

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

**КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ**  
**І ОБЧИСЛЕННЯ РЕАКЦІЙ У В'ЯЗЯХ**

**Індивідуальні завдання і методичні вказівки**  
**до виконання розрахунково-графічної роботи**  
**для студентів спеціальності 7.06010101**  
**“Промислове і цивільне будівництво”**

Всі цитати, цифровий та фактичний  
матеріал, бібліографічні відомості  
перевірені. Написання одиниць  
відповідає стандартам.

**Автори:**

Голова методичної комісії спеціальності  
ПЦБ

---

---

Начальник навчально-методичного відділу  
університету

---

---

**Київ 2015**

УДК 624.04

ББК 38.112

К41

Укладачі: О.В. Шишов, канд. техн. наук, професор

О.Г. Свешніков, доцент

Рецензент А.Д. Легостаєв, канд. техн. наук, доцент

Відповідальний за випуск: М.В. Гончаренко, доцент  
кафедри будівельної механіки, канд. техн. наук, доцент

Затверджено на засіданні кафедри будівельної механіки,  
протокол № 1 від 31 серпня 2015 року

**Кінематичний** аналіз і обчислення реакцій у в'язях:  
К41 індивідуальні завдання і методичні вказівки до виконання  
розрахунково-графічної роботи з будівельної механіки  
уклад.: О.В. Шишов, О.Г. Свешніков – К.:КНУБА, 2015. –  
40 с.

Наведено розрахункові схеми диско-стержневих і  
стержневих систем та короткі методичні вказівки з  
кінематичного аналізу означених схем.

Призначено для студентів спеціальності 7.06010101  
“Промислове і цивільне будівництво” для практичного  
використання при виконанні розрахунково-графічної роботи з  
будівельної механіки.

## ЗМІСТ

1. Загальні положення .....	4
2. Задача кінематичного аналізу споруд .....	4
3. Кількісний етап кінематичного аналізу .....	4
4. Якісний етап кінематичного аналізу .....	5
5. Завдання до розрахунково-графічних робіт.....	9
6. Список літератури .....	39

## 1. Загальні положення

Методичні рекомендації є допоміжним навчальним матеріалом при виконанні студентами розрахунково-графічних вправ з різних розділів будівельної механіки: кінематичний аналіз, статика, стійкість і динаміка споруд. Під терміном “споруда” слід розуміти механічну систему твердих тіл різної структури і форми, пов’язаних між собою і з опорною поверхнею для раціонального виконання тих функцій, для яких призначається ця споруда по задуму її творців – інженерів.

Розділ “Кінематичний аналіз споруд” в курсі будівельної механіки, що викладається в Київському національному університеті будівництва і архітектури (КНУБА), виступає не лише як окрема задача, а й значною мірою доповнює методи та послідовність розв’язування задач на міцність, жорсткість, стійкість споруд та їх динамічну поведінку.

## 2. Задача кінематичного аналізу споруд

Всі розрахункові схеми споруд складаються з сукупності об’єктів (дисків і матеріальних точок, або вузлів). Кожний з них має певну кількість ступенів свободи. З’єднувальні пристрої обмежують взаємні переміщення складових об’єктів, усуваючи певну кількість ступенів свободи. При будь-яких зовнішніх діях розрахункові схеми повинні зберігати свою первинну форму і положення, тобто бути геометрично незмінюваними. Натомість, системи які допускають взаємні переміщення між окремими елементами, деформаціями яких нехтують, називають геометрично змінюваними (якщо переміщення мають скінченні величини) або миттєво змінюваними (якщо переміщення мають нескінченно малу величину). Дослідження споруди з точки зору геометричної змінюваності є задачею кінематичного аналізу. Кінематичний аналіз зазвичай має три етапи: кількісний, якісний, висновок.

