

ЗМІСТ

Загальні положення.....	4
Короткі теоретичні відомості.....	5
Приклад розрахунку нерозрізної балки методом моментних фокусів.....	10
Інструкція для отримання роздруківки в НПК «ASSISTANT».....	27

Загальні положення

Однією з фундаментальних дисциплін, які необхідні для якісної підготовки спеціалістів у будівельній сфері є будівельна механіка, оскільки вона вивчає методи розрахунків будівель і споруд на міцність, стійкість та жорсткість. Базуючись на отриманих раніше знаннях з вищої математики, фізики, теоретичної механіки та опору матеріалів, будівельна механіка знайомить студентів з основними підходами розрахунку будівельних споруд на дію статичних навантажень і динамічних впливів. При проходженні подальших курсів будівельних конструкцій та при виконанні курсових та дипломних проєктів застосовуються надані даною дисципліною знання та навички.

Для розуміння принципів розрахунку будівельних конструкцій студентам необхідно прослухати курс лекцій, пройти курс практичних занять з будівельної механіки та виконати розрахунково-графічні роботи (РГР). Методичні вказівки «Розрахунок нерозрізної балки на дію тимчасового навантаження методом моментних фокусів» розроблені для допомоги здобувачам при виконанні однойменної РГР, пояснення алгоритму та принципів розрахунку нерозрізних балок при дії на них лише тимчасового навантаження. Також допомогти студенту краще засвоїти матеріал може навчальна література [1-3] з будівельної механіки, які висвітлюють важливі аспекти розрахунку конструкцій.

Методичні вказівки складаються з: коротких теоретичних відомостей, в яких висвітлений теоретичний матеріал; прикладу виконання розрахунку нерозрізної балки на дію тимчасового навантаження з поетапними поясненнями і рисунками; інструкції для перевірки результатів обчислень в навчальному програмному комплексі «ASSISTANT» та схеми індивідуальних завдань з описом складу роботи.

РГР необхідно оформляти охайно на аркушах паперу формату А4. Титульний лист є першим аркушем роботи. В РГР після титульного листа вкладається видане завдання, після чого всі аркуші роботи скріпляються.

Короткі теоретичні відомості

Нерозрізна балка – це статично невизначувана багатопрогонова балка, яка по всій довжині не переривається шарнірами. Навантаження, яке прикладається на систему є двох видів: постійне (власна вага конструкції) та тимчасове, яке в процесі експлуатації змінює значення або положення (вага обладнання тощо).

Метою розрахунку балки є визначення значень внутрішніх зусиль в її перерізах. Розрахунок балки на дію постійного навантаження проводять за допомогою рівняння трьох моментів. Якщо на систему прикладене тимчасове навантаження лише в одному прогоні, то для розрахунку можна застосовувати метод моментних фокусів, який безпосередньо впливає з розрахунку за допомогою рівнянь трьох моментів.

Ступінь статичної невизначуваності n балки дорівнює:

$$n = C - 3, \quad (1)$$

де C – кількість опорних стержнів, при цьому жорстке затиснення є еквівалентним трьом в'язям ($C=3$), повзун і шарнірно нерухома опора – двом в'язям ($C=2$), шарнірно рухома опора – одній ($C=1$).

Для початку розрахунку необхідно перейти від заданої до розрахункової схеми балки. Для цього потрібно: замінити наявні затиснення на прогони нульової довжини, а консолі відкинути, задати зліва направо номери всім опорам та прогонам так, щоб номер прогону співпадав з номером правої опори (рис. 1).

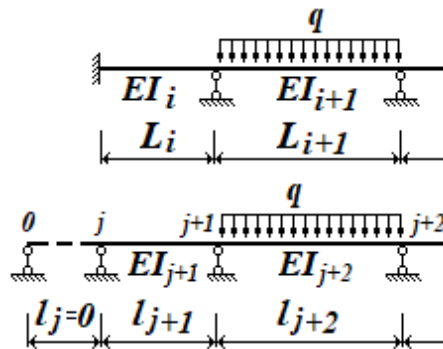


Рис. 1

Епюрі згинальних моментів в нерозрізній балці, яка навантажена тільки одним навантаженням в одному прогоні, притаманні такі особливості: по-перше, значення опорних моментів зменшуються при віддаленні від навантаженого прогону; по-друге, в ненавантажених прогонах епюра моментів змінюється за лінійним законом та перетинає

вісь балки в певних нульових точках, які мають назву моментних фокусів прогону.

Моментні фокуси є двох видів:

- ліві – це нульові точки на епюрі моментів у прогонах, які знаходяться ліворуч відносно прогону з навантаженням. Лівим фокусам відповідають значення лівих фокусних співвідношень, які визначаються наступним чином:

$$k_i = 2 + \frac{l'_{i-1}}{l'_i} \left(2 - \frac{1}{k_{i-1}} \right), \quad (2)$$

- праві – це нульові точки на епюрі моментів у прогонах, які знаходяться праворуч відносно навантаженого прогону. Праві фокусні співвідношення визначаються відповідно:

$$k'_i = 2 + \frac{l'_{i+1}}{l'_i} \left(2 - \frac{1}{k'_{i+1}} \right), \quad (3)$$

де l'_i, l'_{i-1} – зведені довжини прогонів, які визначаються:

$$l'_i = \frac{EI_0}{EI_i} l_i. \quad (4)$$

Фокусні співвідношення є додатними числами, які визначають співвідношення між значеннями опорних моментів у ненавантажених прогонах. Обчислення лівих фокусних співвідношень варто розпочинати з лівого кінця балки, а правих, відповідно, з правого. Значення співвідношень у крайніх прогонах залежать від виду опор (рис. 2).

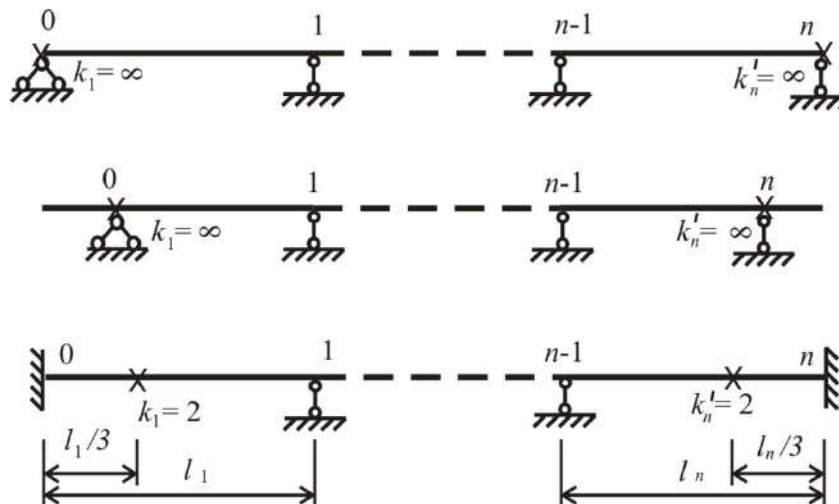


Рис. 2

Визначення положення нульових точок в прогонах балки відбувається з використанням виразів:

$$a_i = \frac{l_i}{1+k_i}, \quad (5)$$

$$b_i = \frac{l_i}{1+k_i'}, \quad (6)$$

де a_i, b_i – довжини, які визначають відстань, відповідно, від лівої опори до лівого фокуса та від правої опори до правого фокуса в прогоні.

Після обчислення значень фокусних співвідношень можна визначати значення моментів на кінцях прогонів (опорних моментів). Спочатку визначаються опорні моменти на кінцях навантаженого прогону:

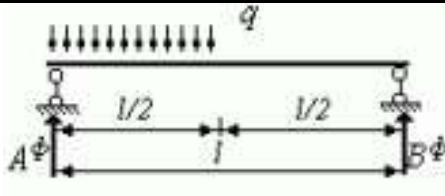
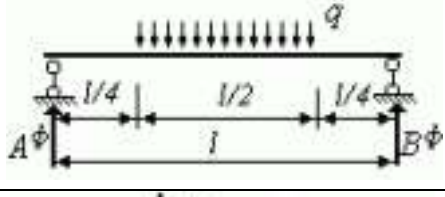
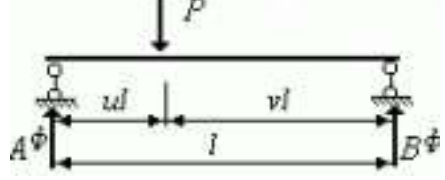
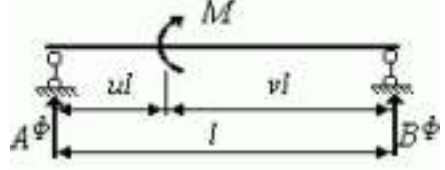
$$M_{i-1} = -\frac{6}{l_i} \cdot \frac{A_i^\phi k_i' - B_i^\phi}{k_i k_i' - 1} = -\frac{6}{l_i} \cdot \frac{A_i^\phi - B_i^\phi / k_i'}{k_i^{-1} / k_i'}, \quad (7)$$

$$M_i = -\frac{6}{l_i} \cdot \frac{B_i^\phi k_i - A_i^\phi}{k_i k_i' - 1} = -\frac{6}{l_i} \cdot \frac{B_i^\phi - A_i^\phi / k_i}{k_i'^{-1} / k_i}, \quad (8)$$

