

Варіант № 1

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \frac{x^2}{y} + \ln(-x - y + 1)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x^2 + y^2$; $y = x^2$; $y = 1$, $z = 0$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = e^{\frac{1}{2x^2+9y^2-18}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \cos \ln \frac{x}{x-y^2} + \frac{1}{xy}$; $z = \ln(x^3 + 10xy + y^2) + \sqrt{\frac{\sin x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{1}{\operatorname{tg}^2(x^3 - y)} + \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$; $y = e^{\operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sqrt{1 + \frac{1}{\sin xy}} + 2^{x-y}$; $x = \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{t}}$; $y = 5^t$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{1}{e^{x^2 + \sqrt{\sin y}}}$; $x = u\sqrt{v}$; $y = \sqrt{u} \sin v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y \cos x + \operatorname{tg}(xy)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $e^{0,01} \cdot (2,01)^2$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = 3 \ln \frac{x}{6} + \ln y + \ln(12 - x - y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$; $x = 0$; $y = 0$; $x + y + 3 = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ у точці $M\left(1, 1, \frac{\pi}{4}\right)$.

Варіант №2

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[3]{\ln y} + \ln \cos x$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 - z^2 = 9$; $x^2 + y^2 = 9$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{3x + y^2}{3x - y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \operatorname{tg} \cos \frac{x^2 - y^2}{x + 7}$; $z = 2^{\sin \frac{y^2 - x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{x}{\operatorname{arctg}(xy^2)} + \frac{y}{x}$; $y = 2^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \frac{1}{\operatorname{tg}(xy)} + \frac{1}{\sqrt{x}}$; $x = e^{\sqrt{t}}$; $y = \cos^2 \frac{1}{t^3}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{1}{\sqrt[3]{\ln(xy - 1)}} + e^{\frac{x}{y}}$; $x = u - \frac{1}{v}$; $y = u^2 - v^2$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y \operatorname{arctg} x + \frac{1}{x}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{\ln 1,03 + (1,04)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 6x + y^2 - 5$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \frac{y}{x^2 + y^2}$; $0 \leq x \leq 1$; $0 \leq y \leq 1$.
12. До поверхні $z = 2x^2 - 4y^2$ провести дотичну площину, паралельну до площини $4x - 4y - \frac{1}{2}z = 1$.

Варіант №3

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}} + \ln(x^2 - y)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x^2 - y^2$; $z = 0$; $x = 1$; $x = -1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{(x-2)^2 + (y+1)^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \frac{x-y}{x+y} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{y}}$; $z = (x-y) \ln \frac{x^2}{y}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \ln^2 \sqrt{x^2 - y^2} + \frac{1}{x}$; $y = \sin \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{ctg} \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \frac{y}{\cos x}$; $x = \ln(2t + 2^t)$; $y = -\frac{1}{t^2}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{ctg} \frac{\sin x}{y} - x$; $x = u^2v$; $y = 1 + u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{y} + x^2y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,003)^2 (3,004)^3$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy + y^2 + x + y - 1$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 + 1$; $x^2 + y^2 \leq 1$; $x \geq y$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ у точці $M(3, 4, 12)$.

Варіант №4

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{xy} + 2 \ln(x^2 - 4)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{x^2 + y^2 + 1}{\sqrt{9x^2 - 4y^2 - 36}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{x+y}}{y-x}$; $z = e^{\cos^2 \frac{x+y}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \operatorname{tg}(x^2 - y^3) + 2^{\ln y}$; $y = \sqrt{\sin \cos x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sqrt[3]{x^2 + y^5} + \frac{y}{\sin x}$; $x = \ln^2 t$; $y = \cos \frac{1}{t^2}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{ctg} \sqrt{e^{x^2-y}} + x \sin y$; $x = e^{u-\sqrt{v}}$; $y = \frac{1}{u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x\sqrt{y^3} + \cos x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(1,02)^3 + (0,001)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (2x - x^2)(2y - y^2)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 - x^2 + 8$; $x^2 + y^2 \leq 4$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ у точці $M\left(0, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Варіант №5

