

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський національний університет будівництва і архітектури

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Лінійна алгебра та аналітична геометрія

Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань
для студентів спеціальності

122

<<Комп'ютерні науки>>

Всі цитати, цифровий
та фактичний матеріал,
бібліографічні відомості
перевірені. Написання
одиниць вимірювання
відповідає стандартам

Підписи авторів _____
<<_____>> _____ 20__ р.

Підпис голови методичної комісії факультету

<<_____>> _____ 20__ р.

Київ – 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський національний університет будівництва і архітектури

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Лінійна алгебра та аналітична геометрія

Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань
для студентів спеціальності

122

<<Комп'ютерні науки>>

Київ – 2018

Укладачі:

І.С.Безклубенко, канд. техн. наук, доцент

О.І.Баліна, канд. техн. наук, доцент

Ю.П.Буценко, канд. техн. наук, доцент

Рецензент: О.О. Терентьев, доктор техн. наук, профессор

Затверджено на засіданні вченої ради факультету автоматизації і інформаційних технологій, протокол №___ від ___ 2018 року.

Видається в авторській редакції

Вища математика. Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань.

Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Уклад. І.С.Безклубенко, О.І.Баліна, Ю.П. Буценко. – К. КНУБА, 2018 р. - 45 с.

Розглянуто лінійні операції над матрицями, множення матриць, обчислення оберненої матриці, обчислення визначника та рангу матриці різними методами, розв'язання систем лінійних рівнянь різними методами, дослідження системи за теоремою Кронекера-Капеллі, розв'язання системи просторової геометрії із застосуванням векторної алгебри та приведення рівняння другого порядку до канонічного вигляду. Методичні вказівки містять необхідний теоретичний і довідковий матеріал, приклади розв'язання типових задач, варіанти для самостійної роботи.

Призначений для студентів спеціальності 122

<<Комп'ютерні науки>>

Навчально-методичне видання

Вища математика

Лінійна алгебра та аналітична геометрія

Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань
для студентів спеціальності

122

<<Комп'ютерні науки>>

Укладачі:

Безклубенко Ірина Сергіївна,
Баліна Олена Іванівна,
Буценко Юрій Павлович.

Комп'ютерна верстка

Підписано до друку	Формат
Папір офсетний. Гарнітура Таймс. Друк на різнографі.	
Ум. друк. арк.	Обл.-вид. арк.
Ум.фарбовідб.	Тираж прим. Вид. № Зам. №

КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03680

E-mail: red_instad@ua.fm

Віддруковано в редакційному відділі
Київського національного університету будівництва і архітектури

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи
ДК №

Загальні положення

Дане видання являє собою методичні вказівки для вивчення загального курсу вищої математики, яка вивчається на першому курсі студентами всіх спеціальностей. Методичні вказівки містять систематично підібрані задачі та вправи з розділів «Лінійна алгебра» та «Аналітична геометрія».

Після вивчення цих розділів студент повинен вміти:

- а) виконувати лінійні операції над матрицями, множення матриць;
- б) обчислити обернену матрицю;
- в) обчислити визначник та ранг матриці різними методами;
- г) розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера, методом Гауса, методом оберненої матриці;
- д) дослідити систему за теоремою Кронекера-Капеллі;
- е) розв'язати систему просторової геометрії із застосуванням векторної алгебри;
- ж) привести рівняння другого порядку до канонічного вигляду.

Основою навчання є самостійна робота студента над підручником, конспектом лекцій та виконання індивідуального завдання.

У даних методичних вказівках наведені завдання по варіантах для виконання самостійної роботи, а також приклади розв'язання типових задач.

Завдання 1. Обчислити:

- 1) $A + B; A - B; A * B;$
- 2) для матриць A і B виконати дію: $(2A - B)*(3A + 2B);$
- 3) перевірити рівність: $\Delta A * \Delta B = \Delta(A * B)$, використавши різні способи обчислення визначників;
- 4) для матриці $C = A * B$ знайти обернену матрицю C^{-1} і визначити її ранг.

Завдання 2. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера, методом оберненої матриці, методом Гауса.

Завдання 3. За допомогою теореми Кронекера – Капеллі розв'язати систему лінійних рівнянь.

Завдання 4. Задані координати точок A_1, A_2, A_3, A_4 . Скласти вектори $\vec{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$, $\vec{b} = \overrightarrow{A_3A_4}$, $\vec{c} = \overrightarrow{A_3A_2}$ та знайти:

- 1) модулі векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;
- 2) скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
- 3) векторний добуток $\vec{a} * \vec{b}$;
- 4) мішаний добуток $\vec{a} * \vec{b} * \vec{c}$;
- 5) розкласти вектор $\vec{d} = \overrightarrow{A_1A_3}$ по базису векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Завдання 5. В трикутнику ABC знайти:

- 1) рівняння сторони BC ;
- 2) величину кута при вершині A ;
- 3) рівняння і довжину висоти до сторони BC ;
- 4) рівняння і довжину медіани до сторони BC ;
- 5) рівняння бісектриси кута при вершині A ;
- 6) площу трикутника ABC .

Завдання 6. Задані координати вершин піраміди A_1, A_2, A_3, A_4 . Знайти:

- 1) рівняння ребер A_1A_2 та A_1A_4 та їх довжини;
- 2) кут між ребрами A_1A_2 та A_1A_4 ;

- 3) рівняння і площу грані $A_1A_2A_3$;
- 4) кут між ребром A_1A_4 і гранню $A_1A_2A_3$;
- 5) довжину висоти A_4D , проведеної з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$;
- 6) рівняння висоти A_4D ;
- 7) координати точки A'_4 , яка симетрична точці A_4 відносно площини $A_1A_2A_3$;
- 8) рівняння площини, що проходить через ребро A_1A_4 перпендикулярно площині $A_1A_2A_3$;
- 9) об'єм піраміди.

Завдання 7. Звести рівняння другого порядку до канонічного вигляду. Побудувати.

Завдання 8. Скласти рівняння лінії, відстань кожної точки якої від точки $M_0(x_0, y_0)$ і від прямої $Ax + B = 0$ або $Cy + B = 0$ відноситься як $m : n$. Побудувати.

Приклад розв'язання типового варіанту.

Завдання 1.

Обчислити:

- 1) $A + B$; $A - B$; $A * B$;
- 2) для матриць A і B виконати дію: $(2A - B) * (3A + 2B)$;
- 3) перевірити рівність: $\Delta A * \Delta B = \Delta(A * B)$, використавши різні способи обчислення визначників;
- 4) для матриці $C = A * B$ знайти обернену матрицю C^{-1} і визначити її ранг.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Розв'язання:

$$1) A + B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 8 \end{pmatrix};$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix};$$

$$A * B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 * 1 + 0 * 2 + 4 * 4 & 2 * 0 + 0 * (-1) + 4 * 1 & 2 * 1 + 0 * 3 + 4 * 2 \\ 3 * 1 + 1 * 2 + 5 * 4 & 3 * 0 + 1 * (-1) + 5 * 1 & 3 * 1 + 1 * 3 + 5 * 2 \\ 2 * 1 + 1 * 2 + 6 * 4 & 2 * 0 + 1 * (-1) + 6 * 1 & 2 * 1 + 1 * 3 + 6 * 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 18 & 4 & 10 \\ 25 & 4 & 16 \\ 28 & 5 & 17 \end{pmatrix};$$

$$2) 2A - B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 10 \\ 4 & 2 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix};$$

$$3A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 12 \\ 9 & 3 & 15 \\ 6 & 3 & 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 6 \\ 8 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 14 \\ 13 & 1 & 21 \\ 14 & 5 & 22 \end{pmatrix};$$

$$(2A - B) * (3A + 2B) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 8 & 0 & 14 \\ 13 & 1 & 21 \\ 14 & 5 & 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 122 & 35 & 196 \\ 169 & 38 & 273 \\ 153 & 51 & 241 \end{pmatrix}$$

3) Обчислимо ΔA методом зірочки:

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 12 + 12 + 0 - 8 - 10 - 0 = 6;$$