де A_i^ϕ та B_i^ϕ – значення фіктивних опорних реакцій на опорі i в навантаженому прогоні з довжиною l_i . Фіктивні реакції залежать від характеру навантаження, формули для їх обчислення наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Схема навантаження в прогоні	A^ϕ	B^ϕ
	$\frac{ql^3}{24}$	$\frac{ql^3}{24}$
	$\frac{Pl^2}{16}$	$\frac{Pl^2}{16}$
	$-\frac{Ml}{24}$	$\frac{Ml}{24}$
	$\frac{3Pl^2}{32}$	$\frac{3Pl^2}{32}$

	$\frac{9ql^3}{384}$	$\frac{7ql^3}{384}$
	$\frac{11ql^3}{384}$	$\frac{11ql^3}{384}$
	$\frac{Pl^2}{6}uv(1+v)$	$\frac{Pl^2}{6}uv(1+u)$
	$-\frac{Ml}{6}(1-3v^2)$	$-\frac{Ml}{6}(1-3u^2)$

Визначення опорних моментів на кінцях ненавантажених прогонів, які розташовані ліворуч від навантаженого прогону, відбувається справа наліво з використанням лівих фокусних співвідношень:

$$M_j = -\frac{M_{j+1}}{k_{j+1}}. \quad (9)$$

Опорні моменти в ненавантажених прогонах праворуч від навантаженого прогону визначаються зліва направо із застосуванням правих фокусних співвідношень.

$$M_j = -\frac{M_{j-1}}{k'_j}. \quad (10)$$

Для побудови епюри опорних моментів необхідно одержані значення відкласти над (моменти з від'ємними значеннями) або під (з додатними значеннями) та з'єднати прямими лініями. Значення опорних поперечних зусиль визначається з використанням диференціальної залежності між епюрами M і Q .

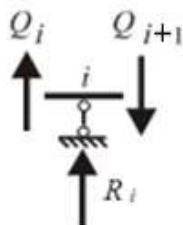
Дійсні значення згинальних моментів M_∂ та поперечних зусиль Q_∂ в прогонах балки обчислюються наступним чином:

$$M_\partial = M^{on} + M^b, \quad (11)$$

$$Q_\partial = Q^{on} + Q^b, \quad (12)$$

де $M^{оп}$, $Q^{оп}$ – значення опорних моментів та опорних поперечних зусиль, M^6 , Q^6 – значення на відповідних епюрах зусиль, які побудовані при представленні навантажених прогонів у вигляді однопрогонових балок.

Користуючись рівняннями рівноваги опорних в'язей (рис.3), можна обчислити значення опорних реакцій:



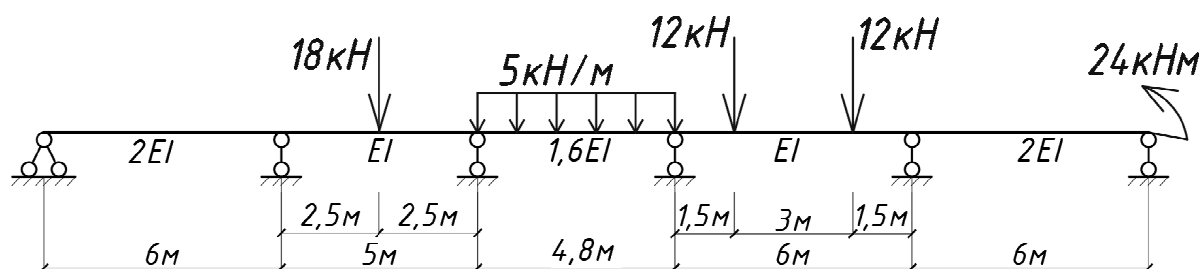
$$\sum F_y = 0:$$

$$R_i = Q_{i+1} - Q_i, \quad (13)$$

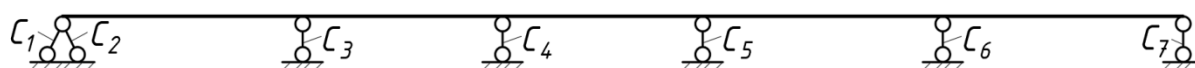
Рис. 3

де Q_i , Q_{i+1} – значення на епюрі поперечних зусиль ліворуч і праворуч від опори.

Приклад виконання розрахунків



1. Визначення ступеня статичної невизначуваності.



$$n = C - 3 = 7 - 3 = 4.$$

2. Побудова розрахункової схеми балки.

Пронумеруємо прогони балки так, щоб номер прогону відповідав номеру правої опори. Приймаючи жорсткість EI за основну EI_0 , визначимо зведені довжини прогонів з використанням виразу (4):

$$l'_1 = \frac{EI_0}{2 \cdot EI_0} 6 = 3\text{м},$$

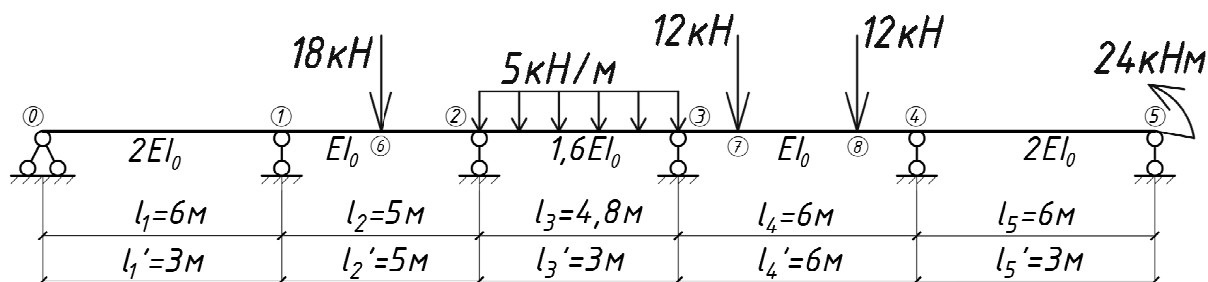
$$l'_2 = \frac{EI_0}{EI_0} 5 = 5\text{м},$$

$$l'_3 = \frac{EI_0}{1,6 \cdot EI_0} 4,8 = 3\text{м},$$

$$l'_4 = \frac{EI_0}{EI_0} 6 = 6\text{м},$$

$$l'_5 = \frac{EI_0}{2 \cdot EI_0} 6 = 3\text{м}.$$

Розрахункова схема балки має вигляд:



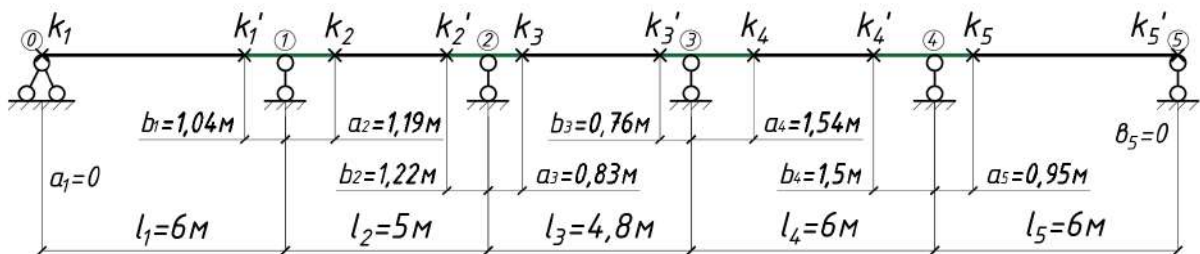
3. Визначення фокусних співвідношень.

Ліві (вираз (2))	Праві (вираз (3))
$k_1 = \infty$	$k'_5 = \infty$
$k_2 = 2 + \frac{3}{5} \left(2 - \frac{1}{\infty} \right) = 3,2$	$k'_4 = 2 + \frac{3}{6} \left(2 - \frac{1}{\infty} \right) = 3$
$k_3 = 2 + \frac{5}{3} \left(2 - \frac{1}{3,2} \right) = 4,8125$	$k'_3 = 2 + \frac{6}{3} \left(2 - \frac{1}{3} \right) = 5,3333$
$k_4 = 2 + \frac{3}{6} \left(2 - \frac{1}{4,8125} \right) = 2,8961$	$k'_2 = 2 + \frac{3}{5} \left(2 - \frac{1}{5,3333} \right) = 3,0875$
$k_5 = 2 + \frac{6}{3} \left(2 - \frac{1}{2,8961} \right) = 5,3094$	$k'_1 = 2 + \frac{5}{3} \left(2 - \frac{1}{3,0875} \right) = 4,7935$

Визначення положення фокусів у прогонах балки:

	Ліві (вираз (5))	Праві (вираз (6))
Прогін 1	$a_1 = \frac{6}{1 + \infty} = 0$	$b_1 = \frac{6}{1 + 4,7935} = 1,04\text{м}$
Прогін 2	$a_2 = \frac{5}{1 + 3,2} = 1,19\text{м}$	$b_2 = \frac{5}{1 + 3,0875} = 1,22\text{м}$
Прогін 3	$a_3 = \frac{4,8}{1 + 4,8125} = 0,83\text{м}$	$b_3 = \frac{4,8}{1 + 5,3333} = 0,76\text{м}$
Прогін 4	$a_4 = \frac{6}{1 + 2,8961} = 1,54\text{м}$	$b_4 = \frac{6}{1 + 3} = 1,5\text{м}$
Прогін 5	$a_5 = \frac{6}{1 + 5,3094} = 0,95\text{м}$	$b_5 = \frac{6}{1 + \infty} = 0$

Схема розташування фокусів у прогонах балки:



4. Розрахунок на дію тимчасового навантаження $P_l=18kH$ у другому прогоні.