1. Знайти область визначеності функції $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{2x+y} \sqrt{\ln(1-x^2-y^2)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x + y + 1; y^2 = x; x = 1; y = 0; z = 0$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{4 - \sqrt{xy + 16}}{xy}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \ln \left(\operatorname{arctg} \frac{x}{y} \right) + e^{2xy}; z = \arccos \frac{x^2 + 2xy}{y}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x): z = \cos^2 \left(\frac{1}{x^2 + y^2} - 3 \right); y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t): z = \operatorname{ctg}^2(1 - x \cdot 2^y) + \frac{\sqrt{x}}{y}; x = e^t; y = \frac{1}{\cos^2 \sqrt{t}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \operatorname{ctg} \frac{1}{xy} + \operatorname{tg} \cos x; x = e^{\frac{1}{u}}; y = v \ln(u - v)$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y \sin x - x \operatorname{tg} y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(8,03)^2 + (6,02)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + 2xy - y^2 + x + y - 1$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2 - x^2 + y^2; y = x^2 - 4; y = 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x \sin(x - y)$ у точці $M(1, 1, 0)$.

Варіант №6

1. Знайти область визначеності функції $z = \arccos \frac{x+5}{y} + \frac{1}{\sqrt[6]{y+1}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = x^2 + y^2$; $x^2 + y^2 = 2x$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{\sin 2x + 1}{2^x - 2^y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sqrt{x \ln \sin y + y^2}$; $z = 2x^{\cos y}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - y^3}} + \sin \frac{x}{y}$; $y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = xe^{xy} + \frac{x}{\ln y}$; $x = e^{t^2}$; $y = \sin \frac{1}{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{2^y}{\sin x + \cos x} - \ln \frac{1}{\sqrt{x}}$; $x = u - \frac{1}{v}$; $y = v - \frac{1}{u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x}{y \operatorname{tg} x}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\frac{1}{\sqrt[3]{0,98 \cdot \sqrt[4]{(1,04)^3}}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 6y^2 + 12$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - y^2 + 4$; $y = 4 - x^2$; $y = -2$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y + \ln \frac{x}{y}$ у точці $M(1, 1, 1)$.

Варіант №7

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x \ln(x^2 + y^2 - 9)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = 8x$; $z = \frac{x^2 + y^2}{4}$; $z = 0$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ y \rightarrow \frac{\pi}{2}}} \frac{\sin 2x \sin 2y}{\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y - xy - \frac{\pi^2}{4}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\operatorname{tg} x)^{\ln y}$; $z = \left(2^{xy} + 3^{\frac{x}{y}} - 1\right)^3$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \sqrt{y} - \sqrt{x+y} + \operatorname{arctg}^2(xy)$; $y = \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sqrt{\ln\left(\frac{x}{ey} + 1\right)}$; $x = \sqrt{t}$; $y = \sin^3 t$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{1}{\sqrt{x-y}} + \sin(x^2y)$; $x = \frac{u-1}{v}$; $y = v^2 + e^{uv}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = e^{2x+y^2}x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\ln\left(0,01 + \sqrt{(0,01)^2 + (1,02)^2}\right)$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = 5 - \sqrt[3]{x^2 + y^2}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3x^2 + 3y^2 - 6x + 4y$; $x^2 + y^2 \leq 25$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $\operatorname{tg}(x+z)ye^z = 1$ у точці $M(3, 4, 12)$.

