Варіант №1

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \dfrac{2x}{x-y} + \ln x$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1; y = 0; z = \dfrac{x}{2}; z = x$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} \pi x \operatorname{ctg} \pi y$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\ln y)^{\cos x}$; $z = \left(6x^3y - y^3 6^{\sqrt{x}}\right)^2$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = 2^x - \sin^2(\pi x - y) + \dfrac{1}{y}; y = \sqrt{x^2 + \operatorname{tg} x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = xe^{xy} + \dfrac{x}{\ln y}; x = e^{t^2}; y = \sin \dfrac{1}{t}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{ctg} \dfrac{\sin x}{y} - x; x = u^2 v; y = 1 + u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{x}{y \operatorname{tg} x}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1,02)^{4,05}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 6y^2 + 12$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = e^{x^2+y^2}; y = 1; x^2 + y^2 = 4$.
12. До поверхні $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 2$ провести дотичну площину, паралельну до площини $2x + 4y + 6z = 0$.

Варіант №2

1. Знайти область визначеності функції $z = \ln x + \ln \cos 2y$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 36; x^2 + y^2 = 6x$.
3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sin xy}{y}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = e^{\ln^2\left(x\sqrt{y}\right)} + \dfrac{1}{2^x + 2^y}; z = \sqrt{\cos^2 y \cdot x} + \sin \sqrt{x} \cdot y$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \dfrac{1}{\cos(xy)} + e^{\frac{x^2}{y^2}}; y = \ln^3 \sin x$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = (x - y) \ln \dfrac{x + 1}{y - 1}; x = e^{t^2} - 1; y = \dfrac{t^3}{3}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{ctg} \dfrac{1}{xy} + \operatorname{tg} \cos x; x = e^{\frac{1}{u}}; y = v \ln(u - v)$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \operatorname{tg}\left(x\sqrt{y}\right) - 1$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1,03)^{3,001}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy - 6x + 16y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2 - x^2 + y^2; y = x^2 - 4; y = 1$.
12. До поверхні $2x^2 = z - 4y^2$ провести нормаль, перпендикулярну до площини $8x - 32y - 2z + 3 = 0$.

Варіант №3

1. Знайти область визначеності функції $z = \operatorname{arctg} \dfrac{x}{2x+y} \sqrt{\ln\left(1 - x^2 - y^2\right)}$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2; x^2 + y^2 = Rx$.

3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{1}{(x-2)^2 + (y+1)^2}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = x^{y^2}; z = \dfrac{x}{y} + 2^{\frac{y}{x}}$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \cos^2\left(\dfrac{1}{x^2+y^2} - 3\right); y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \ln\left(x^2y + xy^2 + 4x\right); x = 2t - \dfrac{1}{\sqrt{t}}; y = \sin t$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = 2^{x \cos y} + \operatorname{tg} \sqrt{y}; x = \operatorname{tg} \dfrac{u}{v}; y = \dfrac{1}{u}$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = e^{y^2} \cos(x + y)$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(0,95)^{2,01}$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = (2x - x^2)(2y - y^2)$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 \ln x; x = 1; x = 2; x = y^2$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x}$ у точці $M\left(1, 1, \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Варіант №4

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin \dfrac{x^2}{y} + \ln(-x - y + 1)$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $(x+2)^2 + y^2 = 4; x + y + z = 5; z = 0$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^2 + y^2)^{-\dfrac{1}{x^2 + y^2}}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sqrt{x - y} + e^{\frac{x}{y^2}}; z = \sin \dfrac{x}{y} + \ln(x^4 y^2 + 1)$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \arccos \dfrac{x}{\sin y} + \sqrt{\dfrac{x}{y}}; y = \dfrac{1}{\ln^2 2^x}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{arctg} \dfrac{x^2}{\sqrt{y}}; x = \arccos t; y = \ln(1 + t^3)$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \dfrac{2 - \ln y}{\sin x \cos y}; x = uv; y = \ln u$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{x^2}{\sin y}$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt[3]{(1,02)^2 + (0,05)^2}$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = ye^{-2y^2 - x^2 - x}$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 - x^2 + 8; x^2 + y^2 \leqslant 4$.

12. До поверхні $z = xy$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+1}{8} = \dfrac{z}{-1}$.

