

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

РОЗРАХУНОК СПОРУД ПРИ ДІЇ РУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічної
роботи з будівельної механіки
для студентів, які навчаються за напрямом
підготовки 6.060101 „Будівництво”

Київ 2010

УДК 624.041.2

ББК 38.112

Р64

Укладачі: М.Г. Кушніренко, кандидат технічних наук, доцент
О.О. Шкриль, кандидат технічних наук

Відповідальний за випуск О.В. Шишов, кандидат технічних наук, професор

Рецензент Б.І. Сизевич, доцент кафедри будівельної механіки

Затверджено на засіданні кафедри будівельної механіки, протокол №1 від 7 вересня 2009 року

Видається в авторській редакції.

Розрахунок споруд при дії рухомого навантаження: методичні вказівки
Р64 до виконання розрахунково-графічної роботи / уклад.:
М.Г. Кушніренко, О.О. Шкриль. – К.: КНУБА, 2010. – 24 с.

Розглянуто методи розрахунку споруд при дії рухомого навантаження, а саме, побудови ліній впливу для простих та шарнірно-консольних балок, простих балочних та шпренгельних ферм, та визначення зусиль за допомогою ліній впливу.

Призначено для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 6.060101 „Будівництво” денної та заочної форм навчання.

Загальні положення

Під час проектування кожної споруди чи будівлі необхідно визначати розміри її елементів. З цією метою виконуються певні розрахунки з визначення внутрішніх зусиль у елементах споруди від дії навантажень, регламентованих нормами проектування. Сукупність внутрішніх сил у елементах дозволяє встановити напружений стан у всіх частинах та елементах споруди і, таким чином, робити висновки про міцність конструкцій.

Питання міцності вивчаються у певному колі дисциплін, починаючи з таких загально-технічних, як фізика, будівельні матеріали, опір матеріалів, та закінчуючи виключно прикладними: проектування мостів, будівель і споруд, випробування споруд і т.п.

Студенти – майбутні фахівці напряму підготовки „будівництво” вперше знайомляться з питаннями розрахунків на міцність будівель і споруд у курсі „Будівельна механіка”. **Основні завдання**, що поставлені перед будівельною механікою, як наукою, полягають у розробці методів розрахунку конструкцій будівель і споруд на міцність, жорсткість та стійкість. Будівельна механіка вивчає складні механічні системи, до яких входять елементи різних типів: масивні тіла, пластини, оболонки, стержні. Будівельна механіка насамперед спрямована на задачі проектування конструкцій і тому на кінцевому етапі передбачає одержання числового результату.

Один з розділів науки „будівельна механіка” – науки про методи розрахунку будівель і споруд на міцність, жорсткість та стійкість – є розрахунок конструкцій при дії рухомого навантаження. Особлива риса розрахунків при дії рухомого навантаження полягає у необхідності розв’язку додаткових задач з визначення розрахункових навантажень, тобто визначення найбільш небезпечного положення системи рухомих вантажів, за якого шукане зусилля може сягати екстремальних значень.

Поняття „лінія впливу” та види рухомих навантажень

Розрахунок мостових ферм, арок та балок, підкранових балок та інших споруд, що перебувають під дією рухомих навантажень зводиться до побудови ліній впливу зусиль (поперечних сил, опорних реакцій, згинальних моментів, зусиль у стержнях ферм) і до визначення за допомогою цих ліній впливу розрахункових значень зусиль у кожному елементі споруди. Остання операція полягає у встановленні на лінії впливу навантаження у самому небезпечному положенні та обчисленні

суми добутків величини вантажу на відповідну ординату лінії впливу. Лінія впливу – це графік, що зображує зміну будь-якої величини у процесі руху по споруді одиничного вантажу.

Перевага розрахунків за допомогою ліній впливу полягає у тому, що, коли відоме значення тої чи іншої величини від дії одного рухомого вантажу, на підставі принципу суперпозиції можна легко визначити значення відповідної величини при дії будь-якого числа рухомих (або нерухомих) вантажів, відмінних від одиниці.

Лінії впливу будують у прямокутній системі координат із віссю абсцис, перпендикулярною до напрямку рухомого вантажу. Одиничний рухомий вантаж являє собою вертикальну силу P , модуль якої дорівнює одиниці, напрямок є протилежним осі ординат. Вісь абсцис (вісь X) називають базою лінії впливу. Абсциса визначає положення рухомого одиничного вантажу, а ордината – значення величини, що вивчається.

Розрахункові навантаження встановлюються відповідними нормами проектування і технічними умовами. На рис.1 показано поздовжню схему розрахункової автомобільної колони Н -10 (Н - 8), що використовується при проектування автомобільно-дорожніх мостів. Залежно від класу навантаження Н -10 або Н - 8 вага основного автомобіля $P=100$ кН або $P=80$ кН відповідно. По ширині мосту відповідно до норм і технічних умов, кількість колон автомобілів може бути такою, яку припускають габарити мосту. Навантаження по ширині мосту повинно бути також встановлено у найнебезпечніше положення для тієї ферми або балки, що розраховується.

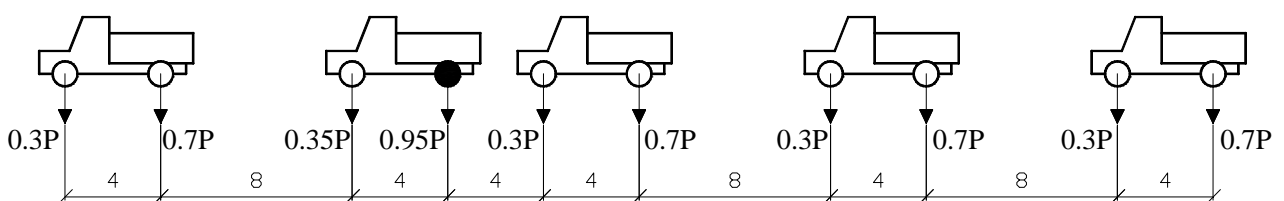


Рис. 1. Схема колони автомобілів

Побудова ліній впливу зусиль у шарнірно-консольних балках

Для шарнірно – консольних балок будують лінії впливу опорних реакцій та внутрішніх зусиль (M і Q) у вказаних перерізах. Послідовність дій при побудові ліній впливу:

а) виконується кінематичний аналіз розрахункової схеми та будується поповерхова (монтажна) схема балки;

б) відокремлюється простіша балка (диск), де передбачається визначати зусилля, та будується лінія впливу цього зусилля для диску;

в) використовуючи той факт, що в межах окремого диску(балки) ділянка лінії впливу це пряма лінія, розглядається пересування вантажу (одиночної сили P) по сусідніх простіших балках (дисках) та послідовно вибудовується кожна ділянка для сусідніх дисків.

Розглядається побудова ліній впливу реакцій опор, згинального моменту та поперечної сили для найпростіших балок: балки з двома шарнірними опорами та балки з одною опорою у вигляді жорсткого защемлення (припайки). Нехай балкою (рис.2) переміщується вантаж $P = 1$. Позначимо відстань від лівої опори A до одиночного рухомого вантажу через X . Щоб визначити величину опорної реакції R_A запишемо рівняння з умов рівноваги $\Sigma M_B = 0$, а саме: $R_A \cdot L - P \cdot (L - X) = 0$, тоді

$$R_A = P \cdot \frac{L - X}{L} = \frac{L - X}{L}$$

при $X = 0$ отримаємо $R_A = 1$, при $X = L$ $R_A = 0$. Відклавши від базової лінії знайдені значення опорної реакції з'єднаємо ці точки прямою лінією в межах диску $A - C$. Таким чином отримали лінію впливу реакції опори

R_A . Ордината y_F лінії впливу реакції опори R_A дає числове значення реакції опори A коли одиночний вантаж зупинено у точці F . Аналогічно будують лінію впливу реакції опори R_B .

При побудові лінії впливу поперечної сили Q у довільному перерізі F розглянемо два варіанти положення рухомого одиночного вантажу. Перший варіант, коли рухомий вантаж $P=1$ знаходиться ліворуч від перерізу F , тобто в межах $A - F$ (рис.3,б). Виконаємо переріз у точці F та розглянемо рівновагу правої відокремленої частини балки (рис.3,в):

$$\Sigma Y = Q_F + R_B = 0; Q_F = - R_B.$$

Таким чином отримано вираз для побудови лівої гілки лінії впливу поперечної сили Q_F . Коли вантаж пересувається в межах $A - F$ лінія впливу поперечної сили Q_F повторює лінію впливу R_B з множником -1 . Другий варіант, коли рухомий вантаж $P=1$ знаходиться праворуч від перерізу F , тобто в межах $F - C$ (рис.3,г). Виконаємо переріз у точці F та розглянемо рівновагу лівої відокремленої частини балки (рис.3,д):

$$\Sigma Y = - Q_F + R_A = 0; Q_F = R_A.$$

Таким чином отримано вираз для побудови правої гілки лінії впливу поперечної сили Q_F . Коли вантаж пересувається в межах $F - C$ лінія впливу поперечної сили Q_F повторює лінію впливу R_A .