Варіант №8

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\ln(x - y)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 - z^2 = 0$; $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} (x^2 + y^2) \operatorname{tg} \frac{1}{x^2 + y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y^{\sqrt{x}} \cos^2 \frac{x}{y}$; $z = \frac{1}{2xye^x}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = (x - y) \ln \frac{x}{xy + y^3} - \frac{1}{y}$; $y = \sin \cos \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \frac{1}{x} + \frac{y^2}{5 + x^2}$; $x = \ln(e^t + 1)$; $y = -\frac{1}{\sqrt{t}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = x^y$; $x = u - v^2$; $y = \sqrt{uv}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = (y - \sin \sqrt{x})^2$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(3,001)^2 \sqrt[3]{1,002}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^x (x^2 + y^2 + x)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$; $x = 0$; $y = 0$; $x + y + 6 = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x^2 + y^2$ у точці $M(1, 3, 10)$.

Варіант №9

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x+2} + \frac{1}{\log_2(x^2 + 4y^2 - 16)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 - y^2 - z^2 = 0$; $x^2 + y^2 = 1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} x e^{\frac{1}{xy}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\ln y)^{\cos x}$; $z = (6x^3y - y^36^{\sqrt{x}})^2$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = 2x^2 - xy + 2^{xy}$; $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\sin x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = xe^{x^2+y^2+1}$; $x = \cos^2 t$; $y = \cos t^2$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \arccos(x + \sqrt{xy})$; $x = u \operatorname{tg} v^2$; $y = u - \sqrt{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sqrt{xy} + y^2$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\frac{(1, 03)^3}{\sqrt[3]{0,97}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \sqrt{9y^2 + 4x^2 - 36}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2(x - y)$; $y = 0$, $y = x + 2$; $x = 3$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^3 - 3x^2yz = 1$ у точці $M\left(1, \frac{7}{6}, 2\right)$.

Варіант № 10

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)} + \arcsin(x + 1)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $2y^2 = x$; $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$; $z = 0$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^2 + y^2)^{-\frac{1}{x^2 + y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = x^{xy}$; $z = 8 \sin^2 \frac{xy}{8} + \frac{1}{\arctg \frac{x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \sqrt{\arcsin \frac{x}{y}} + \frac{1}{x - y}$; $y = 5^x - 3^{\frac{1}{x}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = y^2 + 3x^2 \ln y$; $x = \ln(2^t + 1)$; $y = \cos \sqrt{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \sqrt[3]{\ln \frac{x^2}{y} - \frac{1}{\sin x}}$; $x = \frac{u}{\cos v}$; $y = e^{\sin u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = 2^{\ln(x-y)} + \cos^2 x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(0, 95)^{2,01}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = 3^{x^2 + y^2 - 2x + 1}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2$; $|x| + |y| \leq 1$.
12. До поверхні $2x^2 = z - 4y^2$ провести нормаль, перпендикулярну до площини $8x - 32y - 2z + 3 = 0$.

Варіант № 11

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \frac{2x}{x-y} + \ln x$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 36$; $x^2 + y^2 = 6x$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{x-y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \frac{x}{3x^2-y^2}$; $z = \sin^{-5} \frac{2}{\operatorname{tg} \frac{x}{y}} + xy^2$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{1}{\ln^2(x - \sqrt{y})} + \cos(x^2y + 1)$; $y = \arccos \sqrt{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \arcsin \left(\ln \frac{x}{\sqrt{y}} \right) + x^2y$; $x = \frac{t^3}{3}$; $y = \operatorname{tg}^3 \frac{1}{t^3}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{tg} \sqrt{x^2y - xy^2}$; $x = u \sin v$; $y = 1 - v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x \ln y - \sin \sqrt{xy}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(3, 02)^2 \cdot e^{0,03}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2y(2 - x - y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$; $y = 3$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y + \ln \frac{x}{y}$ у точці $M(1, 1, 1)$.