Обчислимо ΔB методом Сарюса:

$$\Delta B = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -2 + 0 + 2 + 4 - 3 - 0 = 1;$$

$$\text{Тоді } \Delta A * \Delta B = 6 * 1 = 6;$$

Обчислимо $\Delta(A * B)$, розкладаючи визначник по елементах першого рядка:

$$\Delta(A * B) = \begin{vmatrix} 18 & 4 & 10 \\ 25 & 4 & 16 \\ 28 & 5 & 17 \end{vmatrix} = 18 * \begin{vmatrix} 4 & 16 \\ 5 & 17 \end{vmatrix} - 4 * \begin{vmatrix} 25 & 16 \\ 28 & 17 \end{vmatrix} + 10 * \begin{vmatrix} 25 & 4 \\ 28 & 5 \end{vmatrix} = 18 * (4 * 17 - 5 * 16) - 4 * (25 * 17 - 16 * 28) + 10 * (25 * 5 - 28 * 4) = 6;$$

$$\text{Дійсно, } \Delta A * \Delta B = \Delta(A * B) = 6.$$

$$4) C = (A * B) = \begin{pmatrix} 18 & 4 & 10 \\ 25 & 4 & 16 \\ 28 & 5 & 17 \end{pmatrix}; \quad \Delta C = 6.$$

$C^{-1} = \frac{1}{\Delta} * \widetilde{A}^T$, шукаємо транспоновану матрицю алгебраїчних доповнень.

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 16 \\ 5 & 17 \end{vmatrix} = -12; \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 5 & 17 \end{vmatrix} = -18;$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 25 & 16 \\ 28 & 17 \end{vmatrix} = 23; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 18 & 10 \\ 28 & 17 \end{vmatrix} = 26;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 25 & 4 \\ 28 & 5 \end{vmatrix} = 13; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 18 & 4 \\ 28 & 5 \end{vmatrix} = 22;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 4 & 16 \end{vmatrix} = 24; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 18 & 10 \\ 25 & 16 \end{vmatrix} = -38;$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 18 & 4 \\ 25 & 4 \end{vmatrix} = -28;$$

$$\text{Тоді } \widetilde{A}^T = \begin{pmatrix} -12 & -18 & 24 \\ 23 & 26 & -38 \\ 13 & 22 & -28 \end{pmatrix};$$

$$C^{-1} = 1/6 * \begin{pmatrix} -12 & -18 & 24 \\ 23 & 26 & -38 \\ 13 & 22 & -28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 4 \\ 23/6 & 13/3 & -19/3 \\ 13/6 & 11/3 & -14/3 \end{pmatrix};$$

Перевірка:

$$C * C^{-1} = \begin{pmatrix} 18 & 4 & 10 \\ 25 & 4 & 16 \\ 28 & 5 & 17 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -2 & -3 & 4 \\ 23/6 & 13/3 & -19/3 \\ 13/6 & 11/3 & -14/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Визначник матриці С дорівнює 6, тобто $\Delta C = 6 \neq 0 \Rightarrow$ ранг С за означенням = 3.

Завдання 2.

Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера, методом оберненої матриці, методом Гауса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2; \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -3; \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -10; \end{cases}$$

Розв'язання:

1) Метод Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 12 + 5 - 6 + 4 - 9 - 10 = -4 \neq 0;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \\ -10 & 5 & 3 \end{vmatrix} = -24 - 15 - 60 + 40 + 27 + 20 = -12;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & -10 & 3 \end{vmatrix} = -9 + 4 - 10 - 3 + 6 + 20 = 8;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & -3 \\ -1 & 5 & -10 \end{vmatrix} = -40 - 10 + 9 - 8 + 30 + 15 = -4;$$

$$x_1 = \frac{-12}{-4} = 3;$$

$$x_2 = \frac{8}{-4} = -2;$$

$$x_3 = \frac{-4}{-4} = 1.$$

2) Матричный метод

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -10 \end{pmatrix}; \quad \Delta A = -4;$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 2; \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -4;$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -5; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 4;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 9; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = -8;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 2; \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1;$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{4} * \begin{pmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -5 & 4 & -1 \\ 9 & -8 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{5}{4} & -1 & \frac{1}{4} \\ \frac{9}{4} & 2 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} * B;$$

$$X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{5}{4} & -1 & \frac{1}{4} \\ -\frac{9}{4} & 2 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3) Метод Гауса

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & 5 & 3 & -10 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 8 & 4 & -12 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & -4 \end{array} \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right);$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2; \\ x_2 + x_3 = -1; \\ x_3 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2; \\ x_2 = -1 - 1; \\ x_3 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2; \\ x_2 = -2; \\ x_3 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3 * (-2) + 1 = -2; \\ x_2 = -2; \\ x_3 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3; \\ x_2 = -2; \\ x_3 = 1. \end{cases}$$

Таким чином, корені системи рівнянь за всіма методами збігаються.

Завдання 3.

За допомогою теореми Кронекера – Капеллі розв'язати системи лінійних рівнянь.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0; \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Розв'язання:

Знаходимо ранг матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{9}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Отже, ранг $A = 2$.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 0; \\ \frac{3}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 0. \end{cases}$$

Нехай $x_3 = t$. Тоді:

$$x_1 = (-5t - \frac{1}{3}t)/2;$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5t - \frac{1}{3}t}{2}; \\ x_2 = -\frac{1}{3}t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{8}{3}t; \\ x_2 = -\frac{1}{3}t; \\ x_3 = t. \end{cases}$$

Відповідь: $\begin{pmatrix} -\frac{8}{3}t \\ \frac{1}{3}t \\ t \end{pmatrix}$

б)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 4; \\ x_1 + 2x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_5 = -1; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0; \end{cases}$$

Розв'язання:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 2 & | & 4 \\ 1 & 0 & 2 & -3 & 5 & | & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & -1 & | & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 1 & -2 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 2 & | & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 3 & | & -3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & -5 & | & -9 \\ 0 & 4 & -4 & 4 & -8 & | & -12 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 2 & | & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 3 & | & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 8 & -14 & | & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 12 & -20 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 2 & | & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 3 & | & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 8 & -14 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & -36 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 3 & | & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 8 & -14 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & -36 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 8 & -14 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & -36 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & -36 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & -36 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$\text{rang } A = \text{rang } B = 4$, отже, система сумісна.

Нехай $x_5 = t$, тоді отримаємо:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 - 2t; \\ x_1 + 2x_3 - 3x_4 = 1 - 5t; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 + t; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2t; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 - 2t; \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = -3 - 3t; \\ 3x_2 + x_3 + 2x_4 = -9 + 5t; \\ 4x_2 - 4x_3 + 4x_4 = -12 + 8t; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 - 2t; \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = -3 - 3t; \\ -2x_3 + 8x_4 = 14t; \\ -8x_3 + 12x_4 = 20t; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 - 2t; \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = -3 - 3t; \\ -x_3 + 4x_4 = 7t; \\ 2x_3 - 3x_4 = -5t; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 - 2t; \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = -3 - 3t; \\ -x_3 + 4x_4 = 7t; \\ 5x_4 = 9t; \end{cases}$$

$$x_4 = \frac{9t}{5};$$

$$x_3 = \frac{4 * 9t}{5} - 7t = \frac{t}{5};$$

$$x_2 = -3 - 3t - \frac{t}{5} + 2 * \frac{9t}{5} = \frac{-15 - 15t - t + 18t}{5} = \frac{2t - 15}{5};$$

$$x_1 = 4 - 2t + \frac{2t - 15}{5} - \frac{t}{5} + \frac{9t}{5} = \frac{20 - 10t + 2t - 15 - t + 9t}{5} = \frac{5}{5} = 1.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = 1; x_2 = \frac{2t - 15}{5}; x_3 = \frac{t}{5}; x_4 = \frac{9t}{5}; x_5 = t.$$

Завдання 4.

