

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський національний університет будівництва і архітектури

МЕТОДИ ІНТЕГРУВАННЯ

Завдання

для самостійної роботи з вищої математики
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
спеціальностей

192 Будівництво та цивільна інженерія

193 Геодезія та землеустрій

194 Гідротехнічне будівництво, водна інженерія та водні технології

Київ 2024

УДК 517.3

М54

Укладачі: Ю.П. Філонов, канд. фіз.-мат. наук, доцент;
О.В. Забарило, канд. фіз.-мат. наук, доцент;
Ю.А. Коротких, асистент

Рецензент А.А. Кириченко, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Відповідальний за випуск Н.В. Бондаренко, канд. фіз.-мат. наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики

*Затверджено на засіданні кафедри вищої математики,
протокол № 5 від 29 листопада 2023 року.*

В авторській редакції.

Методи інтегрування: завдання для самостійної роботи з вищої математики/ уклад.: Ю.П. Філонов, О.В. Забарило, Ю.А. Коротких. – М54 К.: КНУБА, 2024.– 36 с.

Містять структуровані комплекти завдань, необхідні для засвоєння студентами основних методів інтегрування функцій однієї змінної під час аудиторної та домашньої самостійної роботи.

Призначено для студентів першого курсу інженерних спеціальностей усіх форм навчання.

© КНУБА, 2024

Загальні положення

Основою практичного вивчення курсу вищої математики студентами інженерних спеціальностей в другому семестрі є засвоєння основних методів інтегрування. Ці методи викладаються в такій послідовності: спочатку інтеграли, які елементарними перетвореннями зводяться безпосередньо до табличних, потім інтеграли, які вирішуються лінійними замінами аргументу, далі йдуть методи заміни змінної та інтегрування частинами, потім послідовно методика інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій та тригонометричних функцій. На кожен з цих методів запропоновано по два приклади у тридцяти варіантах, тобто 420 прикладів. Отже, під час вивчення аудиторно певних тем можна діяти, наприклад, так: всі студенти групи працюють згідно зі своїм варіантом з індивідуальними прикладами (а) відповідно до поточних тем (під керівництвом викладача в аудиторії), а задачі (б) виконують як домашнє завдання (або як контрольну роботу в аудиторії). Можливі також і інші варіанти роботи.

Наведена структура завдань дає змогу зручно комбінувати різні варіанти аудиторної та домашньої самостійної роботи під час опанування студентами основних методів інтегрування з наголосом на індивідуальність завдань для кожного.

Метою дисципліни «Вища математика» є забезпечення базової математичної підготовки студентів, розвинення вміння застосовувати математичні знання, класичні і сучасні математичні методи для аналізу і моделювання прикладних задач у галузі будівництва та сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Завданням курсу є формування у майбутніх інженерів базових математичних знань для розв'язання задач у професійній діяльності, вмінь логічного мислення та математичного формування виробничих задач, виховання фахівця, який володіє як класичними, так і найважливішими сучасними математичними методами, здатного самостійно підвищувати свої фахові знання, математичну культуру, що в подальшому дозволяє йому засвоювати спеціальні дисципліни.

Варіант 1

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{а) } \int (2 - \sqrt{x})^3 dx ; \quad \text{б) } \int (1 + x \operatorname{tg}^2 x) : x dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{а) } \int \cos 2x \cos 3x dx ; \quad \text{б) } \int \sqrt[3]{2x+7} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{а) } \int \frac{e^x}{3 - e^x} dx ; \quad \text{б) } \int x \cos x^2 dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{а) } \int x \ln(x+2) dx ; \quad \text{б) } \int \sin(\ln x) dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{3x-6}{x^3-4x^2+4x} dx ; \quad \text{б) } \int \frac{3}{(1+x^2)x^2} dx .$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{x}{\sqrt[4]{x^3(1+x)}} dx ; \quad \text{б) } \int \frac{3\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{1+x}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{а) } \int \frac{2}{4+\cos x} dx ; \quad \text{б) } \int \sin 2x \sin x \cos 3x dx.$$