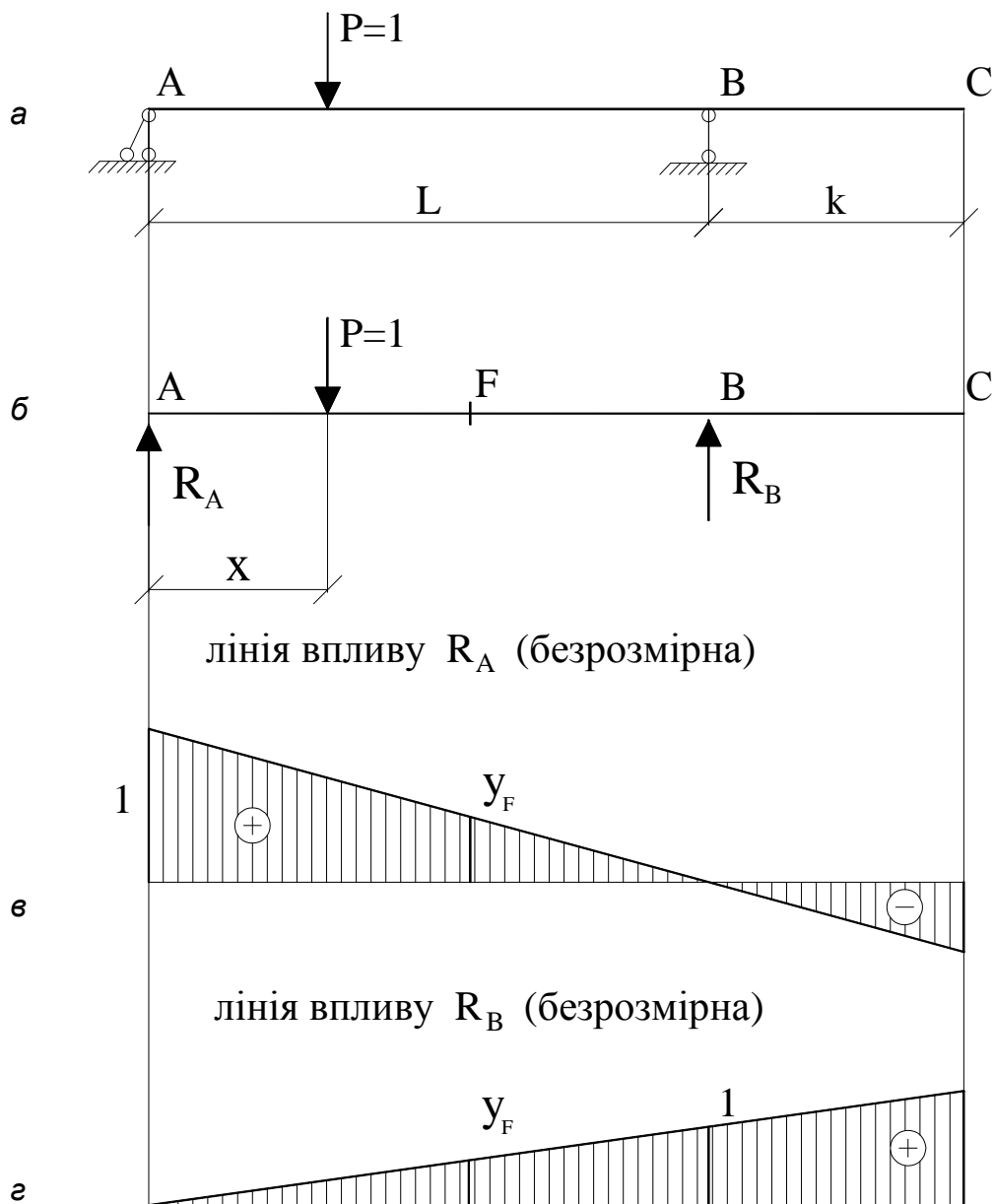


Рис. 2. Лінії впливу реакцій опор

При побудові лінії впливу згинального моменту M у перерізі F також розглянемо два варіанти положення одиничного вантажу $P=1$. Перший варіант, коли рухомий вантаж $P=1$ знаходиться ліворуч від перерізу F , тобто в межах $A - F$ (рис.3,б). Розглянемо рівновагу правої частини балки (рис.3,в): $\sum M_F = M_F - R_B \cdot b = 0$. Звідси $M_F = R_B \cdot b$. Лінія впливу згинального моменту M у перерізі F , коли рухомий одиничний вантаж знаходиться в межах $A - F$, співпадає з лінією впливу R_B з врахуванням множника b . Таким чином отримано ліву гілку лінії впливу M_F (рис.3,є). Другий варіант, коли рухомий вантаж $P=1$ знаходиться праворуч від перерізу F (рис.3,з). Розглянемо рівновагу лівої відокремленої частини балки (рис.3,д): $\sum M_F = M_F - R_A \cdot a = 0$. Звідси $M_F = R_A \cdot a$. Лінія впливу

згинального моменту M у перерізі F , коли рухомий одиничний вантаж знаходиться в межах $F - C$, співпадає з лінією впливу R_A з врахуванням множника a . Таким чином отримано праву гілку лінії впливу M_F (рис.3,є). Зауважимо: ліва та права гілки перетинаються під точкою F . Ордината u_D лінії впливу M_F дає величину (у відповідному масштабі) згинального моменту в перерізі F , коли одиничний вантаж знаходиться у точці D .

Побудова лінії впливу поперечної сили Q_E у перерізі E консольної балки (рис.4,а) передбачає розгляд двох варіантів. Перший варіант, коли $P=1$ знаходиться ліворуч від перерізу E (рис.4,б). Розглянемо рівновагу правої відокремленої частини балки (рис.4,в): $\sum Y = Q_E = 0$. Таким чином ліва гілка шуканої лінії впливу співпадає з базою (рис.4,е). Другий – коли $P=1$ знаходиться праворуч від перерізу E (рис.4,з). Розглянемо рівновагу правої частини балки (рис.4,д): $\sum Y = Q_E - P = 0$. При будь-якому значенні X від нуля до L_2 $Q_E = 1$. Таким чином маємо праву гілку (рис.4,е).

Побудова лінії впливу згинального моменту M_E у перерізі E консольної балки (рис.4,а) передбачає розгляд двох варіантів. Перший варіант, коли $P=1$ знаходиться ліворуч від перерізу E (рис.4,б). Розглянемо рівновагу правої частини балки (рис.4,в): $\sum M_E = M_E = 0$. Таким чином отримано ліву гілку шуканої лінії впливу, що співпадає з базою (рис.4,е). Другий варіант: $P=1$ знаходиться праворуч від перерізу E (рис.4,з). Розглянемо рівновагу правої частини балки (рис.4,д): $\sum M_E = M_E + P(L_2 - X) = 0$. $M_E = - (L_2 - X)$. При $X = 0$ $M_E = - L_2$, а при $X = L_2$ $M_E = 0$. Таким чином отримано праву гілку лінії впливу (рис.4,е).

Шарнірно-консольна балка (рис.5,а) складається з п'яти дисків: АВ, ВD, DE, ЕН, НL. Диски з'єднані шарнірами: В, D, E, Н. Кінематичний аналіз даної шарнірно-консольної балки розпочинається з визначення Γ – геометричної змінюваності. $\Gamma = 3 \cdot 6 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 4 - 4 - 3 = 0$. Необхідна умова геометричної незмінюваності виконана. Диск АВ прикріплено до диску „Земля” за допомогою припайки (жорсткого защемлення) у т.А, що еквівалентно трьом в'язям (метод Шухова). До утвореного диску прикріплено диск ВD за допомогою шарніра В та кінематичної в'язі С (метод Полонсо). Таким чином, утворено новий складний диск, до якого можна приєднати диск ЕН за допомогою в'язей DE, F та G (метод Шухова). Останній етап утворення геометрично незмінюваної схеми – приєднання до останнього диску балки НL за допомогою шарніра Н та в'язі К (метод Полонсо). Таким чином, можна стверджувати, що схема є дійсно статично визначуваною і геометрично незмінюваною.

На рис.5,б показано монтажну (поповерхову) схему шарнірно-консольної балки. Розглянемо побудову ліній впливу зусиль у деяких перерізах та ліній впливу опорних реакцій.