Задані координати точок:

$A_1(1; 1; 0), A_2(-1; 0; 1), A_3(1; 2; 3), A_4(2; 1; -1)$. Скласти вектори $\vec{a} = \overrightarrow{A_1A_2}$, $\vec{b} = \overrightarrow{A_3A_4}$, $\vec{c} = \overrightarrow{A_3A_2}$ та знайти:

модулі векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;

- 1) скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
- 2) векторний добуток $\vec{a} * \vec{b}$;
- 3) мішаний добуток $\vec{a} * \vec{b} * \vec{c}$;
- 4) розкласти вектор $\vec{d} = \overrightarrow{A_1A_3}$ по базису векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Розв'язання:

$$\vec{a} = \overrightarrow{A_1A_2} = (-2; -1; 1), \vec{b} = \overrightarrow{A_3A_4} = (1; -1; -4), \vec{c} = \overrightarrow{A_3A_2} = (2; 2; 2).$$

$$1) \quad |\vec{a}| = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6};$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1 + 1 + 16} = \sqrt{18};$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{4 + 4 + 4} = \sqrt{12}.$$

$$2) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = -2 + 1 - 4 = -5;$$

$$3) \quad \vec{a} * \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -4 \end{vmatrix} = \vec{i} - 7\vec{j} + 3\vec{k};$$

$$4) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2;$$

$$5) \quad \vec{d} = \overrightarrow{A_1A_3} = (0; 1; 3) \quad \vec{d} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c};$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \alpha * \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta * \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} + \gamma * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix};$$

$$\begin{cases} -2\alpha + \beta + 2\gamma = 0; \\ -\alpha - \beta + 2\gamma = 1; \\ \alpha - 4\beta + 2\gamma = 3; \end{cases} \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \end{vmatrix} = 2;$$

$$\Delta_{\alpha} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix} = -8 + 6 + 6 - 2 = 2;$$

$$\Delta_{\beta} = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 6 - 2 + 12 = 0;$$

$$\Delta_{\gamma} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & -4 & 3 \end{vmatrix} = 6 + 1 - 8 + 3 = 2;$$

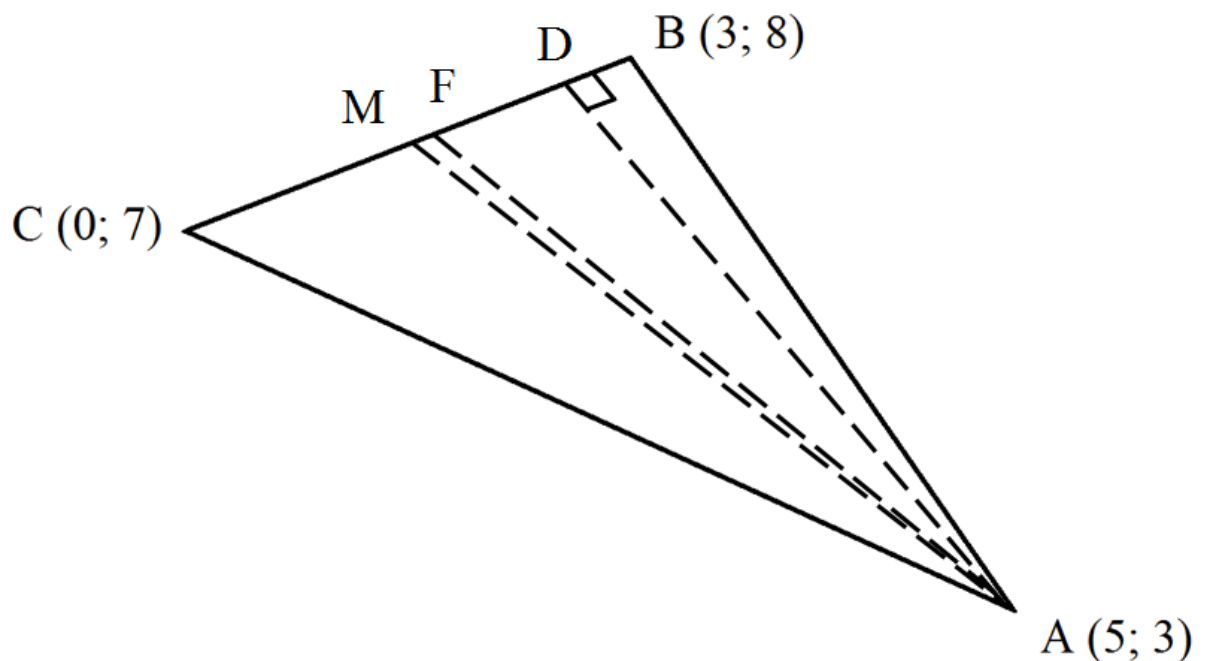
$$\alpha = 2/2 = 1;$$

$$\beta = 0/2 = 0; \quad \Rightarrow \quad \vec{d} = \vec{a} + \vec{c}$$

$$\gamma = 2/2 = 1;$$

Завдання 5.

Дано:



В трикутнику ABC знайти:

- 1) рівняння сторони BC;
- 2) величину кута при вершині A;
- 3) рівняння і довжину висоти до сторони BC;
- 4) рівняння і довжину медіани до сторони BC;

- 5) рівняння бісектриси кута при вершині А;
- 6) площу трикутника АВС.

Розв'язання:

- 1) Рівняння сторони ВС:

Загальна формула для прямої, що проходить через 2-і точки:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1};$$

Підставляємо значення для сторони ВС:

$$\frac{y - 8}{7 - 8} = \frac{x - 3}{0 - 3};$$

$$-3 * (y - 8) = -1 * (x - 3);$$

$$\underline{y = 1/3x + 7.}$$

Підставляємо значення для сторони АВ:

$$\frac{y - 3}{8 - 3} = \frac{x - 5}{3 - 5};$$

$$-2 * (y - 3) = 5 * (x - 5);$$

$$\underline{y = -2,5x + 15,5.}$$

Підставляємо значення для сторони АС:

$$\frac{x - 5}{0 - 5} = \frac{y - 3}{7 - 3};$$

$$4 * (x - 5) = -5 * (y - 3);$$

$$\underline{y = -0,8x + 7.}$$

- 2) Величина кута α при вершині А:

Кут між прямими знаходимо за формулою:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 * k_2} \right|;$$

$$k_1 = -2,5;$$

$$k_2 = -0,8;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{-0,8 + 2,5}{1 + (-2,5) * (-0,8)} \right| = \frac{1,7}{3}.$$

3) Рівняння висоти до сторони BC:

Для цього скористаймося формулою:

$$y - y_0 = k * (x - x_0);$$

Так, як $AD \perp BC$, $k_{BC} = 1/3$, то:

$$k_1 = -3;$$

$$y - 3 = -3 * (x - 5);$$

$$y - 3 = -3x + 15;$$

$$y = -3x + 18.$$

Рівняння висоти має вигляд: $AD : y = -3x + 18$.

Довжина висоти до сторони BC:

Відстань від заданої точки до прямої обчислимо за формулою:

$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|;$$

$$BC: y = 1/3x + 7;$$

$$A (5; 3);$$

$$d = \left| \frac{\frac{1}{3} * 5 - 1 * 3 + 7}{\sqrt{\frac{1^2}{3} + (-1)^2}} \right| = \left| \frac{\frac{5}{3} - 3 + 7}{\sqrt{1,11}} \right| = \left| \frac{5 \frac{2}{3}}{\sqrt{1,11}} \right| \approx 5,4.$$

Рівняння медіани AM до сторони BC:

Знаходимо координати точки М як координати середини відрізка ВС:

$$M\left(\frac{3+0}{2}; \frac{8+7}{2}\right);$$

$$M(1,5; 7,5);$$

$$\frac{y-3}{7,5-3} = \frac{x-5}{1,5-5};$$

$$-3,5 * (y-3) = 4,5 * (x-5);$$

$$y = -1,3x - 9,4;$$

$$-1,3x - y - 9,4 = 0;$$

Рівняння медіани АМ має вигляд:

$$AM : 1,3x + y + 9,4 = 0.$$

Довжина медіани АМ до сторони ВС:

$$d_{AM} = \sqrt{(1,5-5)^2 + (7,5-3)^2} = \sqrt{12,25 + 20,25} = \sqrt{32,5} \approx 5,7.$$

4) Рівняння бісектриси кута при вершині кута А:

За властивістю бісектриси, бісектриса внутрішнього кута трикутника ділить протилежну сторону у відношенні, рівному відношенню двох прилеглих сторін, тобто:

$$\frac{BF}{FC} = \frac{AB}{AC};$$

$$\overline{AB} = (3-5; 8-3);$$

$$\overline{AC} = (0-5; 7-3);$$

$$\overline{AB} = (-2; 5);$$

$$\overline{AC} = (-5; 4);$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{4+25} = \sqrt{29};$$

$$|\overline{AC}| = \sqrt{25+16} = \sqrt{41};$$

$$\frac{BF}{FC} = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{41}};$$

Знайдемо координати точки F:

$$x_F = \frac{x_B + \alpha x_C}{1 + \alpha};$$

$$y_F = \frac{y_B + \alpha y_C}{1 + \alpha};$$

$$x_F = \frac{3 + \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{41}} * 0}{1 + \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{41}}};$$

$$y_F = \frac{8 + \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{41}} * 7}{1 + \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{41}}};$$

$$x_F = \frac{3 + 0,84}{1 + 0,84} = \frac{3,84}{1,84} \approx 2;$$

$$y_F = \frac{13,88}{1,84} \approx 7,5;$$

Маємо 2-і точки, за якими складемо рівняння:

$$\frac{y - 3}{7,5 - 3} = \frac{x - 5}{2 - 5};$$

$$-3 * (y - 3) = 4,5 * (x - 5);$$

$$y = -1,5x + 10,5;$$

$$-1,5x - y + 10,5 = 0;$$

Рівняння бісектриси кута А має вигляд:

$$AF : 1,5x + y - 10,5 = 0.$$

5) Площа трикутника АВС:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} * |AB| * |AC|;$$

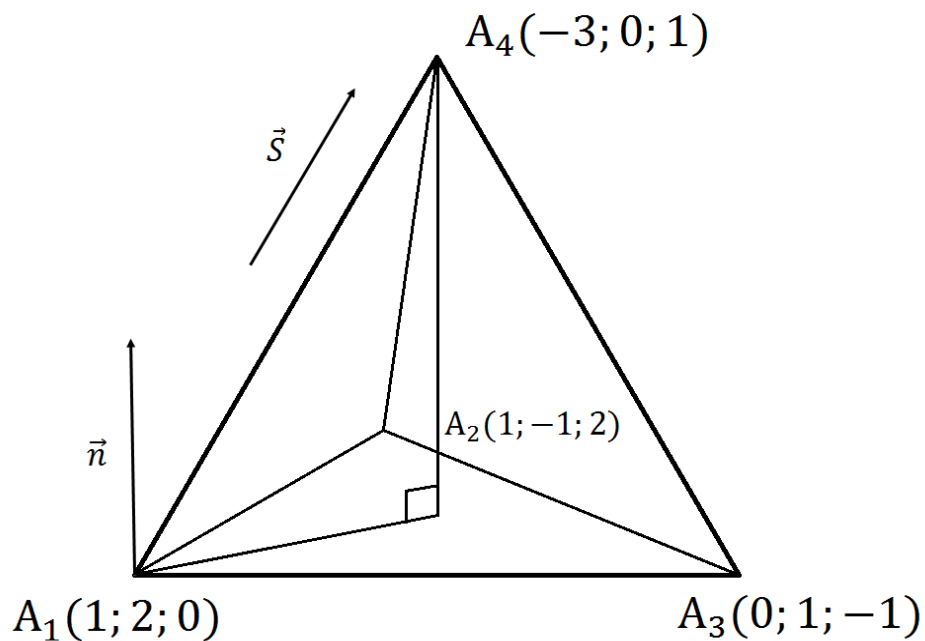
$$\overline{AB} = (3 - 5; 8 - 3) = (-2; 5); \quad \overline{AC} = (-5; 4);$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}; \quad |\overline{AC}| = \sqrt{41};$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} * \sqrt{29} * \sqrt{41} = \frac{1}{2} * \sqrt{1189} = \frac{\sqrt{1189}}{2} \text{ (квадратних одиниць)}$$

Завдання 6.

Задані координати вершин піраміди A_1, A_2, A_3, A_4 .



Знайти:

- 1) рівняння ребер A_1A_2 та A_1A_4 та їх довжини;
- 2) кут між ребрами A_1A_2 та A_1A_4 ;
- 3) рівняння і площу грані $A_1A_2A_3$;
- 4) кут між ребром A_1A_4 і гранню $A_1A_2A_3$;
- 5) довжину висоти A_4D , проведеної з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$;
- 6) рівняння висоти A_4D ;
- 7) координати точки A'_4 , яка симетрична точці A_4 відносно площини $A_1A_2A_3$;
- 8) рівняння площини, що проходить через ребро A_1A_4 перпендикулярно площині $A_1A_2A_3$;
- 9) об'єм піраміди.

Розв'язання:

- 1) рівняння ребер A_1A_2 та A_1A_4 та їх довжини:

$$A_1(1; 2; 0); A_2(1; -1; 2);$$

$$A_1A_2: \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1};$$

$$A_1A_2: \frac{x - 1}{1 - 1} = \frac{y - 2}{-1 - 2} = \frac{z - 0}{2 - 0};$$

Рівняння ребра A_1A_2 має вигляд:

$$x - 1 = \frac{y - 2}{-3} = \frac{z}{2 - 0}.$$

$$A_1(1; 2; 0); A_4(-3; 0; 1);$$

$$A_1A_4: \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1};$$

$$A_1A_4: \frac{x - 1}{-3 - 1} = \frac{y - 2}{0 - 2} = \frac{z - 0}{1 - 0};$$

Рівняння ребра A_1A_4 має вигляд:

$$\frac{x - 1}{-4} = \frac{y - 2}{-2} = \frac{z}{1}.$$

$$A_1A_2 = (0; -3; 2) \quad |A_1A_2| = \sqrt{0^2 + (-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13};$$

$$A_1A_4 = (-4; -2; 1) \quad |A_1A_4| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{21}.$$

2) кут між ребрами A_1A_2 та A_1A_4 :

$$\cos \varphi = \frac{\overline{A_1A_2} * \overline{A_1A_4}}{|A_1A_2| * |A_1A_4|} = \frac{0 * (-4) + (-3) * (-2) + 2 * 1}{\sqrt{13} * \sqrt{21}} = \frac{8}{\sqrt{13} * \sqrt{21}} =$$

$$\arccos = \frac{8}{\sqrt{13} * \sqrt{21}};$$

$$\varphi = 0.4841 \approx 61^\circ.$$

3) рівняння грані $A_1A_2A_3$:

$$A * (x - x_0) + B * (y - y_0) + C * (z - z_0) = 0;$$

$$\bar{n} = (A; B; C) = \overline{A_1A_2} * \overline{A_1A_3};$$

$$A_1(x_0; y_0; z_0) = (1; 2; 0);$$

$$\overline{A_1A_2} = (0; -3; 2);$$

$$\overline{A_1A_3} = (-1; -1; -1);$$

$$\overline{A_1A_2} * \overline{A_1A_3} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & -3 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = (5i - 2j - 3k) = (5; -2; -3) = \bar{n};$$

$$5 * (x - 1) - 2 * (y - 2) - 3 * (z - 0) = 0;$$

$$5x - 5 - 2y + 4 - 3z = 0;$$

$$5x - 2y - 3z - 1 = 0;$$

Площа грані $A_1A_2A_3$:

$$S = \frac{1}{2} * |\overline{A_1A_2} * \overline{A_1A_3}| = \frac{1}{2} * |\bar{5}i - \bar{2}j - \bar{3}k| = \frac{1}{2} * \sqrt{25 + 4 + 9} = \frac{1}{2} * \sqrt{38}.$$