Варіант 2

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{x+7}{\sqrt[3]{x^2}} dx; \quad \text{б) } \int x^2 \left(1 - \frac{x^{-2}}{\cos^2 x}\right) dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{3}{2 - 2\cos \frac{x}{2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{7}{2x^2 - 4x + 3} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{2}{\sqrt{1-x^2} \arccos x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{x^3 \sqrt{\ln^4 x}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int x^2 e^{-x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3x+2}{2x^2-x-3} dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{x^3+x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x^3}{\sqrt[5]{32+x^4}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{5}{x^3 \sqrt[5]{1+\frac{1}{x}}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \operatorname{tg}^4 2x dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos x}{\sqrt{2} - \sin x + \cos x} dx.$$

Варіант 3

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \cos^2 \frac{x}{2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{2^x - 4^x}{5^x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{3}{\sqrt{(3x-5)^5}} dx; \quad \text{б) } \int \cos^2[2+x] dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \operatorname{ctg} 4x dx; \quad \text{б) } \int \frac{\operatorname{arccotg} 2x}{1+4x^2} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \ln(x^2 - 4) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln 7x}{x^2} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x^6 - x^3 + 1}{x^3 - 1} dx; \quad \text{б) } \int \frac{2 + x^2}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt[3]{2 + \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{4}{x^2 \sqrt{(1 + 4x^2)^3}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{8}{\sqrt[3]{\operatorname{ctg} x}} dx.$$

Варіант 4

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{1 - x \sin^2 x}{\sin^2 x} dx; \quad \text{б) } \int \operatorname{ctg}^2 x dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{7}{x^2 - 2x + 3} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 8}} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt{8 + \ln x}}{x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \operatorname{arccotg} \sqrt{x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x + 1}{\sin^2 x} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x + 4}{(x + 2)(x - 3)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{2x + 2}{x^3 + 2x^2 + 2x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int x^4 \sqrt{4 - x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{5}{x^3 \sqrt[3]{1 - x^3}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{3}{(2 \sin x + \cos x)^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin 2x}{\sin^3 2x - \cos^3 2x} dx.$$

Варіант 5

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \cos^2 \frac{x}{2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^4 - 1}} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{3}{\sqrt{(x-1)^2 + (x+1)^2}} dx; \quad \text{б) } \int 7^{9x-8} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int x \sin x^2 dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^{-2x}}{5 + 7e^{-2x}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int x^2 e^{-2x} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt{1-x} \ln[1-x] dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{2x-1}{x^3-3x-2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x}{(1-x)(1+x^2)^2} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{6}{\sqrt{(2+5x^2)^3}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^3}{\sqrt{4x^2-2}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\sin x \cos 3x}{1 + \sin^4 x} dx; \quad \text{б) } \int \sin^3 x \cos^2 x dx.$$

Варіант 6

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{x}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt[3]{x} + 5\sqrt{x}}{3x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{2}{\sin^2 3x \cos^2 3x} dx; \quad \text{б) } \int \cos[2x - 3] dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int x^4 e^{x^5} dx; \quad \text{б) } \int x \cos 4x^2 dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int x \sin 2x dx; \quad \text{б) } \int \arctg \sqrt{2x - 1} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3}{x^3 - 4x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{(x + 1)^3}{x^2 + 1} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int x^3 \sqrt[3]{4 + x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^4}{(4 - x^2)^{1.5}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - 2 \cos x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{(2 + \sin x)^2} dx.$$

Варіант 7

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{(x+3)^2}{x^3} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x}(x+2)} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \sin 5x \cos x dx; \quad \text{б) } \int \sin^{-2} \left(\frac{x+7}{6} \right) dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{2}{x \ln x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{5}{\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \ln^2 2x dx; \quad \text{б) } \int (x-5) \sin 5x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{4}{(x-1)(x^2+1)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{2x}{(x-1)(x+2)} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \sqrt{x(3-4x^3)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{7}{x^4 \sqrt{4x^2-1}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{6}{\sin^6 x + \cos^6 x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{(2 + \cos x)^2} dx.$$