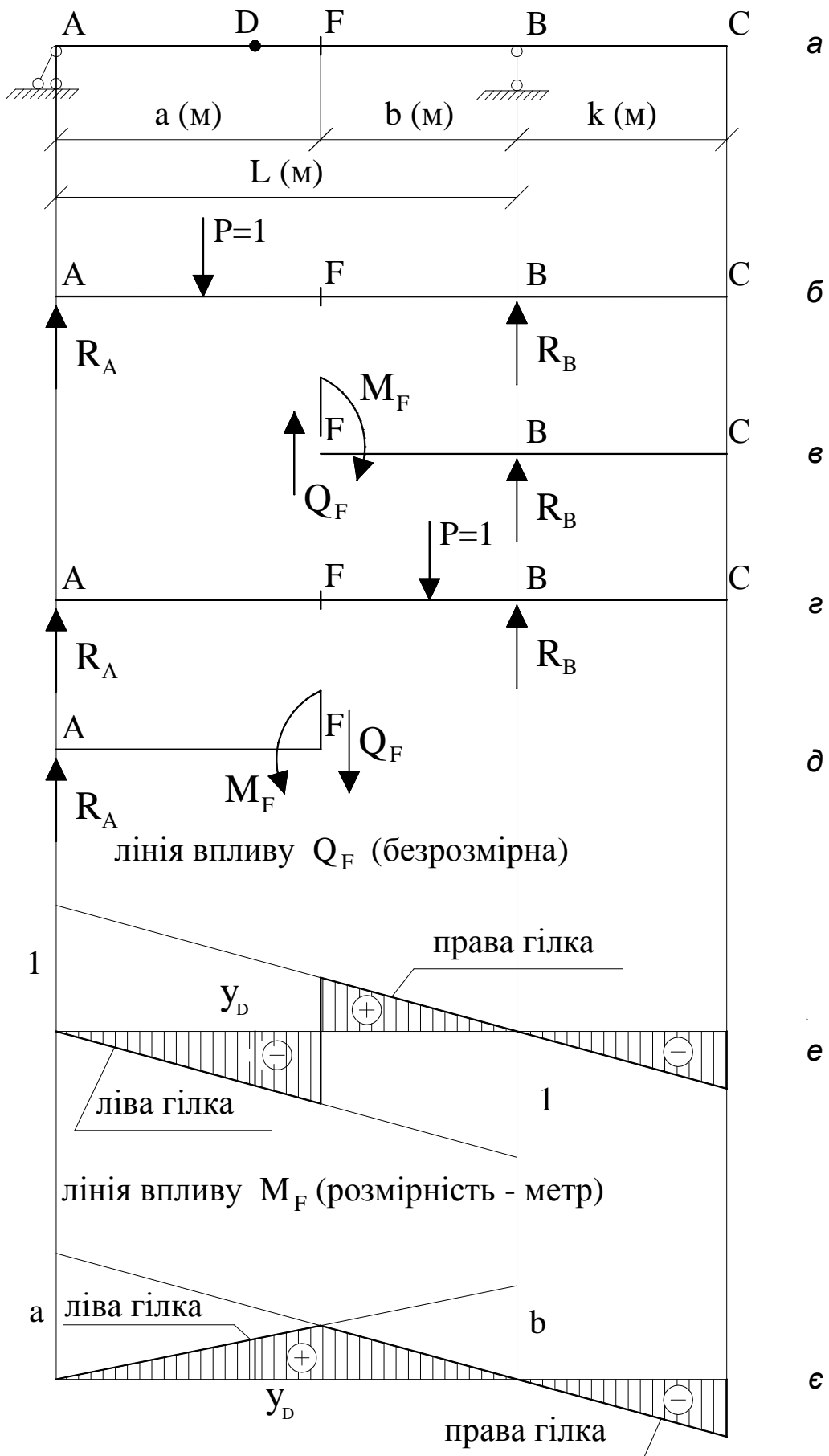


Рис. 3. Лінії впливу зусиль у перерізі F (Q_F і M_F)

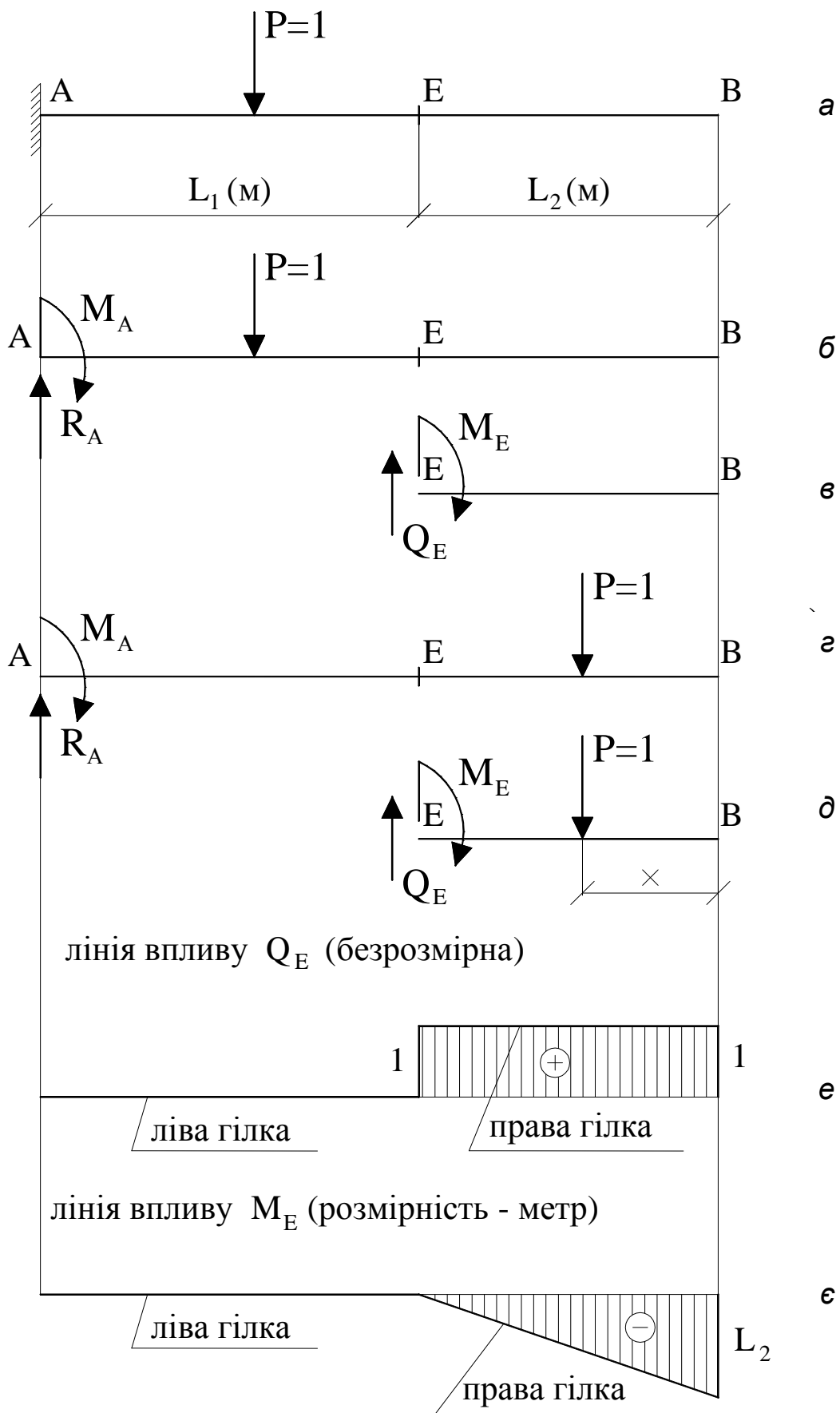


Рис. 4. Лінії впливу зусиль у перерізі E (Q_E і M_E)

Для побудови лінії впливу R_C розглядається спочатку диск $B^1 D$ (рис.5,в). Лінія впливу реакції опори R_C для простішої балки ($B^1 D$) показано на рис.5,г. Наступний етап – розгляд пересування одиничного рухомого вантажу по сусідніх дисках (рис.5,б). Коли вантаж знаходиться у точці D^1 , то це теж саме, що і коли вантаж знаходиться у точці D . Далі вантаж потрапляє у точку E^1 . Тиск від вантажу $P=1$ передається на іншу простішу балку ($E - F - G - H$) і реакція опори $R_C = 0$. В межах диску $D^1 - E^1$ маємо прямолінійну зрізку. Пересування вантажу у межах $E - L$ не впливає на величину R_C , як і пересування вантажу у межах диску $A - B$. Остаточний вигляд лінії впливу R_C зображено на рис.5,д. Аналогічні міркування призводять до побудови лінії впливу згинального моменту у перерізі I (рис.5,е). Тобто: в межах диску $B^1 D$ ліва та права гілка побудовані як це описано вище і в межах диску $D^1 - E^1$ маємо прямолінійну зрізку. На рис.5,є показано лінію впливу поперечної сили Q у перерізі II простішої балки. Далі розглядається пересування вантажу в межах балки $B^1 D$: коли вантаж знаходиться у точці B^1 маємо те ж саме значення поперечної сили, що відповідає положенню вантажу у точці B (точка 1 на графіку); якщо вантаж зупинити у точці C то він повністю буде сприйматись опорою C і поперечна сила у перерізі II буде дорівнювати нулю (точка 2 на графіку); маючи два значення Q в межах балки $B^1 D$ ($Q=1$ для положення вантажу у точці B^1 та $Q=0$ для положення вантажу у точці C) будемо прямолінійну ділянку лінії впливу (лінія 1 - 2 - 3 на графіку); в межах диску $D^1 - E^1$ виконується прямолінійна зрізка (рис.5,ж).

Побудова ліній впливу зусиль у стержнях балкових ферм

Під час переміщення системи вантажів по фермі (рис.6,а) зусилля у кожному стержні змінюється за величиною, а іноді і за знаком.

Складаючи рівняння, що відображають залежність між величиною шуканого зусилля і положенням одиничного рухомого вантажу, доцільно користуватись одним з двох прийнятих аналітичних способів визначення зусиль у стержнях ферм. Лінії впливу опорної реакції R_A (рис. 6,б) та опорної реакції R_B (рис. 6,в) співпадають з лініями впливу реакції опор аналогічної балки.

Для побудови лінії впливу зусилля у стержні $A-1$ застосуємо спосіб відокремлення вузлів (рис. 7,а) та розглянемо варіант, коли одиничний рухомий вантаж знаходиться за межами вузла A .