4) кут між ребром A_1A_4 та гранню $A_1A_2A_3$:

$$\sin \alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} * \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}};$$

$$\bar{n} = (A; B; C) = (5; -2; -3);$$

$$\bar{S} = (l; m; n) = \overline{A_1A_4} * (-4; -2; 1);$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{5 * (-4) - 2 * (-2) - 3 * 1}{\sqrt{25 + 4 + 9} * \sqrt{16 + 4 + 1}} = \frac{-20 + 4 - 3}{\sqrt{25 + 4 + 9} * \sqrt{16 + 4 + 1}} = \\ &= \frac{-19}{\sqrt{38} * \sqrt{21}} = -\arcsin \frac{19}{\sqrt{38} * \sqrt{21}} \approx -0.6725 \approx -42^\circ. \end{aligned}$$

5) довжину висоти A_4D , проведеної з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$:

$$A_4(x_0; y_0; z_0) = (-3; 0; 1);$$

$$\bar{n} (A, B, C) = (5; -2; -3);$$

$$d_{A_4D} = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right| = \left| \frac{-15 + 0 - 3 - 1}{\sqrt{25 + 4 + 9}} \right| = \left| \frac{-19}{\sqrt{38}} \right| = \frac{19}{\sqrt{38}}.$$

6) рівняння висоти A_4D :

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n};$$

$5x - 2y - 3z - 1 = 0$ – рівняння площини $A_1A_2A_3$;

$$\bar{s} = (l; m; n) = (5; -2; -3);$$

$$A_4(x_0; y_0; z_0) = (-3; 0; 1);$$

$$\frac{x + 3}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z - 1}{-3}.$$

7) координати точки A_4' , яка симетрична точці A_4 відносно площини $A_1A_2A_3$.

Знаходимо координати точки перетину висоти A_4D з гранню $A_1A_2A_3$:

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n};$$

$$\frac{x - x_0}{l} = t; \quad \frac{y - y_0}{m} = t; \quad \frac{z - z_0}{n} = t;$$

$$\frac{x + 3}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z - 1}{-3};$$

$$\frac{x + 3}{5} = t; \quad \frac{y}{-2} = t; \quad \frac{z - 1}{-3} = t;$$

$$x + 3 = 5t; \quad y = -2t; \quad z - 1 = -3t;$$

$$\begin{cases} x = 5t - 3; \\ y = -2t; \\ z = -3t + 1. \end{cases}$$

Підставимо координати t в рівняння площини $A_1A_2A_3$:

$$5x - 2y - 3z - 1 = 0;$$

$$5 * (5t - 3) - 2 * (-2t) - 3 * (-3t + 1) - 1 = 0;$$

$$25t - 15 + 4t + 9t - 3 - 1 = 0;$$

$$38t - 19 = 0;$$

$$38t = 19;$$

$$t = \frac{1}{2}.$$

$$x = 5 * \frac{1}{2} - 3 = -\frac{1}{2};$$

$$y = -2 * \frac{1}{2} = -1;$$

$$z = -3 * \frac{1}{2} + 1 = -\frac{1}{2}.$$

$D\left(-\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right)$ – точка перетину висоти A_4D з гранню $A_1A_2A_3$.

Маємо:

$$A_4 (-3; 0; 1) \quad D\left(-\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right)$$

$$x_d = \frac{x_{A_4} + \alpha x_{A_3}}{\alpha + 1}; \quad y_d = \frac{y_{A_4} + \alpha y_{A_3}}{\alpha + 1}; \quad z_d = \frac{z_{A_4} + \alpha z_{A_3}}{\alpha + 1}; \quad \alpha$$

$$= 1. -\frac{1}{2} = \frac{-3 + 1 * x_{A_4}}{2}; \quad -1 = \frac{0 + 1 * y_{A_4}}{2}; \quad -1/2 = \frac{1 + 1 * z_{A_4}}{2};$$

$$-1 = -3 + 1 * x_{A_4}; \quad -2 = 0 + 1 * y_{A_4}; \quad -1 = 1 + 1 * z_{A_4};$$

$$x_{A_4} = 2; \quad y_{A_4} = -2; \quad z_{A_4} = -2.$$

$$A'_4 (2; -2; -2)$$

8) рівняння площини, що проходить через ребро A_1A_4 перпендикулярно площині $A_1A_2A_3$.

$$A_4 (-3; 0; 1) \quad A_1A_4 (-4; -2; 1)$$

$$D\left(-\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right)$$

$$A_1D (2,5; -4; -1,5)$$

$$\overline{n(A_1A_4D)} = \overline{A_4D} * \overline{A_1A_4} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 2,5 & -4 & -1,5 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -7\bar{i} + 3,5\bar{j} - 21\bar{k} =$$

$(-7; 3,5; -21)$

$$-7 * (x - 3) + 3,5 * (y + 0) - 21 * (z + 1) = 0;$$

$$-7x + 21 + 3,5y - 21z - 21 = 0;$$

$$-7x + 3,5y - 21z = 0.$$

9) об'єм піраміди:

$$V = \frac{1}{6} * V;$$

$$V = \frac{1}{6} * |A_1A_2 * A_1A_3 * A_1A_4|$$

$$A_1A_2(0; -3; 2)$$

$$A_1A_3(-1; -1; -1)$$

$$A_1A_4(-4; -2; 1)$$

$$V = \frac{1}{6} * \begin{vmatrix} 0 & -3 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ -4 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{6} * |0 - 12 + 4 - (8 + 3)| = \frac{1}{6} * |-19| = \frac{19}{6} =$$

$$= 3\frac{1}{6} \text{ (кубічних одиниць).}$$

Завдання 7.

Звести рівняння другого порядку до канонічного вигляду.
Побудувати.

$$2x^2 - y^2 + x - y + 2 = 0;$$

Розв'язання:

Групуємо та виділяємо повний квадрат:

$$(2x^2 + x) - (y^2 + y) + 2 = 0;$$

$$2 * (x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}) - (y^2 + y + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}) + 2 = 0;$$

$$2 * \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} - \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} + 2 = 0;$$

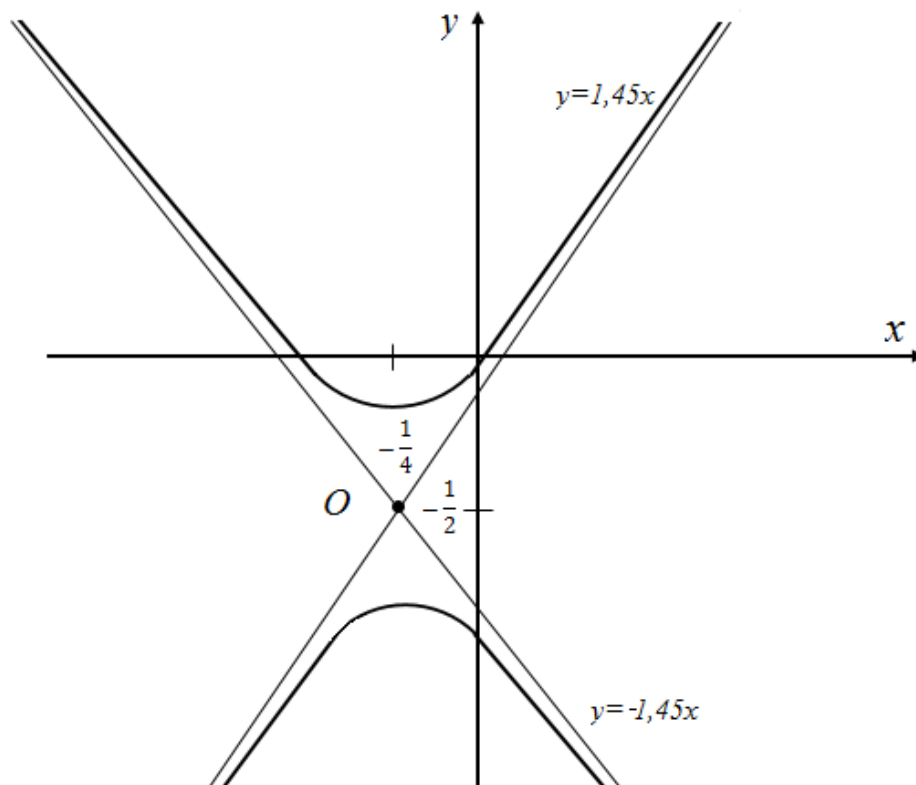
Заміна:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{4} = x_1; \\ y + \frac{1}{2} = y_1. \end{cases} \Rightarrow 2x_1^2 - y_1^2 = -\frac{17}{8}; \Rightarrow \frac{x_1^2}{\frac{17}{8 * 2}} - \frac{y_1^2}{\frac{17}{8}} = -1 \Rightarrow$$

$$\frac{x_1^2}{\sqrt{1,06}^2} - \frac{y_1^2}{\sqrt{2,125}^2} = -1; \quad \text{Отримали канонічне рівняння спряженої гіперболи}$$

з асимптотами

$$y = \pm \frac{b}{a} * x; \quad y \approx \pm \frac{1,45}{1} * x \approx \pm 1,45x; \quad O\left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$$



Завдання 8.