Варіант 8

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{(x-1)^3}{x^5} dx; \quad \text{б) } \int \frac{9 + \cos^2 x}{\cos^2 x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{5}{(\cos^2 2x - \sin^2 2x)^2} dx; \quad \text{б) } \int 7^{[3+4x]} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{e^{\arccos x}}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{9}{\sqrt{3+4x-x^2}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int (x-2)3^x dx; \quad \text{б) } \int \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cos x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x+2}{x^3-3x+2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{x^4+x^2} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[6]{x}}}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt{x+9}}{1+\sqrt[3]{x+9}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \sin^4 x \cos^2 x dx; \quad \text{б) } \int \frac{2}{0.5 + \sin x} dx.$$

Варіант 9

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int e^x \left(5 - \frac{e^{-x}}{x^5} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos^2 x - 7 \sin^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{2}{\sqrt{(1-3x)^5}} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{x}{\sqrt{4-x^4}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^{\sqrt{1-x}}}{\sqrt{1-x}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int x \operatorname{arctg} x dx; \quad \text{б) } \int [1-x] \cos x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x^3 - x^2 + x + 1}{x^2 + 4x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x}{x^3 + 8} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x}{\sqrt{(8-x^2)^3}} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt{\frac{x}{1-x\sqrt{x}}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin x}{1 + 2 \sin x \cos x} dx.$$

Варіант 10

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int (5 + 3^x)^2 dx; \quad \text{б) } \int \frac{5 + \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{8}{2x^2 + 4x + 6} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt[5]{1 + 2x} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \sin^3 2x \cos 2x dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin \ln[9 - x]}{[x - 9]} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int e^{2x} \sin x dx; \quad \text{б) } \int \frac{4x}{4^x} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x}{(x + 1)(x - 2)(x + 3)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x - 8}{x^2 + x + 2} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \sqrt{\frac{x - 1}{2 - x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{x^3 \sqrt{4 - x^2}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x - \cos x} dx.$$

Варіант 11

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int [3 + x \operatorname{ctg}^2 x] : x \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{5^{3x} + 1}{5^x + 1} \, dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \sqrt[100]{x - 100} \, dx; \quad \text{б) } \int \cos \frac{1 + 7x}{3} \, dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int e^{\sin x} \cos x \, dx; \quad \text{б) } \int \sqrt{\frac{\arccos x}{1 - x^2}} \, dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \cos(\ln x) \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{8}{\ln_x 2} \, dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x}{(x^2 + 2x - 8)^2} \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{2}{x^3 - 8} \, dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3}{x^2 \sqrt{1 + x^2}} \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{7}{\sqrt{x - 2} + \sqrt[3]{x - 2}} \, dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \sin \frac{x}{2} \sin x \sin \frac{x}{3} \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{(2 \cos x + \sin x)^2} \, dx.$$

Варіант 12

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{x + \sqrt{x}} : \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{2}{2x^2 + 4x + 3} dx; \quad \text{б) } \int 7^{5x-9} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^4 x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos x^{-2}}{x^3} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx; \quad \text{б) } \int [2x - 1] \sin^2 x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3x^2 + 2x - 3}{x^3 - x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{(x^2 + 4)^2} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x^{-3}}{\sqrt[5]{1 + \frac{1}{x}}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^3 - x}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\sin x}{\sqrt{2} + \sin x + \cos x} dx; \quad \text{б) } \int \sin x \cos^2 2x dx.$$