Варіант № 12

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{|x|} \sqrt{\ln(x+y)} - \operatorname{arctg} e^{\frac{1}{y}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1; y = 0; z = \frac{x}{2}; z = x$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y^2}{1 - \sqrt{1 + x^2 y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sin \operatorname{tg} \frac{x^2 + y}{xy}; z = x\sqrt{y} + \ln(x^2 y - 5y - 16)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x): z = \frac{2^\pi}{\ln \sin(x + y^2)} - x \operatorname{tg} y; y = x \operatorname{ctg} \sqrt{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t): z = 2^{\ln x + \operatorname{ctg} y} - \frac{1}{\operatorname{tg} xy}; x = \frac{1}{\ln t}; y = \sqrt{\operatorname{tg} t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \sqrt{\cos \frac{x}{y} + \sin \frac{y}{x}}; x = \sqrt{uv} + v^2; y = u\sqrt{v^8}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x}{\ln y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\frac{(1,001)^2}{\sqrt{0,98}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x - 1)^2 - 2y^2$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2; 2y = x - 4; x = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x \sin(x - y)$ у точці $M(1, 1, 0)$.

Варіант № 13

1. Знайти область визначеності функції $z = \lg(4x - y^2 - 8) 2^{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $(x + 2)^2 + y^2 = 4$; $x + y + z = 5$; $z = 0$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{x^2 + y^2}{\sin x \sin y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = 2^x \operatorname{ctg}(x^2 + y^3)$; $z = \operatorname{ctg}\left(\ln \frac{1}{\sqrt{x^2 - y}}\right) - 10$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{1}{\cos(xy)} + e^{\frac{x^2}{y^2}}$; $y = \ln^3 \sin x$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \ln(x^2y + xy^2 + 4x)$; $x = 2t - \frac{1}{\sqrt{t}}$; $y = \sin t$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = e^{(x+y)^2} - 10$; $x = u \cos v$; $y = \sin v + u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \ln(xy) \sin x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1, 02)^{4,05}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$; $y = 3$.
12. На поверхні $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 4yz = 8$ знайти точки, в яких дотичні площини паралельні до координатних площин.

Варіант № 14

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[4]{\sin(x^2 + y^2)} + \ln 2y$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $y = 2 + x^2 + z^2$; $x^2 + z^2 = 9$; $y = 0$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy}{y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = e^{\ln^2(x\sqrt{y})} + \frac{1}{2x + 2y}$; $z = \sqrt{\cos^2 y \cdot x} + \sin \sqrt{x} \cdot y$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = 2^x - \sin^2(\pi x - y) + \frac{1}{y}$; $y = \sqrt{x^2 + \operatorname{tg} x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \arcsin \sqrt{x^2 y - 1} + e^{\sqrt{x}}$; $x = \sin \frac{1}{\sqrt{t}}$; $y = 2t^2$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = y \sin x + x \sin y$; $x = \operatorname{tg} \frac{u}{v}$; $y = \sqrt{u \ln v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = 2x^2 - e^{xy}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(0, 97)^{2,03}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy - 6x + 16y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$; $y = x^2$; $y = 5$.
12. До поверхні $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 2$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Варіант № 15

1. Знайти область визначеності функції $z = (x + \sqrt{y}) \ln(x^2 - y^2)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $y^2 + z^2 = x^2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y^{3x^2}$; $z = \sqrt{x \ln \sin y + y^2}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = 3x + \sqrt[3]{x \cos y} - \frac{1}{y^2}$; $y = \ln \frac{x^2}{1+x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sin \cos(x^2 - y^2)$; $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{t^2}$; $y = \ln(1+t)$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{1}{xy} + \sin \frac{1}{xy}$; $x = \sin(u^2 + v^2)$; $y = u \operatorname{tg} v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sqrt{x^2 - \sin^2 y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(4,04)^2 + (2,94)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \cos^2 x + \cos^2 y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 y(2 - x - y)$; $x = 0$; $y = 0$; $x + y = 5$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $9x^2 + 4y^2 - z^2 = 36$ у точці $M(2, 1, 1)$.

