$ .
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} + \pi n \right)}{3n + 1}$ .
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{(n!)^3}$ ,  $\varepsilon = 0,0001$ .
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)(x^2 - 2x - 5)^n}{3^n}$ .
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} x^2 \cdot \ln \left( 1 + \frac{1}{n\sqrt{nx^2}} \right)$ ,  $(0; +\infty)$ .
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{3^n} (x + 2)^n$ .
- Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x - a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{x^3 + 3x + 6}{1 + x^3}$ ,  $a = 0$ .
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\ln \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\varepsilon = 10^{-4}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/2} \frac{\sin^2 x}{x} dx$ .
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' + \frac{y}{x} - x^2 y = 4$ ,  $y(1) = y'(1) = 1$ .
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(t) = \begin{cases} 2, & x \in (-\pi; 0) \\ -2, & x \in (0; \pi) \end{cases}$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \operatorname{sign}(t - 1) - \operatorname{sign}(t - 2)$ ,  $t \in \mathbb{R}$

# Варіант №3

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{18n^2 + 6n - 4}.$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 4^n}{8^n}$ .

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arccos \frac{(-1)^n n}{n+2}}{n^2 + 1}.$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \cdot \dots \cdot (10n - 9)}{(2n - 1)!}.$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^{2n}}{(5n^2 + 3)^n}.$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{(n^3 + 4) \cdot \ln(2n)}.$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n \cdot \sin \frac{\pi}{4\sqrt{n}}}{\sqrt{2n - 1}}.$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)^{2n}}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n^3 + 1}.$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}}, [-1; 1]$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 2}{n^2 + 4} \right)^n (x - 4)^n$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 - n + 1)x^n.$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x - a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{x + 4}, a = 4$ .

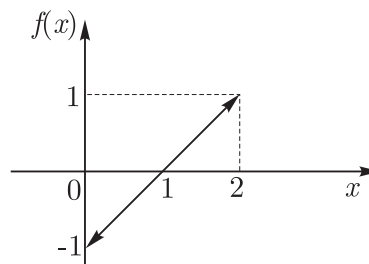
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\cos 545^\circ, \varepsilon = 10^{-5}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/3} \frac{1 - e^{-x^2}}{x^2} dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' + 2y' - 3xy + e^x = 0, y'(0) = -1, y(0) = 0$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} -x + \frac{\pi}{2}, & x \in (-\pi; 0) \\ x + \frac{\pi}{2}, & x \in (0; \pi) \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 0, & t < -2 \\ 2, & -2 \leq t \leq -1 \\ 0, & t > -1 \end{cases}$

# Варіант №4

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 15n + 4}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 - 4^n}{5^n}$ .

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 5\sqrt{n}}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n}{3}\right)^n \cdot \sin \frac{\pi}{n!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n-1}\right)^n$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\sqrt[3]{\ln^2(n+3)}}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin \sqrt[3]{n^5}}{\sqrt[3]{n^5}}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{(n^4 + 1) \cdot 3^n}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{n^2 + 4}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+x)^2}, [0; +\infty)$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (3 + 2x)^n}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x - a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{x^2 + 4x + 5}, a = -2$ .

14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\ln 9, \varepsilon = 10^{-3}$ ;

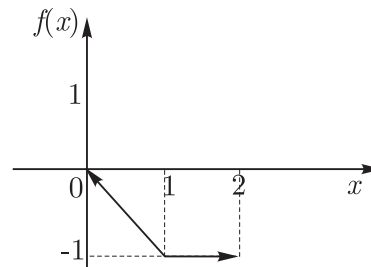
15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/4} \cos x^2 dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $(1 + x^2) y'' - 3xy' + 4y = 0, y(0) = 2, y'(0) = -2$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) =$

$$\begin{cases} 0, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x, & \frac{\pi}{2} < |x| \leq \pi \end{cases}$$

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 3 - 3|t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$

# Варіант №5

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{36n^2 + 24n - 5}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n - 5}{n(n^2 - 1)}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n + 5}{n^2(n - 1)}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{2^n}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \sin \frac{\pi}{4^n}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 3n^2 + 2}{(n^4 + 1) \cdot \ln(n + 2)}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{2n}{5n + 4} \right)^n$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)! \cdot 2n}, \varepsilon = 0,001$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \left( 1 + \cos \frac{x}{n} \right)$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^{\sin nx}}{n \ln^3 n}, (-\infty; +\infty)$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x + 1)^{2n}}{9^n(n^2 + 1)}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 4n + 3) x^{n+1}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x - a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{2x + 4}, a = 1$ .