Визначимо фіктивні опорні реакції в другому прогоні (стор. 14), використовуючи таблицю 1:

$$A_2^\phi = B_2^\phi = \frac{P_1 l_2^2}{16} = \frac{18 \cdot 5^2}{16} = 28,125 kHm^2.$$

Обчислимо значення опорних моментів на кінцях навантаженого прогону (вирази 7, 8):

$$M_1 = M_{лів} = -\frac{6}{l_2} \cdot \frac{A_2^\phi - B_2^\phi / k_2'}{k_2^{-1} / k_2'} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{28,125 - \frac{28,125}{3,0875}}{3,2^{-1} / 3,0875} = -7,934 kHm,$$

$$M_2 = M_{пр} = -\frac{6}{l_2} \cdot \frac{B_2^\phi - A_2^\phi / k_2}{k_2^{-1} / k_2} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{28,125 - \frac{28,125}{3,2}}{3,0875^{-1} / 3,2} = -8,361 kHm.$$

Опорні моменти на кінцях ненавантажених прогонів мають значення (вирази 9, 10):

$$M_0 = -\frac{M_1}{k_1} = -\frac{-7,934}{\infty} = 0,$$

$$M_3 = -\frac{M_2}{k_3'} = -\frac{-8,361}{5,3333} = +1,568 kHm,$$

$$M_4 = -\frac{M_3}{k_4'} = -\frac{1,568}{3} = -0,523 kHm,$$

$$M_5 = -\frac{M_4}{k_5'} = -\frac{-0,523}{\infty} = 0.$$

Маючи значення опорних моментів, визначаємо дійсні значення згинальних моментів за формулою (11) і будуюмо дійсну епюру моментів $M_{\partial l}$ (стор. 14).

Для виконання кінематичної перевірки побудуємо сумарну одиничну епюру згинальних моментів. Основну систему методу сил приймаємо, ввівши до заданої схеми наскрізні шарніри на опорах та приклавши всі одиничні моменти водночас.

$$\begin{aligned} \Delta_{\Sigma \partial 1} &= \sum \int \frac{M_{\Sigma} \cdot M_{\partial 1}}{EI} dx = -\frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7,934 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 3,209 \cdot 2,5 \cdot 1 + \\ &+ \frac{1}{EI} \cdot 2,996 \cdot 2,5 \cdot 1 - \frac{1}{1,6EI} \cdot 3,397 \cdot 4,8 \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 0,523 \cdot 6 \cdot 1 - \\ &- \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,523 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{1}{EI} [-7,934 + 8,0225 + 7,49 - 10,191 + \end{aligned}$$

$$+3,138 - 0,523] = \frac{1}{EI} [18,6505 - 18,648] = \frac{0,0025}{EI} \approx 0.$$

Обчислимо поперечні зусилля, використовуючи диференціальну залежність між епюрами M і Q :

$$Q_{0-1} = -\frac{7,934}{6} = -1,322 \text{ кН},$$

$$Q_{1-6} = +\frac{14,353 - (-7,934)}{2,5} = +8,915 \text{ кН},$$

$$Q_{6-2} = -\frac{14,353 + 8,361}{2,5} = -9,085 \text{ кН},$$

$$Q_{2-3} = +\frac{8,361 + 1,568}{4,8} = +2,069 \text{ кН},$$

$$Q_{3-4} = -\frac{1,568 + 0,523}{6} = -0,349 \text{ кН},$$

$$Q_{4-5} = +\frac{0,523}{6} = +0,087 \text{ кН}.$$

Будуємо дійсну епюру поперечних зусиль Q_{01} (стор. 14).

Обчислимо опорні реакції за формулою (13):

$$R_0 = -1,322 \text{ кН},$$

$$R_1 = +8,915 - (-1,322) = 10,237 \text{ кН},$$

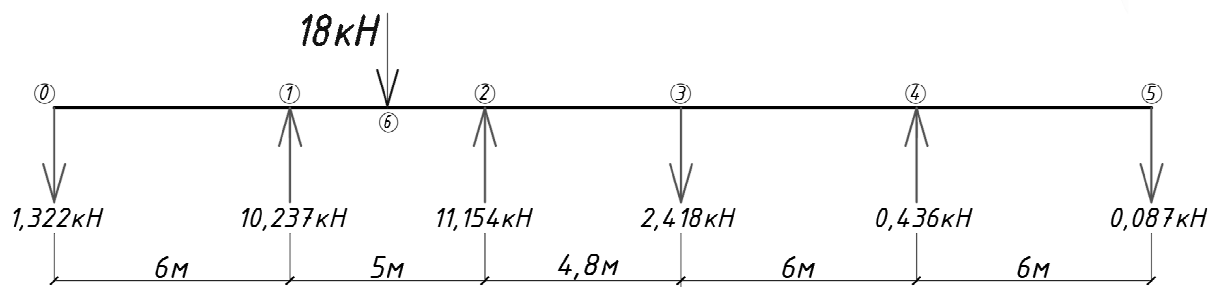
$$R_2 = +2,069 - (-9,085) = 11,154 \text{ кН},$$

$$R_3 = -0,349 - 2,069 = -2,418 \text{ кН},$$

$$R_4 = +0,087 - (-0,349) = 0,436 \text{ кН},$$

$$R_5 = -0,087 \text{ кН}.$$

Виконаємо загальну перевірку рівноваги балки:



$$\begin{aligned} \sum F_y &= -1,322 + 10,237 - 18 + 11,154 - 2,418 + 0,436 - 0,087 = \\ &= 21,827 - 21,827 = 0. \end{aligned}$$

Для перевірки всіх обчислень використаємо комплекс «ASSISTANT». В результаті перевірки одержуємо роздруківку (стор. 15).


```

:*****
:
:
:           РОЗРАХУНОК НЕРОЗРІЗНОЇ БАЛКИ
:
:   Схема 24
:
:   Фізико-геометричні параметри:  L1 = 5    L2 = 6    b = 1,6
:   Прогони:      6м    5м    4,8м    6м    6м
:   Жорсткості прогонів:      2EI    EI    1,6EI    EI    2EI
:
:           Зосереджена сила P=18 в середині прогону L2
:-----
:Зусилля:Прогін:      0      :  0,251  :  0,51   :  0,751  :  1
:-----
: Згин.   :  1   : +0,00000 : -1,98347 : -3,96695 : -5,95043 : -7,93391
:моменти:  2   : -7,93391 : +3,20919 : +14,3523 : +2,99540 : -8,36148
:         :  3   : -8,36148 : -5,87917 : -3,39685 : -0,91453 : +1,56777
:         :  4   : +1,56777 : +1,04518 : +0,52259 : +0.00000 : -0,52259
:         :  5   : -0,52259 : -0,39194 : -0,26129 : -0,13064 : +0,00000
:-----
: Попер.:  1   : -1,32231 : -1,32231 : -1,32231 : -1,32231 : -1,32231
: сили   :  2   : +8,91448 : +8,91448 : +8,91448 : -9,08551 : -9,08551
:         :      :           :           : -9,08551 :           :
:         :  3   : +2,06859 : +2,06859 : +2,06859 : +2,06859 : +2,06859
:         :  4   : -0,34839 : -0,34839 : -0,34839 : -0,34839 : -0,34839
:         :  5   : +0.08709 : +0.08709 : +0.08709 : +0.08709 : +0.08709
:-----
:
:           Опорні реакції
:   R(0)=-1,32 R(1)=10,23 R(2)=11,15 R(3)=-2,41 R(4)=0,435 R(5)=-0,08
:*****

```

5. Розрахунок на дію тимчасового навантаження $q=5кН/м$ у третьому прогоні.

Визначимо фіктивні опорні реакції в третьому прогоні (стор. 18), використовуючи таблицю 1:

$$A_3^\phi = B_3^\phi = \frac{ql_3^3}{24} = \frac{5 \cdot 4,8^3}{24} = 23,04 \text{кНм}^2.$$

Обчислимо значення опорних моментів на кінцях навантаженого прогону (вирази 7, 8):

$$M_2 = M_{лів} = -\frac{6}{l_3} \cdot \frac{A_3^\phi - B_3^\phi / k_2'}{k_3^{-1} / k_3'} = -\frac{6}{4,8} \cdot \frac{23,04 - \frac{23,04}{5,3333}}{4,8125^{-1} / 5,3333} = -5,059 \text{кНм},$$

$$M_3 = M_{пр} = -\frac{6}{l_3} \cdot \frac{B_3^\phi - A_3^\phi / k_3}{k_3^{-1} / k_3} = -\frac{6}{4,8} \cdot \frac{23,04 - \frac{23,04}{4,8125}}{5,3333^{-1} / 4,8125} = -4,451 \text{кНм}.$$

Опорні моменти на кінцях ненавантажених прогонів (вирази 9, 10):

$$M_1 = -\frac{M_2}{k_2} = -\frac{-5,059}{3,2} = +1,581 \text{кНм},$$

$$M_0 = -\frac{M_1}{k_1} = -\frac{+1,581}{\infty} = 0,$$

$$M_4 = -\frac{M_3}{k_4'} = -\frac{-4,451}{3} = +1,484 \text{кНм},$$

$$M_5 = -\frac{M_4}{k_5'} = -\frac{+1,484}{\infty} = 0.$$

Будуємо дійсну епюру згинальних моментів $M_{\partial 2}$ (стор. 18).