Варіант № 16

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{y \sin(x^2 + y^2)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$; $x^2 + y^2 = Rx$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{(x^2 + y^2) e^{\frac{1}{x^2 + y^2}}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\sin x)^{\cos y}$; $z = \frac{xy \operatorname{arctg}(x + y)}{xy + 1}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = 3^{xy^2 - yx^2} + x \sin y$; $y = \sin(x - \ln x)$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \ln^3(x\sqrt{y} + y\sqrt{x}) - x$; $x = t \sin t$; $y = \frac{1}{\sqrt{t^3}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{arctg} \frac{xy}{x^2 + y^2}$; $x = u \sin v$; $y = \sqrt{u^2 - v^2}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x}{\sin y} + \cos y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1, 003)^{2,06}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^x (x^2 + y^2 - 4x - 1)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 \ln x$; $x = 1$; $x = 2$; $x = y^2$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ у точці $M\left(1, 1, \frac{\pi}{4}\right)$.

Варіант № 17

1. Знайти область визначеності функції $z = \ln(3 - x) \ln(2x^2 + 3y^2 - 12)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $1 + x^2 - y^2 - z^2 = 0$; $x = 2$; $x = 5$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{4x^2y^3}{x^5 + 6y^5}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \frac{1}{e^{xy}} + \arctg \frac{\sqrt{x}}{y}$; $z = \sqrt{\pi} + \ln \frac{1}{x + 5y} - \frac{1}{y + 5x}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \arccos \frac{x}{\sin y} + \sqrt{\frac{x}{y}}$; $y = \frac{1}{\ln^2 2^x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sqrt{x^y + 1} - \frac{1}{x}$; $x = \cos \sin t$; $y = \frac{1}{2^t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \frac{1}{e^{xy^2-1}} + x \cos y$; $x = u\sqrt{v}$; $y = \frac{u}{\sqrt{v}}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = e^{y^2} \cos(x + y)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sin 29^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x - 6)^2 - 4y^3$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 + 1$; $x \geq y$; $x^2 + y^2 \leq 4$.
12. До поверхні $x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0$ провести дотичну площину, паралельну до площини $x + 2y - z = 0$.

Варіант № 18

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x - y^2} + \frac{1}{\sin y}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x^2 + y^2$; $z^2 = x^2 + y^2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{2 \sqrt{x^2 + y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y^{\ln x}$; $z = \cos(x + y) \sin xy$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \arcsin(x^2 + y)$; $y = \frac{1}{x} + e^{\ln^2 x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sin y \cos(y - 2^x)$; $x = \sqrt{2t - 1}$; $y = \ln \sin t$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = e^{\sqrt{x - y^2}} + \ln(y^2 \sqrt{x})$; $x = \sin \frac{u}{v}$; $y = u \cos v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \arcsin(3x - 2y)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1, 03)^{3,001}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = ye^{-2y^2 - x^2 - x}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$; $x^2 + y^2 \leq 25$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $4x^2 + 2y^2 - z = 1$ у точці $M(1, 2, 11)$.

Варіант № 19

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[4]{\ln(xy)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $y = \sqrt{x}$; $y = 2\sqrt{x}$; $z = 0$; $x + z = 6$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{x^2 + y^2}{(y^2 - x)(x + y)}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \cos(x^2 + y) \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{x + y}$; $z = \frac{x}{\ln \frac{x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{\arcsin(2^x - 2^y)}{\ln^2 \sqrt{\pi}} + \sqrt[3]{xy}$; $y = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sin \frac{x}{y} + 3^{\frac{y}{x}}$; $x = \operatorname{ctg}^2 t$; $y = \sqrt{t^2 + 1}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \sqrt[3]{x + 8xy}$; $x = u \ln v$; $y = u^2 + \frac{1}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(2,01)^2 + 5} \cdot e^{0,02}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = xe^{-2x^2 - y^2 - y}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 \ln y$; $y = 4x^2$; $y = 2$; $y = 3$.
12. До поверхні $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 1$ провести дотичну площину, паралельну до площини $2x - 6y + 3z - 10 = 0$.