Варіант №5

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\sin\left(x^2 + y^2\right)} + \arcsin\left(x + 1\right)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $y = \sqrt{x}; y = 2\sqrt{x}; z = 0; x + z = 6$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{1}{x^2 + y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = x^{xy}; z = 8\sin^2\dfrac{xy}{8} + \dfrac{1}{\operatorname{arctg}\dfrac{x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z\left(x, y\right), y = y\left(x\right)$: $z = \dfrac{2^{\pi}}{\ln\sin\left(x + y^2\right)} - x\operatorname{tg} y; y = x\operatorname{ctg}\sqrt{x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z\left(x, y\right), x = x\left(t\right), y = y\left(t\right)$: $z = \sqrt{\ln\left(\dfrac{x}{e^y} + 1\right)}; x = \sqrt{t}; y = \sin^3 t$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z\left(x, y\right)$: $z = \operatorname{ctg}\sqrt{e^{x^2 - y}} + x\sin y; x = e^{u - \sqrt{v}}; y = \dfrac{1}{u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x\ln y - \sin\sqrt{xy}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\dfrac{1}{\sqrt[3]{0,98 \cdot \sqrt[4]{\left(1,04\right)^3}}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 4y^2 + 8xy - 16$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{y}{x}$; $y \geqslant \dfrac{1}{3}$; $y \leqslant 1; y \geqslant x^2$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y + \ln\dfrac{x}{y}$ у точці $M\left(1, 1, 1\right)$.

Варіант №6

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x \ln\left(x^2 + y^2 - 9\right)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 - z^2 = 0; x^2 + y^2 + z^2 = 16$.
3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{1}{\left(x^2 + y^2\right) e^{\frac{1}{x^2+y^2}}}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \cos \ln \dfrac{x}{x - y^2} + \dfrac{1}{xy}; z = \ln\left(x^3 + 10xy + y^2\right) + \sqrt{\dfrac{\sin x}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z\left(x, y\right), y = y\left(x\right)$: $z = 3x + \sqrt[3]{x \cos y} - \dfrac{1}{y^2}; y = \ln \dfrac{x^2}{1 + x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z\left(x, y\right), x = x\left(t\right), y = y\left(t\right)$: $z = \sqrt{1 + \dfrac{1}{\sin xy}} + 2^{x-y}; x = \operatorname{tg} \dfrac{1}{\sqrt{t}}; y = 5^t$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z\left(x, y\right)$: $z = \dfrac{1}{e^{xy^2 - 1}} + x \cos y; x = u\sqrt{v}; y = \dfrac{u}{\sqrt{v}}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \ln \sin \dfrac{x}{y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\ln\left(0,01 + \sqrt{\left(0,01\right)^2 + \left(1,02\right)^2}\right)$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy + y^2 + x + y - 1$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy; y = x^2; y = 5$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $4x^2 + 2y^2 - z = 1$ у точці $M\left(1, 2, 11\right)$.

Варіант №7

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos y}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $4z = 4 - x^2; z = 0; y = 4; 4x + 3y = 12$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \ln\left(1 - 4x^2 - 4y^2\right)$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \ln\left(\operatorname{arctg}\dfrac{x}{y}\right) + e^{2xy}; z = \arccos\dfrac{x^2 + 2^{xy}}{y}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = (x - y)\ln\dfrac{x}{xy + y^3} - \dfrac{1}{y}; y = \sin\cos\dfrac{1}{x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \arcsin\left(\ln\dfrac{x}{\sqrt{y}}\right) + x^2 y; x = \dfrac{t^3}{3}; y = \operatorname{tg}^3\dfrac{1}{t^3}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \arccos\left(x + \sqrt{xy}\right); x = u\operatorname{tg} v^2; y = u - \sqrt{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \operatorname{tg}\dfrac{x}{y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $e^{(0{,}001)^3 + (0{,}03)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \sqrt{9y^2 + 4x^2 - 36}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2; |x| + |y| \leqslant 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $9x^2 + 4y^2 - z^2 = 36$ у точці $M(2, 1, 1)$.

Варіант №8

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[3]{\ln y} + \ln\cos x$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x^2 + y^2; z^2 = x^2 + y^2$.
3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{4-\sqrt{xy+16}}{xy}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y^{\ln x}; z = \cos(x+y)\sin xy$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y)$, $y = y(x)$: $z = \dfrac{1}{y} + \dfrac{x^2}{2+y^2} + \ln^2\dfrac{x+1}{y}; y = \sqrt[5]{\operatorname{ctg}\dfrac{1}{x}}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{ctg}\sqrt{x^2+y^2-1} + \dfrac{y}{\cos x}; x = \ln(2t+2^t); y = -\dfrac{1}{t^2}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = e^{(x+y)^2} - 10; x = u\cos v; y = \sin v + u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = e^{2x+y^2}x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(1,02)^3 + (1,97)^3}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 + 1; x^2 + y^2 \leqslant 1; x \geqslant y$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = e^{y\cos 2x}$ у точці $M\left(\dfrac{\pi}{2}, 1, \dfrac{1}{e}\right)$.

