

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський національний університет будівництва і архітектури

ОБЧИСЛЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ В СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНИХ СИСТЕМАХ

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічної роботи
з будівельної механіки для студентів, які навчаються
за напрямом підготовки 6.060101 «Будівництво»

Київ 2014

УДК 624.04

ББК 38.112

О13

Укладачі: А.М. Козовенко, кан. техн. наук, доцент
Ю.В. Максим'юк, кан. техн. наук, доцент
О.О. Міщенко, асистент

Рецензенти: Г.М. Іванченко, д-р техн. наук, професор
М.В. Гончаренко, канд. техн. наук, доцент
О.Г. Свешніков, доцент

Відповідальний за випуск О.В. Шишов, канд. техн. наук,
професор

*Затверджено на засіданні кафедри будівельної механіки,
протокол № 2 від 22 жовтня 2014 року.*

Обчислення переміщень в статично визначуваних системах:
О13 методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної
роботи з будівельної механіки для студентів, що навчаються
за напрямом підготовки 6.060101 «Будівництво» / уклад.:
А.М. Козовенко, Ю.В. Максим'юк, О.О. Міщенко. – К.:
КНУБА, 2014. – 40 с.

Містять загальні положення та приклади виконання задач у
розрахунково-графічній роботі «Обчислення переміщень в
статично визначуваних системах».

Призначено для виконання розрахунково-графічних робіт з
будівельної механіки для студентів, які навчаються за напрямом
підготовки 6.060101 «Будівництво» денної та заочної форм
навчання.

© КНУБА, 2014

ЗМІСТ

Загальні положення.	4
Приклад завдання.	6
Список літератури.	7
Зразок оформлення титульної сторінки.	8
Обчислення переміщень в плоскій статично визначуваній фермі	9
Обчислення переміщень в плоскій статично визначуваній рамі	17

Загальні положення

Мета цих методичних вказівок – допомогти студентам у виконанні розрахунково-графічної роботи (РГР) «Обчислення переміщень в статично визначуваних системах».

Завдання, один із варіантів якого, наведений на стр. 6, складається з статично визначуваної ферми та трьох плоских статично визначуваних рам. Для кожної стержневої системи задані геометричні розміри та прикладене навантаження. Для статично визначуваної ферми необхідно виконати кінематичний аналіз (кількісний та якісний етапи) і статичний розрахунок, визначивши реакції і внутрішніх зусиль в стержнях ферми для вантажного стану та обчислення опорних реакцій і внутрішніх зусиль в стержнях ферми для допоміжного одиничного стану. Визначити шукане переміщення. Для статично визначуваних рам необхідно виконати кінематичний аналіз (кількісний та якісний етапи) і статичний розрахунок рам для вантажного стану, визначити реакцій в опорних пристроях та у з'єднаннях елементів розрахункової схеми на кожному етапі монтажу, перевірити рівновагу розрахункової схеми на окремих етапах монтажу. Вибрати одиничний стан, який визначає шукане переміщення та за формулою Мора обчислити переміщення зі застосуванням правил чисельного інтегрування

Задачі повинні бути вірно чисельно розв'язані та охайно графічно оформлені. Неохайність у чисельних розрахунках і графічному оформленні задачі може бути причиною помилок. Для кращого засвоєння матеріалу роботу слід виконати відповідно до змісту, який наведено перед розв'язанням кожного класу стержневої системи.

Розрахунково-графічна робота виконується на аркушах паперу формату А4 (210x297 мм). Перша сторінка РГР являє собою титульний лист роботи, приклад якого наведено на стр. 8.

Виконання РГР № базується на успішному засвоєнні учбового матеріалу по темі «Обчислення переміщень в статично визначуваних системах», яка викладена у підручнику [1] та розглянутих у посібнику

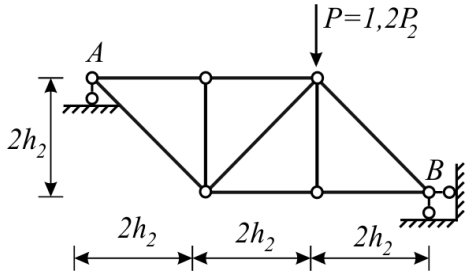
[4-6] прикладах розрахунків. Додатковою літературою можуть бути підручник, посібники та методичні вказівки [2-8].

Найбільш поширеним способом розв'язання як зовнішньої, так і внутрішньої задачі статички, є використання методу перерізів. Цей метод полягає в тому, що від споруди наскрізним перерізом, який проходить з'єднання, відокремлюється якийсь її фрагмент. Розрізанні в'язі (з'єднання) відкидаються і замінюються силами – реакціями цих в'язей. Таким чином, на відокремлений фрагмент діє система зовнішніх сил, яка складається з навантажень, що безпосередньо діють на нього, і реакцій відкинутих в'язей. Для статично визначувальних систем для знаходження реакцій існує два типи рівнянь рівноваги: сума проєкцій на осі x і y ; рівняння моментів.

Приклад завдання

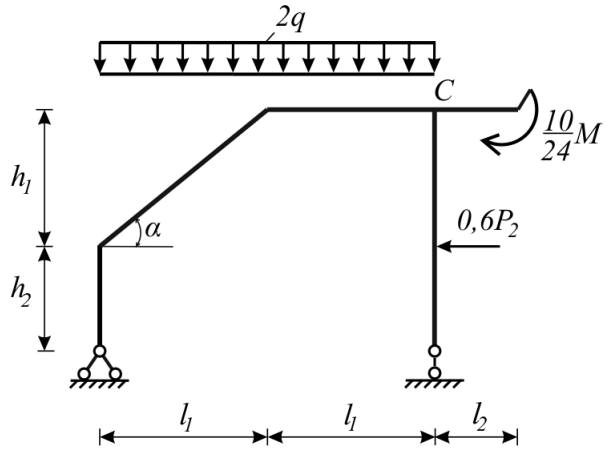
80

№ 1



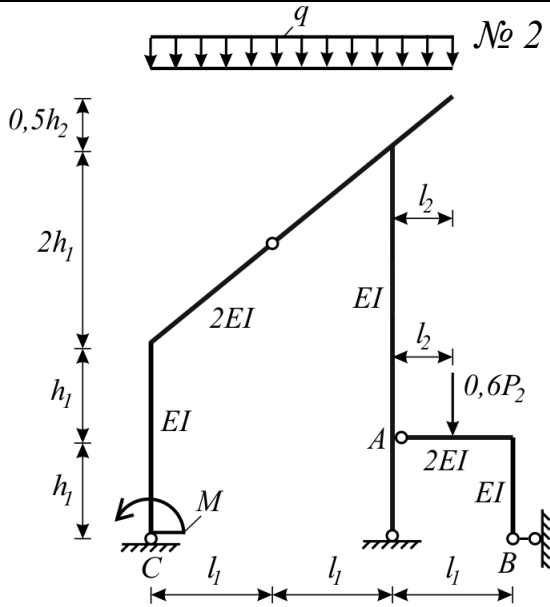
Знайти горизонтальне переміщення точки A

№ 3



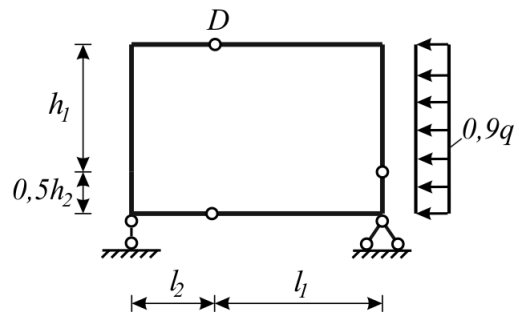
Знайти кут повороту в перерізі C

№ 2



Знайти вертикальне переміщення точки B

№ 4



Знайти кут зламу осі в шарнірі D

i	l_1 м	l_2 м	h_1 м	h_2 м	l м	f м	q кН/м	P_1 кН	P_2 кН	M кНм
1	2,4	3,6	3,0	2,0	16	5	3,0	12	15	6
2	4,0	2,2	2,0	3,2	12	4	2,0	16	10	24
3	3,2	4,0	3,6	2,0	16	6	4,0	20	16	8
4	4,8	2,0	2,6	3,0	12	5	1,0	12	10	4
5	3,6	3,0	2,4	3,0	18	6	2,0	8	15	10
6	5,0	4,2	3,2	4,0	18	5	4,0	10	16	5
7	3,0	2,4	3,0	3,2	16	4	3,0	15	8	6
8	3,2	4,0	2,0	2,4	18	7	2,0	12	20	8

Список літератури

1. *Баженов В.А., Гранат С.Я., Шишов О.В.* Будівельна механіка. Комп'ютерний курс: Підручник. – К.: Каравела, 1999. – 584 с.
2. *Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В.* Будівельна механіка. Комп'ютерні технології: Підручник. – К.: Каравела, 2009. – 696 с.
3. *Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В.* Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання: Підручник. – К.: ПАТ «ВІПОЛ», 2013. – 896 с.
4. *Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В.* Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: Навч. посібн. 1-е вид. – К.: Каравела, 2006. – 344 с.
5. *Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В.* Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: Навч. посібн. 2-е вид. – К.: Каравела, 2007. – 368 с.
6. *Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О.* Будівельна механіка: Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування: Навч. посібн. 3-є вид. – К.: Каравела, 2010. – 504 с.
7. Кінематичний аналіз стержневих систем: методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи з будівельної механіки для студентів, що навчаються за напрямом підготовки “Будівництво” 6.060101 / уклад.: М.О. Соловей, О.О. Міщенко, О.Г. Свешников. – К.: КНУБА, 2012. – 44 с.
8. Розрахунок плоских статично визначуваних стержневих систем: методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи / уклад.: М.О. Соловей, О.О. Міщенко. – К.: КНУБА, 2014. – 44 с.

Зразок оформлення титульної сторінки

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

КАФЕДРА БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 3

**«ОБЧИСЛЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ В СТАТИЧНО
ВИЗНАЧУВАНИХ СИСТЕМАХ»**

Виконала: ст. МБГ-33 ГАГАРО Т.В.

_____ (дата)

_____ (підпис)

Прийнято:

_____ (дата)

_____ (підпис)

Перевірив: ас. Міщенко О.О.

_____ (оцінка)

_____ (дата)

_____ (підпис)

Київ 2014

1. ОБЧИСЛЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ В СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНІЙ ФЕРМІ

ЗМІСТ ВПРАВИ

Вихідна розрахункова схема

1. Кінематичний аналіз. Мета

1.1. Кількісний аналіз. Мета. Розрахунок по формулі Чебишова.

Проміжний висновок

1.2. Якісний аналіз. Мета. Поетапний аналіз та поетапні висновки

1.3. Остаточний висновок

2. Статичний розрахунок ферми

2.1. Обчислення опорних реакцій і внутрішніх зусиль в стержнях ферми для вантажного стану

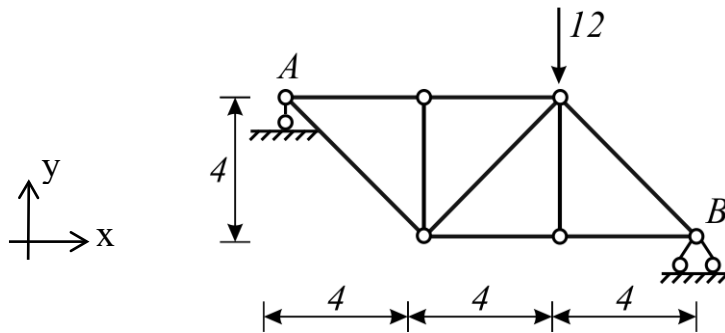
2.2. Обчислення опорних реакцій і внутрішніх зусиль в стержнях ферми для допоміжного одиничного стану

3. Обчислення шуканого переміщення

ЗАДАЧА № 1

ДАНО: розрахункова схема ферми.

ЗНАЙТИ: горизонтальне переміщення точки А.



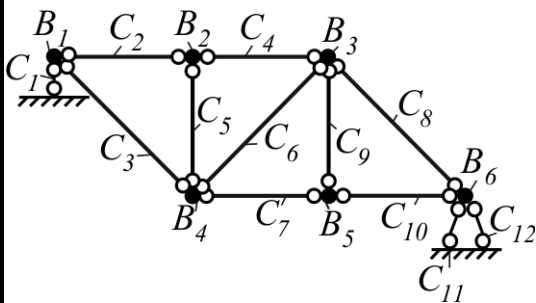
Переміщення знаходиться за допомогою формули Мора для ферми

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EA} \int \sum_{i=1}^n \bar{N}_1^i \cdot N_p^i \cdot l_i \cdot$$

1. Кінематичний аналіз. **Мета:** перевірка геометричної змінюваності (ГЗ) розрахункової схеми (РС) ферми.