Варіант №20

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos y}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = x^2 + y^2$; $x^2 + y^2 = 2y$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} x e^{\frac{1}{xy}}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\ln x)^{\cos^2 y}$; $z = \sqrt[3]{\sin \frac{x^2}{y}} + \ln^3 \operatorname{tg}(x^2 y)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = 5^{x^3 - yx^2} + y \cos^2 x$; $y = \ln^2 \frac{1}{x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = (x - y) \ln \frac{x + 1}{y - 1}$; $x = e^{t^2} - 1$; $y = \frac{t^3}{3}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = e^{x - 2y^2} + \sin x$; $x = \frac{u}{\ln v}$; $y = \frac{1}{e^{uv}}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \operatorname{tg}(x\sqrt{y}) - 1$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\ln [(0,99)^3 + (0,08)^3]$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \ln(xy) + x$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \frac{1}{3} \ln \frac{y}{x}$; $y \geq \frac{1}{3}$; $y \leq 1$; $y \geq x^2$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = 3x^2 + 2y^2 - xy$ у точці $M(-1, -2, 9)$.

Варіант №21

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{\log_2(2x - 3y - 12)}{\sqrt[6]{9 - x^2 - y^2}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $6z = x^2; y = 0; y = 6 - z$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{(x^2 + y^2 - 4)(x^2 - y^2 - 1)}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y + (\arctg x)^y; z = \ln(xy + \sqrt{x^2 + 2y})$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x): z = \sqrt{xy} - 2^{\ln y} \cos(x + y); y = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2} \arcsin^2 x\right)$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t): z = y \sin x + x \cos y; x = \ln\left(1 - \frac{1}{t}\right); y = 7^{t+\sqrt{t}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \frac{2 - \ln y}{\sin x \cos y}; x = uv; y = \ln u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \cos^2(x - y)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = 5^{-x^2 - y^2 + 2}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \ln(x^2 + y^2); y = \sqrt{x}; x = 1; y = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = e^{y \cos 2x}$ у точці $M\left(\frac{\pi}{2}, 1, \frac{1}{e}\right)$.

Варіант №22

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}} + e^{\frac{xy}{x-1}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + 4y^2 + z = 1$; $x^2 + 4y^2 - z = 1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \ln(1 - 4x^2 - 4y^2)$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sqrt{x-y} + e^{\frac{x}{y^2}}$; $z = \sin \frac{x}{y} + \ln(x^4 y^2 + 1)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \sqrt{x \sin(x^3 + y)} + e^{-y}$; $y = \operatorname{arctg}^3 \frac{1}{\sin x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{arctg} \frac{x^2}{\sqrt{y}}$; $x = \arccos t$; $y = \ln(1 + t^3)$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{tg}(x \cos y) - 1$; $x = \ln \frac{u}{v}$; $y = u - \frac{1}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x^2 y - xy$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,008)^2 \cdot (2,097)^3$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + xy - 2$; $y \leq 2x^2 - 2$; $y \geq 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ у точці $M(3, 4, 12)$.

Варіант №23

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \ln xy$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = xy; x = 0; x = 1; y = 0; y = 4$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2)^3 \sin \frac{1}{(x^2 + y^2)^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = x^{y^2}; z = \frac{x}{y} + 2\frac{y}{x}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x): z = \sqrt[3]{1 + \cos(x - y)} - \sin(xy); y = 2^{\cos^5 x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t): z = \frac{1}{\ln(e^x + y - 1)} - \cos y; x = \sqrt{\lg t}; y = \cos^2 \frac{1}{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y): z = \arcsin \sqrt{x^3 y - 1}; x = u^v; y = \frac{1}{u - v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sin(y^2 + \sqrt{x}) - 10$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $1,002 \cdot (2,003)^2$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + y^2 - 10 \ln x - 5 \ln y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = e^{x^2 + y^2}; y = 1; x^2 + y^2 = 4$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^2 + xy^3 = 0$ у точці $M(-1, 1, 1)$.