З умови рівноваги вузла маємо: $\sum Y = N_{A-1} \cdot \sin \beta + R_A = 0$

$$N_{A-1} = -\frac{1}{\sin \beta} \cdot R_A.$$

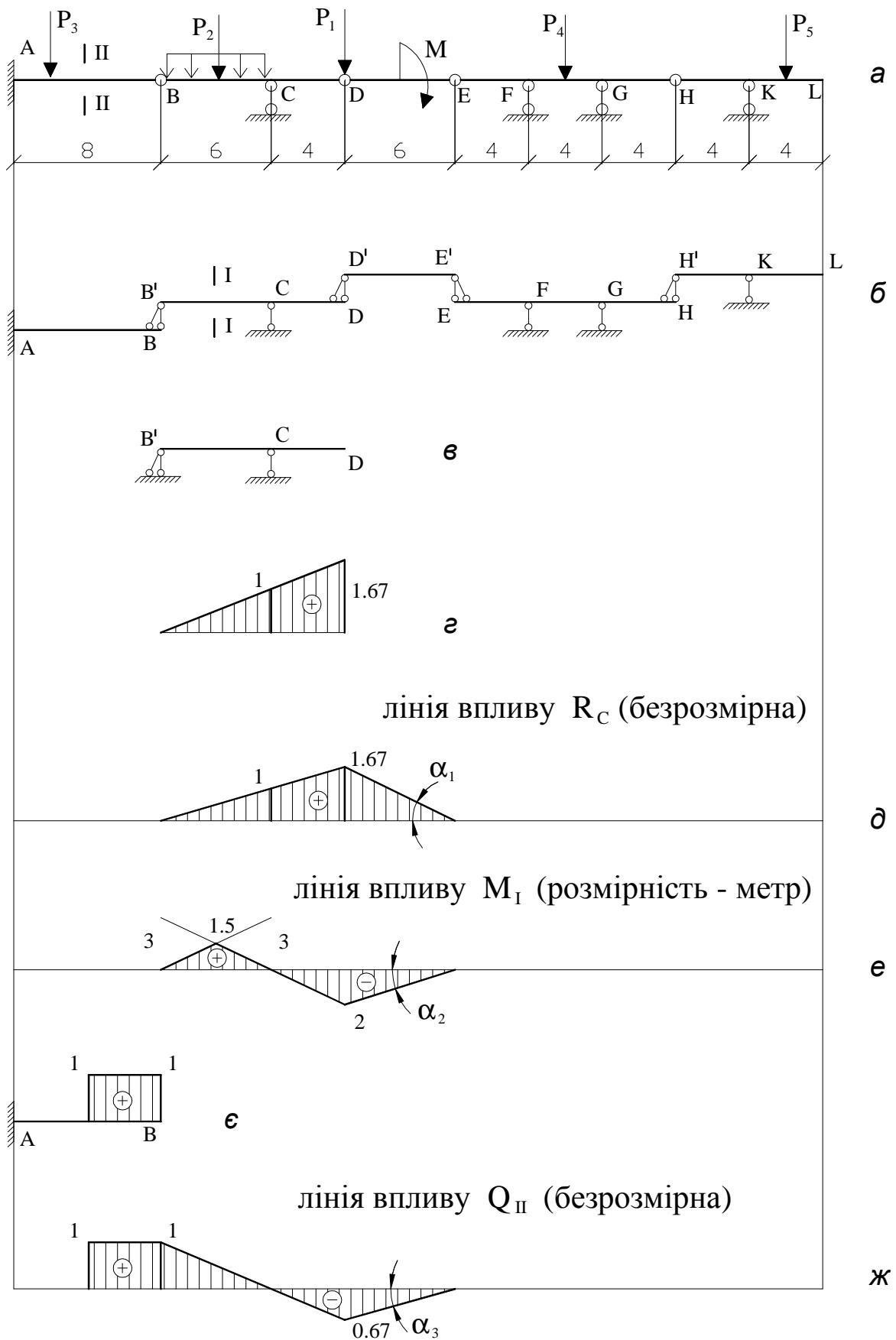


Рис. 5. Лінії впливу зусиль у перерізах шарнірно-консольної балки

Лінія впливу зусилля N_{A-1} дорівнює лінії впливу R_A з врахуванням множника $-\frac{1}{\sin\beta}$. Таким чином отримано гілку лінії впливу для випадку пересування вантажу в межах 6-B (по низу) та в межах 1-B (по верху) (рис.6,е).

Розглядаємо варіант, коли одиничний вантаж зупинено у вузлі А (рис.7,б.).

$$\Sigma Y = N_{A-1} \cdot \sin \beta + R_A - 1 = 0; N_{A-1} = 0.$$

Відкладаємо це значення на базовій лінії під точкою А.

В межах розрізаної панелі А - 6 виконуємо зрізку („рух по низу”), а в межах розрізаної панелі А - 1 виконуємо зрізку, що відповідає руху вантажу „по верху” (рис.6,е).

Для побудови лінії впливу зусилля у стержні 3-8 виконаємо переріз I-I (рис.6,а). Нехай одиничний рухомий вантаж пересувається по лінії А-В. Розглянемо варіант коли $P=1$ знаходиться праворуч від розрізаної панелі 7-8 (рис.8).

З розгляду рівноваги відокремленої лівої частини ферми отримаємо:

$$\Sigma Y = R_A - N_{3-8} \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$N_{3-8} = \frac{1}{\sin \alpha} R_A.$$

Таким чином, коли рухомий одиничний вантаж знаходиться праворуч від розрізаної панелі 7-8, лінія впливу зусилля N_{3-8} співпадає з лінією впливу R_A з врахуванням множника $\frac{1}{\sin \alpha}$ (права гілка) (рис.6,д).

Розглядаємо варіант коли $P=1$ знаходиться ліворуч від розрізаної панелі 7-8 (рис.9). З розгляду рівноваги відокремленої правої частини ферми отримаємо: $\Sigma Y = N_{3-8} \cdot \sin \alpha + R_B = 0$,

$$N_{3-8} = -\frac{1}{\sin \alpha} R_B.$$

Таким чином, коли рухомий одиничний вантаж знаходиться ліворуч від розрізаної панелі 7-8, лінія впливу зусилля N_{3-8} співпадає з лінією впливу R_B з врахуванням множника $-\frac{1}{\sin \alpha}$ (ліва гілка) (рис.6,д).

Кінець лівої гілки (т. F) з'єднуємо з початком правої гілки (т. E) зрізкою. Якщо розглядати пересування одиничного вантажу по лінії А - 1 – 2 – 3 - 4 – 5 – В, то розрізаною буде панель 3-4 і, відповідно, ліва гілка буде в межах C-D, а права – в межах K-L.

Для побудови лінії впливу зусилля у стержні N_{7-8} також використаємо переріз I-I. З розгляду рівноваги лівої частини ферми (рис.8) коли одиничний рухомий вантаж знаходиться праворуч отримаємо:

$$\Sigma M_3 = R_A \cdot 2,5d - N_{7-8} \cdot H = 0;$$

$$N_{7-8} = \frac{2,5d}{H} R_A.$$

Лінія впливу N_{7-8} співпадає з лінією впливу R_A з врахуванням множника $\frac{2,5d}{H}$, це – відрізок $K-L$ (рис. 6,е).

З розрахунку рівноваги правої частини ферми (рис.9) коли одиничний рухомий вантаж знаходиться ліворуч отримаємо:

$$\Sigma M_3 = R_B \cdot 2,5d - N_{7-8} \cdot H = 0,$$

$$N_{7-8} = \frac{2,5d}{H} R_B.$$

Лінія впливу N_{7-8} співпадає з лінією впливу R_B з врахуванням множника $\frac{2,5d}{H}$, це – відрізок $C-F$ (рис.6,е). Точки F і K з'єднує зрізка.

При пересуванні одиничного рухомого вантажу по лінії $A - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - B$ зрізка у випадку розрізаної панелі 3-4 співпадає з правою гілкою, а у випадку розрізаної панелі 2-3 – з лівою гілкою. Гілки перетинаються під моментною точкою (точкою 3).

Побудова ліній впливу зусиль у стержнях шпренгельних ферм

Для зменшення довжини панелі у фермах (що призводить до суттєвої економії матеріалу прогонів) додають додаткові елементи – так звані шпренгельні ферми (рис.10). Ці нескладні ферми „працюють” тільки тоді, коли вантаж знаходиться у точці 4 (4'). Визначення зусиль у стержнях таких ферм не викликає труднощів. Приклад мостової ферми, що має додаткові елементи – шпренгельні ферми, представлено на рис.11.

Необхідно розрізняти одноярусні шпренгелі (додаткові шпренгельні ферми, що сприймають навантаження на одному ярусі та передають його на вузли основної ферми того ж самого ярусу (рис.10,а), та дво- ярусні шпренгелі, що сприймають навантаження на одному ярусі та передають його на вузли основної ферми іншого ярусу (рис.10,б).