Виконаємо кінематичну перевірку:

$$\begin{aligned} \Delta_{\Sigma \partial 2} &= \sum \int \frac{M_{\Sigma} \cdot M_{\partial 2}}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,581 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 - \frac{1}{EI} \cdot 1,739 \cdot 5 \cdot 1 + \\ &+ \frac{1}{1,6EI} \cdot \frac{4,8}{6} [-5,059 \cdot 1 + 4 \cdot 9,645 \cdot 1 - 4,451 \cdot 1] - \frac{1}{EI} \cdot 1,484 \cdot 6 \cdot 1 + \\ &+ \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,484 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{1}{EI} [1,581 - 8,695 + 14,535 - 8,904 + \\ &+ 1,484] = \frac{1}{EI} [17,6 - 15,599] = \frac{0,001}{EI} \approx 0. \end{aligned}$$

Обчислимо поперечні зусилля, використовуючи диференціальну залежність між епюрами M і Q :

$$Q_{0-1} = +\frac{1,581}{6} = +0,264 \text{ кН},$$

$$Q_{1-2} = -\frac{5,059+1,581}{5} = -1,328 \text{ кН},$$

$$Q_2 = \frac{5,059-4,451}{4,8} + 12 = +12,127 \text{ кН},$$

$$Q_3 = \frac{5,059-4,451}{4,8} - 12 = -11,873 \text{ кН},$$

$$Q_{3-4} = +\frac{4,454+1,484}{6} = +0,989 \text{ кН},$$

$$Q_{4-5} = -\frac{1,484}{6} = -0,247 \text{ кН}.$$

Будуємо дійсну епюру поперечних зусиль Q_{02} (стор. 18).

Обчислимо опорні реакції (вираз (13)):

$$R_0 = +0,264 \text{ кН},$$

$$R_1 = -1,328 - 0,264 = -1,592 \text{ кН},$$

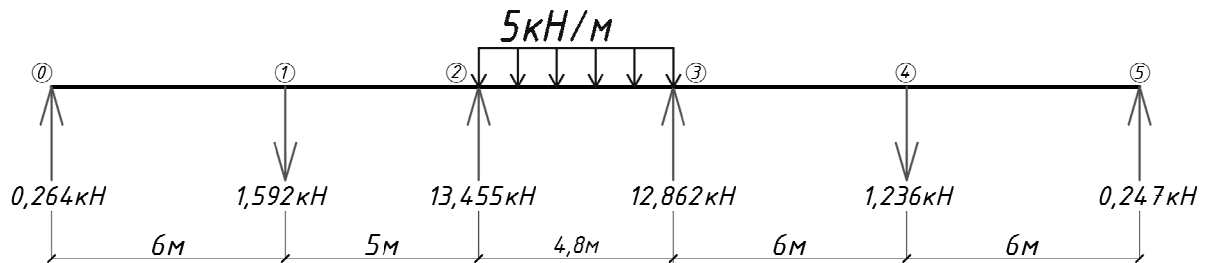
$$R_2 = 12,127 - (-1,328) = +13,455 \text{ кН},$$

$$R_3 = 0,989 - (-11,873) = +12,862 \text{ кН},$$

$$R_4 = -0,247 - 0,989 = -1,236 \text{ кН},$$

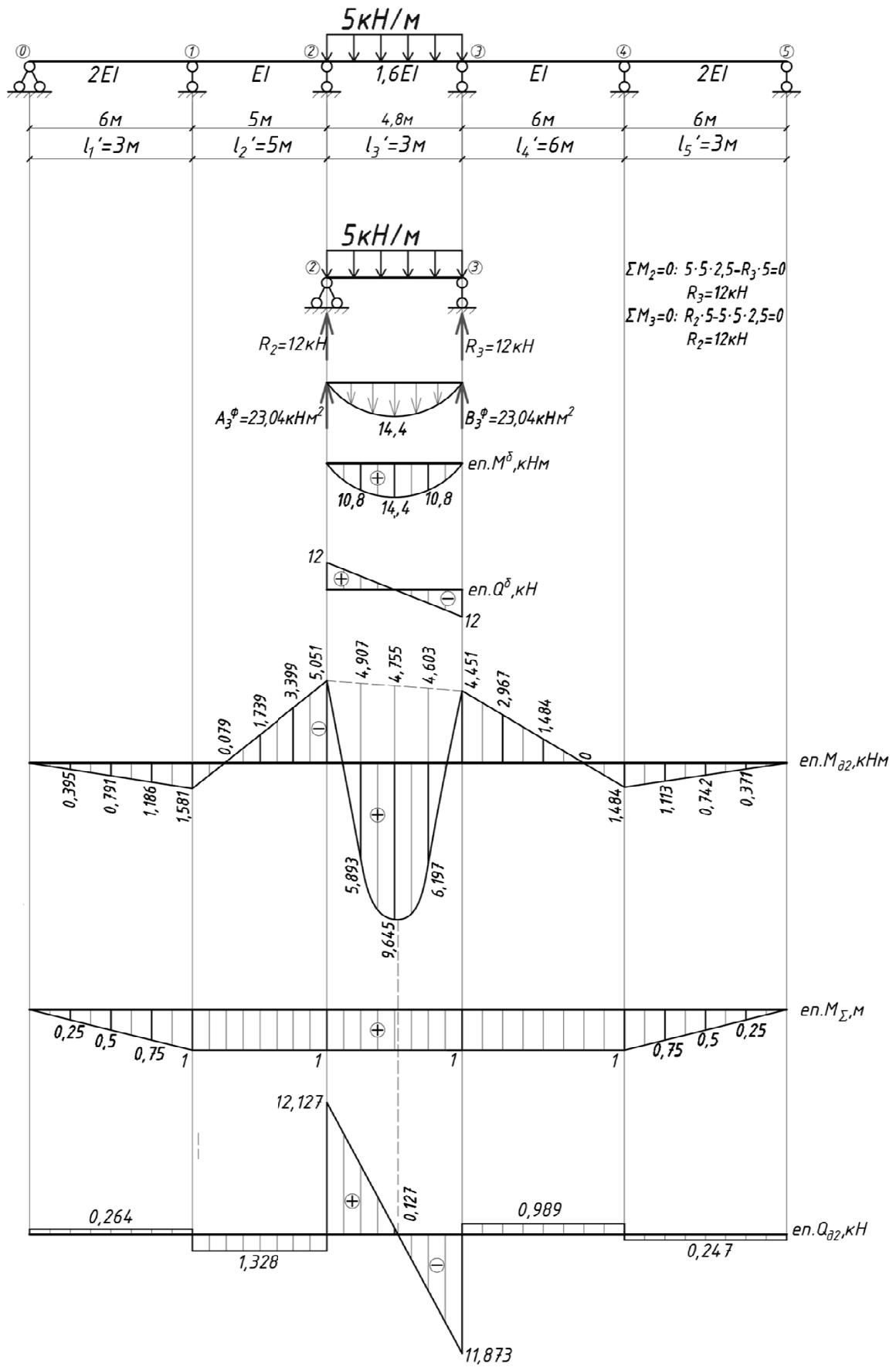
$$R_5 = +0,247 \text{ кН}.$$

Виконаємо загальну перевірку рівноваги балки:



$$\begin{aligned} \sum F_y &= +0,264 - 1,592 + 13,455 - 5 \cdot 4,8 + 12,862 - 1,236 + 0,247 = \\ &= 26,828 - 26,828 = 0. \end{aligned}$$

В результаті перевірки правильності обчислень в програмному комплексі «ASSISTANT» одержуємо роздруківку (стор. 19).




```

:*****
:
:
:           РОЗРАХУНОК НЕРОЗРІЗНОЇ БАЛКИ
:
: Схema 24
:
: Фізико-геометричні параметри:  L1 = 5    L2 = 6    b = 1,6
: Прогони:      6м    5м    4,8м    6м    6м
: Жорсткості прогонів:      2EI    EI    1,6EI    EI    2EI
:
:           Розподілене навантаження q=5 на всьому прогоні L3
:-----
:Зусилля:Прогін:      0      :  0,251  :  0,51   :  0,751  :  1
:-----
: Згин.   :  1   : +0,00000 : +0,39527 : +0,79054 : +1,18581 : +1,58108
: моменти:  2   : +1,58108 : -0.07905 : -1,73918 : -3,39932 : -5,05946
:         :  3   : -5,05946 : +5,89256 : +9,64459 : +6,19662 : -4,45135
:         :  4   : -4,45135 : -2,96756 : -1,48378 : -0.00000 : +1,48378
:         :  5   : +1,48378 : +1,11283 : +0,74189 : +0,37094 : +0,00000
:-----
: Попер.:  1   : +0,26351 : +0,26351 : +0,26351 : +0,26351 : +0,26351
: сили   :  2   : -1,32810 : -1,32810 : -1,32810 : -1,32810 : -1,32810
:         :  3   : +12,1266 : +6,12668 : +0,12668 : -5,87331 : -11,8733
:         :  4   : +0,98918 : +0,98918 : +0,98918 : +0,98918 : +0,98918
:         :  5   : -0,24729 : -0,24729 : -0,24729 : -0,24729 : -0,24729
:-----
:
:           Опорні реакції
: R(0)=0,263 R(1)=-1,59 R(2)=13,45 R(3)=12,86 R(4)=-1,23 R(5)=0,247
:*****

```

6. Розрахунок на дію тимчасового навантаження: дві сили $P_2=12kH$ у четвертому прогоні.