1.1. Кількісний аналіз. **Мета:** перевірка необхідної умови ГЗ ферми за формулою Чебишова:

$$G = 2B - C.$$



Маємо:

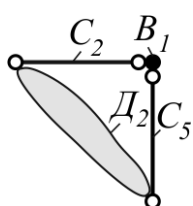
$$B = 6, C = 12.$$

Ступінь геометричної змінюваності ферми:

$$G = 2 \cdot 6 - 12 = 0.$$

Проміжний висновок: РС ферми може бути статично визначуваною та геометрично незмінюваною.

1.2. Якісний аналіз. **Мета:** перевірка достатньої умови ГЗ РС ферми за допомогою побудови монтажних схем.

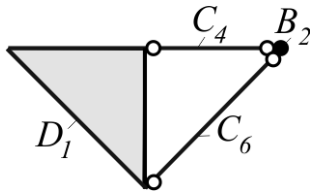


I етап монтажу.

$$\frac{D_2 + B_1}{C_2, C_3} \Rightarrow D_1 \text{ (спосіб діади, дві в'язі не лежать на}$$

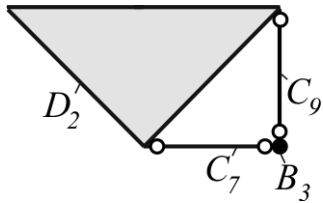
одній прямій).

II етап монтажу.



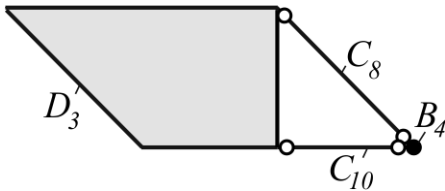
$\frac{D_1 + B_2}{C_4, C_6} \Rightarrow D_2$ (спосіб діади, дві в'язі не лежать на одній прямій).

III етап монтажу.



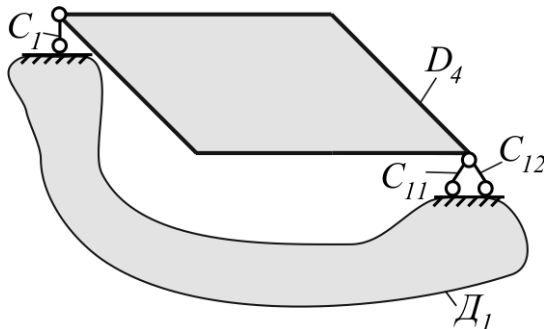
$\frac{D_2 + B_3}{C_7, C_9} \Rightarrow D_3$ (спосіб діади, дві в'язі не лежать на одній прямій).

IV етап монтажу.



$\frac{D_3 + B_4}{C_8, C_{10}} \Rightarrow D_4$ (спосіб діади, дві в'язі не лежать на одній прямій).

V етап монтажу.



$\frac{D_4 + D_1}{C_1, C_{11}, C_{12}} \Rightarrow D$ (спосіб Шухова, три в'язі не перетинаються в одній точці та не паралельні між собою).

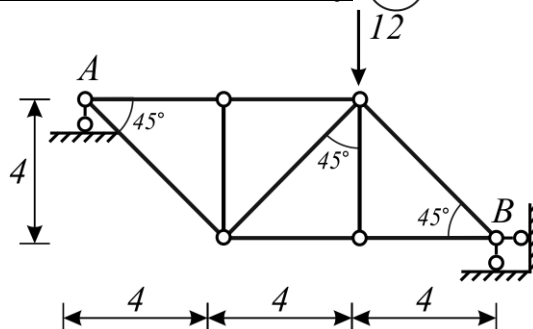
Проміжний висновок: РС є геометрично незмінювана.

1.3. Остаточний висновок: РС геометрично незмінювана, статично визначувана та побудована за п'ять етапів монтажу.

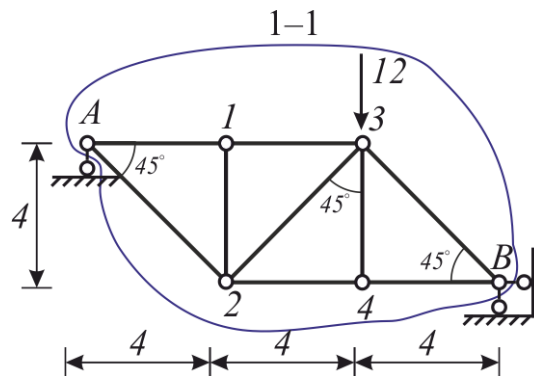
2. Статичний розрахунок ферми

2.1. Обчислення опорних реакцій і внутрішніх зусиль в

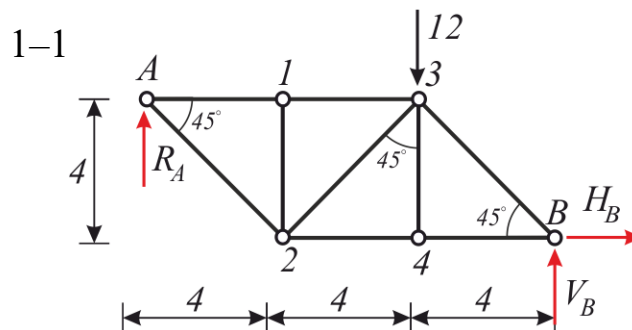
стержнях рами для вантажного стану \textcircled{P}



Відокремлюємо фрагмент РС наскрізним перерізом 1-1, який розрізає опорні в'язі.



Відкидаємо розрізані в'язі та замінюємо їх реакціями цих в'язей R_A, H_B, V_B , які нижче на РС показані суцільними лініями.



$$\sum F_x^{1-1} = 0, \quad H_B = 0.$$

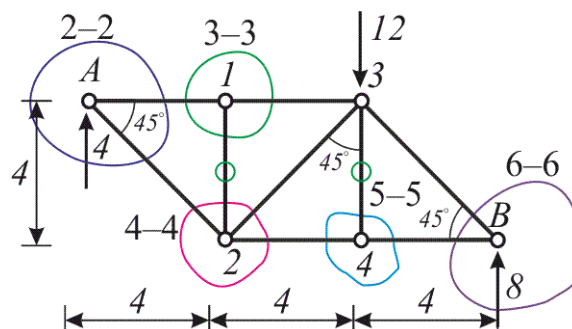
$$\sum M_B^{1-1} = 0, \quad R_A \cdot 12 - 12 \cdot 4 = 0, \quad R_A = \frac{12 \cdot 4}{12} = 4.$$

$$\sum M_A^{1-1} = 0, \quad V_B \cdot 12 - 12 \cdot 8 = 0, \quad V_B = \frac{12 \cdot 8}{12} = 8.$$

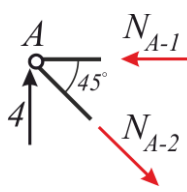
$$\text{Перевірка: } \sum F_y^{1-1} = 0, \quad R_A + V_B - 12 = 4 + 8 - 12 = 0.$$

Відповідно до ознак нульових стержнів, стержні 1-2, 3-4 є нульовими. На РС нульові стержні будемо позначати кружечком "O".

Розглядаємо рівновагу відсічених вузлів у перерізах 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6.



Вузол А



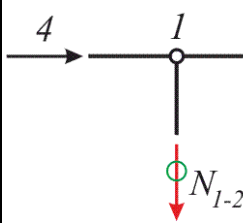
$$\sum F_y^{2-2} = 0, \quad 4 - N_{A-2} \cdot \sin 45^\circ = 0,$$

$$N_{A-2} = \frac{4}{0,7071} = 5,657.$$

$$\sum F_x^{2-2} = 0, \quad N_{A-2} \cdot \cos 45^\circ - N_{A-1} = 0,$$

$$N_{A-1} = N_{A-2} \cdot \cos 45^\circ = 5,657 \cdot 0,7071 = 4.$$

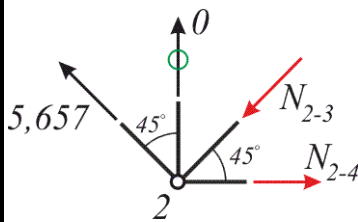
Вузол I



$$\sum F_x^{3-3} = 0, \quad 4 - N_{I-3} = 0, \quad N_{I-3} = 4.$$

$$\sum F_y^{3-3} = 0, \quad N_{I-2} = 0.$$

Вузол 2



$$\sum F_y^{4-4} = 0,$$

$$5,657 \cdot \cos 45^\circ - N_{2-3} \cdot \sin 45^\circ = 0,$$

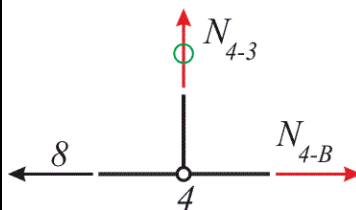
$$N_{2-3} = \frac{5,657 \cdot 0,707}{0,707} = 5,657.$$

$$\sum F_x^{4-4} = 0,$$

$$N_{2-4} - 5,657 \cdot \sin 45^\circ - N_{2-3} \cdot \cos 45^\circ = 0,$$

$$N_{2-4} = 2 \cdot 5,657 \cdot 0,7071 = 8.$$

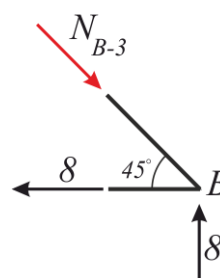
Вузол 4



$$\sum F_x^{5-5} = 0, \quad N_{4-B} - 8 = 0, \quad N_{4-B} = 8.$$

$$\sum F_y^{5-5} = 0, \quad N_{4-3} = 0.$$

Вузол B

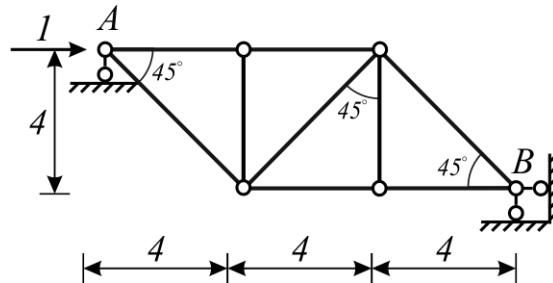


$$\sum F_y^{6-6} = 0; \quad -N_{B-3} \cdot \sin 45^\circ + 8 = 0,$$

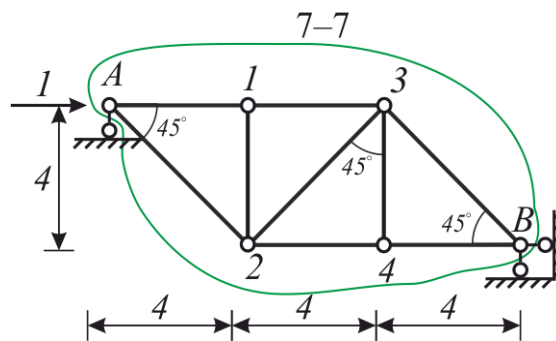
$$N_{B-3} = \frac{8}{0,7071} = 11,314.$$

2.2. Обчислення опорних реакцій і внутрішніх зусиль в стержнях ферми для допоміжного одиничного стану (1)

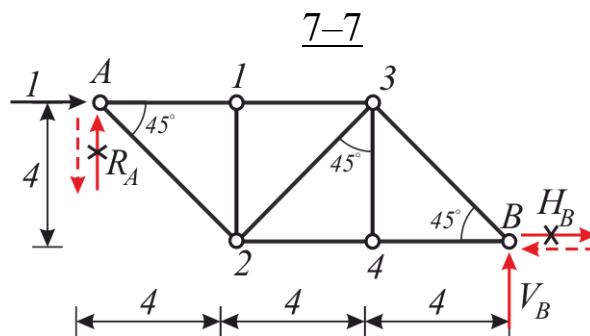
Вибираємо одиничний допоміжний стан для знаходження шуканого переміщення.



Відокремлюємо фрагмент РС наскрізним перерізом 7-7, який розрізає опорні в'язі.