Варіант №9

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{(x^2-1)(1-y^2)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $y = 2 + x^2 + z^2; x^2 + z^2 = 9; y = 0$.
3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{4x^2y^3}{x^5+6y^5}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \dfrac{x}{3^{x^2-y^2}}; z = \sin^{-5}\dfrac{2}{\operatorname{tg}\dfrac{x}{y}} + xy^2$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y)$, $y = y(x)$: $z = \sqrt[3]{1+\cos(x-y)} - \sin(xy)$; $y = 2^{\cos^5 x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = xe^{x^2+y^2+1}; x = \cos^2 t; y = \cos t^2$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = \sqrt[3]{x+8xy}; x = u\ln v; y = u^2 + \dfrac{1}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x\sqrt{\operatorname{tg}(x-y)}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(0,97)^{2,03}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \dfrac{x}{x^2+y^2}$; $0 \leqslant x \leqslant 1$; $0 \leqslant y \leqslant 1$.
12. До поверхні $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 2$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Варіант №10

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{\ln(x-y)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = z^2; x^2 + y^2 = (z-2)^2$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = 2^{\sqrt[3]{x-y}} + \sin\dfrac{x}{y}; z = \arccos\left(6^{x^2y} - 12\right) - \dfrac{1}{x}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y)$, $y = y(x)$: $z = 2x^2 - xy + 2^{xy}; y = \operatorname{arctg}\sqrt{\sin x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \dfrac{1}{\ln(e^x + y - 1)} - \cos y; x = \sqrt{\lg t}; y = \cos^2\dfrac{1}{t}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = e^{x-2y^2} + \sin x; x = \dfrac{u}{\ln v}; y = \dfrac{1}{e^{uv}}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x\sqrt{y^3} + \cos x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt[3]{0,98} \cdot \sqrt{1,02}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + y^2 - 10\ln x - 5\ln y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2+y^2+1; x \geqslant y; x^2+y^2 \leqslant 4$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} + z^2 = 1$ у точці $M\left(0, 1, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Варіант №11

1. Знайти область визначеності функції $z = \dfrac{1}{\sqrt{y^2-1}} + e^{\frac{xy}{x-1}}$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x^2 + y^2; y = x^2; y = 1, z = 0$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to\infty}} (x^2+y^2)\,\mathrm{tg}\,\dfrac{1}{x^2+y^2}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \dfrac{6}{\ln\sqrt{x+y}} 2^{xy}$; $z = \ln\sqrt{x+\ln y}$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y)$, $y = y(x)$: $z = \dfrac{x}{\mathrm{arctg}\,(xy^2)} + \dfrac{y}{x}; y = 2^{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sin\cos\left(x^2-y^2\right); x = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{t^2}; y = \ln(1+t)$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = y\sin x + x\sin y; x = \mathrm{tg}\,\dfrac{u}{v}; y = \sqrt{u\ln v}$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y\,\mathrm{arctg}\,x + \dfrac{1}{x}$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,008)^2 \cdot (2,097)^3$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = 5 - \sqrt[3]{x^2+y^2}$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3^{x^2+y^2}; x^2+y^2 = 4; y = 1$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x\sin(x-y)$ у точці $M(1,1,0)$.

Варіант №12

1. Знайти область визначеності функції $z = \dfrac{1}{\ln(2-y)} + \sqrt{\dfrac{\cos 2x}{y}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 - y^2 - z^2 = 0; x^2 + y^2 = 1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = e^{\frac{1}{2x^2+9y^2-18}}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \dfrac{1}{\sin(x-y^2)} + \arcsin\sqrt{x^2+y^3}$; $z = \ln\dfrac{x^2+y^2-7}{xy}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y)$, $y = y(x)$: $z = e^y - 11\cos^2(x-y^3)$; $y = \sin\sqrt{x} + \sqrt{\sin x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sqrt[3]{x^2+y^5} + \dfrac{y}{\sin x}$; $x = \ln^2 t$; $y = \cos\dfrac{1}{t^2}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = \arcsin\sqrt{x^3y-1}$; $x = u^v$; $y = \dfrac{1}{u-v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = 2^{\ln(x-y)} + \cos^2 x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{\ln 1,03 + (1,04)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \sqrt{2x^2+y^2-4}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = y^2 - x^2 + 8; x^2 + y^2 \leqslant 4$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$ у точці $M\left(1, 1, \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Варіант №13