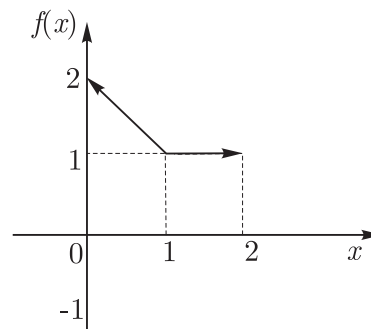
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $ch^2 0, 1; \varepsilon = 10^{-4}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_4^{\infty} \frac{dx}{1 + x^6}$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' = (2x - 1)y - 1, y(0) = 0, y'(0) = 1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\pi; 0] \\ x^2, & x \in (0; \pi) \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 2 \operatorname{signt}, & |t| \leq 3 \\ 0, & |t| > 3 \end{cases}$

# Варіант №6

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 8n + 3}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-4}{n(n-1)(n-2)}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln \sqrt{n^2 + 2}}{\sqrt{n^2 + 2}}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{(3n)!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{\frac{1}{3n}} + 2 \right)^{-n} \cdot (n+1)^n$$

6. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\ln^4 n + 1}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left( 1 - \cos \frac{2}{n} \right)$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{(n^4 + 1) \cdot 3^n}, \varepsilon = 0,001$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} x^n \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+1)}{x^4 + n^2}, (-\infty, +\infty)$ ,

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n+3} \right)^{n^2} x^n$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-3)(2n-2)}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{(2-x)^2}, a = -2$ .

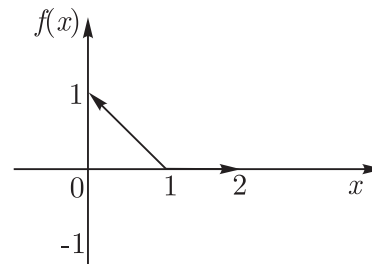
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sqrt[3]{1,05}, \varepsilon = 10^{-5}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/5} x^2 \sin x^3 dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' + y \cos x - \sin x = 0, y(\pi) = 1, y'(\pi) = 0$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} \pi + x, & x \in (-\pi; 0] \\ \pi - x, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \operatorname{signt} - \operatorname{sign}(t-3), t \in \mathbb{R}$

# Варіант №7

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{49n^2 + 35n - 6}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)(n+2)}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2n}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{(2n)!!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{3n+2} \right)^n$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2 \sqrt{\ln(n^3+1)}}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{4n+1}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^n \left( e^{\frac{x}{n}} - 1 \right)^n$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt[3]{n^3-4}}, [0; 1].$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+4)}{2^n(n^2+1)} (x-2)^n$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2nx(x^2+1)^{n-1}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\cos(x^2-2x), a=-1$ .

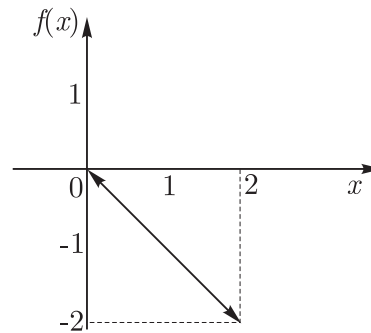
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\cos^2 \frac{\pi}{9}, \varepsilon = 10^{-3}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_{0,1}^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x} dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y''' = ye^x - x(y')^2, y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$ ;

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} x, & x \in (0; \pi] \\ \pi, & x \in (\pi; 2\pi) \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} \cos 2t, & |t| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |t| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$

# Варіант №8

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{6}{36n^2 - 24n - 5}.$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n(n+1)(n+2)}.$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}.$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}.$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{n^{n^2} \cdot 3^n}.$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{\ln \frac{n}{2}}}.$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n^2}.$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n!}, \varepsilon = 0,01.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{\sqrt{n^6 + x^2}}.$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на за-

даному інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n^{x^2}}, (0; +\infty)$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{x+3}{3}\right)^n$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(3^n + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right) \cdot x^n.$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{(1-x)^3}, a=0$ .

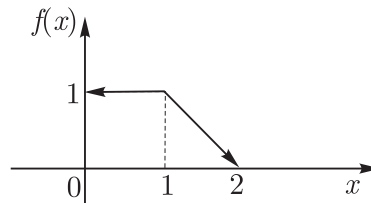
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\ln 3, \varepsilon = 10^{-4}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/2} \frac{\sin x}{x} dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' = x + 2y^2 + e^x, y(0) = -1, y'(0) = -1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \frac{x}{\pi}, x \in [-\pi; \pi]$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового ча-

стотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-5t}, & t \geq 0 \end{cases}$



# Варіант №9

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 + 5n - 6}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + 2}{n(n + 1)(n + 2)}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right);$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n - 1}{2^n}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + 2)^2}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n + 2}{(n^2 + 1) \cdot \ln(2n)}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^n}{n!}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{4n^2}, \varepsilon = 0,0001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(n^2 + 3)(x^2 - 5x + 7)^n}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{x^4 + n^3}}, (-\infty; +\infty)$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} 5^n (x - 5)^n$

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \cdot x^{2n-1}.$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x - a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{(x^2 + 4x + 5)^2}, a = 3$ .