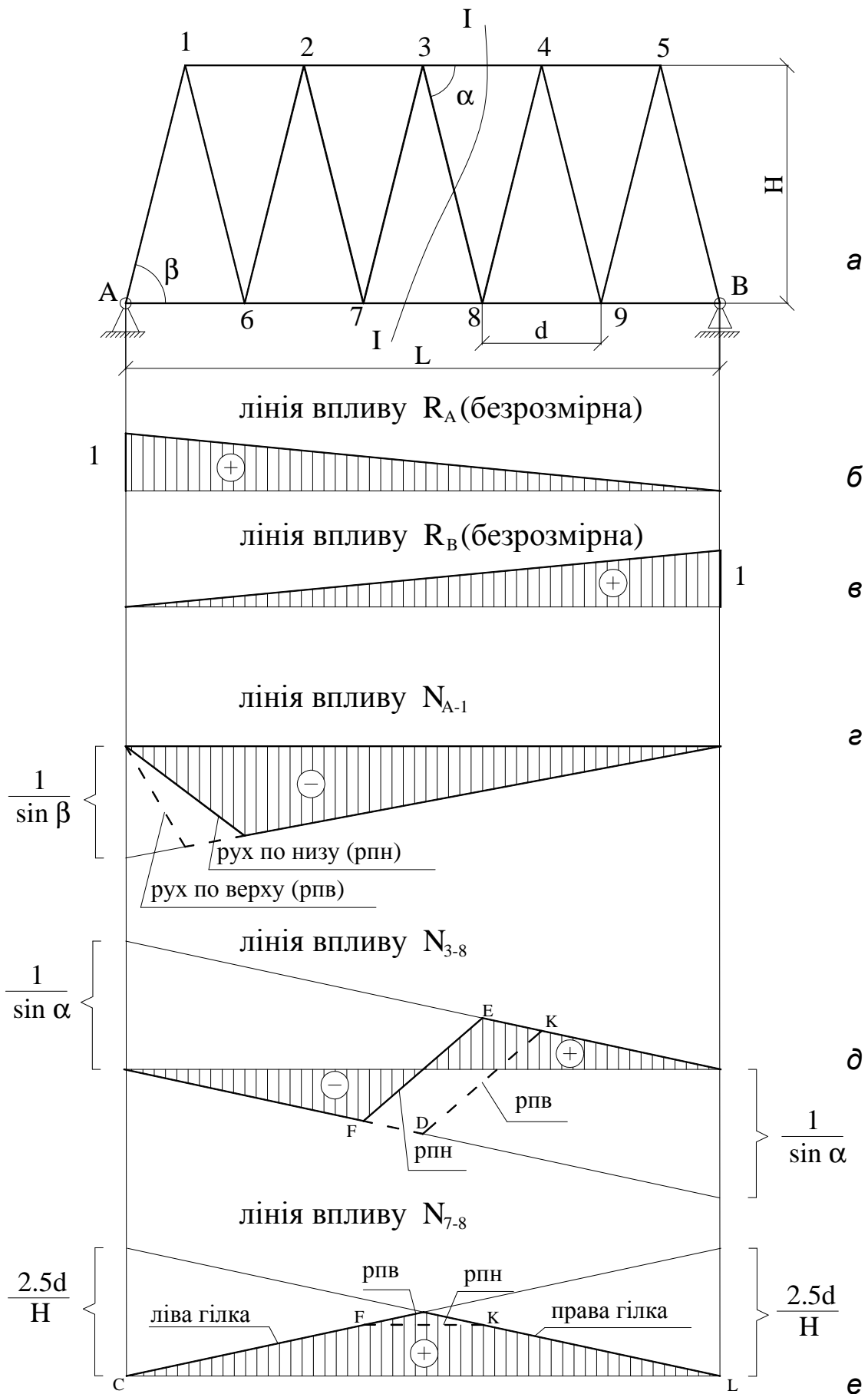


Рис. 6. Лінії впливу зусиль у стержнях звичайної балочної ферми

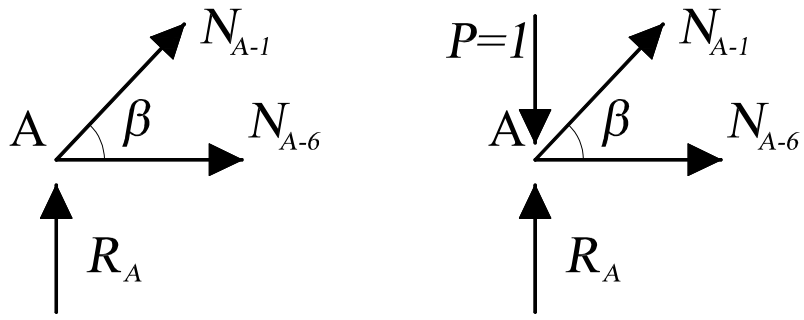


Рис.7. Вузол А

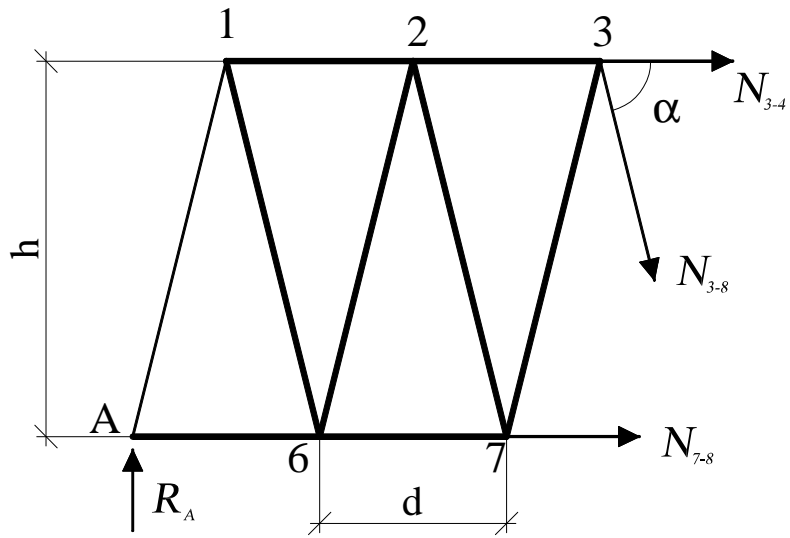


Рис.8. Відокремлена ліва частина ферми

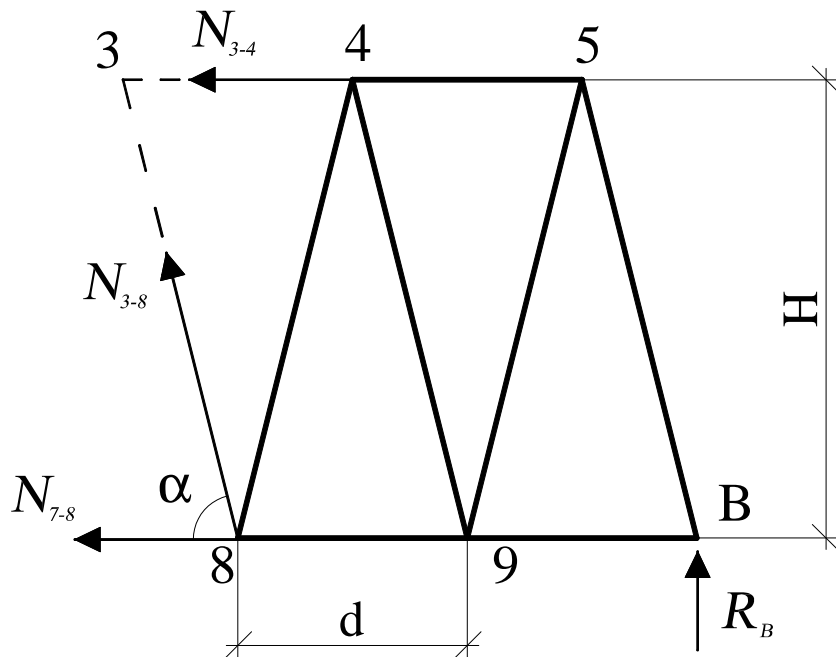


Рис.9. Відокремлена права частина ферми

Елементи шпренгельних ферм розподіляються на чотири категорії:

- 1) елементи, що належать тільки основній фермі (стержні: 6 - 8, 3 - 7);
- 2) елементи, що належать тільки шпренгельній фермі (стержні: 2 - 3, 3 - 4, 5 - 7, 7 - 4¹);
- 3) елементи, що належать одночасно основній фермі та шпренгельній фермі (стержні: 1 - 2, 1 - 3, 5 - 6, 6 - 7). Зусилля у таких елементах визначаються за формулою: $N_i = N_i^o + N_i^{ш}$,
де N_i^o – зусилля у відповідному стержні основної ферми;
 $N_i^{ш}$ – зусилля у стержні шпренгельної ферми.
- 4) елементи, що належать основній фермі та лінії впливу зусиль у цих елементах при пересуванні вантажу „по верху” і „по низу” відрізняються і поруч розташовані двоярусні шпренгелі (стержні: 2 - 6, 1 - 5).

При розв'язку задач з побудови ліній впливу зусиль у стержнях шпренгельних ферм зауважимо, що побудова ліній впливу реакцій опор, зусиль у стержнях першої та другої категорій не викликають труднощів.

Розглянемо побудову ліній впливу зусиль у деяких стержнях ферми, що зображена на рис.12. При цьому будемо розглядати два можливих варіанти пересування рухомого одиничного вантажу: по лінії А – М, та по лінії А' - М'. За основний варіант візьмемо рух вантажу по лінії А – М (по низу).

Для побудови лінії впливу зусилля у стержні №1 (В – В') виконаємо переріз 1 – 1. Стержень №1 – це елемент четвертої категорії. Одиничний рухомий вантаж знаходиться ліворуч від розрізаної панелі в межах А – В. Розглянемо рівновагу правої відокремленої частини ферми (рис.13,а): $\sum Y = -N_1 = 0$. Отримано вираз для лівої гілки лінії впливу. Ліва гілка – це відрізок 1 – 4 (рис.12,б).

Для побудови правої гілки лінії впливу розглянемо ще раз праву відокремлену частину ферми, але вантаж знаходиться вже праворуч від розрізаної панелі (в межах К - М). З розгляду рівноваги цієї частини отримаємо:

$$\sum Y = -N_1 = 0; N_1 = -1.$$

Відрізок 7 – 8 і є права гілка шуканої лінії впливу. В межах розрізаної панелі (В - К) виконується зрізка – третя прямолінійна ділянка лінії впливу, тобто відрізок 4 – 7 (рис. 12,б.).