Відкидаємо розрізані в'язі та замінюємо їх реакціями цих в'язей R_A, H_B, V_B , які нижче на РС показані суцільними лініями.



$$\sum F_x^{7-7} = 0, \quad H_B + 1 = 0, \quad H_B = -1.$$

$$\sum M_B^{7-7} = 0, \quad R_A \cdot 12 + 1 \cdot 4 = 0, \quad R_A = -\frac{1 \cdot 4}{12} = -\frac{1}{3}.$$

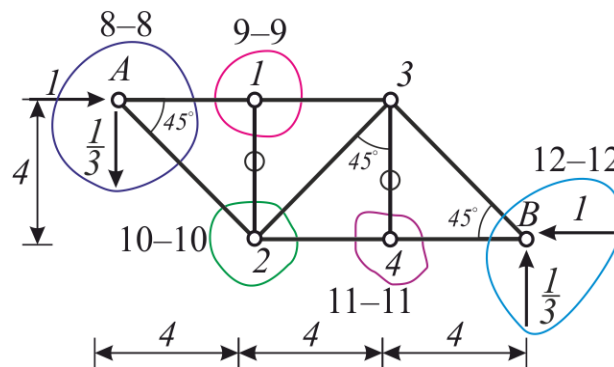
$$\sum M_A^{7-7} = 0, \quad V_B \cdot 12 - 1 \cdot 4 = 0, \quad V_B = \frac{1 \cdot 4}{12} = \frac{1}{3}.$$

Закресливши вихідний варіант, змінюємо на останній РС напрямок знайденої реакції H_B , R_A на зворотній, позначивши його пунктирною лінією.

$$\text{Перевірка: } \sum F_y^{7-7} = 0, \quad V_B - V_A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0.$$

Відповідно до ознак нульових стержнів, стержні 1-2, 3-4 є нульовими. На РС нульові стержні будемо позначати кружечком "O".

Розглядаємо рівновагу відсічених вузлів у перерізах 8-8, 9-9, 10-10, 11-11, 12-12.



Вузол А

$$\sum F_y^{8-8} = 0, \quad N_{A-2} \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{3} = 0,$$

$$N_{A-2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{0,7071} = 0,4714.$$

$$\sum F_x^{8-8} = 0, \quad -N_{A-2} \cdot \cos 45^\circ - N_{A-1} + 1 = 0,$$

$$N_{A-1} = -N_{A-2} \cdot \cos 45^\circ + 1 = -0,4714 \cdot 0,7071 + 1 = 0,6667.$$

Вузол 1

$$\sum F_x^{9-9} = 0,$$

$$-N_{1-3} + 0,667 = 0, \quad N_{1-3} = 0,6667.$$

$$\sum F_y^{9-9} = 0, \quad N_{1-2} = 0.$$

Вузол 2

$$\sum F_y^{10-10} = 0,$$

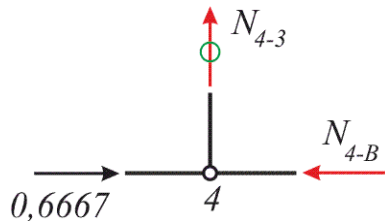
$$N_{2-3} \cdot \sin 45^\circ - 0,4714 \cdot \cos 45^\circ = 0,$$

$$N_{2-3} = \frac{0,4714 \cdot \cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = 0,4714.$$

$$\sum F_x^{10-10} = 0, \quad -N_{2-4} + 0,4714 \cdot \sin 45^\circ - N_{2-3} \cdot \cos 45^\circ = 0,$$

$$N_{2-4} = 2 \cdot 0,4714 \cdot 0,7071 = 0,6667.$$

Вузол 4

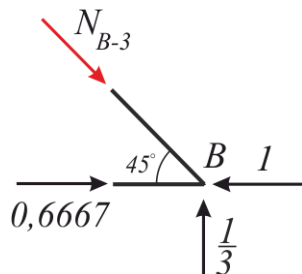


$$\sum F_x^{11-11} = 0,$$

$$-N_{4-B} + 0,6667 = 0, \quad N_{4-B} = 0,6667.$$

$$\sum F_y^{11-11} = 0, \quad N_{4-3} = 0.$$

Вузол B



$$\sum F_y^{12-12} = 0, \quad -N_{B-3} \cdot \sin 45^\circ + \frac{1}{3} = 0,$$

$$N_{B-3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{0,7071} = 0,4714.$$

3. Обчислення шуканого переміщення

Горизонтального переміщення точки A

i	стержень	l_i	N_P^i	N_1^i	$N_P^i \cdot N_1^i \cdot l_i$
1	A-1	4	-4	-0,6667	10,6667
2	A-2	5,657	5,657	-0,4714	-15,0856
3	1-2	4	0	0	0
4	1-3	4	-4	-0,6667	10,6667
5	2-4	4	8	-0,6667	-21,3333
6	2-3	5,657	5,657	-0,4714	-15,0856
7	3-4	4	0	0	0
8	B-3	4	8	-0,6667	-21,3333
9	B-4	5,657	-11,314	-0,4714	30,1712

$$\sum_{i=1}^9 = -21,3333$$

Отже, шукане горизонтальне переміщення вузла A дорівнює:

$$\Delta_{1P} = -21,3333 \cdot \frac{1}{EA}.$$

2. ОБЧИСЛЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ В СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНІЙ РАМІ

ЗМІСТ ВПРАВИ

Вихідна розрахункова схема

1. Кінематичний аналіз. Мета

- 1.1. Кількісний аналіз. Мета. Проміжний висновок
- 1.2. Якісний аналіз. Мета. Пояснення побудови кожного етапу монтажу. Проміжний висновок
- 1.3. Остаточний висновок

2. Статичний розрахунок рами для вантажного стану

- 2.1. Визначення реакцій в опорних пристроях та у з'єднаннях елементів РС на кожному етапі монтажу. Перевірки рівноваги РС на окремих етапах монтажу
- 2.2. Загальна перевірка рівноваги всієї рами
- 2.3. Побудова епюр внутрішніх зусиль для вантажного стану
- 2.4. Перевірка рівноваги відсічених вузлів
- 2.5. Перевірка відповідності епюр згинальних моментів та поперечних сил
- 2.6. Перевірка рівноваги всієї рами за епюрами внутрішніх зусиль

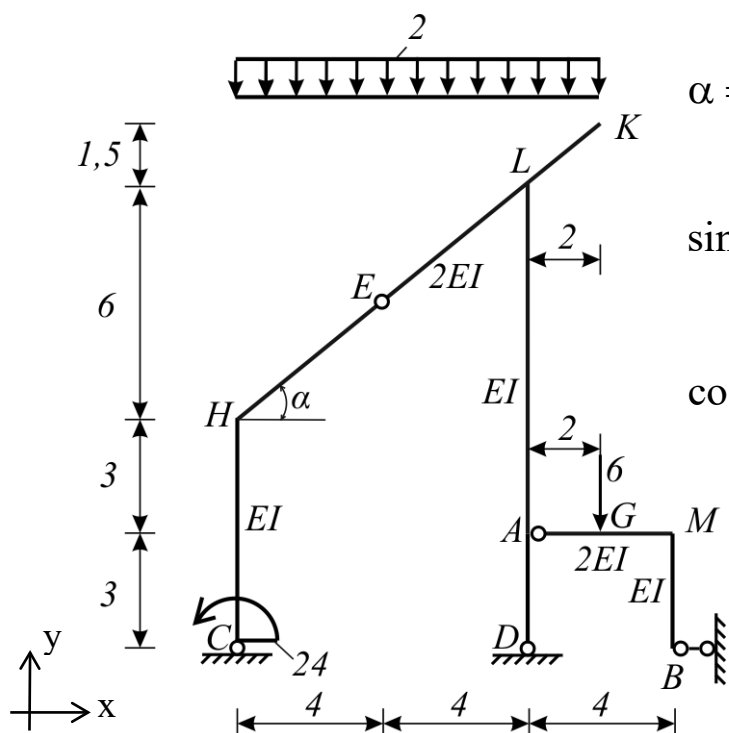
3. Обчислення шуканого переміщення

- 3.1. Вибір одиничного стану, який визначає шукане переміщення. Обчислення реакцій опор у цьому стані. Перевірка загальної рівноваги всієї рами
- 3.2. Побудова епюри згинальних моментів для одиничного стану
- 3.3. Обчислення переміщення за формулою Мора зі застосуванням правил чисельного інтегрування

ЗАДАЧА № 2

ДАНО: розрахункова схема рами.

ЗНАЙТИ: вертикальне переміщення точки В.



$$\alpha = \arctg\left(\frac{6}{8}\right) = 36,87^\circ;$$

$$\sin \alpha = \frac{6}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{6}{10} = 0,6;$$

$$\cos \alpha = \frac{8}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{8}{10} = 0,8.$$

Переміщення знаходиться за допомогою формули Мора для рами

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EI} \cdot \sum \int_0^l \bar{M}_1^i \cdot M_p^i dx.$$

1. Кінематичний аналіз. **Мета:** перевірка геометричної змінюваності (ГЗ) розрахункової схеми (РС).

1.1. Кількісний аналіз. **Мета:** перевірка необхідної умови ГЗ

РС за формулою Чебишова:

$$\Gamma = 3D + 2B - 3\Pi - 2Ш - C - 3.$$

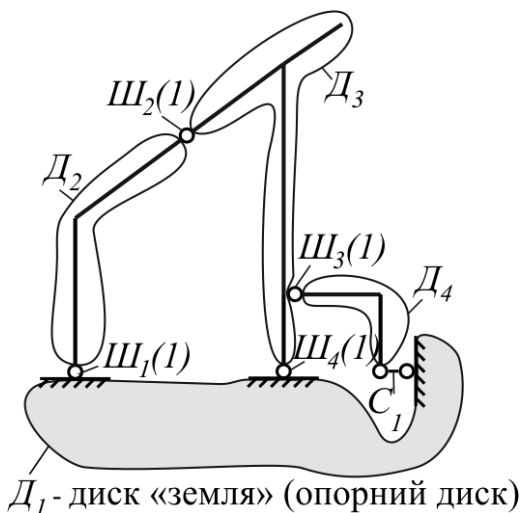
Маємо:

$$D = 4, B = 0, \Pi = 0, Ш = 4, C = 1.$$

Ступінь геометричної змінюваності:

$$\Gamma = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 4 - 1 - 3 = \\ = 12 - 12 = 0.$$

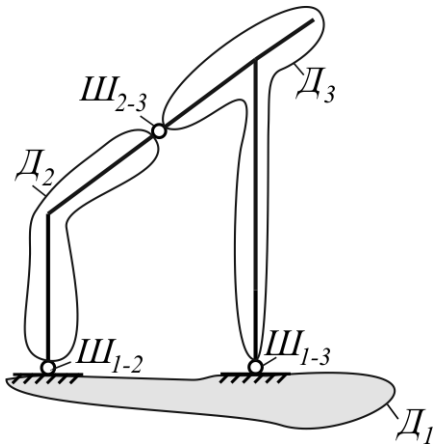
Проміжний висновок: РС може бути статично визначуваною та



геометрично незмінюваною.

1.2. Якісний аналіз. Мета: перевірка достатньої умови ГЗ РС за допомогою побудови монтажних схем.

I етап монтажу

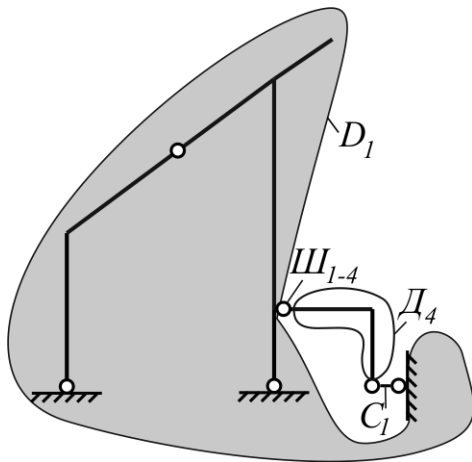


Утворюємо I «поверх» розрахункової схеми рами.

$$\frac{D_1 + D_2 + D_3}{Ш_{1-2}, Ш_{2-3}, Ш_{1-3}} \Rightarrow D_1$$

(спосіб шарнірного трикутника, три шарніри не лежать на одній прямій).

II етап монтажу



Утворюємо II «поверх» розрахункової схеми рами.

$$\frac{D_1 + D_4}{Ш_{1-4}, C_1} \Rightarrow D$$

(спосіб Полонсо, шарнір та в'язь не лежать на одній прямій).

Проміжний висновок: РС є геометрично незмінюваною.

1.3. Остаточний висновок: РС геометрично незмінювана, статично визначувана та побудована за два етапи монтажу.