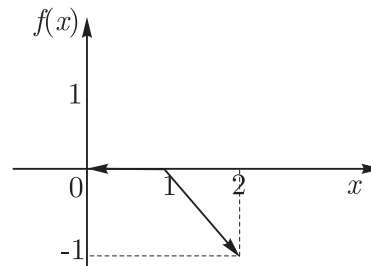
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $sh^2 \frac{1}{2}, \varepsilon = 10^{-4}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[4]{1 - x^3}}$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' + x^3 + y^3 = 0, y(0) = -2, y'(0) = -1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = x(2\pi - x), x \in [0; 2\pi]$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} \text{sign} t, & |t| \leq 3 \\ 0, & |t| > 3 \end{cases}$

# Варіант №10

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 - 15n - 4}.$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{4^n}.$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[4]{3n+1}}.$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\sqrt{2n+1}}.$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^n.$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n^2+3}} \cdot \frac{1}{3\sqrt{n}}.$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n + \sin \frac{2}{\sqrt{n}}}.$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n! \cdot 3^n}; \varepsilon = 0,001$ .

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+1}{n^2 \cdot 2^n} (9x^2+1)^n.$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1) \cos nx}{3^n+1}, (-\infty; +\infty)$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{2^n} (x+3)^n$ .

12. Користуючись почленным інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2n+2}}{9^n \cdot (2n+1)}.$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\ln \frac{x^2-2x+5}{2-x}, a=1$ .

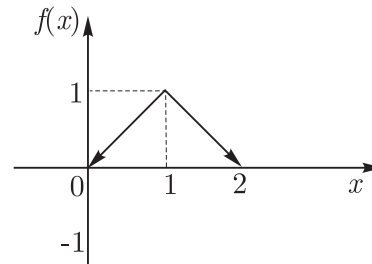
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sqrt[5]{1,2}, \varepsilon = 10^{-3}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/2} \frac{\sin x^2}{x} dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' + y \cos x = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$ ;

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \cos ax, x \in (-\pi; \pi), a \notin \mathbb{Z}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin 2t, & |t| \leq \pi \\ 0, & |t| > \pi \end{cases}$

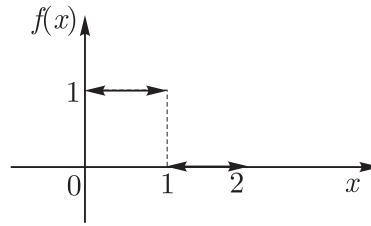
# Варіант №11

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2(n+2)^2}.$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-2}{n(n-1)(n+1)}.$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{(n^2+2)\sin^2 n}.$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n(n+2\sqrt{n})}.$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^n}.$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n \cdot \sqrt{\ln(2n+1)}}.$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{\sqrt{n^5+n}}.$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(3n)!}, \varepsilon = 0,001.$$
- Знайти область збіжності функціонального ряду.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{3x-6}}.$$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin x + \cos x)^n}{2^n}, (-\infty; +\infty)$ .
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{(n^2+1) \cdot 9^n}$ .
- Користуючись почленным інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{2n-1}.$$
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}, a=2$ .
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\frac{1}{\sqrt[4]{1,05}}, \varepsilon = 10^{-5}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$ .
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' - 4y' + 2y' = e^x, y(0) = 0, y'(0) = -1$ .
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \pi^2 - x^2, x \in [-\pi; \pi]$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.

Графік функції  $f(x)$  на інтервалі  $(0, 3)$ . Функція лінійно зростає від  $(0,0)$  до  $(1,1)$ , лінійно зростає від  $(1,1)$  до  $(2,1)$ , лінійно спадає від  $(2,1)$  до  $(3,0)$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 2, & |t| \leq 2 \\ 0, & |t| > 2 \end{cases}$

# Варіант №12

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 2n}$ .
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^5}}$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)!}{5^n \cdot n^2}$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n}{5n+1} \right)^n$ .
- Дослідити на збіжність ряд.  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n \cdot \ln(\ln n)}$ .
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt{\ln n}}$ .
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n^3 \cdot 3^n}$ ;  $\varepsilon = 0,001$ .
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{3} \sin x - \cos x)^n}{3^n}$ ,  $(-\infty; +\infty)$
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n!} (x+3)^{2n}$ .
- Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)x^n}{n(n+1)}$ ,  $a=0$
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sin \frac{\pi}{9}$ ;  $\varepsilon = 10^{-4}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_{1/4}^{1/2} x \cdot e^{-x^3} dx$ .
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' + xy - y' = 0$ ;  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-\pi; 0] \\ -2x, & x \in (0; \pi) \end{cases}$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 2 \sin 3t, & |t| \leq 2\pi \\ 0, & |t| > 2\pi \end{cases}$

# Варіант №13

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16n^2 - 4}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n^2 + n}}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} \left( e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1 \right);$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{(n+1)!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1+n}{n} \right)^{\frac{n}{2}}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n^2 + n + 1}{(n^3 + n^2 + 1) \cdot \ln^2(2n-1)}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^3+1}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(n+3)!}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n \operatorname{tg} x}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\cos xn}}{n\sqrt{n+x^2}}, (-\infty; +\infty).$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{n \cdot 2^n \ln^2 n}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot x^n}{n}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+4x+12}}, a = -2$ .