1. Знайти область визначеності функції $z = \arccos\dfrac{x+5}{y} + \dfrac{1}{\sqrt[6]{y+1}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $1 + x^2 - y^2 - z^2 = 0; x = 2; x = 5$.
3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{2^{-\frac{1}{x^2+y^2}}}{x^2+y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\operatorname{tg} x)^{\ln y}; z = \left(2^{xy} + 3^{\frac{x}{y}} - 1\right)^3$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y), y = y(x)$: $z = \dfrac{\arcsin(2^x - 2^y)}{\ln^2\sqrt{\pi}} + \sqrt[3]{xy}; y = \sin\sqrt{x} + \cos\sqrt{x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y), x = x(t), y = y(t)$: $z = y^2 + 3x^2\ln y; x = \ln(2^t + 1); y = \cos\sqrt{t}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = \ln\operatorname{arctg}\sqrt{x^2 - 2y}; x = \dfrac{u}{e^v}; y = v\operatorname{tg} u$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{x}{\sin y} + \cos y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(1,003)^{2,06}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 y(8 - x - y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; x = 0; y = 0; x + y + 3 = 0$.
12. До поверхні $x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0$ провести дотичну площину, паралельну до площини $x + 2y - z = 0$.

Варіант №14

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x+2} + \dfrac{1}{\log_2\left(x^2+4y^2-16\right)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x^2 - y^2; z = 0; x = 1; x = -1$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{x^2+y^2}{\left(y^2-x\right)\left(x+y\right)}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sin\operatorname{tg}\dfrac{x^2+y}{xy}; z = x\sqrt{y} + \ln\left(x^2y - 5y - 16\right)$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z\left(x,y\right), y = y\left(x\right)$: $z = \operatorname{arctg}\sqrt{xy} + \dfrac{1}{xy}; y = 5^{\sin^2 x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z\left(x,y\right), x = x\left(t\right), y = y\left(t\right)$: $z = \sin\dfrac{x}{y} + 3^{\frac{y}{x}}; x = \operatorname{ctg}^2 t; y = \sqrt{t^2+1}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z\left(x,y\right)$: $z = \ln\left(2^x \cdot 2^{\sqrt{y}} - e\right) - 25; x = 5u - \dfrac{1}{v}; y = \dfrac{\sin u}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sin\left(y^2 + \sqrt{x}\right) - 10$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{\left(8,03\right)^2 + \left(6,02\right)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^{x^2+2y^2-4y+10x-8}$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2y\left(2-x-y\right); x = 0; y = 0; x + y = 5$.
12. До поверхні $z = 4xy$ провести дотичну площину, перпендикулярну до прямої $\dfrac{x-2}{9} = \dfrac{y-1}{6} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Варіант №15

1. Знайти область визначеності функції $z = \dfrac{1}{xy} + 2\ln\left(x^2 - 4\right)$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = x^2 + y^2; x^2 + y^2 = 2y$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^2 y}{x^3 + y^3}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \dfrac{1}{x^y} + y^2\sqrt{x}; z = \operatorname{ctg}^2\left(2^x \cdot 2^y\right) + \dfrac{1}{\sqrt{xy}}$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z\left(x, y\right), y = y\left(x\right)$: $z = \sqrt{y} - \sqrt{x+y} + \operatorname{arctg}^2\left(xy\right); y = \operatorname{tg}\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z\left(x, y\right), x = x\left(t\right), y = y\left(t\right)$: $z = \sqrt{2\ln x + e^y} + \dfrac{y}{\sin x}; x = \sqrt{\sin t}; y = \dfrac{1}{\sqrt{t}}$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z\left(x, y\right)$: $z = e^{\sqrt{x - y^2}} + \ln\left(y^2\sqrt{x}\right); x = \sin\dfrac{u}{v}; y = u\cos v$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \cos^2\left(x - y\right)$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\cos 61^\circ \cdot \sin 29^\circ$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 y\left(2 - x - y\right)$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \dfrac{y}{x^2 + y^2}$; $0 \leqslant x \leqslant 1$; $0 \leqslant y \leqslant 1$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $3^{\frac{x}{z}} + 3^{\frac{y}{z}} = 18$ у точці $M\left(2, 2, 1\right)$.

Варіант №16

1. Знайти область визначеності функції $z = \dfrac{\log_2(2x - 3y - 12)}{\sqrt[6]{9 - x^2 - y^2}}$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = x^2 + y^2; x^2 + y^2 = 2x$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (x^2 + y^2)^3 \sin \dfrac{1}{(x^2 + y^2)^2}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = 2^x \operatorname{ctg}(x^2 + y^3)$; $z = \operatorname{ctg}\left(\ln \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - y}}\right) - 10$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = 3^{xy^2 - yx^2} + x \sin y; y = \sin(x - \ln x)$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \arccos(x^2 + y); x = 5\sqrt{t}; y = 3t^4$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \ln \dfrac{x}{y} - e^{xy}; x = \cos uv; y = 1 - v$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \left(y - \sin \sqrt{x}\right)^2$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\dfrac{(1,001)^2}{\sqrt{0,98}}$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = 5^{-x^2 - y^2 + 2}$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27; x = 0; x = 3; y = 0; y = 3$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x^2 + y^2$ у точці $M(1, 3, 10)$.