## 3. Кількісний етап кінематичного аналізу

При виконанні першого етапу визначається кількісна характеристика геометричної змінюваності – ступінь змінюваності, яка характеризує кількість незалежних геометричних параметрів, які визначають положення

елементів стосовно один до одного, а також по відношенню до основи. Ступінь змінюваності обчислюється за формулою Чебишова:

$$G = 3D + 2B - 3P - 2Ш - C - 3.$$

Тут  $D$  – кількість простих дисків, тобто завідомо геометрично незмінюваних елементів або фрагментів споруди;  $C$  – кількість кінематичних в'язей;  $B$  – кількість вузлів, тобто точок, в яких з'єднуються лише кінематичні в'язі;  $P$  – кількість простих припайок, тобто абсолютно жорстких з'єднань;  $Ш$  – кількість простих шарнірів. Якщо  $G > 0$ , то розрахункова схема споруди є геометрично змінюваною. Вона має змогу міняти свою геометрію без урахування деформації елементів. У таких випадках може бути визначена кількість незалежних можливих узагальнених переміщень (швидкостей)  $G$  елементів розрахункової схеми. Геометрично змінювані розрахункові схеми для конструкцій та споруд використовуються лише в особливих випадках (наприклад, для підвісних конструкцій). У більшості випадків такий результат сигналізує про недостатню кількість з'єднувальних пристроїв і вимагає зміну конструктивних рішень.

Якщо  $G = 0$ , то можна стверджувати, що виконується **необхідна умова геометричної незмінюваності** розрахункової схеми, а саме – наявні з'єднувальні пристрої можуть **при їх правильній постановці** забезпечити нерухомість як усіх елементів так і системи в цілому.

У випадках, коли  $G < 0$ , система перенасичена з'єднувальними пристроями, тобто геометричну незмінюваність можна забезпечити і без деяких з них. Але з'єднувальні пристрої можуть бути встановлені таким чином, що в деяких зонах конструкції кількість їх надмірна, а в інших – недостатня. Тому щодо геометричної незмінюваності заданої системи при  $G \leq 0$  можна остаточно стверджувати лише після виконання її якісного аналізу (аналізу геометричної структури).

#### 4. Якісний етап кінематичного аналізу

Якісний (структурний) аналіз розрахункової схеми споруди полягає у визначенні послідовності та способів утворення системи з елементів. З'єднання всієї системи або її фрагментів повинно виконуватись

відповідно до способів правильного з'єднання елементів у геометрично незмінювану систему. Далі наведено основні способи утворення найпростіших геометрично незмінюваних плоских систем при використанні мінімальної кількості з'єднувальних пристроїв. При поданні цих способів і прикладів структурного аналізу зручно використовувати умовну "формулу", яка розміщується поруч з відповідною схемою з'єднання. Така "формула" виглядає як дріб, у чисельнику якого міститься перелік з'єднаних елементів, а у знаменнику – перелік з'єднувальних пристроїв. Після символу " $\Rightarrow$ " записується позначення нового складеного диска. Якщо з'єднання виконано за допомогою фіктивного шарніра, то в знаменнику подається найменування двох в'язей, які утворюють цей шарнір, із символом "x" між ними.

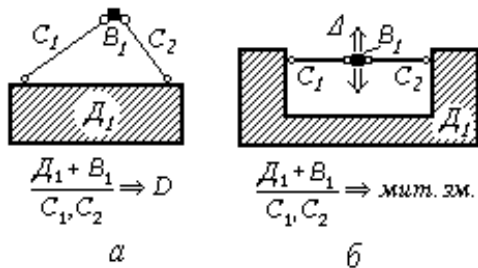


Рис.1

Шарнірний вузол  $B_1$  можна приєднати до диска  $D_1$  способом "діади", тобто за допомогою двох простих кінематичних в'язей  $C_1$  і  $C_2$ , які не лежать на одній прямій (рис. 1,а). Якщо в'язі  $C_1$  і  $C_2$  розташовані вздовж однієї прямої (рис.1,б), то вони не заперечують незначному можливому переміщенню вузла  $B_1$  за

нормальним до кожної з в'язей напрямком. При малому відхиленні вузла від проектного положення паралельність стержнів порушується, можливі переміщення, які допускаються кожним стержнем, не співпадають, тому система стає близькою до геометрично незмінюваної, але все ж вважається особливою і називається **миттєво змінюваною**.



$$\frac{D_1 + D_2}{P_1} \Rightarrow D$$

Рис. 2

За **способом припайки** два диски  $D_1$  і  $D_2$  можуть бути з'єднані між собою за допомогою припайки  $P$  (рис.2). Таке з'єднання очевидне і в багатьох випадках взагалі обидва диски  $D_1$  і  $D_2$  розглядаються як один простий диск.