Варіант 13

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{2^{2x} + 3^x}{7^x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{(x + \sqrt{x})x}{\sqrt{x}} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \cos^2 2x dx; \quad \text{б) } \int \sin[2x - 5] dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{\arctg x}{1 + x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{x \sqrt{4 + \ln^2 x}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \frac{\ln x}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x + 3}{\cos^2 x} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x^4 + 2x^2}{(x^2 + 1)^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x + 2}{3x - x^3 + 2} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{2}{x^2 \sqrt{(1 + x^2)^3}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{8}{(1 + 2\sqrt[4]{x})\sqrt[3]{2x}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{3}{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}} dx; \quad \text{б) } \int \sin^2 x \cos^5 x dx.$$

Варіант 14

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \operatorname{tg}^2 x \, dx; \quad \text{б) } \int \left(1 + \frac{2^{-x}}{1+x^2}\right) 2^x \, dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{4}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}} \, dx; \quad \text{б) } \int \left(1 + \frac{x}{7}\right)^4 \, dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{6}{\sqrt{\operatorname{tg} x \sin^2 x}} \, dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \frac{x}{\cos^2 x} \, dx; \quad \text{б) } \int [2x - 2] \cos^2 x \, dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x+2}{x^3 - 2x^2 + 2x} \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{x+1}{(x+4)(x+2)} \, dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{5}{x^3 \sqrt[3]{2-x^3}} \, dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{x\sqrt{1+x^3}} \, dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\sin x}{\sin^3 x + \cos^3 x} \, dx; \quad \text{б) } \int \sin^3 x \cos^{-2} x \, dx.$$

Варіант 15

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^4 - 1}} dx; \quad \text{б) } \int (2^x + 2^{-x})^3 dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int 10^{-3x} dx; \quad \text{б) } \int \cos^2 \left(\frac{\pi}{6} + 2x \right) dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{\sin x}{5 + 7 \cos x} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt[3]{x^3 + 1} x^2 dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \sqrt{x} \ln x dx; \quad \text{б) } \int (x - 7)5^x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{4x}{(1+x)(1+x^2)^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{(x-2x^2)(x+5)} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{2}{x \sqrt[4]{1 - 8x^3}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{1 - \cos 2x}{\sin^4 x - \cos^4 x} dx; \quad \text{б) } \int \sin^3 2x \cos^2 3x dx.$$

Варіант 16

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{x} dx ; \quad \text{б) } \int 5^x(1 + 3^{2x}) dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{а) } \int \cos x \cos 2x dx ; \quad \text{б) } \int \frac{7}{\sqrt{1 - 4x - x^2}} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{а) } \int x e^{-x^2} dx ; \quad \text{б) } \int (1 + \sqrt{\ln x}) : x dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{а) } \int \arctg \sqrt{2x - 1} dx ; \quad \text{б) } \int \frac{x - 8}{e^{2x}} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{(x + 1)^3}{x^2 - x} dx ; \quad \text{б) } \int \frac{x + 2}{x^3 + 2x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{x^4}{(1 - x^2)^{1.5}} dx ; \quad \text{б) } \int \frac{2x^{0.5}}{\sqrt{9 + x}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{а) } \int \frac{2}{(1 + 0.5 \cos x)^2} dx ; \quad \text{б) } \int \sqrt[3]{\operatorname{tg} 5x} dx.$$

Варіант 17

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}(x - 1)} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt[5]{x}(\sqrt{x} + 1) dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \sin^{-2}\left(\frac{x+1}{8}\right) dx; \quad \text{б) } \int \sqrt{(8+9x)^{-3}} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \ln^2 x : x dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^{x-2}}{x^{-3}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int (x - 5) \log_2 x dx; \quad \text{б) } \int \ln^2 x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{7}{x^3 + 4x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{8}{x^4 \sqrt{x^2 - 1}} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt{x}(8 + \sqrt[3]{x})^{-2} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \operatorname{ctg}^4 x dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{\sqrt{2} - \sin x + \cos x} dx.$$