Скласти рівняння лінії, відстань кожної точки якої від точки $M_0(-1, 1)$

і від прямої $y - 1 = 0$ відноситься як 1 : 2. Побудувати.

Розв'язання:

$$d_{MM_0} = \sqrt{(-1-x)^2 + (-1-y)^2} = \sqrt{(1+x)^2 + (1+y)^2};$$

$$h = \left| \frac{y-1}{\sqrt{A^2+B^2}} \right| = |y-1|;$$

$$\frac{(1+x)^2 + (1+y)^2}{(y-1)^2} = \frac{1}{4};$$

$$4 * (1+x)^2 + 4 * (1+y)^2 = (y-1)^2;$$

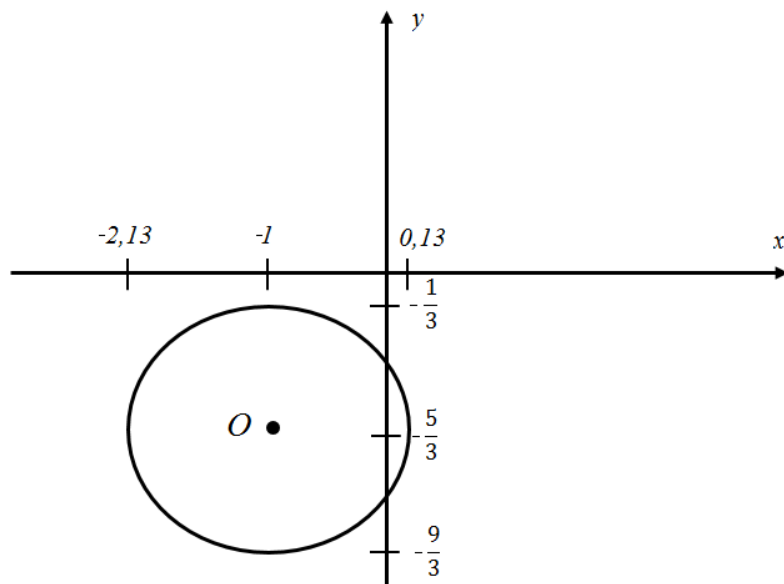
$$4 * (1+x)^2 + 3y^2 + 10y + 3 = 0;$$

$$4 * (1+x)^2 + 3 * \left(y^2 + \frac{10y}{3} + \frac{25}{9} - \frac{25}{9} \right) + 3 = 0;$$

$$4 * (1+x)^2 + 3 * \left(y + \frac{5}{3} \right)^2 = \frac{16}{3};$$

$$\frac{(x+1)^2}{\frac{16}{12}} + \frac{\left(y + \frac{5}{3} \right)^2}{\frac{16}{9}} = 1 - \text{канонічне рівняння еліпса } O \left(-1; -\frac{5}{3} \right); \quad a$$

$$= 2 * \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad b = \frac{4}{3}.$$



Завдання 1.

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$5) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$6) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$7) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$8) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

$$9) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$10) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & -4 & 0 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$11) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$12) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 5 & 2 & 13 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$13) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
14) \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 1 & 8 & 23 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}. \\
15) \quad A &= \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 7 & -2 & 9 \\ 3 & 0 & 6 \end{pmatrix}. \\
16) \quad A &= \begin{pmatrix} 2 & -4 & 9 \\ 7 & 3 & -6 \\ 7 & 9 & -9 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}. \\
17) \quad A &= \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 3 & -2 & -4 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}. \\
18) \quad A &= \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & -4 & -3 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}. \\
19) \quad A &= \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}. \\
20) \quad A &= \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} -3 & 11 & 7 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \\
21) \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 5 & 0 & 21 \\ 21 & 2 & 16 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
22) \quad A &= \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} -1 & -2 & 12 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}. \\
23) \quad A &= \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}. \\
24) \quad A &= \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}. \\
25) \quad A &= \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 4 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \\
26) \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}; & B &= \begin{pmatrix} 5 & -7 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 12 & 6 & -3 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

$$27) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 16 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 16 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$28) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 15 & -7 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$29) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$30) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 3 & -2 & 6 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}.$$

Завдання 2.

$$\begin{array}{ll}
1) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2; \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases} & 13) \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4; \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11; \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases} \\
2) \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases} & 14) \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0; \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases} \\
3) \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20; \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases} & 15) \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 39; \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases} \\
4) \quad \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31; \\ 4x_1 + 11x_3 = -43; \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20. \end{cases} & 16) \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 17; \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = -3; \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 10. \end{cases} \\
5) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1; \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2; \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases} & 17) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -6; \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases} \\
6) \quad \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9; \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4; \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases} & 18) \quad \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 8; \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -1; \\ 4x_1 - 6x_2 - x_3 = -4. \end{cases} \\
7) \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8; \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases} & 19) \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2; \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases} \\
8) \quad \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases} & 20) \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -6; \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -9. \end{cases} \\
9) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1; \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -3; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} & 21) \quad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 4; \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 11; \\ 3x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 7. \end{cases} \\
10) \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 4; \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 2; \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} & 22) \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2; \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -3; \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -10. \end{cases} \\
11) \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases} & 23) \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5. \end{cases} \\
12) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1; \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4; \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases} & 24) \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7; \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = -7; \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}
\end{array}$$

$$25) \begin{cases} 3x_1 + 5x_3 = -1; \\ -4x_2 - 2x_3 = 2; \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5; \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15. \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4; \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17; \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$29) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2; \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1; \\ 3x_1 - 2x_2 = 8. \end{cases}$$

$$30) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7; \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0; \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 3.