**Способом Шухова** називається поєднання двох дисків  $D_1$  і  $D_2$  трьома кінематичними в'язями  $C_1$ ,  $C_2$  і  $C_3$ , осі яких не перетинаються в одній точці і не паралельні між собою (рис.3,а). Якщо осі трьох в'язей  $C_1$ ,  $C_2$  і  $C_3$  перетинатимуться в одній точці  $O$  (рис.3,б), то кожна із в'язей не перешкоджатиме малому переміщенню точок їх прикріплення до диска  $D_1$  в напрямках нормальних в'язям. В результаті диск  $D_1$  матиме змогу здійснювати обертальний рух навколо миттєвого центра швидкостей  $O$  і система вважається миттєво змінюваною. Другим особливим випадком є

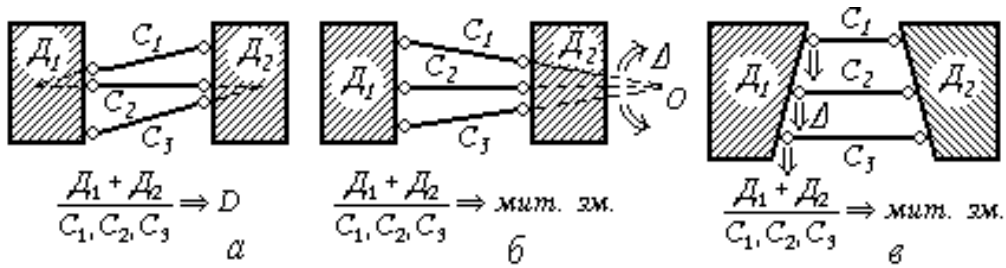


Рис. 3

паралельність осей трьох в'язей (рис.3,в), що допускає нескінченно мале (миттєве) або скінченне (у разі однакової довжини в'язей) поступальне зміщення одного диска щодо іншого. У випадку однакової довжини в'язей система буде геометрично змінюваною.

**Способом Полонсо** називається поєднання двох дисків  $D_1$  і  $D_2$  шарніром  $Ш_1$  і кінематичною в'яззю  $C_1$ , вісь якої не проходить через центр шарніра  $Ш_1$  (рис.4,а). Якщо шарнір  $Ш_1$  розташований на осі в'язі  $C_1$  (рис.4,б), то система миттєво змінювана

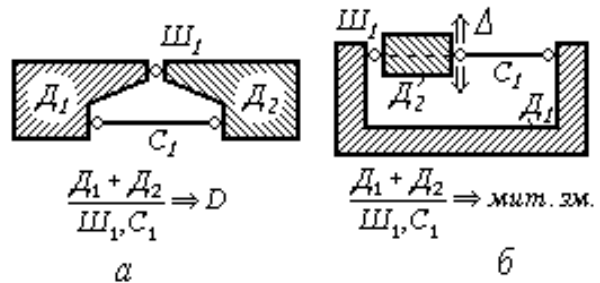


Рис. 4

Три диски  $D_1$ ,  $D_2$  і  $D_3$  можна з'єднати за допомогою трьох шарнірів (реальних або фіктивних)  $Ш_{1,2}$ ,  $Ш_{1,3}$  і  $Ш_{2,3}$ , які не лежать на одній прямій. Причому фіктивні шарніри (але не більше двох) можуть бути і нескінченно віддаленими

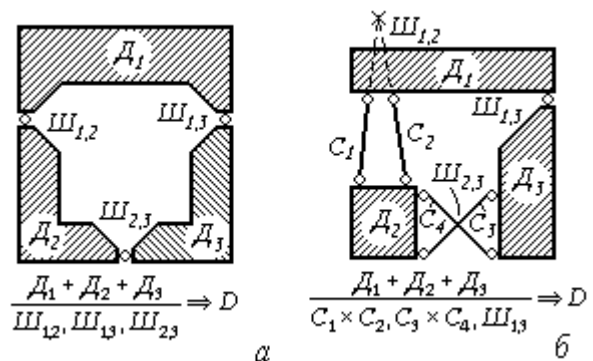


Рис.5

Кінематичний аналіз розрахункової схеми має три етапи.

**1. Кількісний аналіз.** На цьому етапі за допомогою формули Чебишова обчислюють ступінь геометричної змінюваності розрахункової схеми. Якщо одержано результат  $\Gamma > 0$ , можна одразу дійти висновку про геометричну змінюваність розрахункової схеми внаслідок недостатньої кількості з'єднувальних пристроїв і на цьому завершити аналіз або внести зміни у схему, додавши недостатні в'язі. Якщо  $\Gamma \leq 0$ , можна зробити

попередній висновок, що необхідна умова геометричної незмінюваності системи задовольняється, тобто система має достатню кількість з'єднувальних пристроїв. У цьому випадку необхідно виконати наступний етап аналізу.