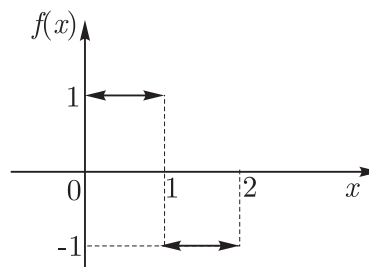
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\operatorname{arctg} \frac{1}{10}, \varepsilon = 10^{-5}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' + y \cos x - y' = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} x, & x \in (0, \pi] \\ 2\pi - x, & x \in (\pi; 2\pi) \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} -e^t, & t < 0 \\ e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$

# Варіант №14

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-1}{(n^2-2n)^2}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-\sqrt{3})(n-\sqrt{3}+1)}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+2)}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(\ln^2 n + 3)}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\sqrt{3})^n}{n!}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{7^n}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 3^{n/2}}{\sqrt{n} \cdot (2 \cos x)^n}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+5)}{\sqrt{x^4+n^3}}, (-\infty; +\infty)$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n(n+1)}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + n + 1)x^n.$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $(x+2)e^{4x-x^2}, a=2$ .

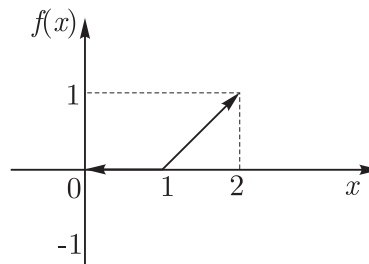
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\arcsin \frac{1}{4}, \varepsilon = 10^{-4}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{0,2} x \operatorname{arctg} x \, dx$

16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' + ye^x + 4y' = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(t) = \begin{cases} x, & x \in (0; \pi] \\ -x, & x \in (\pi; 2\pi) \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \sin t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 0, & t > \pi \end{cases}$

# Варіант №15

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n-1}{(n^2-n)^2}$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n^2+3n+2}}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2+(-1)^n}{n^3}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=2}^{\infty} n! \cdot \arcsin \frac{\pi}{n^n}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^n \frac{\pi n}{3n+4}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3n \cdot e^{-n^2}$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

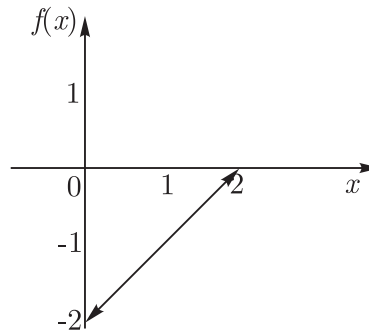
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln(3n)}$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^n}, \varepsilon = 0,001$$
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\ln|x|}}$$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}, (-\infty; +\infty)$ .
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+1)x^n}{3n+5}$ .
- Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.  

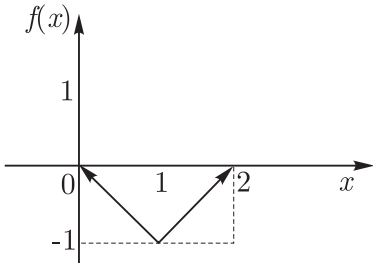
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)x^{2n}}{9^n}$$
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{x^3}{\sqrt[4]{16+x^2}}, a=0$ .
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\operatorname{ch} 0,2, \varepsilon = 10^{-4}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  

$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$
- Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' + (1+x^2)y = 0, y(0) = -2, y'(0) = 2$ .
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \in (-\pi; 0) \\ x^2, & x \in [0; \pi) \end{cases}$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 2-|t|, & |t| \leq 2 \\ 0, & |t| > 2 \end{cases}$

# Варіант №16

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \ln \left( \frac{n+1}{n-1} \right);$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{(n+1)!}$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right)^{n^3}$$
- Дослідити на збіжність ряд.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-3\sqrt{n}}}{\sqrt{n+1}}$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \frac{\pi}{n}}{n}$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{1+n^3}$ ,  $\varepsilon = 0,01$ .
- Знайти область збіжності функціонального ряду.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3} \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^n$$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{x}{n}$ ,  $(-\infty; +\infty)$ .
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{(n+1) \cdot \ln n}$ .
- Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{x+7}{x^2+5x+4}$ ,  $a=1$ .
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\ln \sqrt{1,03}$ ,  $\varepsilon = 10^{-4}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{0.5} \sqrt[3]{1+x^2} dx$ .
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $(1-x)y' = 1+x-y$ ,  $y(0) = 0$ ;
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \frac{\pi^2}{12} - \frac{x^2}{4}$ ,  $x \in (-\pi; \pi)$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 6-2|t|, & |t| \leq 3 \\ 0, & |t| > 3 \end{cases}$



# Варіант №17

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}.$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 - \frac{1}{(n+1)^2} \right).$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}.$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n \cdot n!}{n^n}.$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{\ln^n(n+2)}.$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{\pi}{4n}}{\sqrt{\ln(2n+3)}}.$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{\ln(n+4)}.$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} + \pi n \right)}{(n^2 + 1)^3}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{3^n}.$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx^2}}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot (3x)^n$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)(x^2+1)^n.$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\sin^2 x, a = \frac{\pi}{4}$ .