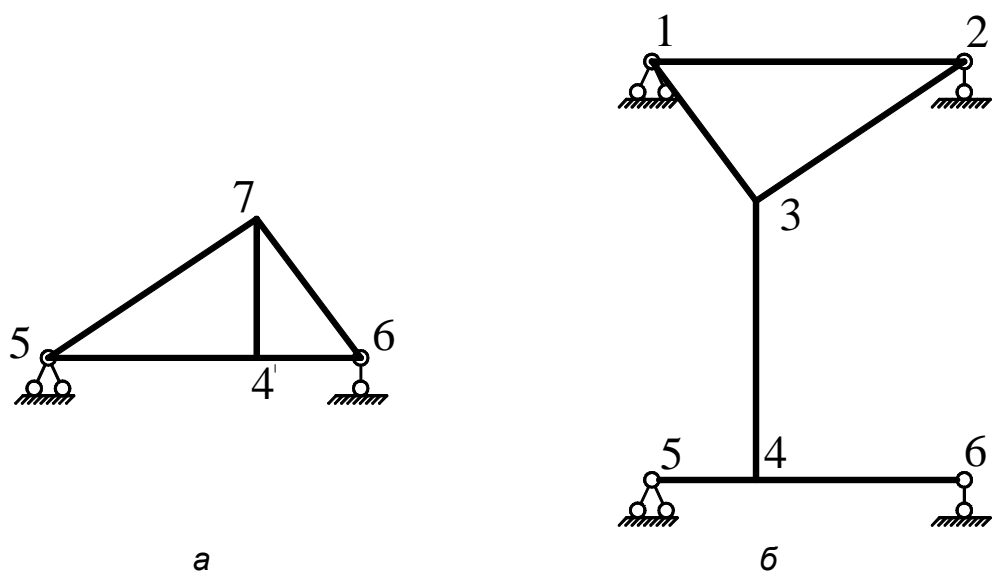


Рис.10 Додаткові шпренгельні ферми:
 а – одноярусна; б – двоярусна

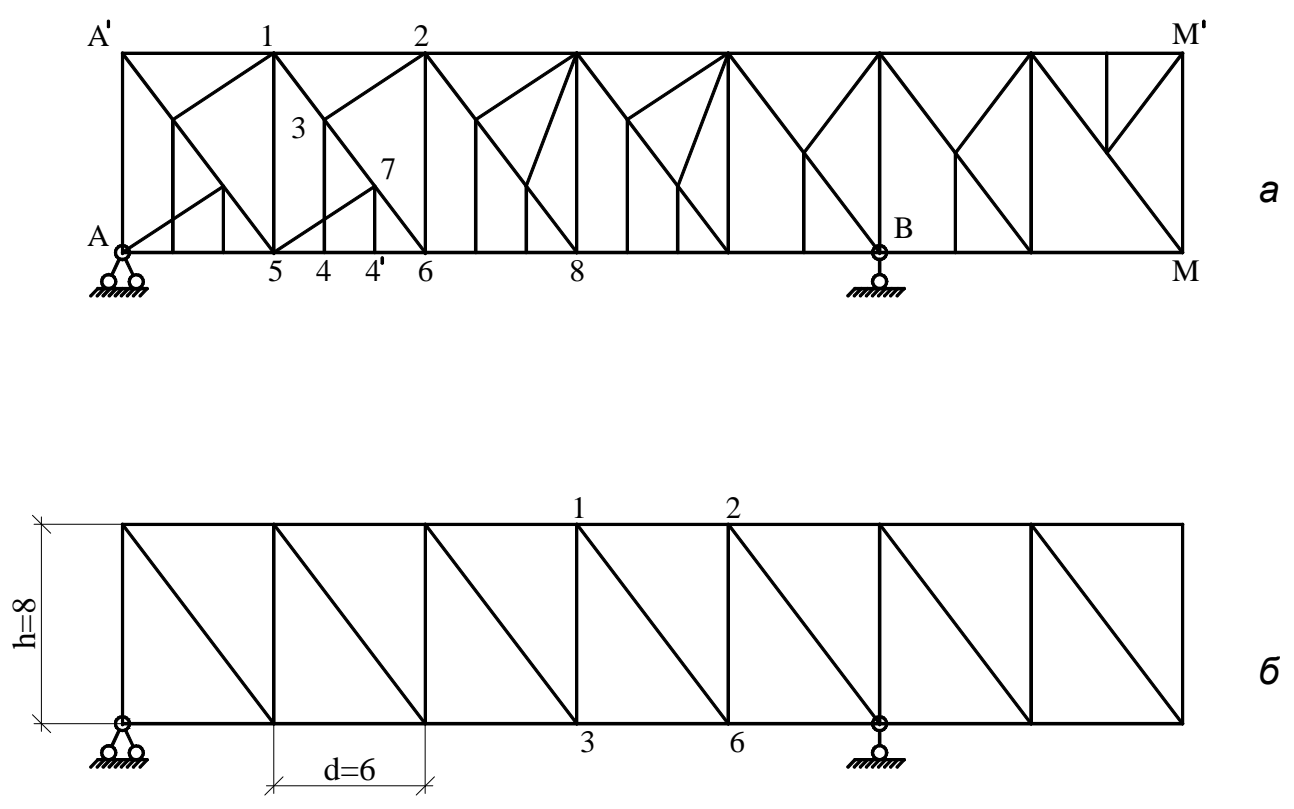


Рис.11. Шпренгельна ферма:
 а – загальний вигляд; б – основна ферма, коли додаткові шпренгельні елементи не показано

При розгляді другого варіанту пересування рухомого одиничного вантажу (тобто по лінії А' - М') зауважмо, що ліва гілка являє собою відрізок 1 – 2, права гілка – відповідно відрізок 5 – 8, а зрізка – це є відрізок 2 – 5. Останній момент, що потребує розгляду – вплив двох двоярусних шпренгельних ферм, що знаходяться ліворуч та праворуч від стержня В – В'. Коли рухомий одиничний вантаж знаходиться у точці D зусилля передається у вузол верхнього ярусу і маємо точку 3 на зрізці „рух по верху”; аналогічно маємо точку 6 у випадку коли вантаж знаходиться у точці F (рис.12,б.).

Для побудови лінії впливу зусилля у стержні №2 (G - C) виконується переріз 2 – 2. Розглянемо рівновагу правої частини ферми (рис. 14,а.):

$$\sum M_G = N_2 \cdot h - R_b \cdot 2d = 0; N_2 = \frac{12}{8} R_b.$$

Отримано вираз для лівої гілки шуканої лінії впливу (відрізок 1 - 2). З розгляду рівноваги лівої частини ферми (рис.14,б) отримаємо вираз для побудови правої гілки:

$$\sum M_G = R_A \cdot 3d - N_2 \cdot h = 0; N_2 = \frac{18}{8} R_A.$$

Права гілка являє собою відрізок 3 – 4 (рис.12,в.). Зрізка (відрізок 2 - 3) у даному випадку співпадає з правою гілкою.

Для побудови лінії впливу зусилля у стержні №3 (А – А') відокремимо вузол А та розглянемо два варіанти положення одиничного рухомого вантажу – у вузлі А (перший варіант), та за межами вузла А (другий варіант). Якщо рухомий вантаж (P=1) знаходиться у вузлі А (рис.15,а), то з розгляду рівноваги вузла можливо визначити N₃:

$$\sum Y = -P + R_A + N_3 = 0; N_3 = 0.$$

Цьому значенню відповідає точка 1 на базовій лінії графіка (рис.12,з).

Якщо рухомий вантаж знаходиться за межами вузла А (тобто пересувається по лінії Е - М) то з розгляду рівноваги вузла А (рис.15,б) отримаємо: N₃ = -R_А. Таким чином при пересуванні вантажу по лінії Е – М маємо відрізок 4 - 5 шуканої лінії впливу (рис.12,з). Відрізок 1 – 4 являє собою зрізку у межах розрізаної панелі основної ферми. Окремо треба розглянути пересування одиничного рухомого вантажу по ділянці А – L – J – Е. Але перед цим зауважимо, що при пересуванні вантажу по верхньому ярусу, а саме по лінії А' - М' (що відповідає варіанту: вантаж за межами вузла А) маємо відрізок 6 – 5.

При знаходженні рухомого одиничного вантажу (P=1) у точці L зусилля передаються у вузли верхнього ярусу. Зважаючи на це фіксуємо

точку 2 на зрізці – „рух по верху”. При знаходженні рухомого одиничного вантажу ($P=1$) у точці J зусилля передаються у вузли нижнього ярусу. Зважаючи на це фіксуємо точку 3 на зрізці – „рух по низу” (рис. 12,з).

При побудові лінії впливу зусилля у стержні №4 ($E' - H'$) зауважимо, що цей стержень належить одночасно і основній фермі і шпренгельній фермі (розріз 3 – 3, рис.12,а). Розглянемо випадок, коли одиничний рухомий вантаж знаходиться праворуч від розрізаної панелі. З розгляду рівноваги лівої відокремленої частини ферми (рис.16,а) отримаємо:

$$\sum M_H = N_4^0 \cdot 8 + R_A \cdot 12 = 0; N_4^0 = -\frac{12}{8} R_A.$$

Таким чином отримано вираз для правої гілки лінії впливу (відрізок 5 – 6, рис.12,д).

Для побудови лівої гілки шуканої лінії впливу розглянемо рівновагу правої частини ферми (рис. 16,б):

$$\sum M_H = N_4^0 \cdot 8 + R_B \cdot 18 = 0; N_4^0 = -\frac{18}{8} R_B.$$

Ліва гілка – відрізок 1 – 2 на рис. 12.д. Зрізка (відрізок 2 - 5) співпадає з продовженням лівої гілки. Лінія впливу N_4^0 – це є ламана лінія 1 – 5 – 6 на рис. 12,д.