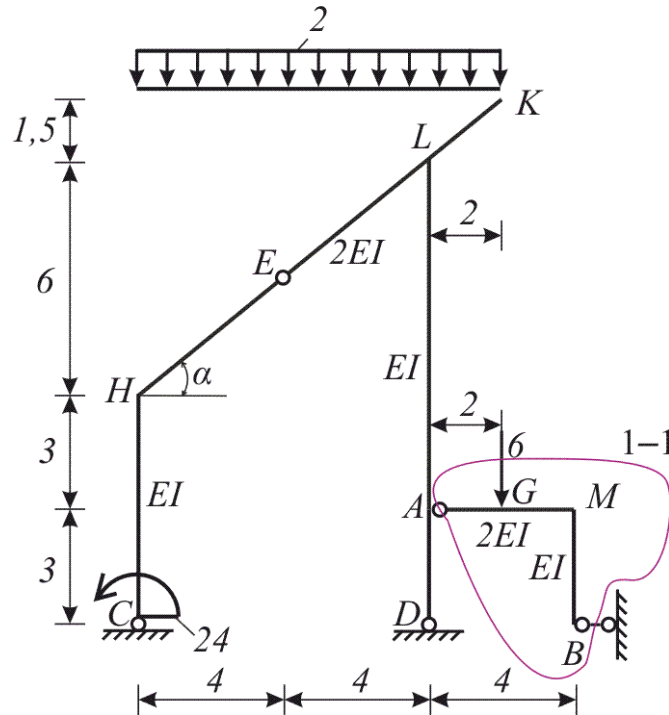
2. Статичний розрахунок рами для вантажного стану

2.1. Визначення реакцій в опорних пристроях та у з'єднаннях елементів РС на кожному етапі монтажу. Перевірки рівноваги РС на окремих етапах монтажу

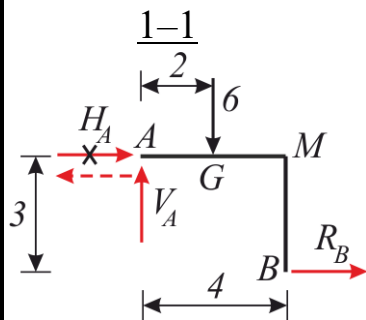
II «поверх»

Розрахунок починаємо виконувати з останнього етапу монтажу кінематичного аналізу.

Відокремлюємо фрагмент РС наскрізним замкненим перерізом 1-1, який розрізає шарнір в точці A та опорну в'язь в точці B .



Відкидаємо розрізані в'язі та замінюємо їх реакціями цих в'язей V_A , H_A , R_B , які нижче на РС показані суцільними лініями.



$$\sum F_y^{1-1} = 0, \quad V_A - 6 = 0, \quad V_A = 6.$$

$$\sum M_A^{1-1} = 0, \quad R_B \cdot 3 - 6 \cdot 2 = 0, \quad R_B = \frac{6 \cdot 2}{3} = 4.$$

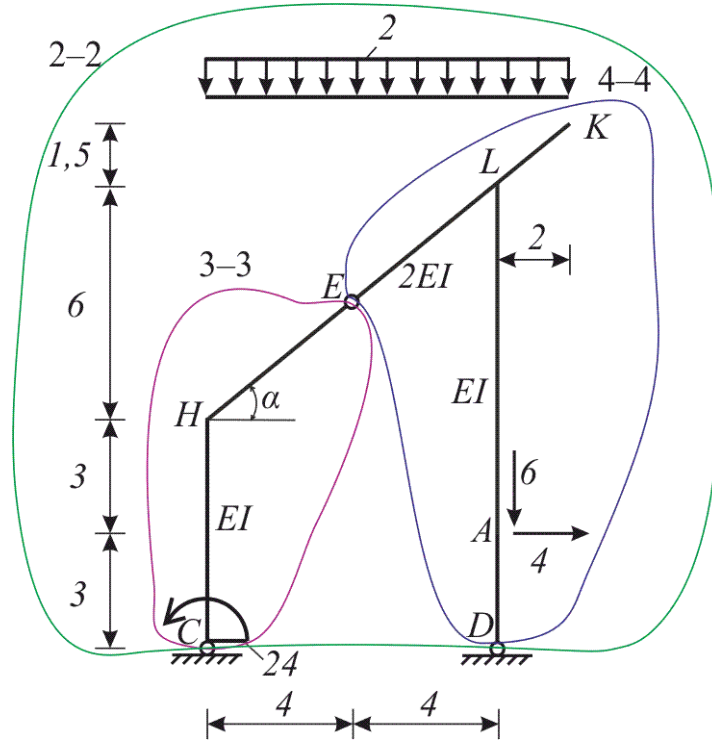
$$\sum F_x^{1-1} = 0, \quad H_A + R_B = 0, \quad H_A = -R_B = -4.$$

Змінюємо на останній РС напрямок знайденої реакції H_A на зворотній, позначивши його пунктирною лінією.

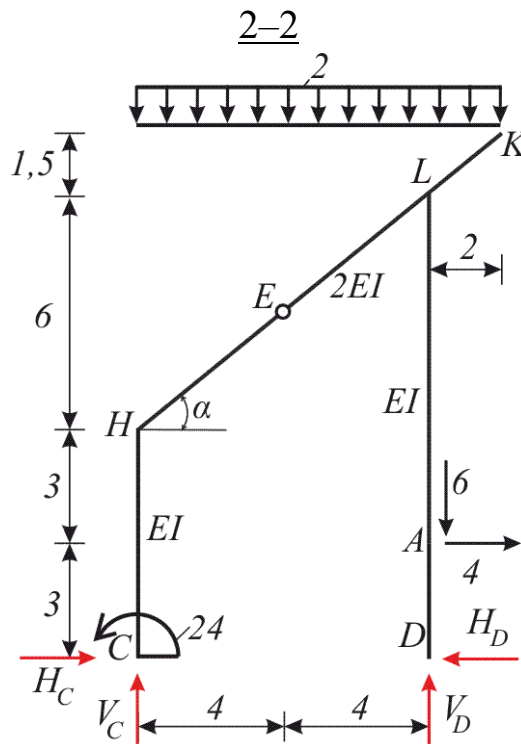
$$\text{Перевірка: } \sum M_M^{1-1} = 0, \quad 6 \cdot 4 - 6 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 24 - 24 = 0.$$

I «поверх»

Відокремлюємо три фрагменти РС наскрізними замкненими перерізами 2-2, 3-3 та 4-4, які розрізають шарніри в точках C, D, E .



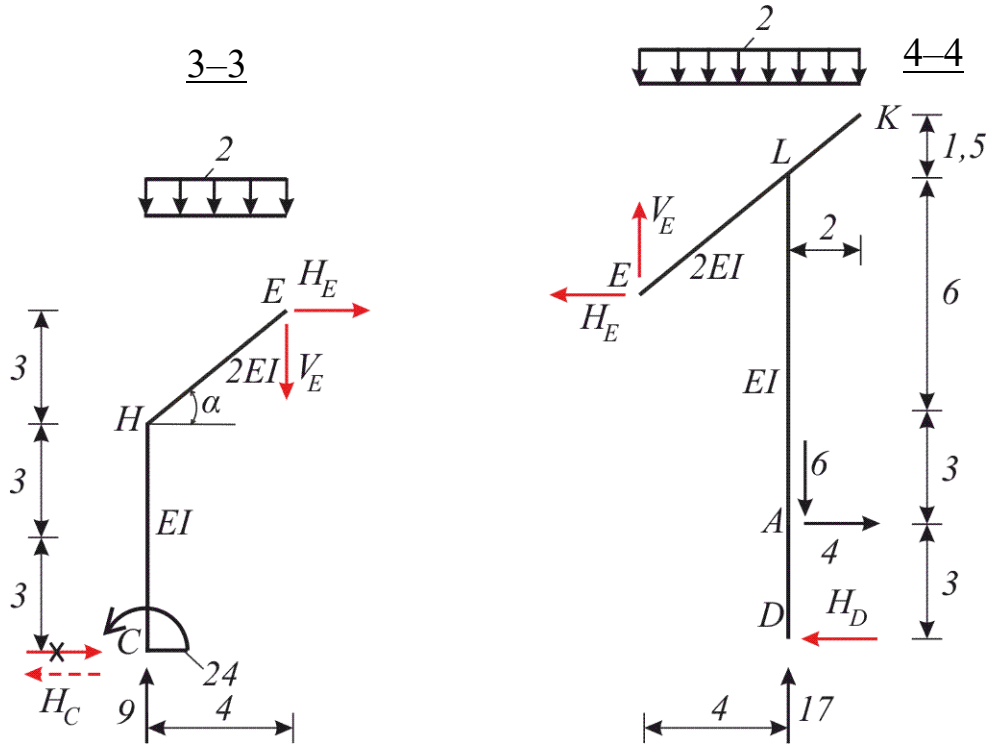
Відкидаємо розрізані в'язі та замінюємо їх реакціями цих в'язей H_C, V_C, H_D, V_D , які нижче на РС показані суцільними лініями.



$$\sum M_C^{2-2} = 0, \quad V_D \cdot 8 + 24 - 2 \cdot 10 \cdot 5 - 6 \cdot 8 - 4 \cdot 3 = 0,$$

$$V_D = \frac{-24 + 2 \cdot 10 \cdot 5 + 6 \cdot 8 + 4 \cdot 3}{8} = \frac{136}{8} = 17.$$

$$\sum M_D^{2-2} = 0, \quad V_C \cdot 8 - 2 \cdot 10 \cdot 3 + 4 \cdot 3 - 24 = 0, \quad V_C = \frac{72}{8} = 9.$$



$$\sum M_E^{3-3} = 0, \quad H_C \cdot 9 + 24 + 2 \cdot 4 \cdot 2 - 9 \cdot 4 = 0, \quad H_C = -\frac{4}{9}.$$

Змінюємо на останній РС напрямок знайденої реакції H_C на зворотній, позначивши його пунктирною лінією.

$$\sum M_E^{4-4} = 0, \quad H_D \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 3 + 6 \cdot 4 - 4 \cdot 6 - 17 \cdot 4 = 0, \quad H_D = \frac{32}{9}.$$

$$\sum F_x^{3-3} = 0, \quad H_E - H_C = 0, \quad H_E = \frac{4}{9}.$$

$$\sum F_y^{3-3} = 0, \quad V_E - 9 + 2 \cdot 4 = 0, \quad V_E = 1.$$

Перевірка:

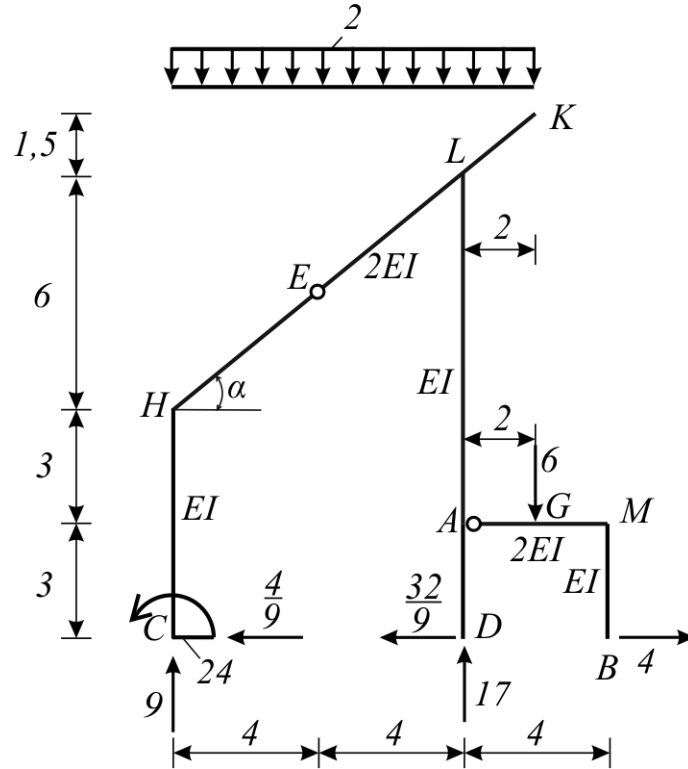
$$\sum M_K^{2-2} = 0,$$

$$V_C \cdot 10 + H_C \cdot 13,5 - 24 - 2 \cdot 10 \cdot 5 - 6 \cdot 2 - 4 \cdot 10,5 + H_D \cdot 13,5 +$$

$$+ V_D \cdot 2 = 9 \cdot 10 + \frac{4}{9} \cdot 13,5 - 24 - 2 \cdot 10 \cdot 5 - 6 \cdot 2 - 4 \cdot 10,5 + \frac{32}{9} \cdot 13,5 +$$

$$+ 17 \cdot 2 = 178 - 178 = 0.$$

2.2. Загальна перевірка рівноваги всієї рами



$$\sum M_K = 0,$$

$$9 \cdot 4 + \frac{4}{9} \cdot 9 - 24 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 6 \cdot 6 - 4 \cdot 9 - 17 \cdot 2 + \frac{32}{9} \cdot 9 =$$

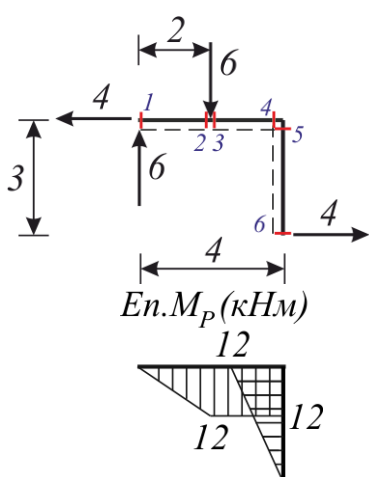
$$= 128 - 128 = 0.$$

$$\sum F_x = 0, \quad 4 - \frac{32}{9} - \frac{4}{9} = 4 - 4 = 0.$$

$$\sum F_y = 0, \quad 9 + 17 - 6 - 2 \cdot 10 = 26 - 26 = 0.$$

2.3. Побудова епюр внутрішніх зусиль для вантажного стану.