14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sqrt[5]{e}, \varepsilon = 10^{-3}$ ;

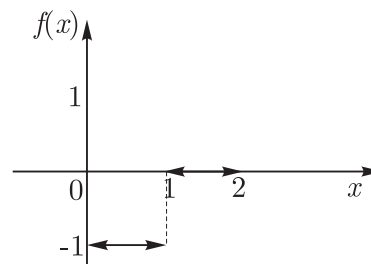
15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.

$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1-x)}{x} dx.$$

16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y' = x + x^2 + y^3, y(0) = 1$ ;

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < |x| \leq \pi \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} \cos t, & |t| \leq \pi \\ 0, & |t| > \pi \end{cases}$

# Варіант №18

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 4}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cdot 9^{\frac{n+1}{2}}}{5^n}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\sqrt{n+1})}{\sqrt{n}}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{3^n}, \varepsilon = 0,001$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{2^n \cdot \sin^{2n} x}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n^2}, [0; +\infty)$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2(x+3)^n}{(2n)!}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)(x^2-2)^n$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\ln(2x-5), a=3$ .

14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sqrt[1/2]{230}, \varepsilon = 10^{-3}$ ;

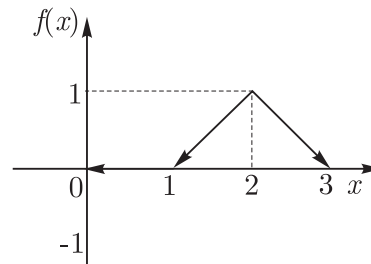
15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  

$$\int_0^{1/2} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx$$

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' + \cos x - xy' = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \frac{\pi-x}{2}, x \in (-\pi; +\pi)$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \cos t, & t \in [0; \pi] \\ 0, & t > \pi \end{cases}$

# Варіант №19

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 - 5n - 6}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n + 5}{3^n}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{\sqrt{n(1+n^2)}}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n^2+3) \cdot \ln(n+1)}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^5 + 3n}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot \sin^n x}{n^2 \cdot 3^{n/2}}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n+4}, [0; 1].$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n} (x-3)^n$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{x+2}{(x-3)^2}, a=0$ .

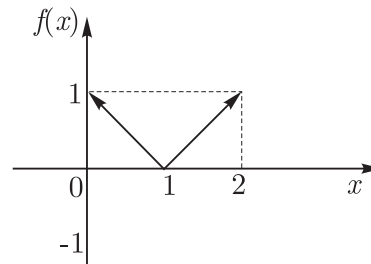
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sin 0,5, \varepsilon = 10^{-4}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^1 \sin x^2 dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' + \sin x \cdot y + \cos x = 0, y'(\pi) = y(\pi) = 1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} x + \pi, & x \in (-\pi; 0] \\ x - \pi, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} e^{-t}, & |t| \leq 2 \\ 0, & |t| > 2 \end{cases}$

# Варіант №20

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{12n^2 - 3}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{(-1)^n}{5^n} - 5 \left( \frac{2}{3} \right)^n \right)$$

3. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n+1)}{n^2 + 2}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{((n+1))^3}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n+3} \right)^{n^2}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{arctg} \left( \frac{n+1}{n^2+3} \right)$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} + \pi n \right) (n^2 + 1)}{(2n)!!}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n}}{n^2 + x^2}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{(n+1)\sqrt{n+x}}, \left[ 0; \frac{1}{2} \right]$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-2)^n}{(n+1) \cdot 3^n}$

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{n+1}}{2n-1} x^{2n-1}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\operatorname{arctg} \frac{x+1}{1-x}, a=0$ .

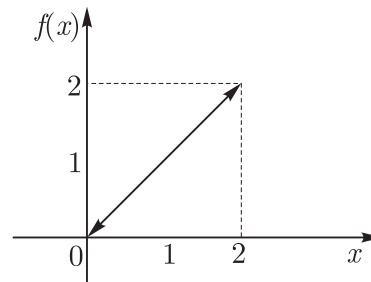
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}, \varepsilon = 10^{-4}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_{1/4}^{1/2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' = yy' - x^2, y(0) = 1, y'(0) = 2$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \pi + x, x \in (-\pi; \pi)$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} \sin t, & |t| \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & |t| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ .

# Варіант №21

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{(n^2+n)^2}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2-n}}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-2}{2n+1} \right)^{n^2}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{4n-1}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(n+3)!}, \varepsilon = 0,001$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n+1} \operatorname{tg}^{2n} x$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx + \cos nx}{n^2+4}, (-\infty; +\infty)$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(x-2)^n}{n \ln^2(n+1)}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\ln x}{x} \right)^{n+1} \cdot \frac{1}{n+1}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\ln(1-2x-3x^2), a=0$ .