- 1) а)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0; \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 4; \\ x_1 + 2x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 1; \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_5 = -1; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$
- 2) а)
$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 - 4x_3 = 0; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \\ 2x_1 - x_2 + 11x_3 = 6; \\ x_1 + 8x_3 = 4. \end{cases}$$
- 3) а)
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 0; \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4; \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3; \\ x_1 - 3x_2 - 3x_4 = 1; \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$$
- 4) а)
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 0; \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0; \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 0; \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 3x_2 + 2x_3 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4; \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = -5. \end{cases}$$
- 5) а)
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0; \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0; \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = -4; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 8; \\ x_1 - 13x_2 + 5x_3 - 16x_4 - 5x_5 = 3. \end{cases}$$
- 6) а)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0; \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 0; \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = -1; \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$
- 7) а)
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0; \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0; \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1; \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 3; \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0; \\ 2x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$
- 8) а)
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0; \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 0; \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2; \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4; \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4; \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7. \end{cases}$$
- 9) а)
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0; \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0; \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0; \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 1; \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 3; \\ x_1 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 2; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_5 = 1. \end{cases}$$
- 10) а)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0; \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2; \\ x_1 - x_2 + 2x_4 = 3; \\ 2x_1 + 6x_2 - x_3 = 0; \\ 3x_1 - 6x_2 + 7x_3 = 5. \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
11) \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0; \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 0; \\ 3x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2; \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23; \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12. \end{cases} \\
12) \quad \text{a)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0; \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 0; \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = 0; \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1; \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0; \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2; \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3. \end{cases} \\
13) \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 = 0; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0; \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 0; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1; \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2; \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1; \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4. \end{cases} \\
14) \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0; \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0; \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 1; \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 1; \\ x_1 + x_3 - 2x_5 = 1; \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_5 = 1. \end{cases} \\
15) \quad \text{a)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0; \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 = 0; \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 0; \\ x_1 + 3x_2 - 13x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2; \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23; \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 12. \end{cases} \\
16) \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0; \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0; \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 0; \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1; \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2; \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7; \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25. \end{cases} \\
17) \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0; \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 0; \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 + 8x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1; \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1; \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \\
18) \quad \text{a)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0; \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0; \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0; \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4; \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2; \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases} \\
19) \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0; \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 0; \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1; \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1; \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \\
20) \quad \text{a)} \begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0; \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0; \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1; \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = -3; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 9; \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = -27. \end{cases}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
21) \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \\ x_1 - 3x_2 = 0; \\ 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4; \\ x_1 - 3x_2 + x_4 = -10; \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 8; \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases} \\
22) \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0; \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0; \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -3x_1 + 2x_3 = -5; \\ x_1 + x_2 - x_3 = 5; \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -10. \end{cases} \\
23) \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0; \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0; \\ 5x_1 - 13x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0; \\ 8x_1 + 2x_2 - x_3 = 21; \\ 2x_1 + 11x_2 - 16x_3 = 21; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 6. \end{cases} \\
24) \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0; \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 0; \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0; \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0; \\ 8x_1 + 2x_2 - x_3 = 21; \\ 2x_1 + 11x_2 - 16x_3 = 21; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 6. \end{cases} \\
25) \text{ a) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 0; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 = 0; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 0; \\ 2x_2 + 3x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 3 + 4x_3 - x_4 = 1; \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 5x_4 = 10; \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases} \\
26) \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0; \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0; \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 8; \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 10; \\ x_1 + x_3 + x_4 = 5. \end{cases} \\
27) \text{ a) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0; \\ 4x_1 + 4x_3 + 9x_4 = 0; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0; \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 4; \\ 4x_1 + 4x_3 = 9; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases} \\
28) \text{ a) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0; \\ 2x_1 + x_2 = 0; \\ 3x_1 + 2x_3 = 0; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2; \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3; \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3. \end{cases} \\
29) \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0; \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0; \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0; \\ 5x_1 - 5x_2 + 8x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4; \\ x_1 - 3x_2 + x_4 = -10; \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 8; \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases} \\
30) \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0; \\ 5x_1 - x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 3; \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 3; \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 - x_5 = 6; \\ x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}
\end{array}$$

Завдання 4.

Номер варіанта	Вершини піраміди			
	A_1	A_2	A_3	A_4
1	(5; 3; 7)	(1; 2; 7)	(4; 2; 10)	(2; 3; 5)
2	(2; 3; 5)	(4; 2; 10)	(1; 2; 7)	(5; 3; 7)
3	(4; 2; 10)	(2; 3; 5)	(5; 3; 7)	(1; 2; 7)
4	(1; 2; 7)	(5; 3; 7)	(2; 3; 5)	(4; 2; 10)
5	(6; 4; 8)	(1; 2; 5)	(4; 0; 6)	(2; 6; 5)
6	(5; 3; 10)	(4; 3; 5)	(1; 9; 7)	(0; 2; 0)
7	(5; 4; 2)	(2; 1; 6)	(1; 4; 9)	(2; 5; 8)
8	(1; 2; 5)	(2; 1; 7)	(3; 3; 6)	(2; 3; 9)
9	(2; -3; 7)	(2; -1; 7)	(6; 3; 1)	(3; 2; 8)
10	(1; 8; 9)	(4; 7; 8)	(-1; 13; 0)	(2; 4; 9)
11	(1; 0; 3)	(3; 0; 0)	(0; 2; 3)	(1; 4; 1)
12	(1; 4; 1)	(0; 2; 3)	(3; 0; 5)	(1; 0; 3)
13	(0; 2; 3)	(1; 0; 3)	(1; 4; 1)	(3; 0; 0)
14	(3; 0; 0)	(1; 4; 1)	(1; 0; 3)	(0; 2; 3)
15	(4; 1; 2)	(0; 0; 2)	(3; 0; 5)	(1; 1; 0)
16	(1; 1; 0)	(3; 0; 5)	(0; 0; 2)	(4; 1; 2)
17	(3; 0; 5)	(1; 1; 0)	(4; 1; 2)	(0; 0; 2)
18	(0; 0; 2)	(4; 1; 2)	(1; 1; 0)	(3; 0; 5)
19	(3; -2; 1)	(5; 2; 3)	(1; 4; 0)	(0; 0; 0)
20	(5; 2; 3)	(3; -2; 1)	(0; 0; 0)	(1; 4; 0)
21	(1; 5; 0)	(4; 2; 5)	(0; 7; 2)	(0; 2; 7)
22	(9; 6; 4)	(4; 4; 10)	(4; 10; 2)	(2; 8; 4)
23	(7; 5; 9)	(4; 6; 5)	(6; 9; 4)	(2; 10; 10)
24	(4; 7; 8)	(3; 5; 4)	(8; 7; 4)	(5; 10; 4)
25	(7; 10; 3)	(10; 6; 6)	(-2; 8; 2)	(6; 8; 9)
26	(4; 10; 9)	(1; 8; 2)	(5; 2; 6)	(5; 7; 4)
27	(6; 9; 3)	(6; 6; 5)	(4; 9; 7)	(4; 6; 11)
28	(8; 10; 7)	(8; 6; 4)	(10; 5; 5)	(5; 6; 8)
29	(2; 5; 7)	(7; 2; 2)	(5; 7; 7)	(5; 3; 1)
30	(8; 4; 1)	(7; 7; 2)	(6; 5; 8)	(3; 5; 8)

Завдання 5.

Номер варіанта	$A(x_1; y_1)$	$B(x_2; y_2)$	$C(x_3; y_3)$
1	(5; 6)	(-1; 12)	(1; 0)
2	(2; 3)	(3; 5)	(4; 5)
3	(1; 16)	(7; 9)	(3; 7)
4	(2; 15)	(6; 8)	(4; 1)
5	(3; 14)	(4; 7)	(1; 4)
6	(4; 13)	(3; 6)	(2; 4)
7	(5; 12)	(2; 5)	(5; 6)
8	(6; 11)	(1; 4)	(11; 0)
9	(7; 10)	(0; 3)	(12; 7)
10	(8; 9)	(1; 2)	(7; 9)
11	(0; 3)	(1; 1)	(-1; 0)
12	(0; 1)	(1; -1)	(1; 0)
13	(1; 0)	(1; -2)	(-1; 1)
14	(2; 1)	(2; 2)	(3; 1)
15	(3; 0)	(3; 2)	(4; 1)
16	(-1; 3)	(-1; -2)	(1; 1)
17	(0; 1)	(1; 1)	(2; -1)
18	(2; 2)	(8; 3)	(-1; -1)
19	(4; 7)	(2; 5)	(0; 0)
20	(3; 2)	(-3; 0)	(0; 4)
21	(2; 3)	(1; -1)	(6; 4)
22	(7; -1)	(-3; 2)	(2; 7)
23	(3; -4)	(10; 1)	(0; 7)
24	(-1; -3)	(-5; 4)	(2; 9)
25	(2; 1)	(1; 1)	(3; -5)
26	(4; 6)	(-4; 6)	(-1; 0)
27	2; 8)	(-2; 4)	(3; 1)
28	(1; -1)	(0; 1)	(2; 1)
29	(0; 2)	(-1; 1)	(2; 1)
30	(9; 3)	(7; 1)	(-2; 5)

Завдання б.