Приймаємо позначення: *Л* та *П* – ліва та права від перерізу частини ригеля, *В* та *Н* – верхня та нижня від перерізу частини ригеля.



П «поверх»

$$M_{1P} = \sum M_1^L = 0;$$

$$M_{2P} = \sum M_2^L = 6 \cdot 2 = 12;$$

$$M_{3P} = \sum M_3^L = M_{2P} = 12;$$

$$M_{4P} = \sum M_4^L = 6 \cdot 4 - 6 \cdot 2 = 12;$$

$$M_{5P} = \sum M_5^P = -4 \cdot 3 = -12;$$

$$M_{6P} = \sum M_6^{\text{II}} = 0.$$

$$Q_{1P} = \sum F_y^{\text{JI}} = 6;$$

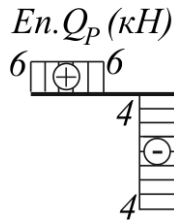
$$Q_{2P} = \sum F_y^{\text{JI}} = 6;$$

$$Q_{3P} = \sum F_y^{\text{JI}} = 6 - 6 = 0;$$

$$Q_{4P} = \sum F_y^{\text{JI}} = Q_{3P} = 0;$$

$$Q_{5P} = \sum F_x^{\text{II}} = -4;$$

$$Q_{6P} = \sum F_x^{\text{II}} = -4.$$



$$N_{1P} = \sum F_x^{\text{JI}} = 4;$$

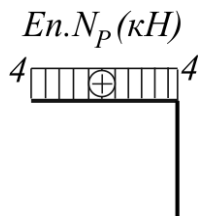
$$N_{2P} = \sum F_x^{\text{JI}} = N_{1P} = 4;$$

$$N_{3P} = \sum F_x^{\text{JI}} = N_{2P} = 4;$$

$$N_{4P} = \sum F_x^{\text{JI}} = N_{3P} = 4;$$

$$N_{5P} = \sum F_x^{\text{II}} = 0;$$

$$N_{6P} = \sum F_x^{\text{II}} = 0.$$



I «поверх»

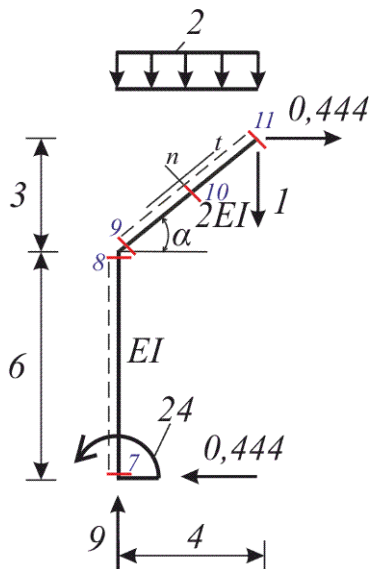
$$M_{7p} = \sum M_7^{\text{JI}} = -24;$$

$$M_{8p} = \sum M_8^{\text{JI}} = -24 + 0,444 \cdot 6 = -21,333;$$

$$M_{9p} = \sum M_9^{\text{JI}} = M_{8p} = -21,333;$$

$$M_{10p} = \sum M_{10}^{\text{II}} = 2 \cdot 2 \cdot 1 + 0,444 \cdot 1,5 + 1 \cdot 2 = 6,667;$$

$$M_{11p} = \sum M_{11}^{\text{II}} = 0.$$



$$Q_{7p} = \sum F_x^{\text{JI}} = 0,444; \quad Q_{8p} = \sum F_x^{\text{JI}} = Q_{7p} = 0,444;$$

$$Q_{9p} = \sum F_n^{\text{JI}} = 9 \cos \alpha + 0,444 \sin \alpha = 9 \cdot 0,8 + 0,444 \cdot 0,6 = 7,467;$$

$$Q_{10p} = \sum F_n^{\text{JI}} = Q_{9p} - 2 \cdot 2 \cdot \cos \alpha = 7,467 - 4 \cdot 0,8 = 4,267;$$

$$Q_{11p} = \sum F_n^{\text{II}} = 0,444 \sin \alpha + 1 \cdot \cos \alpha = 0,444 \cdot 0,6 + 1 \cdot 0,8 = 1,067.$$

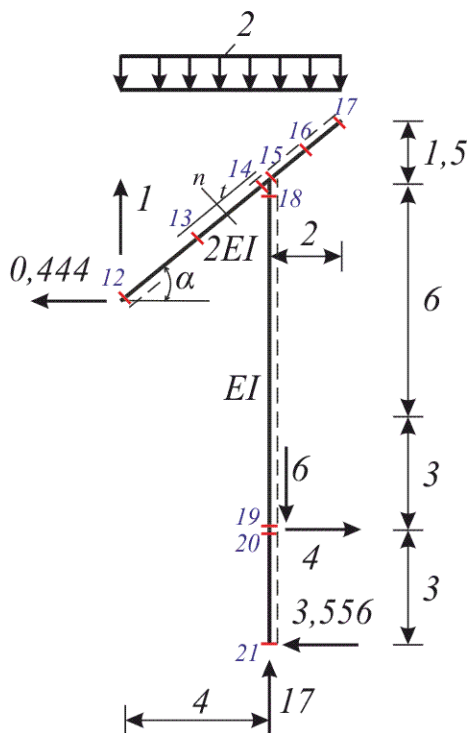
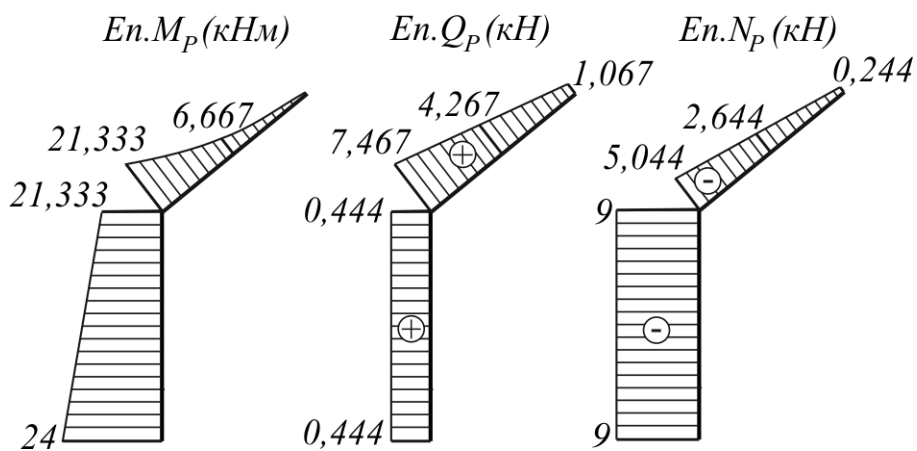
$$N_{7p} = \sum F_y^{\text{II}} = -9;$$

$$N_{8p} = \sum F_y^{\text{II}} = -9;$$

$$N_{9p} = \sum F_t^{\text{II}} = -9 \sin \alpha + 0,444 \cdot \cos \alpha = -9 \cdot 0,6 + 0,444 \cdot 0,8 = -5,044;$$

$$N_{10p} = \sum F_t^{\text{II}} = N_{9p} + 2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha = -5,044 + 4 \cdot 0,6 = -2,644;$$

$$N_{11p} = \sum F_t^{\text{II}} = 0,444 \cos \alpha - 1 \sin \alpha = 0,444 \cdot 0,8 - 1 \cdot 0,6 = -0,244.$$



$$M_{12p} = \sum M_{12}^{\text{II}} = 0;$$

$$M_{13p} = \sum M_{13}^{\text{II}} = 1 \cdot 2 + 0,444 \cdot 1,5 - 2 \cdot 2 \cdot 1 = -1,333;$$

$$M_{14p} = \sum M_{14}^{\text{II}} = 1 \cdot 4 + 0,444 \cdot 3 - 2 \cdot 4 \cdot 2 = -10,667;$$

$$M_{15p} = \sum M_{15}^{\text{II}} = -2 \cdot 2 \cdot 1 = -4;$$

$$M_{16p} = \sum M_{16}^{\text{II}} = -2 \cdot 1 \cdot 0,5 = -1;$$

$$M_{17p} = \sum M_{17}^{\text{II}} = 0;$$

$$M_{18p} = \sum M_{18}^{\text{H}} = 3,556 \cdot 12 - 4 \cdot 9 = 6,672;$$

$$M_{19p} = \sum M_{19}^{\text{H}} = 3,556 \cdot 3 = 10,668;$$

$$M_{20p} = \sum M_{20}^H = M_{19p} = 10,668;$$

$$M_{21p} = \sum M_{21}^H = 0.$$

$$Q_{12p} = \sum F_n^J = 1 \cdot \cos \alpha + 0,444 \cdot \sin \alpha = 1 \cdot 0,8 + 0,444 \cdot 0,6 = 1,067;$$

$$Q_{13p} = \sum F_n^J = 1 \cdot \cos \alpha + 0,444 \cdot \sin \alpha - 2 \cdot 2 \cos \alpha = 1,067 - 4 \cdot 0,8 = -2,133;$$

$$Q_{14p} = \sum F_n^J = 1 \cdot \cos \alpha + 0,444 \cdot \sin \alpha - 2 \cdot 4 \cos \alpha = 1,067 - 8 \cdot 0,8 = -5,333;$$

$$Q_{15p} = \sum F_n^H = 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 0,8 = 3,2;$$

$$Q_{16p} = \sum F_n^H = 2 \cdot 1 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot 0,8 = 1,6;$$

$$Q_{17p} = \sum F_n^H = 0;$$

$$Q_{18p} = \sum F_x^H = 3,556 - 4 = -0,444;$$

$$Q_{19p} = \sum F_x^H = Q_{18p} = -0,444;$$

$$Q_{20p} = \sum F_x^H = 3,556;$$

$$Q_{21p} = \sum F_x^H = 3,556.$$

$$N_{12p} = \sum F_t^J = 0,444 \cdot \cos \alpha - 1 \cdot \sin \alpha = 0,444 \cdot 0,8 - 1 \cdot 0,6 = -0,244;$$

$$N_{13p} = \sum F_t^J = N_{12p} + 2 \cdot 2 \sin \alpha = -0,244 + 4 \cdot 0,6 = 2,156;$$

$$N_{14p} = \sum F_t^J = N_{12p} + 2 \cdot 4 \sin \alpha = -0,244 + 8 \cdot 0,6 = 4,556;$$

$$N_{15p} = \sum F_t^H = -2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha = -4 \cdot 0,6 = -2,4;$$