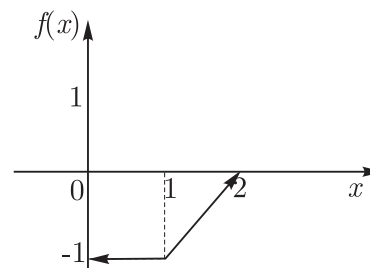
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\cos 375^\circ, \varepsilon = 10^{-5}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/2} x \ln(1+x^2) dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' - 3y'x^2 + xy = 0, y(1) = 0, y'(1) = -1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = x - \pi, x \in (-\pi; \pi)$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} \cos at, & |t| \leq \frac{\pi}{a} \\ 0, & |t| > \frac{\pi}{a} \end{cases}$

# Варіант №22

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16n^2 + 8n - 3}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{(n+1)^2}{n^2 + 2n}$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \cos \frac{n\pi}{2}}{(n^2 + 1) \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{10 + n^2}{1 + n^3} \right)^n$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{(3n^2 + 5) \cdot \ln n}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^3} \cdot \sqrt[5]{n+1}}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{2^{3n}}$ ,  $\varepsilon = 0,001$ .

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} (4 - x^2)^n$ .

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{\sqrt[3]{n}}$ ,  $[0; 1]$ .

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+5)^n}{n^n}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + n)x^{n-1}}{3^{n+1}}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x - a)$  та вказати область збіжності ряду.  $(1 + e^x)^2$ ,  $a = -1$ .

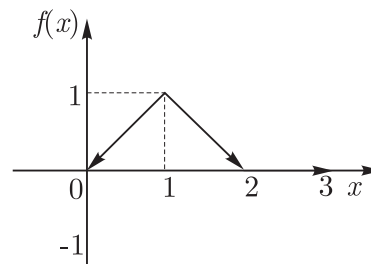
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\frac{1}{3\sqrt[3]{30}}$ ;  $\varepsilon = 10^{-3}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_3^6 \arcsin \frac{1}{x} dx$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $(1 + x^2)y'' + xy' - y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 0$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & x \in (-\pi; 0] \\ \frac{\pi}{2} - x, & x \in (0; \pi) \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = e^{-3|t|}$ ,  $t \in \mathbb{R}$

# Варіант №23

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{36n^2 + 12n - 8}$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4n - 2}{(n^2 - 1)(n - 2)}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1001 \cdot \dots \cdot (999 + n)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n + 5^n}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

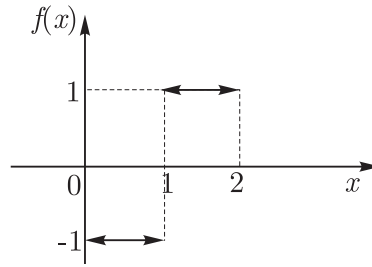
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{(n+2)(\ln^3 n + 5)}$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-i)^n}{2^{3n} \cdot n}$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{(1+n^2)^2}, \varepsilon = 0,001$$
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{e^{n \sin x}}$$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} \cdot \sin n\pi x, (-\infty; +\infty)$ .
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+4)^n}{\sqrt{n}}$ .
- Користуючись почленным інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln^n x}{n}$$
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\ln \frac{1}{x^2 + 4x + 6}, a = -2$ .
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sin 95^\circ, \varepsilon = 10^{-5}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_3^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$ .
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' + y' - xy^2 = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1$ .
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \in (-\pi; 0] \\ 0, & x \in (0; \pi) \end{cases}$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = e^{-2|t|}, t \in \mathbb{R}$

# Варіант №24

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25n^2 + 15n - 4}.$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n + 1}{e^n}.$$

3. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg \frac{\pi}{n}}{\left(2 + \cos \frac{n\pi}{4}\right)}.$$

4. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \cdot \sin \frac{\pi}{3^n}.$$

5. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+3}\right)^{n^2}.$$

6. Дослідити на збіжність ряд.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2(n+4)}.$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+3}{n^5+6}, \varepsilon = 0,001.$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+x)^2}.$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg nx}{x^2 + \sqrt[3]{n^5}}, (-\infty; +\infty).$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 6n + 10)x^{n+2}.$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ,  $a=0$ .

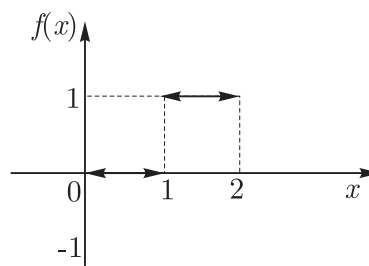
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\arctg \frac{1}{57}$ ,  $\varepsilon = 10^{-5}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_{-0,1}^0 \frac{dx}{1-x^6}$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' = \cos y' + y$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq |x| \leq \pi \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 4, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$



# Варіант №25

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{36n^2 + 48n + 7}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \left( \frac{1}{2} \right)^n - 3 \left( \frac{2}{5} \right)^n \right)$$

3. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-1}{n(n-2)}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(2n)!}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \arcsin^{2n} \frac{n+1}{2n+3}$$

6. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln \left( \frac{n+2}{n+1} \right)}{\sqrt[3]{\ln(n+1)}}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}(n+1)}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} + \pi n \right)}{n^3 \cdot (n^2 + 4)}$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx(n^2 + 4)}{n!}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{x^2 + n^2}, (-\infty; +\infty)$ ;

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 6^n}$ .