Визначимо фіктивні опорні реакції в четвертому прогоні (стор. 22), використовуючи таблицю 1:

$$A_4^\phi = B_4^\phi = \frac{3P_2 l_4^2}{32} = \frac{3 \cdot 12 \cdot 6^2}{32} = 40,5 kHm^2.$$

Обчислимо значення опорних моментів на кінцях навантаженого прогону (вирази 7, 8):

$$M_3 = M_{лів} = -\frac{6}{l_4} \cdot \frac{A_4^\phi - B_4^\phi / k_4'}{k_4^{-1} / k_4'} = -\frac{6}{6} \cdot \frac{40,5 - \frac{40,5}{3}}{2,8961^{-1} / 3} = -10,535 kHm,$$

$$M_4 = M_{пр} = -\frac{6}{l_4} \cdot \frac{B_4^\phi - A_4^\phi / k_4}{k_4^{-1} / k_4} = -\frac{6}{6} \cdot \frac{40,5 - \frac{40,5}{2,8961}}{3^{-1} / 2,8961} = -9,988 kHm.$$

Опорні моменти на кінцях ненавантажених прогонів (вирази 9, 10):

$$M_2 = -\frac{M_3}{k_3} = -\frac{-10,535}{4,8125} = +2,189 kHm,$$

$$M_1 = -\frac{M_2}{k_2} = -\frac{2,189}{3,2} = -0,684 kHm,$$

$$M_0 = -\frac{M_1}{k_1} = -\frac{-0,684}{\infty} = 0,$$

$$M_5 = -\frac{M_4}{k_5'} = -\frac{-9,988}{\infty} = 0.$$

Будуємо дійсну епюру згинальних моментів $M_{\partial 3}$ (стор. 22).

Виконаємо кінематичну перевірку:

$$\begin{aligned} \Delta_{\Sigma \partial 3} &= \sum \int \frac{M_{\Sigma} \cdot M_{\partial 3}}{EI} dx = -\frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,684 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 0,753 \cdot 5 \cdot 1 - \\ &- \frac{1}{1,6EI} \cdot 4,173 \cdot 4,8 \cdot 1 - \frac{1}{EI} \cdot \frac{1,5}{6} [10,535 \cdot 1 + 4 \cdot 1,4665 \cdot 1 - \\ &- 7,602 \cdot 1] + \frac{1}{EI} \cdot 7,738 \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{EI} \cdot \frac{1,5}{6} [-7,875 \cdot 1 + 4 \cdot 1,0565 \cdot 1 + \\ &+ 9,988 \cdot 1] - \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9,988 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{1}{EI} [-0,684 + 3,765 - 12,519 - \\ &- 22 + 23,214 - 1,585 - 9,988] = \frac{1}{EI} [26,979 - 26,976] = \\ &= \frac{0,003}{EI} \approx 0. \end{aligned}$$

Обчислимо поперечні зусилля, використовуючи диференціальну залежність між епюрами M і Q :

$$Q_{0-1} = -\frac{0,684}{6} = -0,114kH,$$

$$Q_{1-2} = +\frac{2,189 - (-0,684)}{5} = +0,575kH,$$

$$Q_{2-3} = -\frac{10,535 - (-2,189)}{4,8} = -2,651kH,$$

$$Q_{3-7} = +\frac{10,535 - (-7,602)}{1,5} = +12,091kH,$$

$$Q_{7-8} = +\frac{7,875 - 7,602}{3} = +0,091kH,$$

$$Q_{8-4} = -\frac{9,988 - (-7,875)}{1,5} = -11,909kH,$$

$$Q_{4-5} = +\frac{9,988}{6} = +1,665kH.$$

Будуємо дійсну епюру поперечних зусиль Q_{03} (стор. 22).

Обчислимо опорні реакції (вираз (13)):

$$R_0 = -0,114kH,$$

$$R_1 = 0,575 - (-0,114) = +0,689kH,$$

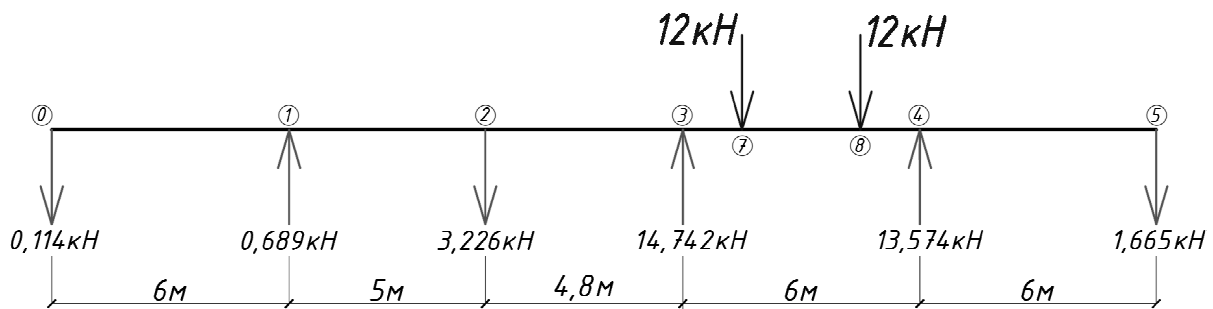
$$R_2 = -2,651 - 0,575 = -3,226kH,$$

$$R_3 = 12,091 - (-2,651) = +14,74kH,$$

$$R_4 = 1,665 - (-11,909) = +13,574kH,$$

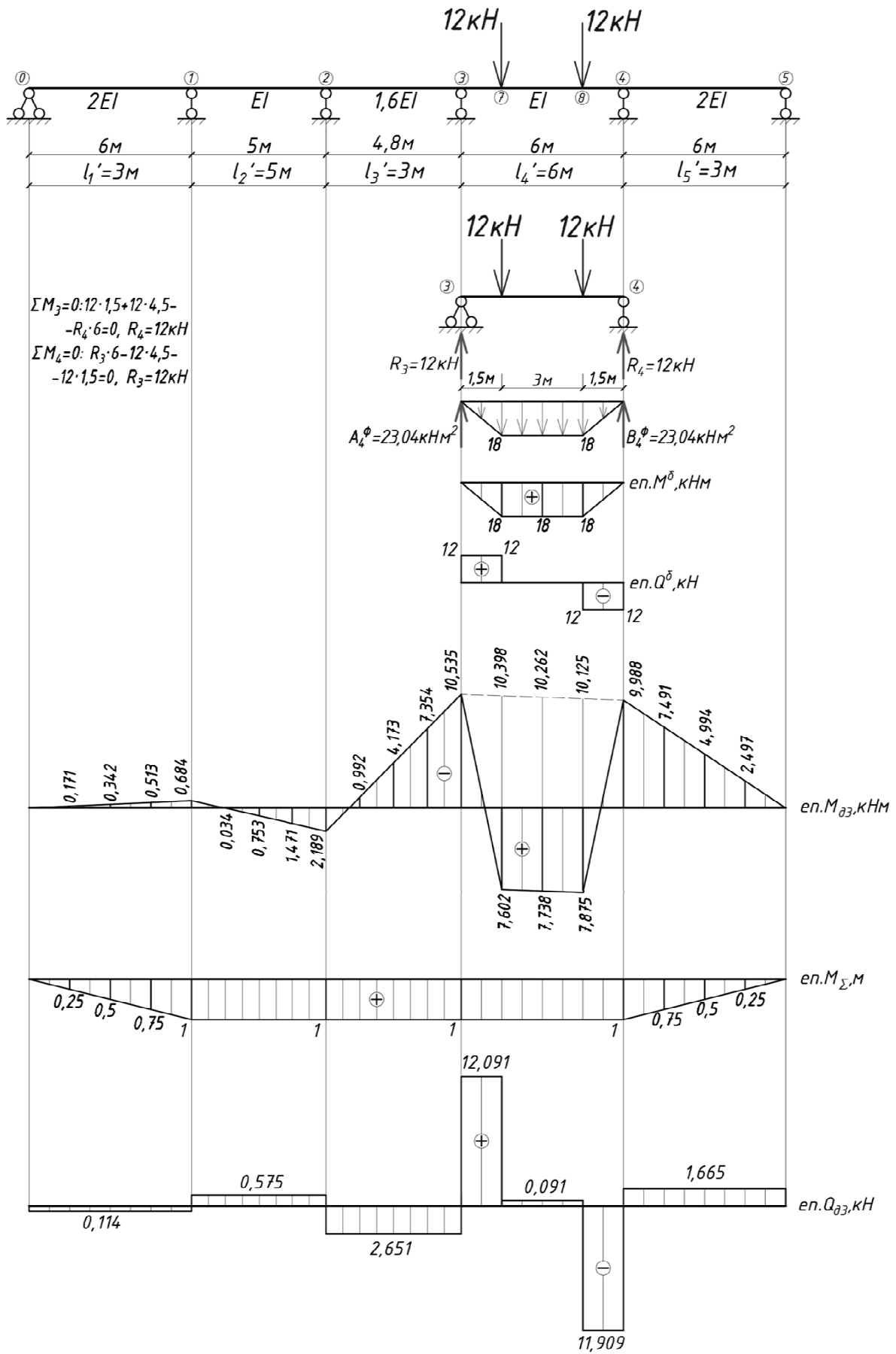
$$R_5 = -1,665kH.$$

Виконаємо загальну перевірку рівноваги балки:



$$\sum F_y = -0,114 + 0,689 - 3,226 + 14,74 - 12 - 12 + 13,574 - 1,665 = 29,005 - 29,005 = 0.$$