$$N_{16p} = \sum F_t^H = -2 \cdot 1 \cdot \sin \alpha = -2 \cdot 0,6 = -1,2;$$

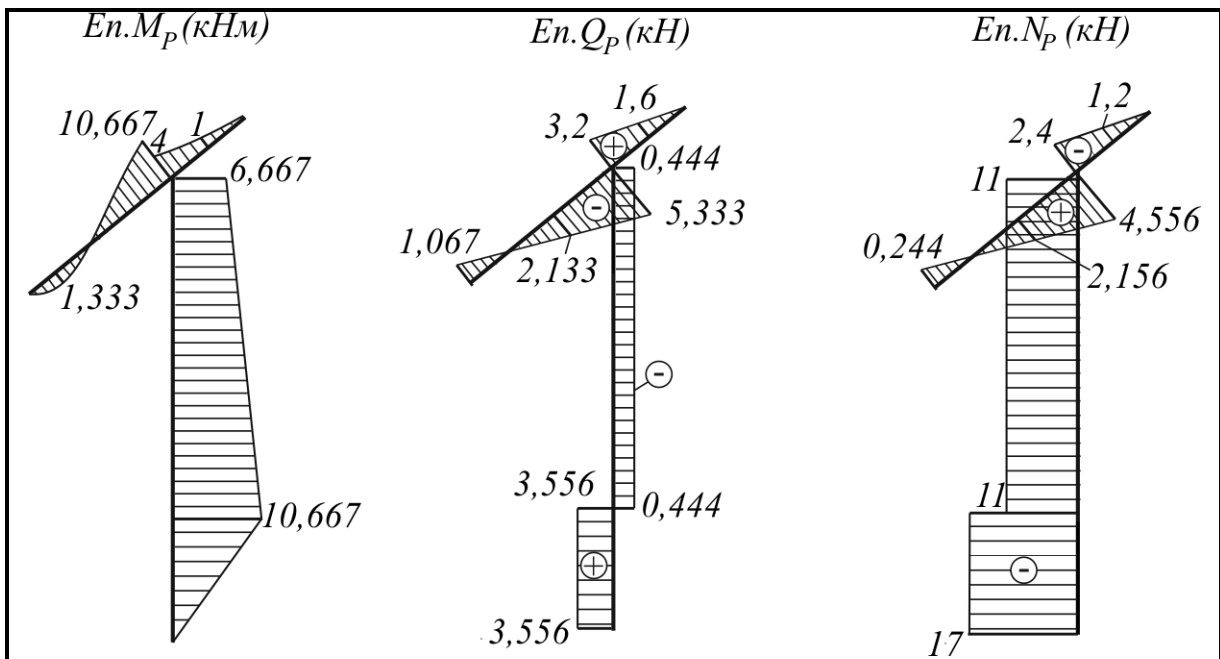
$$N_{17p} = \sum F_t^H = 0;$$

$$N_{18p} = \sum F_y^H = 6 - 17 = -11;$$

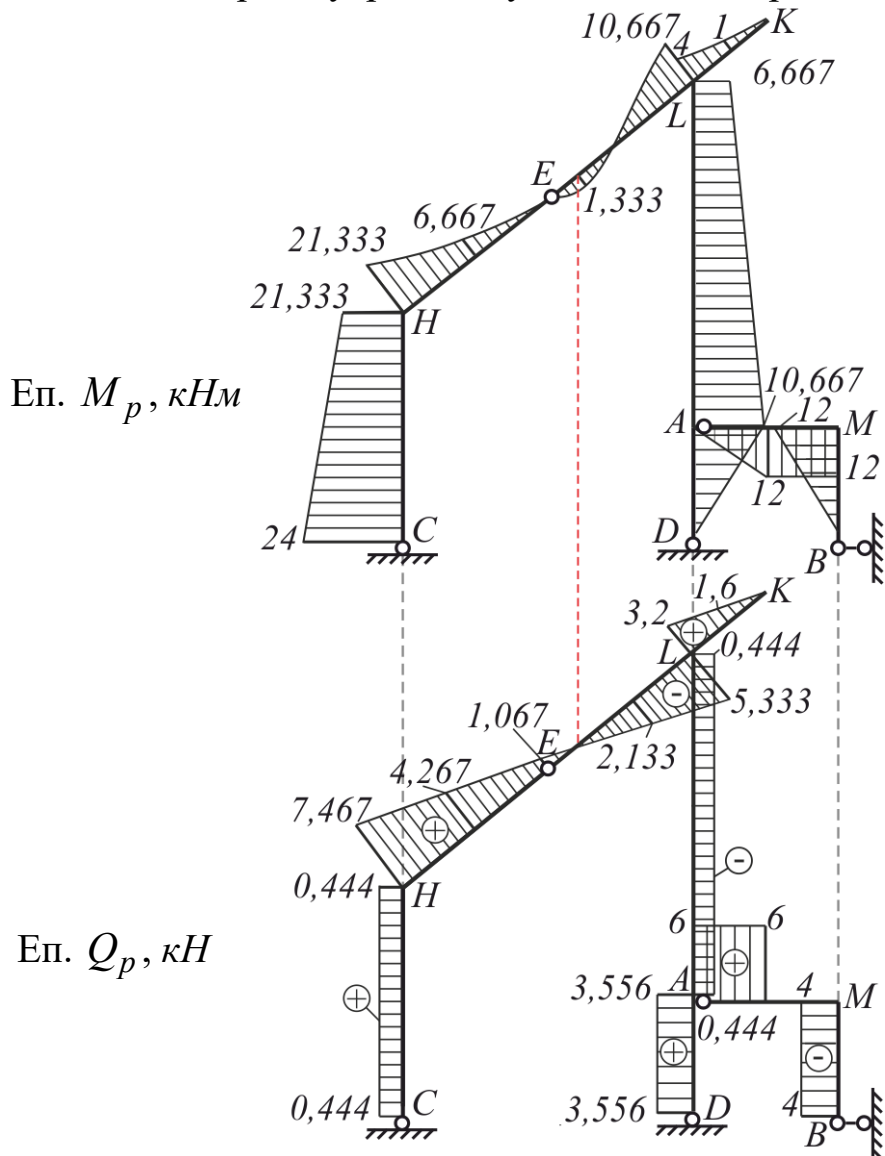
$$N_{19p} = \sum F_y^H = N_{18p} = -11;$$

$$N_{20p} = \sum F_y^H = -17;$$

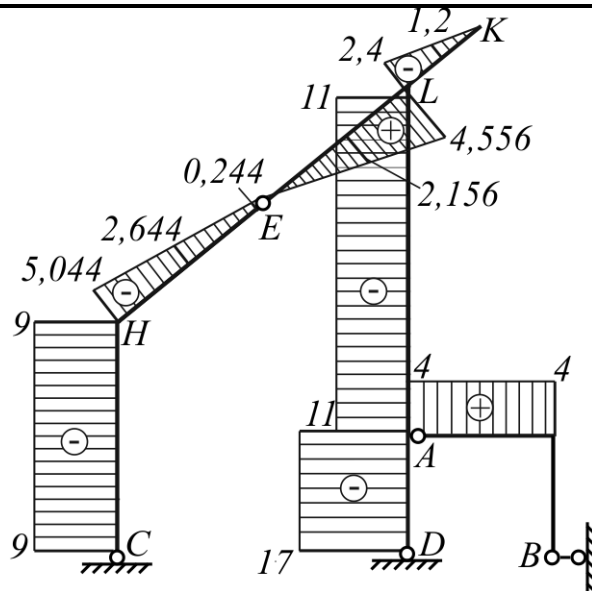
$$N_{21p} = \sum F_y^H = N_{20p} = -17.$$



Отже, епюри внутрішніх зусиль для всієї рами мають вигляд:



Еп. $N_p, \text{кН}$



2.4. Перевірка рівноваги відсічених вузлів

Вузол M

$$\sum F_x^M = 0, \quad 4 - 4 = 0.$$

$$\sum F_y^M = 0, \quad 0 = 0.$$

$$\sum M_M = 0, \quad 12 - 12 = 0.$$

Вузол A

$$\sum F_x^A = 0, \quad 4 - 3,556 - 0,444 = 4 - 4 = 0.$$

$$\sum F_y^A = 0, \quad 17 - 11 - 6 = 17 - 17 = 0.$$

$$\sum M_A = 0, \quad 10,667 - 10,667 = 0.$$

Вузол H

$$\sum F_x^H = 0,$$

$$7,467 \cdot \sin \alpha - 5,044 \cdot \cos \alpha - 0,444 =$$

$$= 7,467 \cdot 0,6 - 5,044 \cdot 0,8 - 0,444 =$$

$$= 4,480 - 4,479 = 0,001 \approx 0.$$

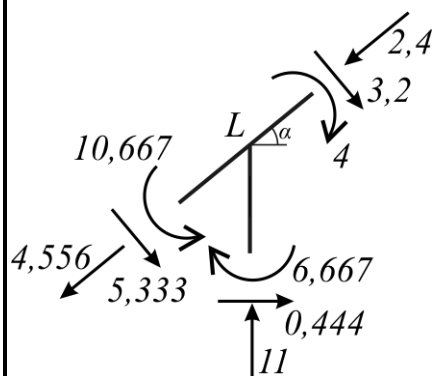
$$\sum F_y^H = 0,$$

$$9 - 5,044 \cdot \sin \alpha - 7,467 \cdot \cos \alpha = 9 - 5,044 \times$$

$$\times 0,6 - 7,467 \cdot 0,8 = 9 - 3,026 - 5,974 = 9 - 9 = 0.$$

$$\sum M_H = 0, \quad 21,333 - 21,333 = 0.$$

Вузол L



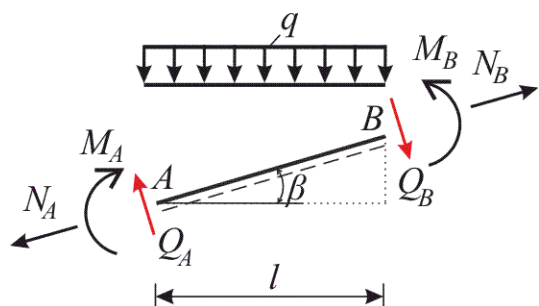
$$\begin{aligned} \sum F_x^L = 0, \quad & 0,444 - (2,4 + 4,556) \cdot \cos \alpha + \\ & + (5,333 + 3,2) \cdot \sin \alpha = 0,444 - 6,956 \times \\ & \times 0,8 + 8,533 \cdot 0,6 = 5,564 - 5,565 = \\ & = -0,001 \approx 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y^L = 0, \quad & 11 - (4,556 + 2,4) \cdot \sin \alpha + \\ & + (5,333 + 3,2) \cdot \cos \alpha = 11 - 6,956 \times \\ & \times 0,6 + 8,533 \cdot 0,8 = 11 - 11 = 0. \end{aligned}$$

$$\sum M_L = 0, \quad 10,667 - 4 - 6,667 = 10,667 - 10,667 = 0.$$

2.5. Перевірка відповідності епюр згинаючих моментів та поперечних сил

Перевірка відповідності епюри поперечних сил епюрі згинаючих моментів може виконуватися за формулою:



$$Q_{A(B)} = \left(\frac{M_B - M_A}{l} \pm \frac{ql}{2} \right) \cdot \cos \beta$$

Ділянка CH ($q=0$, за формулою):

$$Q_C = Q_H = \frac{-21,333 - (-24)}{6} = 0,444.$$

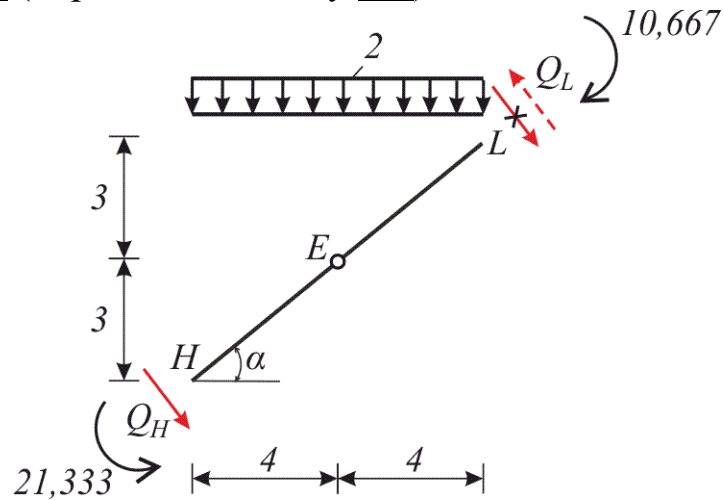
Ділянка HL ($q=2$):

І спосіб (за формулою):

$$Q_H = \left(\frac{-10,667 - (-21,333)}{8} + \frac{2 \cdot 8}{2} \right) \cdot 0,8 = (1,333 + 8) \cdot 0,8 = 7,467;$$

$$Q_L = (1,333 - 8) \cdot 0,8 = -5,333.$$

II спосіб (вирізаючи ділянку **HL**):



$$\sum M_H = 0,$$

$$Q_L \cdot 8 \cdot \sin \alpha + Q_L \cdot 6 \cdot \cos \alpha + 2 \cdot 8 \cdot 4 + 10,667 - 21,333 = 0,$$

$$Q_L \cdot (8 \cdot 0,8 + 6 \cdot 0,6) + 2 \cdot 8 \cdot 4 + 10,667 - 21,333 = 0,$$

$$Q_L = \frac{-2 \cdot 8 \cdot 4 - 10,667 + 21,333}{10} = -5,333;$$

$$\sum M_L = 0,$$

$$-Q_H \cdot 8 \cdot \sin \alpha - Q_H \cdot 6 \cdot \cos \alpha - 2 \cdot 8 \cdot 4 + 10,667 - 21,333 = 0,$$

$$-Q_H \cdot (8 \cdot 0,8 + 6 \cdot 0,6) - 2 \cdot 8 \cdot 4 + 10,667 - 21,333 = 0,$$

$$Q_H = \frac{-2 \cdot 8 \cdot 4 + 10,667 - 21,333}{10} = -7,467.$$

Ділянка **LK** ($q=2$, за формулою):

$$Q_L = \left(\frac{0 - (-4)}{2} + \frac{2 \cdot 2}{2} \right) \cdot 0,8 = (2 + 2) \cdot 0,8 = 3,2;$$

$$Q_K = (2 - 2) \cdot 0,8 = 0.$$

Ділянка **LA** ($q=0$, за формулою):

$$Q_L = \frac{-10,667 - (-6,667)}{9} = -0,444;$$

$$Q_A = Q_L = -0,444.$$

Ділянка **AD** ($q=0$, за формулою):

$$Q_A = Q_D = \frac{0 - (-10,667)}{3} = 3,556.$$

Ділянка **AG** ($q=0$, за формулою):

$$Q_A = Q_G = \frac{12 - 0}{2} = 6.$$

Ділянка **GM** ($q=0$, за формулою):