Варіант 18

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{а) } \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx; \quad \text{б) } \int [1 - e^x] : e^x dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{а) } \int \operatorname{tg} x dx; \quad \text{б) } \int (5x + 1)^{-9} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{а) } \int \frac{1}{\sqrt{3 - 4x - 2x^2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^x}{e^{2x} - 1} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{а) } \int \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cos x dx; \quad \text{б) } \int (e^{2x} + e^{-2x})x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{2}{x^4 - x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x - 2}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{1 - \sqrt{x + 1}}{1 + \sqrt[3]{x + 1}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{3x^{-3}}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{а) } \int \frac{3}{2 + 4\cos x} dx; \quad \text{б) } \int \sin^{-1} x \cos^{-1} x dx.$$

Варіант 19

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx; \quad \text{б) } \int (2^x - x3^x): 3^x dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{7}{\sqrt{(1-8x)^3}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{9}{\sin^2(2x+1)} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int x \sqrt{1-x^2} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \arccos x dx; \quad \text{б) } \int \ln(x^2 - 4) dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x}{x^3 - 1} dx; \quad \text{б) } \int \frac{4}{x^3(x-1)} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \sqrt{\frac{x}{1-x\sqrt{x}}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^{-1}}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\sin 2x}{1 + \sin 4x} dx; \quad \text{б) } \int [\sin^3 x + \cos^3 x]: \cos x dx.$$

Варіант 20

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{а) } \int \frac{1 - \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx; \quad \text{б) } \int [e^x + 7] : e^{2x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\int \sqrt[3]{1 - 3x} dx; \quad \text{б) } \int \sin(2 - 3x) dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{а) } \int \frac{\sin \ln x}{x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\sin^2 3x} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{а) } \int \frac{2 + x}{3^x} dx; \quad \text{б) } \int x^2 e^{4x} dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{2x + 7}{x[x^2 + x - 2]} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + x + 1} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{7}{x^3 \sqrt{x^2 + 1}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{x \sqrt{x^2 - 1}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{а) } \int \frac{\sin x + \cos x}{2 \cos x - \sin x} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 4x} dx.$$

Варіант 21

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{10^{3x} + 1}{10^x + 1} dx; \quad \text{б) } \int x(1 - \sqrt{x})^2 dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \cos \frac{\pi - x}{12} dx; \quad \text{б) } \int \sin 4x \cos 3x dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1 - x^2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^x}{4 - e^{2x}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \frac{2}{\log_x 2} dx; \quad \text{б) } \int x^3 \ln(x + 1) dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3}{x^3 + 1} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x - 1}{x^3 - 6x^2 + 9x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{7}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{4}{\sqrt[4]{x}(1 + 2x)} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{4}{(2\cos x - \sin x)^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{2 \sin x}{4 + \cos x} dx.$$

Варіант 22

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

a) $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} : \frac{1}{x - \sqrt{x}} dx$; б) $\int \sqrt[4]{x} [3x + 2] dx$.

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$\int 5^{1-5x} dx$; б) $\int \frac{8}{\sqrt{(3x+2)^7}} dx$.

3. Обчислити методом заміни змінної:

a) $\int \frac{\cos x^{-1}}{x^2} dx$; б) $\int \operatorname{ctg}[5-x] dx$.

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

a) $\int x \sin^2 x dx$; б) $\int \ln(x^2 - x) dx$.

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

a) $\int \frac{3}{(x^2 + 1)^2} dx$; б) $\int \frac{x^6 + 1}{x^3 - 1} dx$.

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

a) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$; б) $\int \frac{\sqrt[3]{1-\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

a) $\int \frac{2}{\cos^4 x + \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x} dx$; б) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$.