Варіант №24

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin(x - y) + e^{\frac{2}{\sqrt{3-x}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = z^2$; $x^2 + y^2 = (z - 2)^2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos xy}{x^2 y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (x + 3^{xy^2})^2$; $z = \sin^3 \left(\ln \frac{x^2 - 2^{xy}}{y^2 + e^x} \right)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \operatorname{arctg} \sqrt{xy} + \frac{1}{xy}$; $y = 5^{\sin^2 x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{arctg} \frac{x^3 - y}{xy} - \frac{1}{\sqrt{xy}}$; $x = e^{\sqrt{t}}$; $y = t^e$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \ln(xy) \sin x$; $x = u^2 v + 4$; $y = \sin \sqrt{uv}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\cos 61^\circ \cdot \sin 29^\circ$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 4y^2 + 8xy - 16$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 - x^2 + 8$; $x^2 + y^2 \leq 4$.
12. До поверхні $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 2$ провести дотичну площину, паралельну до площини $2x + 4y + 6z = 0$.

Варіант №25

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{\ln(2-y)} + \sqrt{\frac{\cos 2x}{y}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + (y-1)^2 = 1$; $z = 2$; $x + z = 2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 y^2 + 9} - 3}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \frac{1}{\sin(x-y^2)} + \arcsin \sqrt{x^2 + y^3}$;
 $z = \ln \frac{x^2 + y^2 - 7}{xy}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \sin x \cdot \cos(x^2 + 2^y)$; $y = x^2 \cdot \sin^2 x$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = 2y + \ln \cos \frac{x}{y}$; $x = 2^t$; $y = \frac{1}{\sqrt{t^3}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 2y}$; $x = \frac{u}{e^v}$; $y = v \operatorname{tg} u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x\sqrt{\operatorname{tg}(x-y)}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $e^{(0,001)^3 + (0,03)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \sqrt{2x^2 + y^2 - 4}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + 2xy - 10$; $y = x^2 - 4$; $y = 0$.
12. До поверхні $z = 4xy$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\frac{x-2}{9} = \frac{y-1}{6} = \frac{z+1}{-1}$.

Варіант №26

1. Знайти область визначеності функції $z = \frac{1}{2^x - 2^y} + \arccos \frac{y+5}{x}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $y^2 + z^2 = x^2$; $x^2 + y^2 = 9$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = 2^{\sqrt[3]{x-y}} + \sin \frac{x}{y}$; $z = \arccos(6^{x^2y} - 12) - \frac{1}{x}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = e^y - 11 \cos^2(x - y^3)$; $y = \sin \sqrt{x} + \sqrt{\sin x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \arccos(x^2 + y)$; $x = 5\sqrt{t}$; $y = 3t^4$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \sqrt{\ln(y + e^x)} - \frac{1}{y}$; $x = \cos u - \sin v$; $y = uv$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{x + y^2}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(1, 02)^3 + (1, 97)^3}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x - 1)^2 + (y + 2)^2$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$; $|x| + |y| \leq 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y \operatorname{tg} \frac{x}{3}$ у точці $M\left(\frac{3\pi}{4}, 3, 3\right)$.

Варіант №27

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \frac{x}{y} + e^{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = 16$; $x^2 + z^2 = 16$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow \pi \\ y \rightarrow \pi}} \frac{\sin x \sin y}{\pi^2 + xy - \pi x - \pi y}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \frac{1}{xy} + y^2 \sqrt{x}$; $z = \operatorname{ctg}^2(2^x \cdot 2^y) + \frac{1}{\sqrt{xy}}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \sqrt[3]{x^2 + \frac{x}{y^3}} + y \sin x$; $y = 6^{\ln^2 x}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{arctg} \sqrt{2x^2 - y^2 - 1} + \frac{x}{3y}$; $x = 3^{t^2}$; $y = \operatorname{ctg} \frac{1}{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = 2^{x \cos y} + \operatorname{tg} \sqrt{y}$; $x = \operatorname{tg} \frac{u}{v}$; $y = \frac{1}{u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{e^{xy}}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\cos 29^\circ \cdot \operatorname{ctg} 46^\circ$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^{x^2 + 2y^2 - 4y + 10x - 8}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \frac{x}{x^2 + y^2}$; $0 \leq x \leq 1$; $0 \leq y \leq 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^3 - 3x^2yz = 1$ у точці $M\left(1, \frac{7}{6}, 2\right)$.