В результаті перевірки правильності обчислень в програмному комплексі «ASSISTANT» одержуємо роздруківку (стор. 23).



```

:*****
:
:
:           РОЗРАХУНОК НЕРОЗРІЗНОЇ БАЛКИ
:
:   Схема 24
:
:   Фізико-геометричні параметри:  L1 = 5    L2 = 6    b = 1,6
:   Прогони:      6м    5м    4,8м    6м    6м
:   Жорсткості прогонів:      2EI    EI    1,6EI    EI    2EI
:
:           Зосереджені сили P=12 в чвертях прогону L4
:-----
:Зусилля:Прогін:      0      :  0,251  :  0,51   :  0,751  :  1
:-----
: Згин.   :  1   : +0,00000 : -0,17103 : -0,34206 : -0,51309 : -0,68412
:моменти:  2   : -0,68412 : +0.03420 : +0,75253 : +1,47086 : +2,18918
:         :  3   : +2,18918 : -0,99197 : -4,17314 : -7,35430 : -10,5354
:         :  4   : -10,5354 : +7,60135 : +7,73817 : +7,87500 : -9,98817
:         :  5   : -9,98817 : -7,49113 : -4,99408 : -2,49704 : +0,00000
:-----
: Попер.:  1   : -0,11402 : -0,11402 : -0,11402 : -0,11402 : -0,11402
: сили   :  2   : +0,57466 : +0,57466 : +0,57466 : +0,57466 : +0,57466
:         :  3   : -2,65097 : -2,65097 : -2,65097 : -2,65097 : -2,65097
:         :  4   : +12,0912 : +12,0912 : +0.09121 : +0.09121 : -11,9087
:         :      :           : +0.09121 :           : -11,9087 :
:         :  5   : +1,66469 : +1,66469 : +1,66469 : +1,66469 : +1,66469
:-----
:
:           Опорні реакції
:   R(0)=-0,11 R(1)=0,688 R(2)=-3,22 R(3)=14,74 R(4)=13,57 R(5)=-1,66
:*****

```

7. Розрахунок на дію тимчасового навантаження: $M=24kNm$ у п'ятому прогоні.

Обчислимо значення опорних моментів (вирази 9, 10):

$$M_5 = 24kNm.$$

$$M_4 = -\frac{M_5}{k_5} = -\frac{24}{5,3094} = -4,521kNm,$$

$$M_3 = -\frac{M_4}{k_4} = -\frac{-4,521}{2,8961} = 1,561kNm,$$

$$M_2 = -\frac{M_3}{k_3} = -\frac{1,561}{4,8125} = -0,324kNm,$$

$$M_1 = -\frac{M_2}{k_2} = -\frac{-0,324}{3,2} = 0,101kNm,$$

$$M_0 = -\frac{M_1}{k_1} = -\frac{0,101}{\infty} = 0.$$

Будуємо дійсну епюру згинальних моментів $M_{\partial 4}$ (стор. 26).

Виконаємо кінематичну перевірку:

$$\begin{aligned} \Delta_{\Sigma \partial 4} &= \sum \int \frac{M_{\Sigma} \cdot M_{\partial 4}}{EI} dx = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,101 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 - \frac{1}{EI} \cdot 0,111 \cdot 5 \cdot 1 + \\ &+ \frac{1}{1,6EI} \cdot 0,618 \cdot 4,8 \cdot 1 - \frac{1}{EI} \cdot 1,48 \cdot 6 \cdot 1 + \frac{1}{2EI} [-4,521 \cdot 1 + \\ &+ 4 \cdot 9,74 \cdot 0,5] = \frac{1}{EI} [0,101 - 0,555 + 1,854 - 8,88 + 7,4795] = \\ &= \frac{1}{EI} [9,4345 - 9,435] = \frac{-0,0005}{EI} \approx 0. \end{aligned}$$

Обчислимо поперечні зусилля, використовуючи диференціальну залежність між епюрами M і Q :

$$Q_{0-1} = +\frac{0,101}{6} = +0,017kH,$$

$$Q_{1-2} = -\frac{0,324+0,101}{5} = -0,085kH,$$

$$Q_{2-3} = +\frac{1,561+0,324}{4,8} = +0,393kH,$$

$$Q_{3-4} = -\frac{4,521+1,561}{6} = -1,014kH,$$

$$Q_{4-5} = +\frac{24+4,521}{6} = +4,753kH.$$

Будуємо дійсну епюру поперечних зусиль $Q_{\partial 1}$ (стор. 26).

Обчислимо опорні реакції (вираз (13)):

$$R_0 = +0,017kH,$$

$$R_1 = -0,085 - 0,017 = -0,102kH,$$

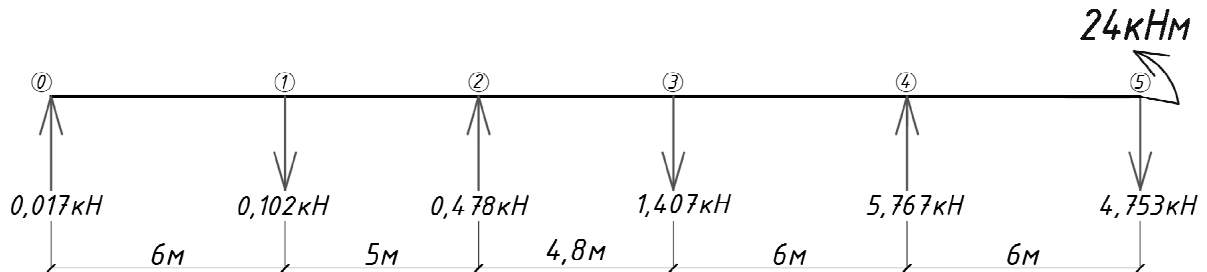
$$R_2 = +0,393 - (-0,085) = +0,478 \text{кН},$$

$$R_3 = -1,014 - 0,393 = -1,407 \text{кН},$$

$$R_4 = +4,753 - (-1,014) = +5,767 \text{кН},$$

$$R_5 = -4,753 \text{кН}.$$

Виконаємо загальну перевірку рівноваги балки:



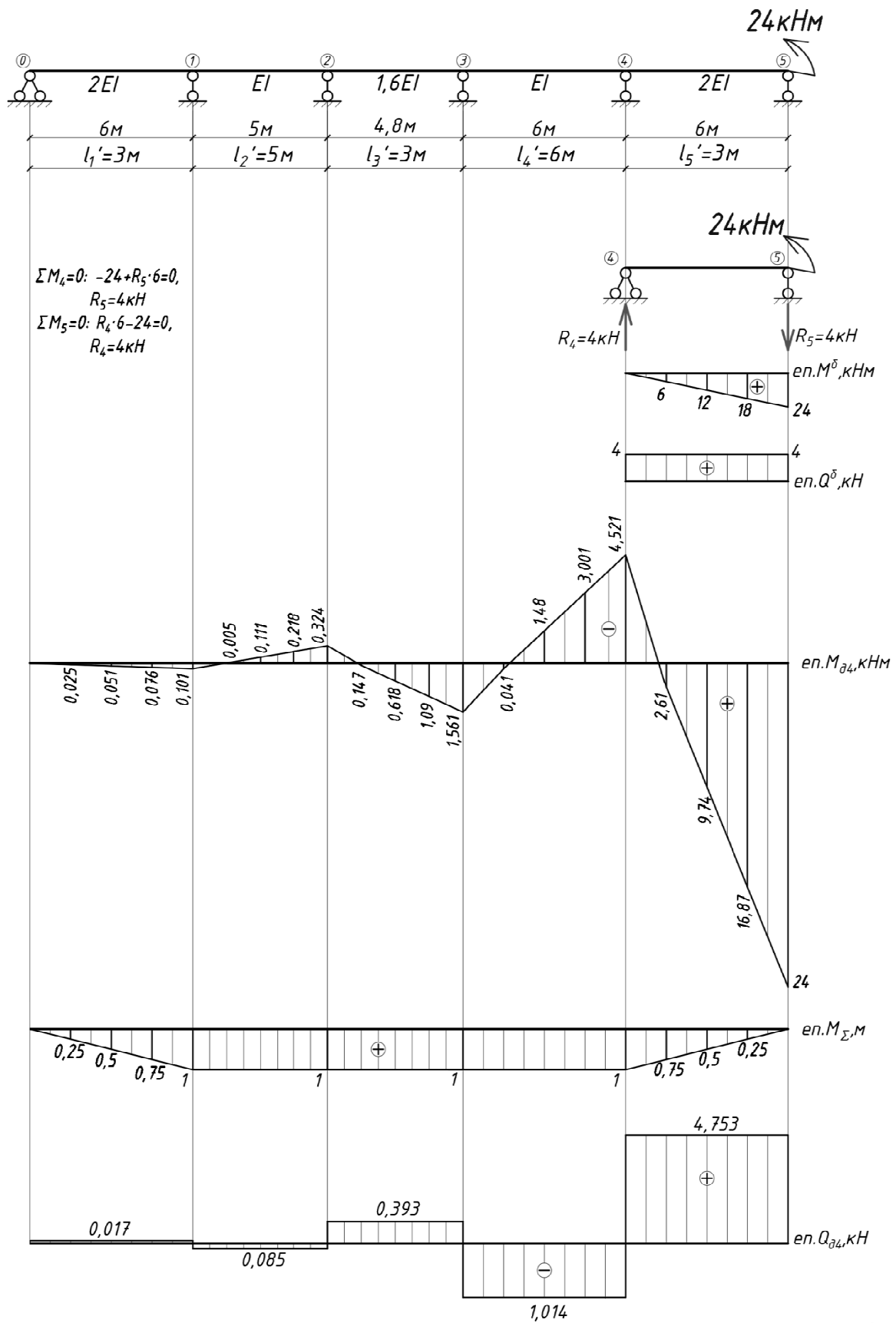
$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0,017 - 0,102 + 0,478 - 1,407 + 5,767 - 4,753 = \\ &= 6,262 - 6,262 = 0. \end{aligned}$$