Номер варіанта	$A_1(x_1; y_1; z_1)$	$A_2(x_2; y_2; z_2)$	$A_3(x_3; y_3; z_3)$	$A_4(x_4; y_4; z_4)$
1	(1; 3; 6)	(2; 2; 1)	(-1; 0; 1)	(-4; 6; -7)
2	(-4; 2; 6)	(2; -3; 0)	(-10; 5; 8)	(-5; 2; -4)
3	(7; 2; 4)	(7; -1; -2)	(3; 3; 1)	(-4; 2; 8)
4	(2; 1; 4)	(-1; 5; -2)	(-7; -3; 2)	(-6; -3; 6)
5	(-1; -5; 2)	(-6; 0; -3)	(3; 6; -3)	(-10; 6; 7)
6	(0; -1; 1)	(-2; 3; 5)	(1; -5; -9)	(-1; -6; 3)
7	(5; 2; 0)	(2; 5; 0)	(1; 2; 4)	(-1; 1; 1)
8	(2; -1; -2)	(1; 2; 1)	(5; 0; -6)	(-10; 9; -7)
9	(-2; 0; -4)	(-1; 7; 1)	(4; -8; -4)	(1; -4; 6)
10	(14; 4; 5)	(-5; -3; 2)	(-2; -6; -3)	(-2; 2; -1)
11	(1; 2; 0)	(3; 0; -3)	(5; 2; 6)	(8; 4; -9)
12	(2; -1; 2)	(1; 2; -1)	(3; 2; 1)	(-4; 2; 5)
13	(1; 1; 2)	(-1; 1; 3)	(2; -2; 4)	(-1; 0; -2)
14	(2; 3; 1)	(4; 1; -2)	(6; 3; 7)	(7; 5; -3)
15	(1; 1; -1)	(2; 3; 1)	(3; 2; 1)	(5; 9; -8)
16	(1; 5; -7)	(-3; 6; 3)	(-2; 7; 3)	(-4; 8; -12)
17	(-3; 4; -7)	(1; 5; -4)	(-5; -2; 0)	(2; 5; 4)
18	(-1; 2; -3)	(4; -1; 0)	(2; 1; -2)	(3; 4; 5)
19	(4; -1; 3)	(-2; 1; 0)	(0; -5; 1)	(3; 2; -6)
20	(1; -1; 1)	(-2; 0; 3)	(2; 1; -1)	(2; -2; -4)
21	(1; 2; 0)	(1; -1; 2)	(0; 1; -1)	(-3; 0; 1)
22	(1; 0; 2)	(1; 2; -1)	(2; -2; 1)	(2; 1; 0)
23	(1; 2; -3)	(1; 0; 1)	(-2; -1; 6)	(0; -5; -4)
24	(3; 10; -1)	(-2; 3; -5)	(-6; 0; -3)	(1; -1; 2)
25	(-1; 2; 4)	(-1; -2; -4)	(3; 0; -1)	(7; -3; 1)
26	(1; 2; 0)	(1; 2; -1)	(-5; -2; 0)	(-3; 0; 1)
27	(3; 10; -1)	(1; 5; -4)	(-2; 7; 3)	(2; 5; 4)
28	(3; 4; 5)	(2; 1; -2)	(4; -1; 0)	(-1; 2; -3)
29	(2; -2; 1)	(1; 2; -1)	(1; 0; 2)	(2; 1; 0)
30	(2; 3; 1)	(1; 1; -1)	(5; 9; -8)	(3; 2; 1)

Завдання 7.

- 1) $2x^2 + y^2 - x + 3 = 0;$
- 2) $x^2 - y^2 + x + 4y = 0;$
- 3) $x^2 + x + 3y - 5 = 0;$
- 4) $4x^2 - 2x + 6y^2 - y + 1 = 0;$
- 5) $8x^2 + 4x - 2y^2 + y - 8 = 0;$
- 6) $x^2 + y^2 + 8 - x = 0;$
- 7) $x^2 + 7x + y - 2 = 0;$
- 8) $4x^2 - 8x - y + 12 = 0;$
- 9) $4x^2 + 6x + y^2 - 3 = 0;$
- 10) $y^2 - 3x + x^2 - 2 = 0;$
- 11) $y^2 - x^2 + 2x - 4 = 0;$
- 12) $2y^2 - x^2 + 8 - y = 0;$
- 13) $2y^2 + 2x^2 + 2x - 5 = 0;$
- 14) $2y^2 + x - 2y + 7 = 0;$
- 15) $x^2 + 2y^2 - 8x + 3y = 0;$
- 16) $x^2 + y^2 - x - y - 81 = 0;$
- 17) $x^2 + y^2 + x + y + 12 = 0;$
- 18) $x^2 + 2y^2 - 3x = 0;$
- 19) $y^2 - x + x^2 - 4 = 0;$
- 20) $5x^2 + 2y^2 - 25x + 4y = 0;$
- 21) $6x^2 - y^2 + y = 0;$
- 22) $2x + 4y^2 - 8y + 2 = 0;$
- 23) $2x - 8y^2 + 3y + 7 = 0;$
- 24) $x^2 - 4y + 3x - 5 = 0;$
- 25) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 1 = 0;$
- 26) $4x + y - 2y^2 - 1 = 0;$
- 27) $3x - y^2 + 8y + 2 = 0;$
- 28) $9x^2 - 18x + y^2 - 4y - 5 = 0;$
- 29) $3x^2 - 2x + 9y - 5 = 0;$
- 30) $3x^2 + 6x + 8y^2 + 4y + 2 = 0.$

Завдання 8.

Номер варіанта	Рівняння прямої	$M_0(x_0; y_0)$	m : n
1	$2x - 3 = 0$	(1; 1)	3 : 2
2	$x + 2 = 0$	(-1; 0)	2 : 3
3	$y - 2 = 0$	(1; 2)	1 : 1
4	$\frac{1}{2}y + 4 = 0$	(-2; 4)	1 : 2
5	$x - 1 = 0$	(-1; 1)	2 : 1
6	$2x + 1 = 0$	(0; 2)	5 : 6
7	$2y - 3 = 0$	(2; 0)	3 : 4
8	$3y + 5 = 0$	(3; 1)	1 : 2
9	$y - 1 = 0$	(-1; 2)	2 : 3
10	$x + 1 = 0$	(2; 4)	3 : 5
11	$x - 5 = 0$	(1; -1)	1 : 1
12	$y + 1 = 0$	(6; 5)	2 : 1
13	$x - 2 = 0$	(4; 3)	3 : 2
14	$3x + 4 = 0$	(2; 1)	2 : 3
15	$x + 2 = 0$	(0; -1)	1 : 1
16	$3x - 1 = 0$	(0; 1)	1 : 1
17	$y + 2 = 0$	(1; 1)	6 : 5
18	$y - 1 = 0$	(1; -2)	2 : 1
19	$y - 5 = 0$	(1; 1)	5 : 3
20	$2x + 3 = 0$	(1; 2)	2 : 3
21	$y - 1 = 0$	(-1; -1)	1 : 2
22	$x + 1 = 0$	(1; 4)	1 : 2
23	$2x - 3 = 0$	(1; 3)	1 : 1
24	$x - 8 = 0$	(1; 1)	4 : 3
25	$x - 3 = 0$	(-1; 1)	2 : 1
26	$3x + 4 = 0$	(2; 1)	2 : 3
27	$y + 2 = 0$	(1; 1)	6 : 5
28	$x + 1 = 0$	(1; 4)	1 : 2
29	$y - 1 = 0$	(1; -2)	2 : 1
30	$x - 2 = 0$	(4; 3)	3 : 2

Список літератури:

1. Міхайленко В.М., Овчинніков П.П., Яремчук Ф.П. Вища математика: Ч.1;2. – К.: Техніка, 2000.
2. Журавель О.О. Вища математика: Збірник завдань для курсових і самостійних робіт. – К., 1998.
3. Сборник задач по математике для втузов. Линейная алгебра и основы математического анализа / Под ред. А.В. Ефимова и Б.М. Демидовича. – М.: Наука, 1998.
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1980.
5. Міхайленко В.М., Федоренко Н.Д. Математичний аналіз для економістів. – К.: Європейський університет, 2002. – 297 с..
6. Федоренко Н.Д., Баліна О.І., Безклубенко І.С. Вища математика: Навчальни посібник. – К., 2003. – 165 с..
7. Полтораченко Н.І., Мартинюк О.Г. Вища математика. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. методичні вказівки. – К., 2003. – 31 с..
8. Безклубенко І.С., Баліна О.І., Буценко Ю.П. Методичні вказівки і контрольні завдання з курсу «Лінійна алгебра і аналітична геометрія» для спеціальності АТП заочної форми навчання. – К.1999. – 18 ст..