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot \sin^{n+1} x}{n(n+1)}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\frac{2x^2 - 3x - 17}{x^2 - 2x - 3}, a = 1$ .

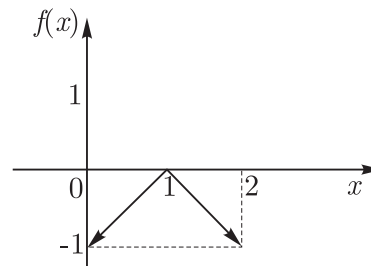
14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\operatorname{arctg} \frac{1}{18}, \varepsilon = 10^{-4}$ ;

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/5} \frac{dx}{1-x^3}$ .

16. Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' = y \cos y' + x, y'(0) = \frac{\pi}{3}, y(0) = 1$ .

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi+x}{2}, x \in (-\pi; 0] \\ \frac{\pi-x}{2}, x \in (0; \pi) \end{cases}$ .

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 2+t, -2 \leq t \leq 0 \\ 2-t, 0 < t \leq 2 \\ 0, |t| > 2 \end{cases}$

# Варіант №26

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{16n^2 + 24n + 5}$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n + 2^n}{3^n}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+4)}{5^n \cdot n^3}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n^2} \cdot 3^n}{(n+2)^{n^2}}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{n}}{\ln^2(n+4)}$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 2}{(n+1)!}$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{9^n}, \varepsilon = 0,001$$
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{4 \cdot n!}$$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^n x}{n!}$$
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+2) \ln^2(n+2)}$$
- Користуючись почленным інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.  

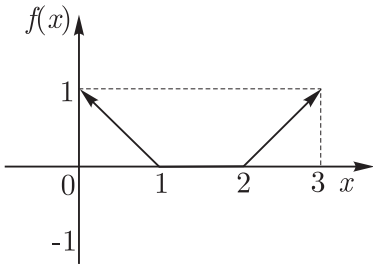
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{2n-1}$$
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  

$$\frac{x^2}{x-1}, a=0$$
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  

$$\sqrt[4]{630}, \varepsilon = 10^{-3}$$
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  

$$\int_{0,5}^1 \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$$
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  

$$y' = xy + e^y, y(0) = 0$$
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  

$$f(x) = \frac{\pi - x}{2}, x \in (0; 2\pi)$$
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.  

- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  

$$f(t) = \begin{cases} \cos 3t, & |t| \leq \frac{\pi}{3} \\ 0, & |t| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

# Варіант №27

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{18n^2 - 6n - 4}.$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2 + n}}.$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1});$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{n!}.$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^n}.$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2(3n)}.$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}.$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n^5 + 2n}, \varepsilon = 0,001.$$
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\ln^n(x+e)}.$$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 \sin n\sqrt{x}}{1+n^3x^4}, (0; +\infty].$$
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{n+1}{n+2} x^n.$$
- Користуючись почленным інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1) \cdot x^{n+1}}.$$
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  
 $\cos x, a = \frac{\pi}{2}.$
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  
 $\sqrt[5]{30}, \varepsilon = 10^{-3};$
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  

$$\int_4^{\infty} \frac{dx}{1+x^6}.$$
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  
 $y' = y^2 + x, y(0) = 1;$
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  
 $f(x) = \pi - x, x \in (0; 2\pi).$
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ 5, & 1 \leq t \leq 3 \\ 0, & t > 3 \end{cases}$$

# Варіант №28

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{25n^2 + 35n + 6}$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + \sqrt{2})(n + \sqrt{2} - 1)}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^{10} + 1}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

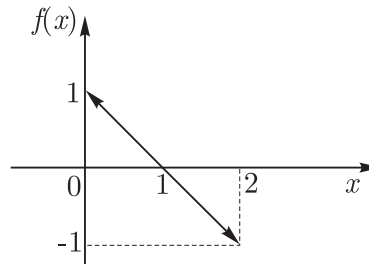
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{n} \right)^n$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{n-1}}{\ln^2(n+3)}$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos \pi n \cdot \frac{\ln n}{n}$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{1 + n^6}, \varepsilon = 0,001$$
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} 5^{n^2} \cdot x^{n^2}$ .
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{3^n}, (-\infty; +\infty)$
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+1) \cdot \ln^2(n+1)}$
- Користуючись почленным інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x^3 - 1)^{n+1}}{n+1}$$
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x - a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\sin^3 x, a = 0$
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{32}, \varepsilon = 10^{-4}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^{1/2} \frac{dx}{1+x^3}$ .
- Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  $y'' = 3y^2 - 4xy' + e^x, y(0) = -1; y'(0) = 3$ .
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = x^2 - \pi^2, x \in [-\pi; \pi]$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \frac{1}{2}e^{-|t|}, t \in \mathbb{R}$

# Варіант №29

- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$$
- Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n + 2^n}{6^n}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg \frac{n}{2}}{\sqrt{n^2 - 2n + 2}}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n!}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^n}{3^n}$$
- Дослідити на збіжність ряд.  