В результаті перевірки правильності обчислень в комплексі «ASSISTANT» одержуємо роздруківку:

```

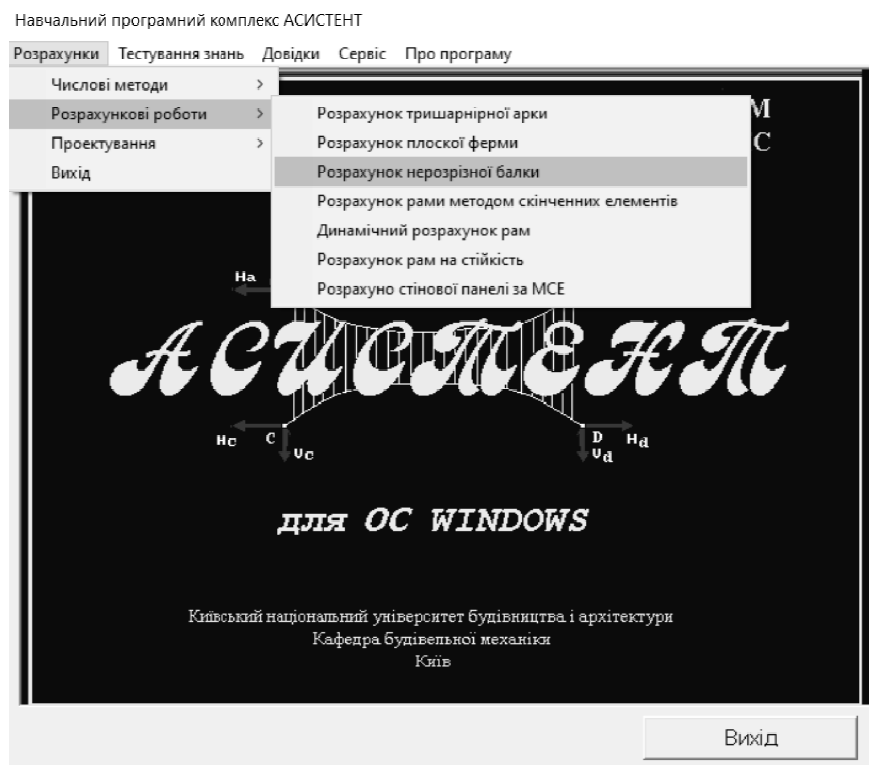
:*****
:
:                               РОЗРАХУНОК НЕРОЗРІЗНОЇ БАЛКИ
:
: Схема 24
:
: Фізико-геометричні параметри:  L1 = 5   L2 = 6   b = 1,6
: Прогони:      6м   5м   4,8м   6м   6м
: Жорсткості прогонів:      2EI   EI   1,6EI   EI   2EI
:
:                               Зосереджений момент M=-24 на правій консолі
:-----
:Зусилля:Прогін:      0   :   0,251   :   0,51   :   0,751   :   1
:-----
: Згин.   :   1   : +0,00000 : +0.02533 : +0.05067 : +0.07601 : +0,10135
: моменти:   2   : +0,10135 : -0.00506 : -0,11148 : -0,21790 : -0,32432
:         :   3   : -0,32432 : +0,14695 : +0,61824 : +1,08952 : +1,56081
:         :   4   : +1,56081 : +0.04054 : -1,47973 : -3,00000 : -4,52027
:         :   5   : -4,52027 : +2,60979 : +9,73986 : +16,8699 : +24,0000
:-----
: Попер.:   1   : +0.01689 : +0.01689 : +0.01689 : +0.01689 : +0.01689
: сили     :   2   : -0.08513 : -0.08513 : -0.08513 : -0.08513 : -0.08513
:         :   3   : +0,39273 : +0,39273 : +0,39273 : +0,39273 : +0,39273
:         :   4   : -1,01351 : -1,01351 : -1,01351 : -1,01351 : -1,01351
:         :   5   : +4,75337 : +4,75337 : +4,75337 : +4,75337 : +4,75337
:-----
:                               Опорні реакції
: R(0)=0,016 R(1)=-0,10 R(2)=0,477 R(3)=-1,40 R(4)=5,766 R(5)=-4,75
:*****

```

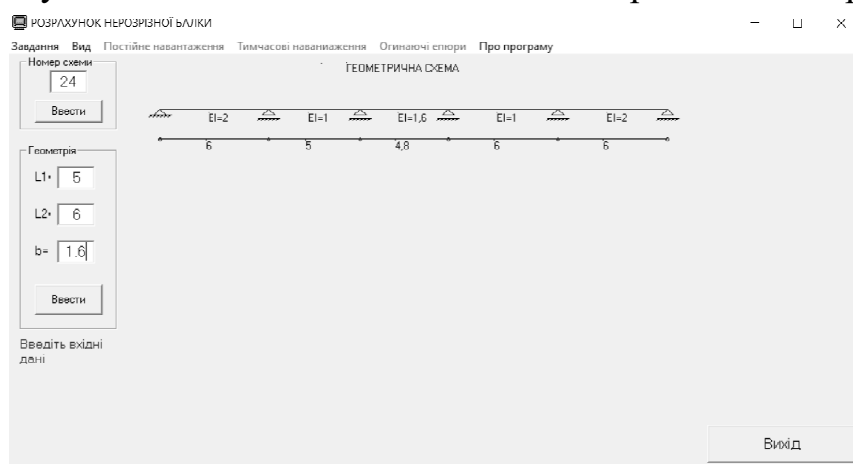


Інструкція для отримання роздруківки в НПК «ASSISTANT»

Для початку необхідно запусити програмний комплекс «ASSISTANT», вибрати спадне меню Розрахунки/Розрахункові роботи/Розрахунок нерозрізної балки:

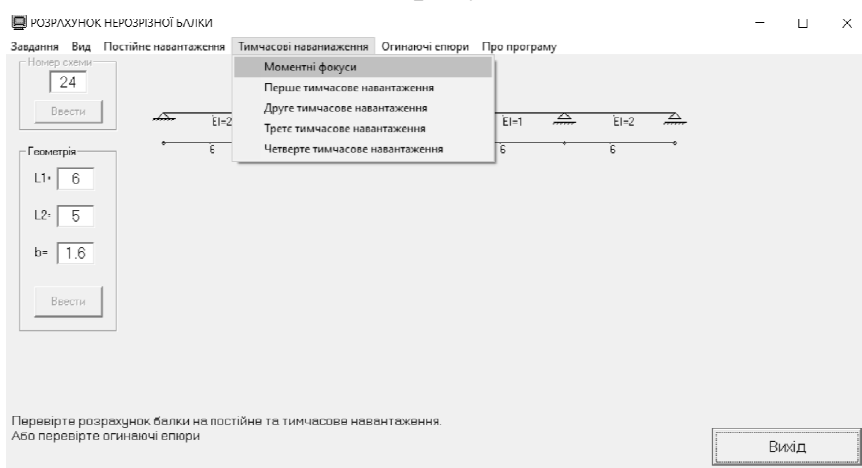


У відкритому вікні необхідно записати номер схеми по завданню, натиснути «Ввести» та ввести вихідні дані: довжини L_1 , L_2 та коефіцієнт для жорсткостей b , натиснути «Ввести». Після чого на екрані програма нарисує схему балки з відповідними довжинами прогонів та жорсткостями:

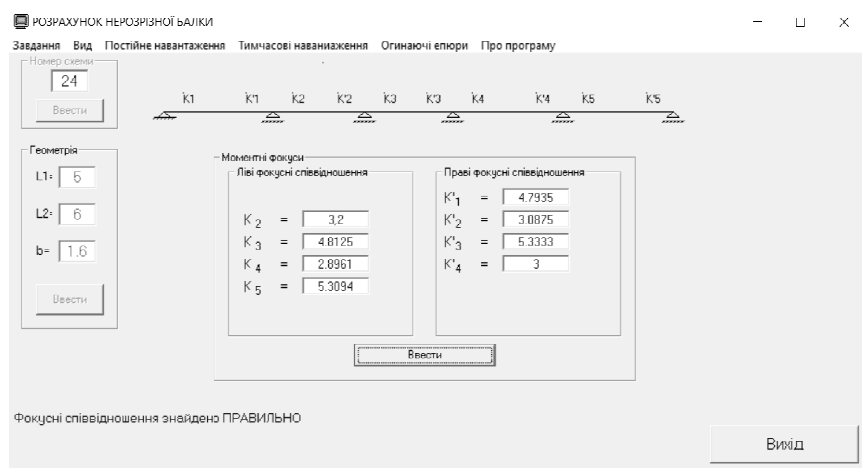


Після цього можна приступати до перевірки результатів ручних розрахунків. Для початку необхідно перевірити правильність обчислення