Варіант №17

1. Знайти область визначеності функції $z = \left(x + \sqrt{y}\right) \ln\left(x^2 - y^2\right)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = 16; x^2 + z^2 = 16$.
3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^2 y^2}{1 - \sqrt{1 + x^2 y^2}}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y^{3x^2}; z = \sqrt{x \ln \sin y + y^2}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \sqrt{x \sin\left(x^3 + y\right)} + e^{-y}; y = \operatorname{arctg}^3 \dfrac{1}{\sin x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \ln^3\left(x\sqrt{y} + y\sqrt{x}\right) - x; x = t \sin t; y = \dfrac{1}{\sqrt{t^3}}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{tg} \sqrt{x^2 y - x y^2}; x = u \sin v; y = 1 - v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sqrt{x^2 - \sin^2 y}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(4,04)^2 + (2,94)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^x \left(x^2 + y^2 - 4x - 1\right)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy; |x| + |y| \leqslant 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^2 + xy^3 = 0$ у точці $M(-1, 1, 1)$.

Варіант №18

1. Знайти область визначеності функції $z = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \sqrt{y} + \sqrt{x^2 + y^2 - 16\pi^2}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = 4 - y^2; z = y^2 + 2; x = -1; x = 2$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{x^2 + y^2}{\sin x \sin y}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \dfrac{1}{e^{xy}} + \operatorname{arctg} \dfrac{\sqrt{x}}{y}; z = \sqrt{\pi} + \ln \dfrac{1}{x + 5y} - \dfrac{1}{y + 5x}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$: $z = 5^{x^3 - yx^2} + y \cos^2 x; y = \ln^2 \dfrac{1}{x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$: $z = x^2 + \sqrt{x} \ln y + \dfrac{\ln x}{\sqrt{y}}; x = \dfrac{1}{\sin t}; y = \cos 2^{\sqrt{t}}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \sqrt{\ln(y + e^x)} - \dfrac{1}{y}; x = \cos u - \sin v; y = uv$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{1}{x + y^2}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,003)^2 (3,004)^3$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 - 6x + y^2 - 5$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1; x = 0; y = 0; x + y + 6 = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^3 - 3x^2yz = 1$ у точці $M\left(1, \dfrac{7}{6}, 2\right)$.

Варіант №19

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[4]{\ln(xy)}$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 = 8x; z = \dfrac{x^2 + y^2}{4}; z = 0$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{1 - \cos xy}{x^2 y^2}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y + (\operatorname{arctg} x)^y$; $z = \ln\left(xy + \sqrt{x^2 + 2y}\right)$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \dfrac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}(x^2 + y)}} - \dfrac{y}{x^2}; y = 5^{\frac{1}{x}} - x^{\frac{1}{5}}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \dfrac{1}{\operatorname{tg}(xy)} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}; x = e^{\sqrt{t}}; y = \cos^2 \dfrac{1}{t^3}$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \ln(xy) \sin x; x = u^2 v + 4; y = \sin\sqrt{uv}$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{1}{y} + x^2 y$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $1,002 \cdot (2,003)^2$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = 3^{x^2 + y^2 - 2x + 1}$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \ln(x^2 + y^2); y = \sqrt{x}; x = 1; y = 0$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = 3x^2 + 2y^2 - xy$ у точці $M(-1, -2, 9)$.

Варіант №20

1. Знайти область визначеності функції $z = \lg\left(4x - y^2 - 8\right) 2^{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z = x + y + 1; y^2 = x; x = 1; y = 0; z = 0$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{3x + y^2}{3x - y^2}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \operatorname{arctg} \dfrac{x\sqrt{x+y}}{y - x}; z = e^{\cos^2 \dfrac{x+y}{y}}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \dfrac{1}{\ln^2\left(x - \sqrt{y}\right)} + \cos\left(x^2 y + 1\right); y = \arccos\sqrt{x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{arctg}\sqrt{2x^2 - y^2 - 1} + \dfrac{x}{3y}; x = 3^{t^2}; y = \operatorname{ctg}\dfrac{1}{t}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x - y} + \operatorname{tg}\dfrac{1}{x + y}; x = \dfrac{u}{v}; y = \dfrac{v}{u} - 1$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{1}{e^{xy}}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(2,01)^2 + 5 \cdot e^{0,02}}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x - 1)^2 - 2y^2$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27; x = 0; x = 3; y = 0; y = 3$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = x\sin(x - y)$ у точці $M(1, 1, 0)$.