Варіант 23

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \frac{(x-2)x}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int [x-4][2-x] dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \sin^2[2x+3] dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{1-\cos 8x} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{9}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{6}{\sqrt{1-4x^2} \arcsin 2x} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \frac{x}{\sin^2 x} dx; \quad \text{б) } \int x^2 \sin 2x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x^3+2}{x^3-3x+2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{4x^3}{2x^2+3} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{7}{(1+\sqrt[4]{x})\sqrt[3]{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^{0.2}}{\sqrt[5]{32+x}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \sin^5 x \cos^4 x dx; \quad \text{б) } \int \operatorname{ctg}^2 4x dx.$$

Варіант 24

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int 2^{-x} \left(1 - \frac{2^x}{1+x^2}\right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{1+9e^x \sin^2 x}{\sin^2 x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \left(1 - \frac{x}{2}\right)^{-8} dx; \quad \text{б) } \int \frac{6}{\sqrt{(x-2)^2 - (x+1)^2}} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\sin^2 x} dx; \quad \text{б) } \int x \cos x^2 dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int x \cos^2 x dx; \quad \text{б) } \int x^2 5^x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x-1}{x^3+3x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{2}{x\sqrt{1-x^3}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{\sqrt{(9+x^2)^3}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \sin^4 x \cos^{-3} x dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin x \cos x}{1+\sin^2 x} dx.$$

Варіант 25

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int (2^x - 2^{-x})^2 dx; \quad \text{б) } \int \frac{7 + \cos x \sin^2 x}{\sin^2 x} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{6}{x^2 + 2x + 3} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \sqrt[3]{x^3 - 8} x^2 dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt{4 - 3 \ln x}}{x} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int (x + 2)2^{-x} dx; \quad \text{б) } \int \arctg[2\sqrt{x}] dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{2x + 1}{(x - 2)(x + 5)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x + 4}{x^2 + 9} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3}{x \sqrt[4]{1 + x^3}} dx; \quad \text{б) } \int x \sqrt{4 - x} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\cos 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2} dx.$$

Варіант 26

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int 2^x(1 + 3^x) dx; \quad \text{б) } \int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \right) dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{2}{\sqrt{1 - 2x - x^2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{2}{\sin^2 3x \cos^2 3x} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int (1 + \sqrt{\cos x}) \sin x dx; \quad \text{б) } \int x^4 e^{-5x^5} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \frac{x + 5}{e^x} dx; \quad \text{б) } \int \arctg[2x + 1] dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x + 2}{x^3 - 2x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x - 1}{x^3 + x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} dx; \quad \text{б) } \int x^4 \sqrt{9 + x^2} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \sqrt[3]{\operatorname{tg}[x - 1]} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin x}{\sin x - 2 \cos x} dx.$$

Варіант 27

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \sqrt{x} \sqrt[3]{x} (\sqrt{x} + 1) dx; \quad \text{б) } \int \frac{(x-2)^3}{x^7} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int \frac{4}{1 + \cos x} dx; \quad \text{б) } \int \sin(2x + 2) \cos(2x + 2) dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln x + 1}{x \ln x} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int \sqrt{x} \ln^2 x dx; \quad \text{б) } \int [1 + 3x] \cos 2x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3}{x^3 - 8} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{x(x^2 + 4)} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt{x}}{(1 + \sqrt[3]{x})^2} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt{2x + x^4} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \frac{\sin x}{\sqrt{2} - \sin x + \cos x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x - 0.25 \sin^2 2x} dx.$$

Варіант 28

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{a) } \int \sqrt{1 + \cos 2x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{(x + 4)^2}{x^{0.25}} dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{a) } \int (2x - 1)^{10} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1}{\cos^2 2x - \sin^2 2x} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{a) } \int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^{\operatorname{tg} 2x}}{\cos^2 2x} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{a) } \int x(e^x - e^{-x}) dx; \quad \text{б) } \int (x - 2) \ln 3x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{x - 2}{x^2 + 4x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{a) } \int \frac{3}{x^3 \sqrt{1 + x^2}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt[3]{1 - \sqrt[6]{x}}}{x^{0.5}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{a) } \int \sin^3 x \cos^3 x dx; \quad \text{б) } \int \sin^2 x : \cos^4 x dx.$$