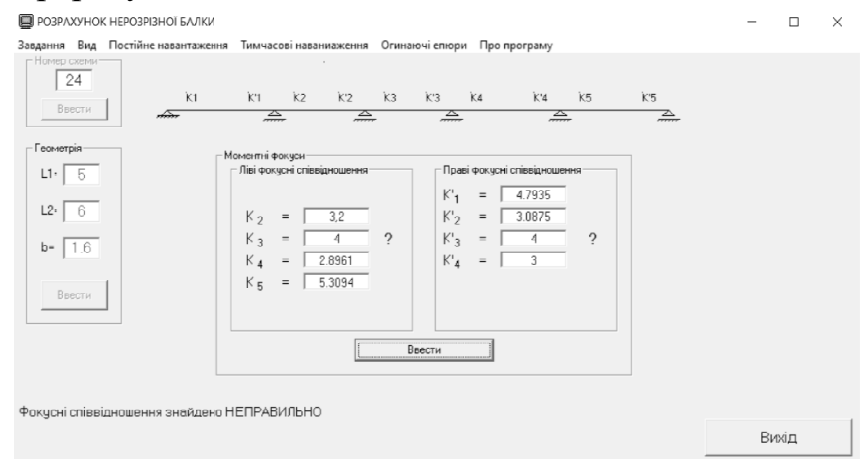
значень момент них фокусів. Для цього варто вибрати спадне меню Тимчасові навантаження/Моментні фокуси:



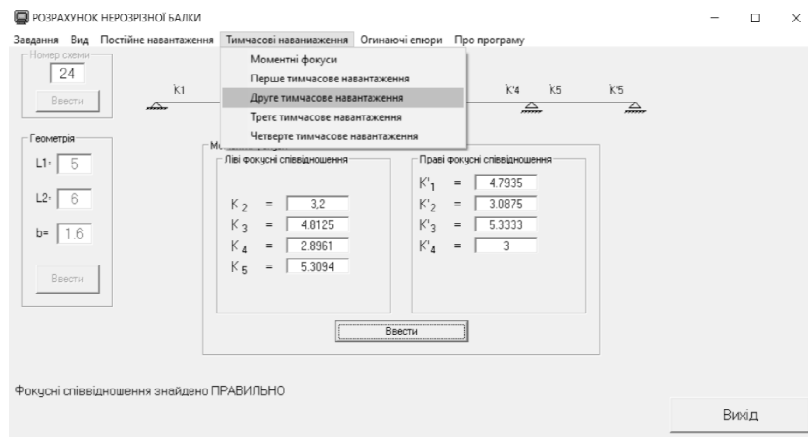
У зміненому вікні ввести обчислені значення для k та k' , натиснути «Ввести». Фокусні співвідношення, які дорівнюють нескінченності, програма запитувати не буде. Якщо всі числа обраховані вірно – програма напише: «Фокусні співвідношення знайдено ПРАВИЛЬНО»:



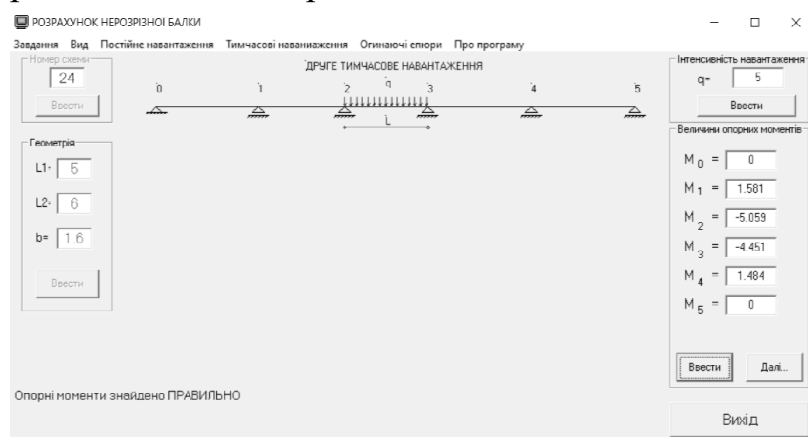
Якщо котресь із чисел або всі відрізняються від правильних, програма повідомить про це та поставить знаки питання біля значень, які необхідно перерахувати:



Щоб перевірити правильність визначення зусиль при дії одного тимчасового навантаження необхідно спочатку на заданій схемі балки визначити, яким по рахунку є дане навантаження. Для балки, яка розглядалась в прикладі: першим навантаженням є сила $18kH$, другим – розподілене навантаження $5kH/м$, третім – дві сили по $12kH$, четвертим – момент $24kHм$. Якщо необхідно перевірити зусилля, які виникають в конструкції від дії розподіленого навантаження, варто вибрати: Тимчасові навантаження/Друге тимчасове навантаження:

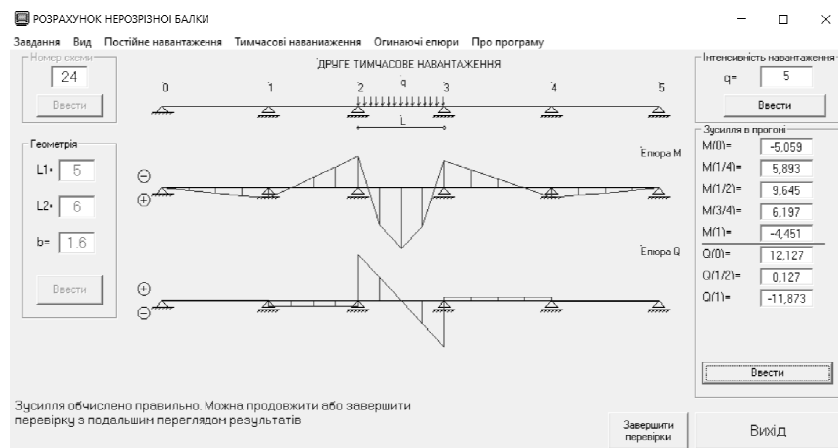


У вікні, де буде зображена схема балки з нумерацією опор та навантаженням, програма спочатку запитає величину навантаження, а, після натиснення кнопки «Ввести», обчислені значення опорних моментів, які можна перевірити, натиснувши знизу кнопку «Ввести». При записі значень варто дотримуватись правила знаків для балкових моментів: моменти, відкладені на епюрі знизу, вважаються додатними; відкладені зверху – від’ємними. В даному вікні цілі числа відокремлювати від десяткових треба комою, а не крапкою.

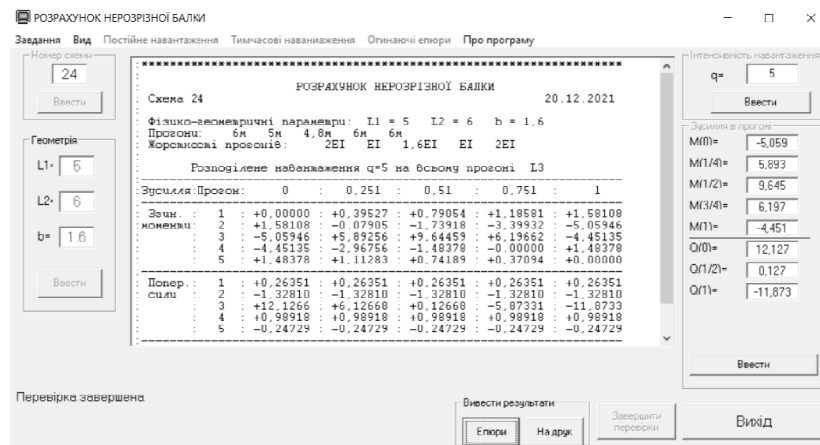


Якщо числа вірні, натиснувши «Далі», програма перейде до перевірки значень моментів та поперечних зусиль у прогоні, в якому прикладене навантаження (значення необхідно ввести з кроком $L/4$, де L –

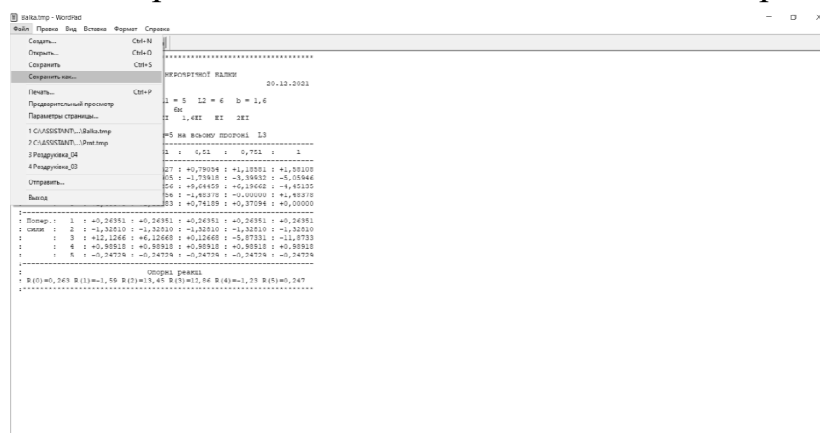
довжина навантаженого прогону). Якщо всі записані зусилля є вірними, програма на екрані нарисує епюри M_d та Q_d :



Числові значення ординат на епюрах можна дізнатись, натиснувши «Завершити перевірку» та обравши спосіб представлення результатів: «На екран»:



або «На друк». Одержані результати у новому відкритому вікні можна зберегти на диск, скориставшись спадним меню: Файл/Сохранить как:



Одержані роздруківки треба вкласти в роботу як частину РГР.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Баженов В.А. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання: Підручник / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер, О.В. Шишов / За заг. ред. В.А.Баженова – К.: ПАТ «ВІПОЛ», 2013. – 896 с.
2. Баженов В.А. Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: Навч. посібник / В.А. Баженов, Г.М. Іванченко, О.В. Шишов, С.О. Пискунов. – К.: Каравела, 2013. – 439 с.
3. Шишов О.В. Розрахунок нерозрізної балки: Індивідуальні завдання і методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи з будівельної механіки / О.В. Шишов, Г.М. Іванченко – К.:КНУБА, 2007. – 36 с.