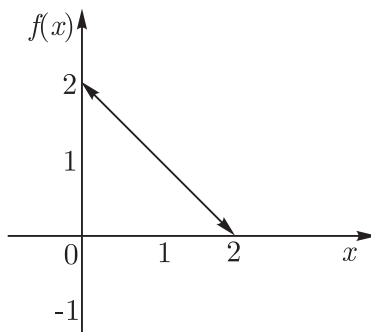
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{(3n^2+1) \cdot \ln \sqrt{n^2+1}}$$
- Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(\ln n)}$$
- Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{6^n}, \varepsilon = 0,001$$
- Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{n^2}$$
- Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^2n^2}, (-\infty; +\infty)$
- Знайти область збіжності степеневого ряду.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n!} (x-3)^{2n-1}$ .
- Користуючись почленным інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(2n+1)x^{n+2}$$
- Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  $\ln(x^2 + 2x + 2), a = -1$ .
- Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  $\sin 15^\circ, \varepsilon = 10^{-5}$ ;
- Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{32-x^5}}$ .
- Знайти перші чотири ненульові члени розвинення у степеневий ряд розв'язку задачі Коші.  $y'' - xy^2 = 0, y(1) = 1, y'(1) = -1$ .
- Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  $f(x) = |\cos x|, x \in (-\pi; \pi)$ .
- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



- Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.
- Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  $f(t) = \begin{cases} 0, & |t| \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x, & \frac{\pi}{2} < |t| \leq \pi \end{cases}$

# Варіант №30

1. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 6n - 8}$$

2. Знайти  $n$ -ту частинну суму  $S_n$  і суму ряду  $S$ .  

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{3^n} + \frac{5}{2^n} \right)$$

3. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \ln n}{n^2 + 4}$$

4. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)! \cdot 5^n}$$

5. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{3n+2} \right)^n$$

6. Дослідити на збіжність ряд.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(n^2+4) \ln^3(n+3)}$$

7. Дослідити ряд на абсолютну та умовну збіжність.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(na)}{n^3}$$

8. Знайти наближено суму ряду з точністю  $\varepsilon$ .  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)! \cdot n!}, \quad \varepsilon = 10^{-5}$$

9. Знайти область збіжності функціонального ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}$$

10. Довести рівномірну збіжність функціонального ряду на заданому інтервалі.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n + x}, \quad (-5; +\infty)$$

11. Знайти область збіжності степеневого ряду.  

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

12. Користуючись почленним інтегруванням або диференціюванням ряду, знайти його суму та вказати область збіжності.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \cdot x^{n+1}$$

13. Розвинути функцію в ряд Тейлора за степенями  $(x-a)$  та вказати область збіжності ряду.  

$$\frac{x}{3x+5}, \quad a=0$$

14. Застосовуючи відповідні степеневі ряди, обчислити з точністю  $\varepsilon$  значення величини.  

$$\arcsin \frac{1}{8}, \quad \varepsilon = 10^{-3}$$

15. Обчислити з точністю  $\varepsilon = 0,001$  інтеграл.  

$$\int_0^{1/3} \frac{1 - \cos x^2}{x^2} dx$$

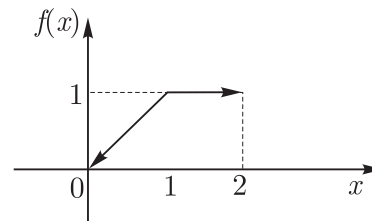
16. Знайти перші чотири ненульові члени розв'язку задачі Коші.  

$$4y'' - ye^{2x} + xy' = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$$

17. Функцію  $f(x)$  періоду  $2\pi$  розвинути у ряд Фур'є. Побудувати графік суми ряду Фур'є.  

$$f(x) = \begin{cases} x + 2\pi, & x \in (-\pi, 0] \\ x, & x \in (0; \pi) \end{cases}$$

18. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$ , розвинути в ряд Фур'є з періодом  $T$ . Побудувати графік суми ряду Фур'є.



19. Функцію  $f(x)$  зображену графічно на інтервалі  $(0, T)$  попереднього завдання, розвинути в ряд Фур'є: а) за косинусами; б) за синусами. В кожному випадку побудувати графік суми ряду Фур'є.

20. Функцію  $f(t)$  періоду  $2\pi$  розвинути в інтеграл Фур'є. Побудувати графік функції та її амплітудного і фазового частотного спектрів.  

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 3, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$