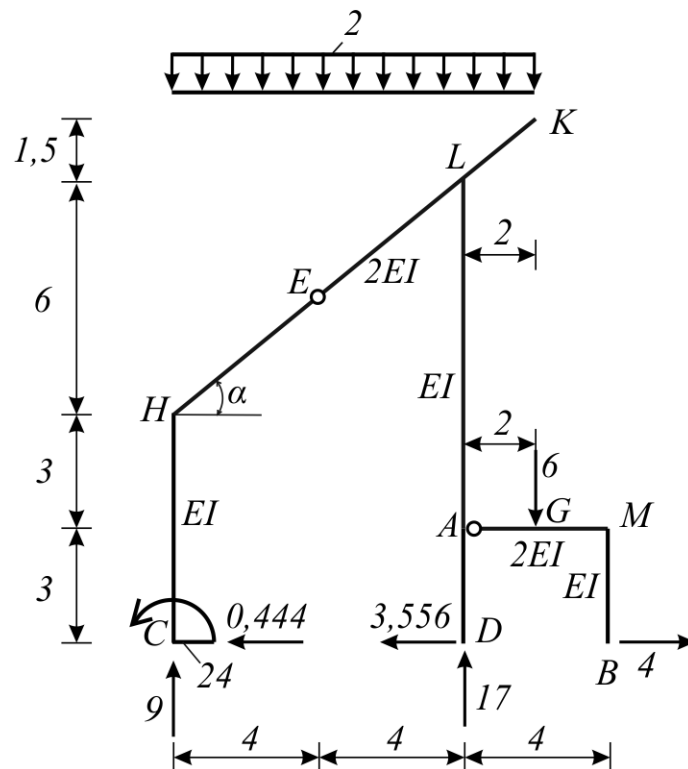
$$Q_G = Q_M = \frac{12 - 12}{2} = 0.$$

Ділянка **MB** ($q=0$, за формулою):

$$Q_M = Q_B = \frac{0 - 12}{3} = -4.$$

2.6. Перевірка рівноваги всієї рами за епюрами внутрішніх зусиль

Опорні реакції беремо з епюр внутрішніх зусиль.



$$\sum M_E = 0, \quad 9 \cdot 4 + 0,444 \cdot 9 - 24 + 2 \cdot 10 \cdot 1 + 6 \cdot 6 - 4 \cdot 9 - 17 \cdot 4 + 3,556 \cdot 9 = 128 - 128 = 0.$$

$$\sum F_x = 0, \quad 4 - 0,444 - 3,556 = 4 - 4 = 0.$$

$$\sum F_y = 0, \quad 9 + 17 - 6 - 2 \cdot 10 = 26 - 26 = 0.$$

3. Обчислення шуканого переміщення

3.1. Вибір одиничного стану, який визначає шукане переміщення. Обчислення реакцій опор у цьому стані. Перевірка загальної рівноваги всієї рами

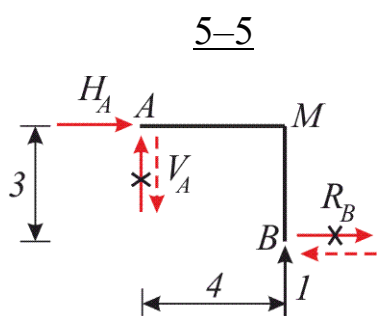
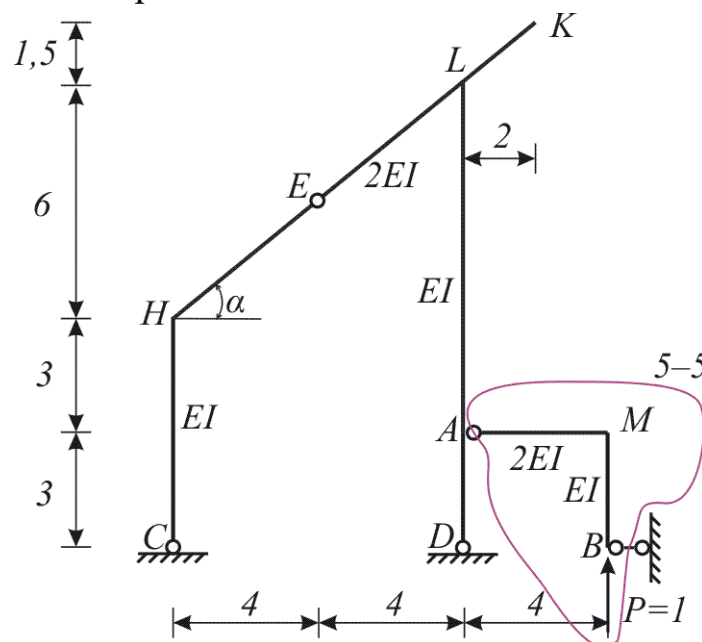
Вибираємо одиничний або допоміжний стан у заданій рамі, для якого відкидаємо зовнішні навантаження і прикладаємо у точці B одиничну силу P , яка відповідає шуканому переміщенню, тобто вертикальному переміщенню точки B .

Обчислимо реакції опор в утвореній рамі.

II «поверх»

Розрахунок починаємо робити з останнього етапу монтажу кінематичного аналізу.

Відокремлюємо фрагмент II «поверху» РС наскрізним перерізом 5–5, який розрізає опорні в'язі.



$$\sum F_y^{5-5} = 0, \quad P + V_A = 0, \quad V_A = -1.$$

$$\sum M_A^{5-5} = 0, \quad R_B \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 0,$$

$$R_B = -\frac{4}{3} = -1,333.$$

$$\sum F_x^{5-5} = 0, \quad H_A - R_B = 0, \quad H_A = R_B = 1,333.$$

Відповідно до розрахунку на останній РС, закресливши вихідний варіант, коригуємо реакції, що отримані з від'ємним знаком, позначивши їх пунктирними лініями.

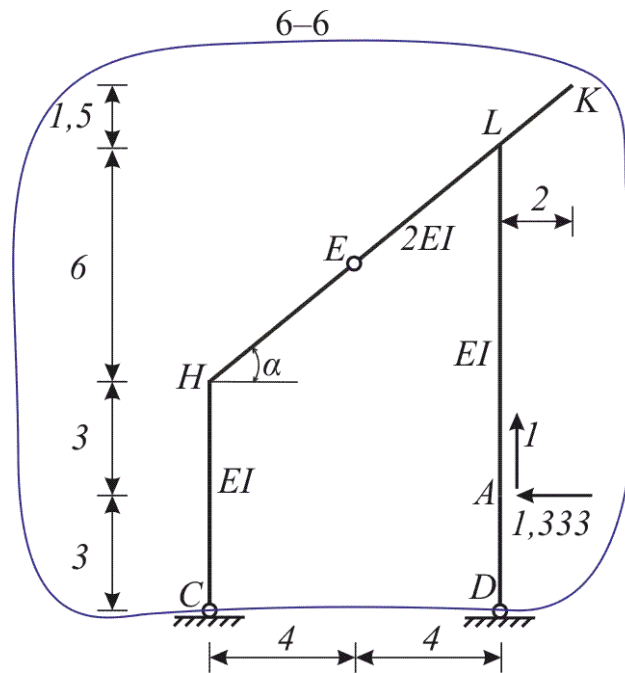
Перевірка:

$$\sum M_M^{5-5} = 0,$$

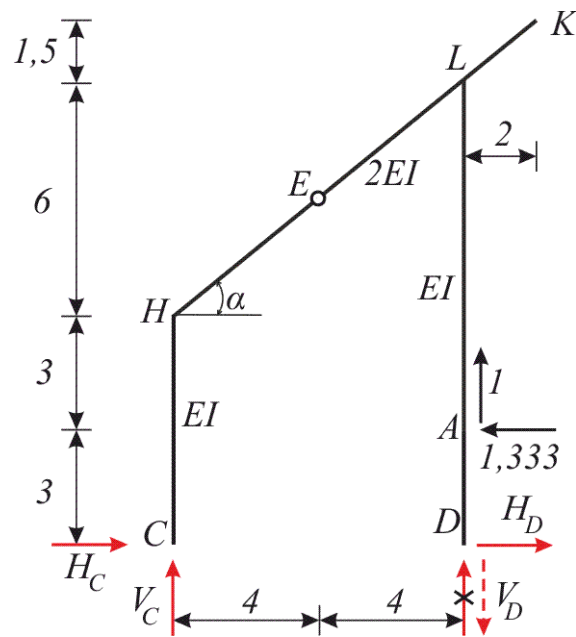
$$R_B \cdot 3 - V_A \cdot 4 = 1,333 \cdot 3 - 1 \cdot 4 = 3,999 - 4 = 0,001 \approx 0.$$

I «поверх»

Відокремлюємо фрагмент I «поверху» РС наскрізними перерізом 6-6, який розрізає опорні в'язі.



6-6



$$\sum M_C^{6-6} = 0, \quad V_D \cdot 8 + 1 \cdot 8 + 1,333 \cdot 3 = 0, \quad V_D = -\frac{11,999}{8} = -1,5.$$

$$\sum M_D^{6-6} = 0, \quad V_C \cdot 8 - 1,333 \cdot 3 = 0, \quad V_C = \frac{3,999}{8} = 0,5.$$

$$\sum M_E^{6-6, II} = 0, \quad H_C \cdot 9 - V_C \cdot 4 = 0, \quad H_C = \frac{0,5 \cdot 4}{9} = 0,222.$$

$$\sum F_x^{6-6} = 0, \quad H_D + H_C - 1,333 = 0,$$

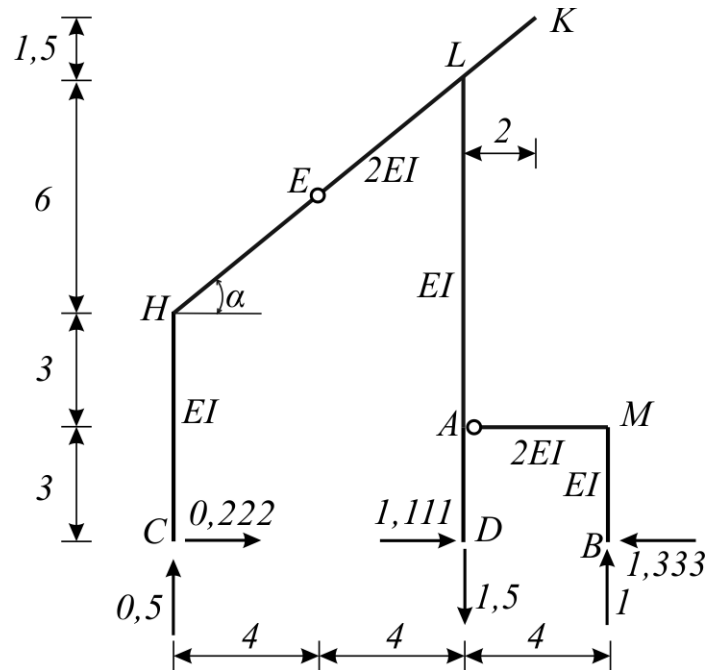
$$H_D = -0,222 + 1,333 = 1,111.$$

Перевірка:

$$\sum M_K^{6-6} = 0,$$

$$\begin{aligned} & V_C \cdot 10 - H_C \cdot 13,5 + 1 \cdot 2 + 1,333 \cdot 10,5 - H_D \cdot 13,5 - V_D \cdot 2 = \\ & = 0,5 \cdot 10 - 0,222 \cdot 13,5 + 1 \cdot 2 + 1,333 \cdot 10,5 - 1,111 \cdot 13,5 - 1,5 \cdot 2 = \\ & = 21 - 21 = 0. \end{aligned}$$

Загальна перевірка рівноваги всієї рами



$$\sum M_K = 0,$$

$$0,5 \cdot 10 - 0,222 \cdot 13,5 - 1,111 \cdot 13,5 - 1,5 \cdot 2 -$$

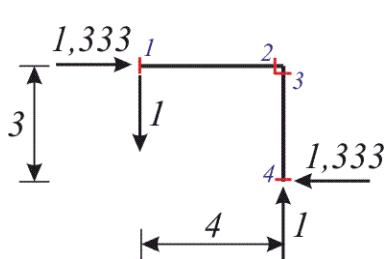
$$- 1 \cdot 2 + 1,333 \cdot 13,5 = 22,995 - 22,995 = 0.$$

$$\sum F_x = 0, \quad 0,222 + 1,111 - 1,333 = 1,333 - 1,333 = 0.$$

$$\sum F_y = 0, \quad 0,5 - 1,5 + 1 = 1,5 - 1,5 = 0.$$

3.2. Побудова епюри згинаючих моментів для одиничного стану

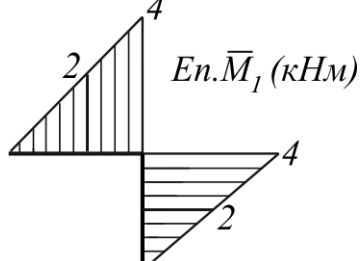
II «поверх»