Варіант №21

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt[4]{\sin\left(x^2+y^2\right)} + \ln 2y$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2+y^2=1; x^2+y^2=z-1; z=2$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{1}{\left(x^2+y^2-4\right)\left(x^2-y^2-1\right)}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = y^{\sqrt{x}}\cos^2\dfrac{x}{y}; z = \dfrac{1}{2xye^x}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z\left(x,y\right), y = y\left(x\right)$: $z = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-y^3}} + \sin\dfrac{x}{y}; y = \operatorname{ctg}\dfrac{1}{x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z\left(x,y\right), x = x\left(t\right), y = y\left(t\right)$: $z = \sqrt{y-2x^2} + \ln\dfrac{x}{y}; x = \operatorname{tg} 2t; y = \arcsin t + t^2$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z\left(x,y\right)$: $z = \dfrac{1}{e^{x^2+\sqrt{\sin y}}}; x = u\sqrt{v}; y = \sqrt{u}\sin v$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y\cos x + \operatorname{tg}\left(xy\right)$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\left(3,001\right)^2\sqrt[3]{1,002}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = \left(x-1\right)^2 + \left(y+2\right)^2$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3x^2+3y^2-6x+4y; x^2+y^2 \leqslant 25$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $x^2+y^2+z^2 = 169$ у точці $M\left(3,4,12\right)$.

Варіант №22

1. Знайти область визначеності функції $z = \ln(3-x)\ln(2x^2+3y^2-12)$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2+4y^2+z=1; x^2+4y^2-z=1$.
3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2y^2+9}-3}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \dfrac{x-y}{x+y} + \operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{x}{y}}; z = (x-y)\ln\dfrac{x^2}{y}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y)$, $y = y(x)$: $z = \arcsin(x^2+y); y = \dfrac{1}{x} + e^{\ln^2 x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = 2^{\ln x + \operatorname{ctg} y} - \dfrac{1}{\operatorname{tg} xy}; x = \dfrac{1}{\ln t}; y = \sqrt{\operatorname{tg} t}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = \sqrt[3]{\ln\dfrac{x^2}{y}} - \dfrac{1}{\sin x}; x = \dfrac{u}{\cos v}; y = e^{\sin u}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \ln(xy)\sin x$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sin 29^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = 3\ln\dfrac{x}{6} + \ln y + \ln(12-x-y)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 4(x-y) - x^2 - y^2; 2y = x-4; x = 0$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $x^2+y^2+z^2 = 169$ у точці $M(3,4,12)$.

Варіант №23

1. Знайти область визначеності функції $z = \dfrac{1}{2^x - 2^y} + \arccos \dfrac{y+5}{x}$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $z^2 = xy; x = 0; x = 1; y = 0; y = 4$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{\pi}{2} \\ y \to \frac{\pi}{2}}} \dfrac{\sin 2x \sin 2y}{\dfrac{\pi}{2}x + \dfrac{\pi}{2}y - xy - \dfrac{\pi^2}{4}}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \operatorname{tg} \cos \dfrac{x^2 - y^2}{x+7}; z = 2^{\sin \frac{y^2 - x}{y}}$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$: $z = \operatorname{arctg} \cos(2^x + 2^y); y = \sin^3 \sin x$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$: $z = \arcsin \sqrt{x^2 y - 1} + e^{\sqrt{x}}; x = \sin \dfrac{1}{\sqrt{t}}; y = 2t^2$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \dfrac{2^y}{\sin x + \cos x} - \ln \dfrac{1}{\sqrt{x}}; x = u - \dfrac{1}{v}; y = v - \dfrac{1}{u}$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + x$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\cos 29^\circ \cdot \operatorname{ctg} 46^\circ$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + 2xy - y^2 + x + y - 1$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2(x - y); y = 0, y = x + 2; x = 3$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z^3 - 3x^2 yz = 1$ у точці $M\left(1, \dfrac{7}{6}, 2\right)$.