Варіант 29

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{а) } \int \left(\frac{1}{3}\right)^x (2^x - x3^x) dx; \quad \text{б) } \int \sin x \left(1 + e^{-x} \frac{\pi}{\sin x}\right) dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{а) } \int \frac{2}{\cos^2(2x+1)} dx; \quad \text{б) } \int \operatorname{tg}^2\left(3x - \frac{\pi}{8}\right) dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{а) } \int x \sqrt{1+x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{e^{4x}}{\sqrt{4-e^{4x}}} dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{а) } \int \ln(x-4) dx; \quad \text{б) } \int \operatorname{arcctg}(5x+3) dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{3}{x^3(x-1)} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^3}{x^2+4x+5} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{x}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}} dx; \quad \text{б) } \int x \sqrt{(2+x^2)^{-3}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{а) } \int \frac{\sin x}{\sin^3 x - \cos^3 x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin^4 2x}{\cos^2 2x} dx.$$

Варіант 30

Обчислити невизначені інтеграли вказаним способом:

1. Обчислити шляхом зведення до табличних інтегралів:

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}} dx; \quad \text{б) } \int (7 - 3^{3x})^2 dx.$$

2. Обчислити шляхом лінійної заміни аргументу:

$$\text{а) } \int \sin(2 - 3x) dx; \quad \text{б) } \int \frac{3}{[2x^2 - 4x + 2]^2} dx.$$

3. Обчислити методом заміни змінної:

$$\text{а) } \int \frac{2ctg x}{\sin^2 x} dx; \quad \text{б) } \int \ln^3 2x : x dx.$$

4. Обчислити застосовуючи формулу інтегрування частинами:

$$\text{а) } \int x^3 e^x dx; \quad \text{б) } \int e^x \cos 3x dx.$$

5. Обчислити інтеграл від раціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x + 2}{(x + 1)(x - 3)x} dx.$$

6. Обчислити інтеграл від ірраціональної функції:

$$\text{а) } \int \frac{3}{x\sqrt{x^2-1}} dx; \quad \text{б) } \int \sqrt{\frac{x+4}{4-x}} dx.$$

7. Проінтегрувати тригонометричну функцію:

$$\text{а) } \int \frac{5}{\sqrt[3]{tgx}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{4\sin^2 x}{\cos^3 x} dx.$$

Список літератури

1. *Дубовик В.П.* Вища математика: навчальний посібник./В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – Київ: А.С.К., 2006. – 648 с.
2. *Денисюк В.П.* Вища математика: Навчальний посібник: у 4 ч./ В.П.Денисюк, В.К. Репета. – Київ: НАУ, 2006. – Ч.2. – 276 с.
3. *Бондаренко Н.В.* Інтеграли та їх застосування: практичний посібник./ Н.В. Бондаренко та ін. – Київ: КНУБА, 2009. – 64 с.
4. *Забарило О.В.* Вища математика. Невизначений інтеграл: методичні вказівки до практичних занять для студентів інженерних спеціальностей./ О.В. Забарилло, Ю.А. Коротких. – Київ: КНУБА, 2009. – 20 с.

Навчально-методичне видання

МЕТОДИ ІНТЕГРУВАННЯ

Завдання

для самостійної роботи з вищої математики
для студентів інженерних спеціальностей усіх форм навчання

Укладачі: **Філонов** Юрій Петрович,
Забарило Олексій Віталійович,
Коротких Юлія Анатоліївна

Підписано до друку 2023. Формат 60x80_{1/16}.
Папір офсетний. Гарнітура Таймс. Друк на різнографі.
Ум. друк. арк. 5,33. Обл.-вид. арк. 5,75. Ум. фарбовід 13.
Тираж прим. Вид. № Замовлення №

КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31, Київ-680, 030680

Віддруковано в редакційно-видавничому відділі
Київського національного університету будівництва і архітектури
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р.