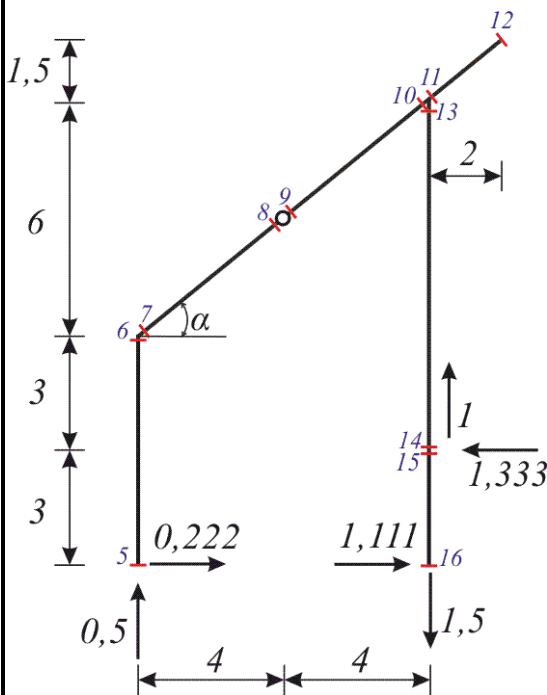
$$\bar{M}_{1P} = \sum \bar{M}_1^{II} = 0;$$

$$\bar{M}_{2P} = \sum \bar{M}_2^{II} = -1 \cdot 4 = -4;$$

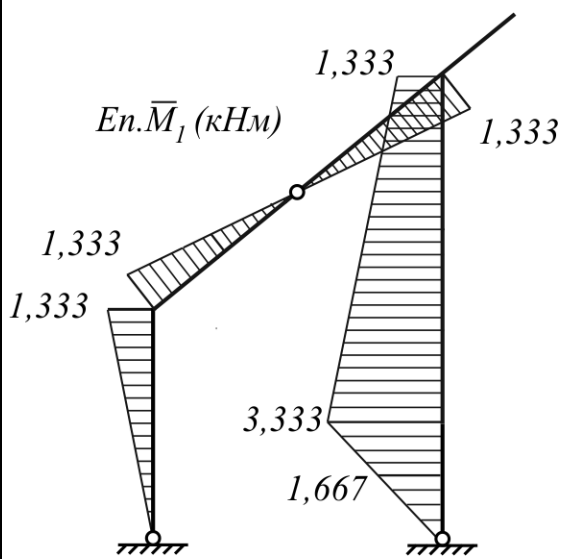
$$\bar{M}_{3P} = \bar{M}_{2P}; \quad \bar{M}_{4P} = \sum M_4^{II} = 0.$$



I «поверх»

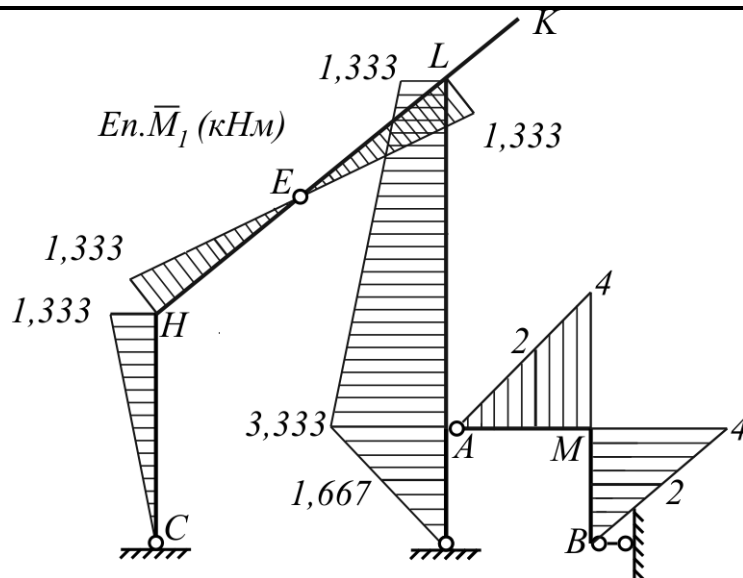


$$\begin{aligned} \bar{M}_{5p} &= \sum \bar{M}_5^{JI} = 0; \\ \bar{M}_{6p} &= \sum \bar{M}_6^{JI} = -0,222 \cdot 6 = -1,333; \\ \bar{M}_{7p} &= \sum \bar{M}_7^{JI} = \bar{M}_{6p} = -1,333; \\ \bar{M}_{8p} &= \sum \bar{M}_8^{JI} = -0,222 \cdot 9 + 0,5 \cdot 4 = 0; \\ \bar{M}_{9p} &= \sum \bar{M}_9^{JI} = \bar{M}_{8p} = 0; \\ \bar{M}_{10p} &= \sum \bar{M}_{10}^{JI} = -0,222 \cdot 12 + \\ &+ 0,5 \cdot 8 = -1,333; \\ \bar{M}_{12p} &= \sum \bar{M}_{12}^{II} = 0; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \bar{M}_{11p} &= \sum \bar{M}_{11}^{II} = 0; \\ \bar{M}_{16p} &= \sum \bar{M}_{16}^{II} = 0; \\ \bar{M}_{15p} &= \sum \bar{M}_{15}^{II} = -1,111 \cdot 3 = -3,333; \\ \bar{M}_{14p} &= \sum \bar{M}_{14}^{II} = \bar{M}_{15p} = -3,333; \\ \bar{M}_{13p} &= \sum \bar{M}_{13}^{II} = -1,111 \cdot 12 + \\ &+ 1,333 \cdot 9 = -1,333. \end{aligned}$$

Отже, епюра згинальних моментів для всієї рами має вигляд:



3.3. Обчислення шуканого переміщення за формулою Мора зі застосуванням правил чисельного інтегрування

Обчислимо переміщення за формулою Мора

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EI} \cdot \sum \int_0^l \bar{M}_1^i \cdot M_P^i dx$$

Інтегрування здійснюється за допомогою

двох способів:

- формула для способу Сімпсона – Корноухова:

$$\Delta_{1P} = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{6E_i I_i} \cdot \left(\bar{M}_1^{A_i} \cdot M_P^{A_i} + 4 \cdot \bar{M}_1^{B_i} \cdot M_P^{B_i} + \bar{M}_1^{C_i} \cdot M_P^{C_i} \right)$$

- формула для способу Верещагіна:

$$\Delta_{1P} = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{E_i I_i} \cdot \omega_p \cdot \bar{M}_0^1$$

Інтегрування будемо виконувати по 7 ділянкам: *CH*, *HL*, *LA*, *AD*, *AG*, *GM*, *MB*. (На кожній ділянці для прикладу інтегрування виконується способом Сімпсона – Корноухова і способом Верещагіна).

$$\Delta_{1P} = \Delta_{1P}^{CH} + \Delta_{1P}^{HL} + \Delta_{1P}^{LA} + \Delta_{1P}^{AD} + \Delta_{1P}^{AG} + \Delta_{1P}^{GM} + \Delta_{1P}^{MB} = \sum_{i=1}^n \Delta_{1P}^i$$

Обчислення шуканого переміщення за допомогою формули Сімпсона – Корноухова:

$$\Delta_{1P}^1 = \Delta_{1P}^{CH} = \frac{6}{6EI} \cdot \left(0 \cdot 24 + 4 \cdot \frac{4}{6} \cdot 22,667 + \frac{4}{3} \cdot 21,333 \right) = 88,888 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^2 = \Delta_{1P}^{HL} = \frac{10}{6 \cdot 2EI} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot 21,333 + 4 \cdot 0 \cdot 0 - \frac{4}{3} \cdot 10,667 \right) = 11,852 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^3 = \Delta_{1P}^{LA} = -\frac{9}{6EI} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot 6,667 + 4 \cdot \frac{7}{3} \cdot 8,667 + \frac{10}{3} \cdot 10,667 \right) = -188,006 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^4 = \Delta_{1P}^{AD} = -\frac{3}{6EI} \cdot \left(\frac{10}{3} \cdot 10,667 + 4 \cdot \frac{5}{3} \cdot 5,333 + 0 \cdot 0 \right) = -35,554 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^5 = \Delta_{1P}^{AG} = -\frac{2}{6 \cdot 2EI} \cdot (0 \cdot 0 + 4 \cdot 6 \cdot 1 + 12 \cdot 2) = -8 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^6 = \Delta_{1P}^{GM} = -\frac{2}{6 \cdot 2EI} \cdot (2 \cdot 12 + 4 \cdot 3 \cdot 12 + 4 \cdot 12) = -36 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^7 = \Delta_{1P}^{MB} = -\frac{3}{6EI} \cdot (4 \cdot 12 + 4 \cdot 2 \cdot 6 + 0 \cdot 0) = -48 \frac{1}{EI}.$$

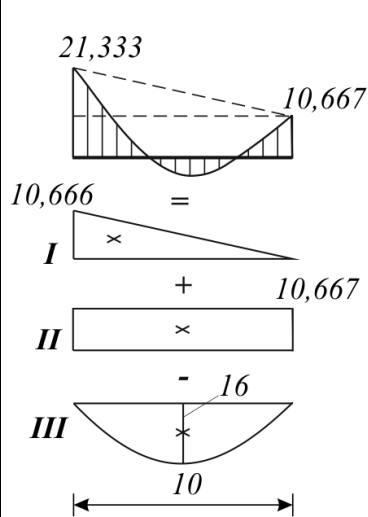
Отже:

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= (88,888 + 11,852 - 188,006 - 35,554 - 8 - 36 - 48) \cdot \frac{1}{EI} = \\ &= -214,820 \frac{1}{EI}. \end{aligned}$$

Обчислення шуканого переміщення за допомогою формули

Верещагіна:

$$\Delta_{1P}^1 = \Delta_{1P}^{CH} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{4}{3} \cdot 6 \cdot 0,5 \cdot \left(21,333 + \frac{1}{3} \cdot (24 - 21,333) \right) = 88,888 \frac{1}{EI};$$



$$\Delta_{1P}^2 = \Delta_{1P}^{HL} = \frac{1}{2EI} \cdot (\omega_I \cdot M_0^I + \omega_{II} \cdot M_0^{II} + \omega_{III} \cdot M_0^{III}) = \frac{1}{2EI} \cdot \omega_I \cdot M_0^I;$$

так як $M_0^{II} = M_0^{III} = 0$, тоді

$$\Delta_{1P}^2 = \Delta_{1P}^{HL} = \frac{1}{2EI} \cdot 10,666 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} = 11,851 \cdot \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^3 = \Delta_{1P}^{LA} = \frac{1}{EI} \cdot (\omega_I \cdot M_0^I + \omega_{II} \cdot M_0^{II}) = -\frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot 9 \cdot 8,667 + 2 \cdot 9 \cdot 0,5 \times \left(\frac{2}{3} \cdot 4 + 6,667 \right) \right) = -188,007;$$

$$\Delta_{1P}^4 = \Delta_{1P}^{AD} = -\frac{1}{EI} \cdot 10,667 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{3} = -35,556 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^5 = \Delta_{1P}^{AG} = -\frac{1}{2EI} \cdot 12 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = -8 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^6 = \Delta_{1P}^{GM} = -\frac{1}{2EI} \cdot \frac{(2+4)}{2} \cdot 2 \cdot 12 = -36 \frac{1}{EI};$$

$$\Delta_{1P}^7 = \Delta_{1P}^{MB} = -\frac{1}{EI} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = -48 \frac{1}{EI};$$

Отже:

$$\Delta_{1P} = (88,888 + 11,851 - 188,007 - 35,556 - 8 - 36 - 48) \cdot \frac{1}{EI} = -214,824 \frac{1}{EI}.$$

Навчально-методичне видання

ОБЧИСЛЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ В СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНИХ СИСТЕМАХ

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічної роботи
з будівельної механіки для студентів, які навчаються
за напрямом підготовки 6.060101 «Будівництво»

Укладачі: Козовенко Анатолій Макарович
Максим'юк Юрій Всеволодович,
Міщенко Оксана Олександрівна.

Редагування та коректура *В. С. Ясінської*