Варіант №24

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \ln xy$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$; $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} x e^{\frac{1}{xy}}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sqrt{x \ln \sin y + y^2}$; $z = 2x^{\cos y}$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y), y = y(x)$: $z = \sqrt{xy} - 2^{\ln y} \cos(x + y)$; $y = \operatorname{tg}\left(\dfrac{1}{2} \arcsin^2 x\right)$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y), x = x(t), y = y(t)$: $z = \operatorname{arctg} \dfrac{x^3 - y}{xy} - \dfrac{1}{\sqrt{xy}}$; $x = e^{\sqrt{t}}$; $y = t^e$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \dfrac{1}{\sqrt{x - y}} + \sin(x^2 y)$; $x = \dfrac{u - 1}{v}$; $y = v^2 + e^{uv}$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{1}{xy} + \dfrac{1}{y} \cos x$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(2,003)^2 (3,002)^3$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^{x+y}(x^2 - 2y^2)$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = \ln[(x - 1)(y + 1)]$; $y = 0$; $y = 1$; $x = 2$; $x = 3$.

12. На поверхні $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 4yz = 8$ знайти точки, в яких дотичні площини паралельні до координатних площин.

Варіант №25

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin(x-y) + e^{\frac{2}{\sqrt{3-x}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $y^2 + z^2 = x^2; x^2 + y^2 = 9$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{x^2+y^2+1}{\sqrt{9x^2-4y^2-36}}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \sin xy^2 + \dfrac{1}{2^{x+\sqrt{y}}}; z = \arcsin\sqrt{x+\ln y}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y), y = y(x)$: $z = \ln^2\sqrt{x^2-y^2} + \dfrac{1}{x}; y = \sin\dfrac{1}{x}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y), x = x(t), y = y(t)$: $z = y\sin x + x\cos y; x = \ln\left(1-\dfrac{1}{t}\right); y = 7^{t+\sqrt{t}}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = \sqrt{\cos\dfrac{x}{y} + \sin\dfrac{y}{x}}; x = \sqrt{uv} + v^2; y = u\sqrt{v^8}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = x^2y - xy$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\ln\left(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1\right)$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = e^x\left(x^2+y^2+x\right)$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 - y^2 + 4; y = 4 - x^2; y = -2$.
12. До поверхні $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ провести дотичну площину, паралельну до площини $x + 4y + 6z = 0$.

Варіант №26

1. Знайти область визначеності функції $z = \arcsin\dfrac{x}{y} + e^{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $6z = x^2; y = 0; y = 6 - z$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{1}{x-y}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \left(x + 3^{xy^2}\right)^2; z = \sin^3\left(\ln\dfrac{x^2 - 2^{xy}}{y^2 + e^x}\right)$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \dfrac{1}{\operatorname{tg}^2(x^3 - y)} + \ln\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right); y = e^{\operatorname{arctg}\frac{1}{x^2}}$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \sin y \cos(y - 2^x); x = \sqrt{2t - 1}; y = \ln\sin t$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{tg}(x\cos y) - 1; x = \ln\dfrac{u}{v}; y = u - \dfrac{1}{v}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = y\sin x - x\operatorname{tg} y$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $(3,02)^2 \cdot e^{0,03}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = x^2 + xy - 4x + 8y$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + 2xy - 10; y = x^2 - 4; y = 0$.
12. До поверхні $z = 2x^2 - 4y^2$ провести дотичну площину, паралельну до площини $4x - 4y - \dfrac{1}{2}z = 1$.

Варіант №27

1. Знайти область визначеності функції $z = \dfrac{1}{|x|}\sqrt{\ln(x+y)} - \operatorname{arctg} e^{\frac{1}{y}}$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 - z^2 = 9; x^2 + y^2 = 9$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x\to\pi \\ y\to\pi}} \dfrac{\sin x \sin y}{\pi^2 + xy - \pi x - \pi y}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = \cos(x^2+y) \cdot \operatorname{arctg}\dfrac{x}{x+y}; z = \dfrac{x}{\ln\dfrac{x}{y}}$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x,y), y = y(x)$: $z = \sqrt{\arcsin\dfrac{x}{y}} + \dfrac{1}{x-y}; y = 5^x - 3^{\frac{1}{x}}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x,y), x = x(t), y = y(t)$: $z = \sqrt{x^y+1} - \dfrac{1}{x}; x = \cos\sin t; y = \dfrac{1}{2^t}$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x,y)$: $z = x^y; x = u - v^2; y = \sqrt{uv}$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \dfrac{x}{\ln y}$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $e^{0{,}01} \cdot (2{,}01)^2$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = xe^{-2x^2-y^2-y}$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 \ln y; y = 4x^2; y = 2; y = 3$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $\operatorname{tg}(x+z)\, ye^z = 1$ у точці $M(3,4,12)$.

Варіант №28

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{x - y^2} + \dfrac{1}{\sin y}$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $2y^2 = x$; $\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{4} = 1$; $z = 0$.