Окремо розглянемо додаткову шпренгельну ферму (рис.17,а). Для визначення зусилля у стержні N_4^w відокремимо вузол E' (рис.17,б). З розгляду рівноваги вузла E' маємо:

$$\sum Y = N_5^w \cdot \text{Sin}\alpha - \frac{2}{3} = 0; N_5^w = \frac{2}{3 \cdot \text{Sin}\alpha};$$

$$\sum X = N_4^w + N_5^w \cdot \text{Cos}\alpha = 0; N_4^w = -\frac{2}{3} \text{Ctg}\alpha$$

Лінію впливу N_4^w показано на рис. 17,в. Лінія впливу N_4 (рис.12,д) побудована як сума ліній впливу N_4^0 основної ферми та лінії впливу N_4^w шпренгельної ферми.

Визначення зусиль за допомогою ліній впливу

Залежно від завдань статичного розрахунку визначення зусиль за допомогою ліній впливу виконують від дії нерухомого навантаження або системи рухомих вантажів.

Нерухомим навантаженням може бути власна вага конструкцій, експлуатаційне навантаження, снігове навантаження тощо.

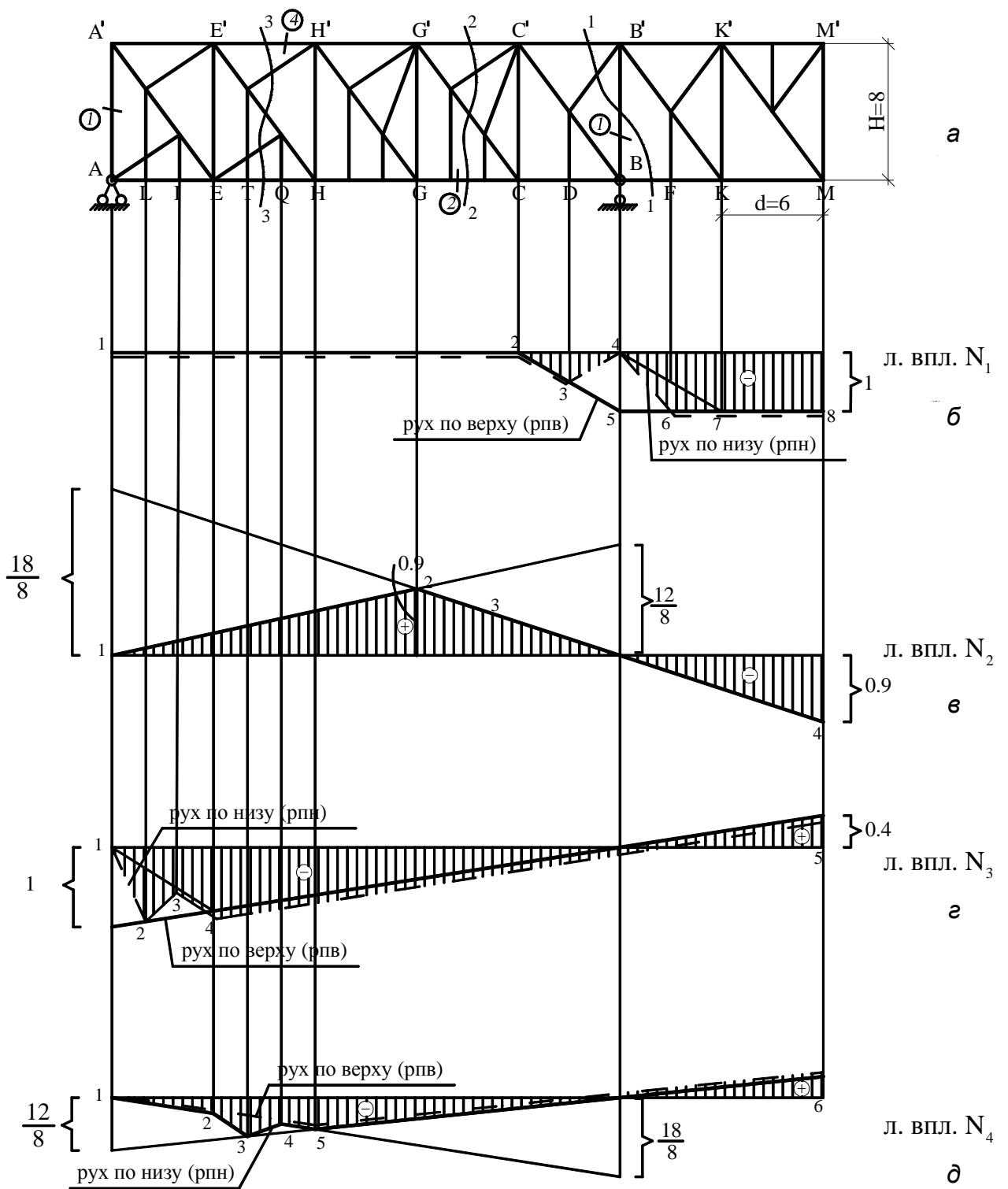


Рис.12. Лінії впливу зусиль у стержнях шпренгельної ферми

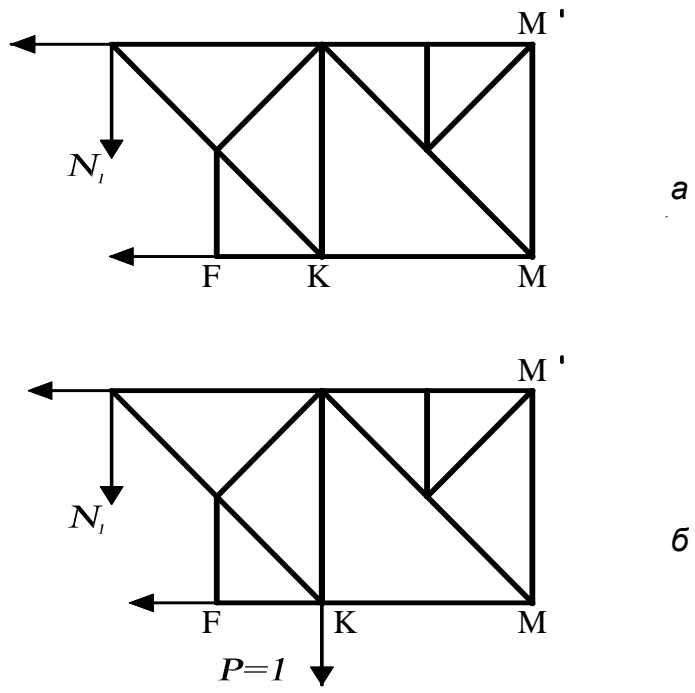


Рис.13. Побудова лінії впливу зусилля у стержні N_1 (B-B')