Варіант №28

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{(x^2 - 1)(1 - y^2)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = 4 - y^2$; $z = y^2 + 2$; $x = -1$; $x = 2$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \frac{xy}{x^2 + y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \frac{6}{\ln \sqrt{x + y}} 2^{xy}$; $z = \ln \sqrt{x + \ln y}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}(x^2 + y)}} - \frac{y}{x^2}$; $y = 5^{\frac{1}{x}} - x^{\frac{1}{5}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sqrt{2 \ln x + e^y} + \frac{y}{\sin x}$; $x = \sqrt{\sin t}$; $y = \frac{1}{\sqrt{t}}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{arctg} \frac{1}{x - y} + \operatorname{tg} \frac{1}{x + y}$; $x = \frac{u}{v}$; $y = \frac{v}{u} - 1$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{x^2}{\sin y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt[3]{(1, 02)^2 + (0, 05)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy - 4x + 8y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \ln [(x - 1)(y + 1)]$; $y = 0$; $y = 1$; $x = 2$; $x = 3$.
12. До поверхні $z = xy$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\frac{x - 3}{4} = \frac{y + 1}{8} = \frac{z}{-1}$.

Варіант №29

1. Знайти область визначеності функції $z = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \sqrt{y} + \sqrt{x^2 + y^2 - 16\pi^2}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $4z = 4 - x^2$; $z = 0$; $y = 4$; $4x + 3y = 12$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} \pi x \operatorname{ctg} \pi y$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = e^{\frac{x}{y}} + \ln(x + \cos x^2 y)$; $z = \frac{1}{x^2 y} + \operatorname{arctg}(x + 2y)$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \frac{1}{y} + \frac{x^2}{2 + y^2} + \ln^2 \frac{x + 1}{y}$; $y = \sqrt[5]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = x^2 + \sqrt{x} \ln y + \frac{\ln x}{\sqrt{y}}$; $x = \frac{1}{\sin t}$; $y = \cos 2\sqrt{t}$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \ln(2^x \cdot 2\sqrt{y} - e) - 25$; $x = 5u - \frac{1}{v}$; $y = \frac{\sin u}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \frac{1}{xy} + \frac{1}{y} \cos x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt[3]{0,98} \cdot \sqrt{1,02}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 y (8 - x - y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$; $x = 0$; $y = 0$; $x + y = 1$.
12. До поверхні $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ провести дотичну площину, паралельну до площини $x + 4y + 6z = 0$.

Варіант №30

1. Знайти область визначеності функції $z = \ln x + \ln \cos 2y$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = 1$; $x^2 + y^2 = z - 1$; $z = 2$.
3. Знайти границю $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$.
4. Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sin xy^2 + \frac{1}{2x + \sqrt{y}}$; $z = \arcsin \sqrt{x + \ln y}$.
5. Знайти повну похідну $\frac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \operatorname{arctg} \cos(2^x + 2^y)$; $y = \sin^3 \sin x$.
6. Знайти $\frac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sqrt{y - 2x^2} + \ln \frac{x}{y}$; $x = \operatorname{tg} 2t$; $y = \arcsin t + t^2$.
7. Знайти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \ln \frac{x}{y} - e^{xy}$; $x = \cos uv$; $y = 1 - v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \ln \sin \frac{x}{y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,003)^2 (3,002)^3$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^{x+y} (x^2 - 2y^2)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3^{x^2+y^2}$; $x^2 + y^2 = 4$; $y = 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $3^{\frac{x}{z}} + 3^{\frac{y}{z}} = 18$ у точці $M(2, 2, 1)$.