3. Знайти границю $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (x^2 + y^2) \sin \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = e^{\frac{x}{y}} + \ln\left(x + \cos x^2 y\right)$; $z = \dfrac{1}{x^2 y} + \operatorname{arctg}\left(x + 2^y\right)$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \operatorname{tg}\left(x^2 - y^3\right) + 2^{\ln y}$; $y = \sqrt{\sin \cos x}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \dfrac{1}{x} + \dfrac{y^2}{5 + x^2}$; $x = \ln\left(e^t + 1\right)$; $y = -\dfrac{1}{\sqrt{t}}$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \dfrac{1}{xy} + \sin \dfrac{1}{xy}$; $x = \sin\left(u^2 + v^2\right)$; $y = u \operatorname{tg} v$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \sqrt{xy} + y^2$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\ln\left[(0,99)^3 + (0,08)^3\right]$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = \cos^2 x + \cos^2 y$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$; $x^2 + y^2 \leqslant 25$.

12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y \operatorname{tg} \dfrac{x}{3}$ у точці $M\left(\dfrac{3\pi}{4}, 3, 3\right)$.

Варіант №29

1. Знайти область визначеності функції $z = \sqrt{y \sin\left(x^2 + y^2\right)}$.
2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + y^2 + z^2 = 4; y^2 + z^2 = x^2$.
3. Дослідити функцію на неперервність $z = \operatorname{tg} x e^{\frac{1}{xy}}$.
4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\sin x)^{\cos y}$; $z = \dfrac{xy \operatorname{arctg}(x+y)}{xy+1}$.
5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z(x, y)$, $y = y(x)$: $z = \sin x \cdot \cos\left(x^2 + 2^y\right)$; $y = x^2 \cdot \sin^2 x$.
6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$: $z = \operatorname{ctg}^2\left(1 - x \cdot 2^y\right) + \dfrac{\sqrt{x}}{y}$; $x = e^t$; $y = \dfrac{1}{\cos^2 \sqrt{t}}$.
7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z(x, y)$: $z = \operatorname{arctg} \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$; $x = u \sin v$; $y = \sqrt{u^2 - v^2}$.
8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = 2x^2 - e^{xy}$.
9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\sqrt{(1,02)^3 + (0,001)^2}$.
10. Дослідити на екстремум функцію $z = (x-6)^2 - 4y^3$.
11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2; x = 0; y = 0; x + y = 1$.
12. Написати рівняння дотичної площини та нормалі у вказаній точці до поверхні: $z = y + \ln \dfrac{x}{y}$ у точці $M(1, 1, 1)$.

Варіант №30

1. Знайти область визначеності функції $z = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y-2}} + \ln\left(x^2 - y\right)$.

2. Побудувати тіло, обмежене поверхнями: $x^2 + (y-1)^2 = 1; z = 2; x + z = 2$.

3. Дослідити функцію на неперервність $z = \dfrac{\sin 2x + 1}{2^x - 2^y}$.

4. Знайти частинні похідні $\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$ від вказаних функцій: $z = (\ln x)^{\cos^2 y}$; $z = \sqrt[3]{\sin\dfrac{x^2}{y}} + \ln^3 \operatorname{tg}\left(x^2 y\right)$.

5. Знайти повну похідну $\dfrac{dz}{dx}$, якщо $z = z\left(x, y\right)$, $y = y\left(x\right)$: $z = \sqrt[3]{x^2 + \dfrac{x}{y^3}} + y\sin x; y = 6^{\ln^2 x}$.

6. Знайти $\dfrac{dz}{dt}$, якщо $z = z\left(x, y\right)$, $x = x\left(t\right)$, $y = y\left(t\right)$: $z = 2y + \ln\cos\dfrac{x}{y}; x = 2^t; y = \dfrac{1}{\sqrt{t^3}}$.

7. Знайти $\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$, де $z = z\left(x, y\right)$: $z = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\ln\left(xy-1\right)}} + e^{\frac{x}{y}}; x = u - \dfrac{1}{v}; y = u^2 - v^2$.

8. Знайти диференціали 1-го та 2-го порядків функції $z = \arcsin\left(3x - 2y\right)$.

9. Обчислити наближено за допомогою диференціала: $\dfrac{(1,03)^3}{\sqrt[3]{0,97}}$.

10. Дослідити на екстремум функцію $z = \ln\left(xy\right) + x$.

11. Знайти найменше та найбільше значення функції в області обмеженій кривими. $z = x^2 + xy - 2; y \leqslant 2x^2 - 2; y \leqslant 0$.

12. До поверхні $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 1$ провести дотичну площину, паралельну до площини $2x - 6y + 3z - 10 = 0$.