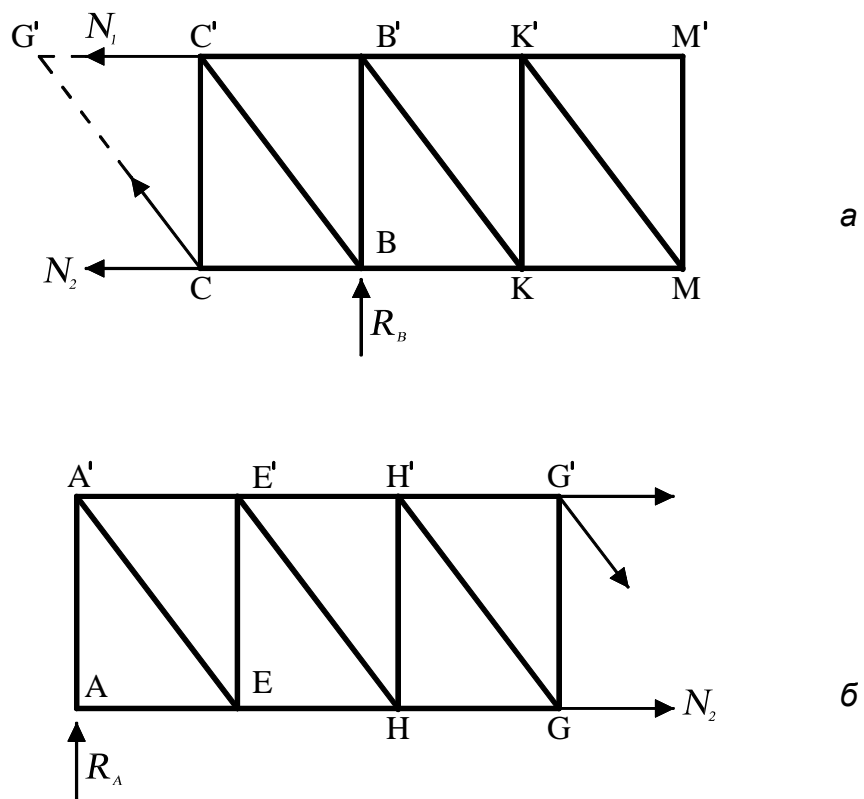


Рис.14. Побудова лінії впливу зусилля у стержні N_2

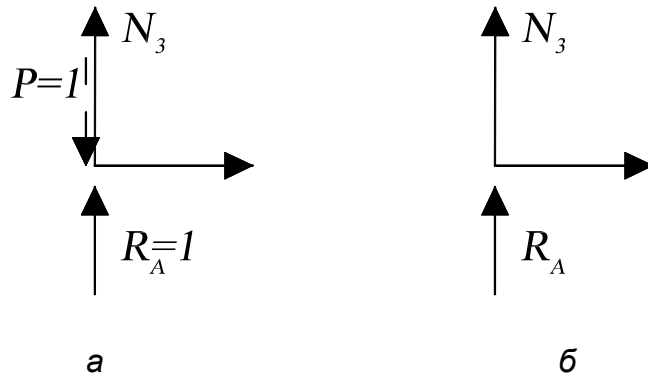


Рис.15. Побудова лінії впливу зусилля у стержні N_3

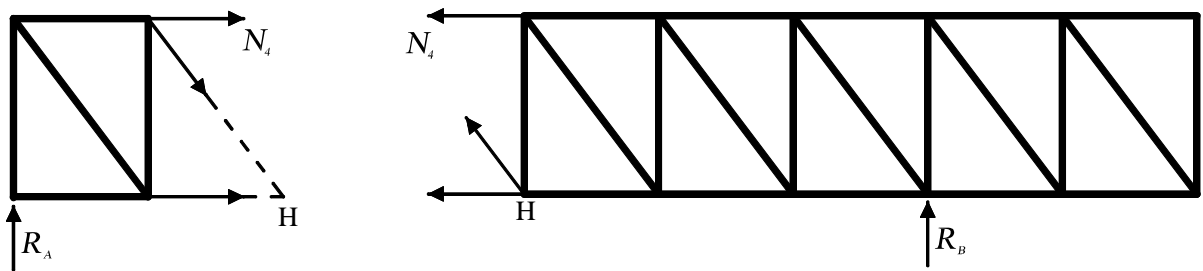


Рис.16. Побудова лінії впливу N_4^o

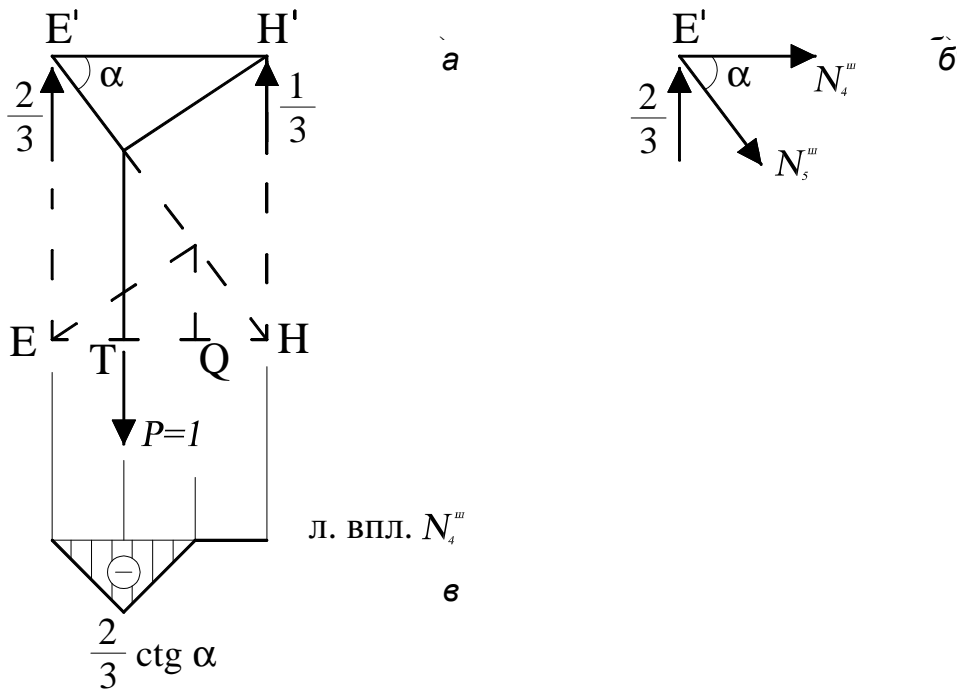


Рис.17. Побудова лінії впливу N_4^w

У випадку нерухомого навантаження задача визначення зусиль за допомогою ліній впливу зводиться до обчислення шуканого зусилля S відповідно до виразу:

$$S = \sum P_i \cdot y_i + \omega \cdot q + \sum M_j \cdot \operatorname{tg} \alpha_j,$$

де P_i – величина i -ї зосередженої сили;

y_i – ордината лінії впливу під i -тою силою;

q – інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження;

ω – площа ділянки лінії впливу, що розташована під рівномірно розподіленим навантаженням;

M_j – величина j -го зосередженого моменту;

$\operatorname{tg} \alpha_j$ – тангенс кута нахилу ділянки лінії впливу у точки прикладання зосередженого моменту M_j .

У випадку рухомого навантаження спочатку визначають таке положення системи рухомих вантажів, при якому зусилля отримає найбільше значення. Таке положення системи вантажів називають критичним. Для його визначення потрібно шукати максимум функції $S = \sum P_i \cdot y_i$ або нульове значення похідної цієї функції

$$\frac{dS}{dX} = \sum P_i \cdot \frac{dy_i}{dx} = \sum P_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i = 0.$$

Це правомірно для ліній впливу плавних окреслень. Критичне положення системи вантажів характерне тим, що при нескінченно малому пересуванні системи вантажів праворуч та ліворуч від критичного похідна $\sum P_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$ міняє знак на протилежний.

Розглянемо на прикладі обчислення зусилля у стержні N_2 (G - C) ферми, що зображена на рис. 12., від дії колони автомобілів $H = 10$. Розташуємо колону автомобілів над лінією впливу N_2 таким чином, щоб найбільший вантаж, що дорівнює $0,95 P$, був розташований над вершиною лінії впливу (рис.18). Існує велика вірогідність, що це і є критичне положення. Перевіримо це ствердження. Попередньо

обчислимо: $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{0,9}{18}$; $\operatorname{tg} \alpha_2 = -\frac{0,9}{12}$.

Припустимо зсув всієї системи вантажів ліворуч. Тоді найбільший вантаж буде розташований над гілкою лінії впливу з кутом нахилу α_1 , а похідна отримає значення:

$$\begin{aligned} \sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i &= (0,3P + 0,3P + 0,7P + 0,95P) \cdot \frac{0,9}{18} + (0,35P + 0,3P + 0,7P) \cdot \left(-\frac{0,9}{12}\right) = \\ &= 0,1125P - 0,10125P = 0,01125P. \end{aligned}$$

Припустимо зсув всієї системи вантажів праворуч.

$$\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i = (0.3P + 0.3P + 0.7P) \cdot \frac{0.9}{18} + (0.95P + 0.35P + 0.3P + 0.7P) \cdot \left(-\frac{0.9}{12}\right) =$$

$$= 0.065P - 0.165P = -0.100P.$$

Таким чином, при зсуві системи вантажів ліворуч та праворуч похідна міняє знак на протилежний. Це означає, що прийняте розташування колони автомобілів і є критичним, а максимальне значення зусилля N_2 буде обчислено таким чином:

$$N_2 = 0.3P \cdot 0.1 + 0.7P \cdot 0.5 + 0.3P \cdot 0.7 + 0.7P \cdot 0.9 + 0.3P \cdot 0.6 - 0.3P \cdot 0.3 =$$

$$= 1.60 \cdot P,$$

де $P = 10\text{т}$ (1кН).

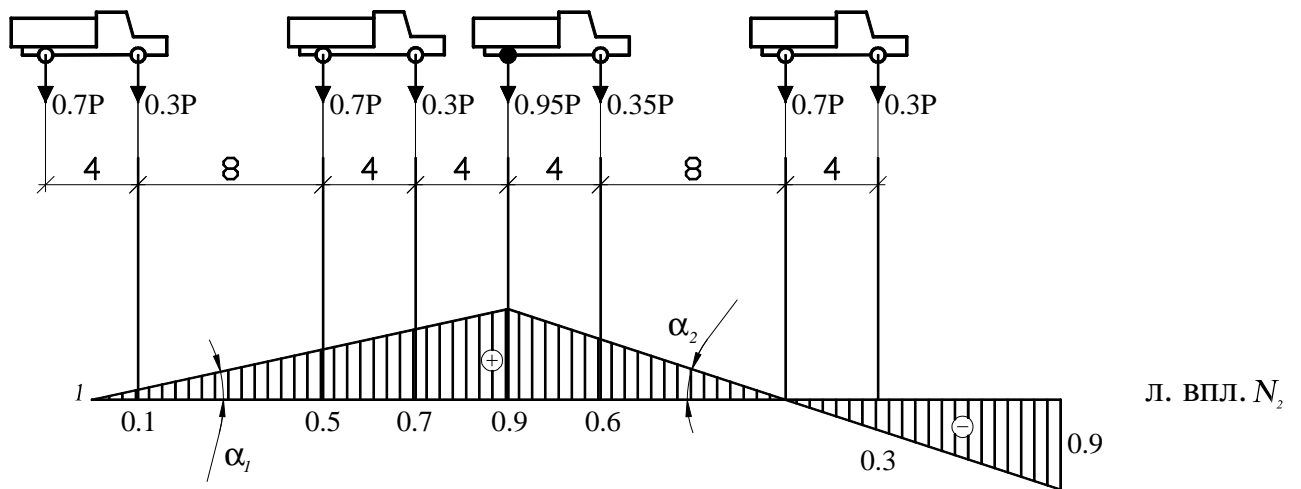


Рис.18. Критичне положення системи вантажів

Навчально-методичне видання

РОЗРАХУНОК СПОРУД ПРИ ДІЇ РУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічної
роботи з будівельної механіки
для студентів, які навчаються за напрямом
підготовки 6.060101 „Будівництво”

Укладачі : КУШНІРЕНКО Микола Григорович
ШКРИЛЬ Олексій Олександрович

Комп'ютерне верстання *Т.І. Кукарєвої*

Підписано до друку 6.07.2010. Формат 60 × 84 ^{1/16}
Ум. друк. арк. 1,39. Обл.-вид. арк. 1,5.
Тираж 100 прим. Вид. № 133/III-09. Зам. № 134/1-10.

КНУБА, Повітрофлотський проспект, 31, Київ, Україна, 03680

E-mail: red-isdat@knuba.edu.ua

Віддруковано в редакційно-видавничому відділі
Київського національного університету будівництва і архітектури

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
Видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р.