**2. Якісний (структурний) аналіз** полягає у дослідженні послідовності з'єднання елементів, відповідно до викладених вище способів утворення найпростіших геометрично незмінюваних систем. Якщо встановлено, що будь-які два чи три елементи з'єднані правильно за одним із цих способів, такий фрагмент системи можна розглядати як новий складений диск (“поверх”) та використовувати сукупно з іншими елементами для утворення нових геометрично незмінюваних фрагментів. Цей процес потрібно продовжувати, поки не буде проаналізоване приєднання всіх елементів розрахункової схеми споруди, тобто утворити складений диск разом з основою.

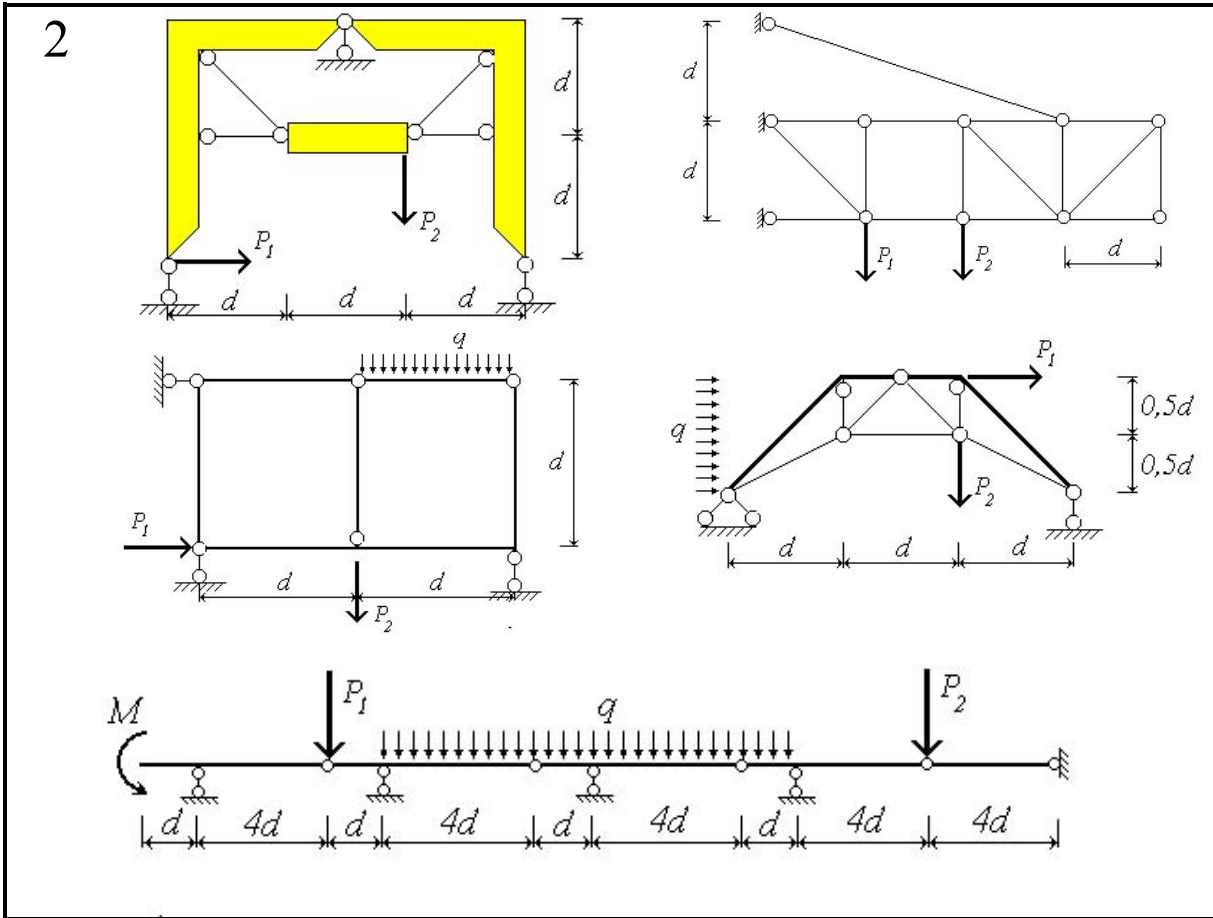
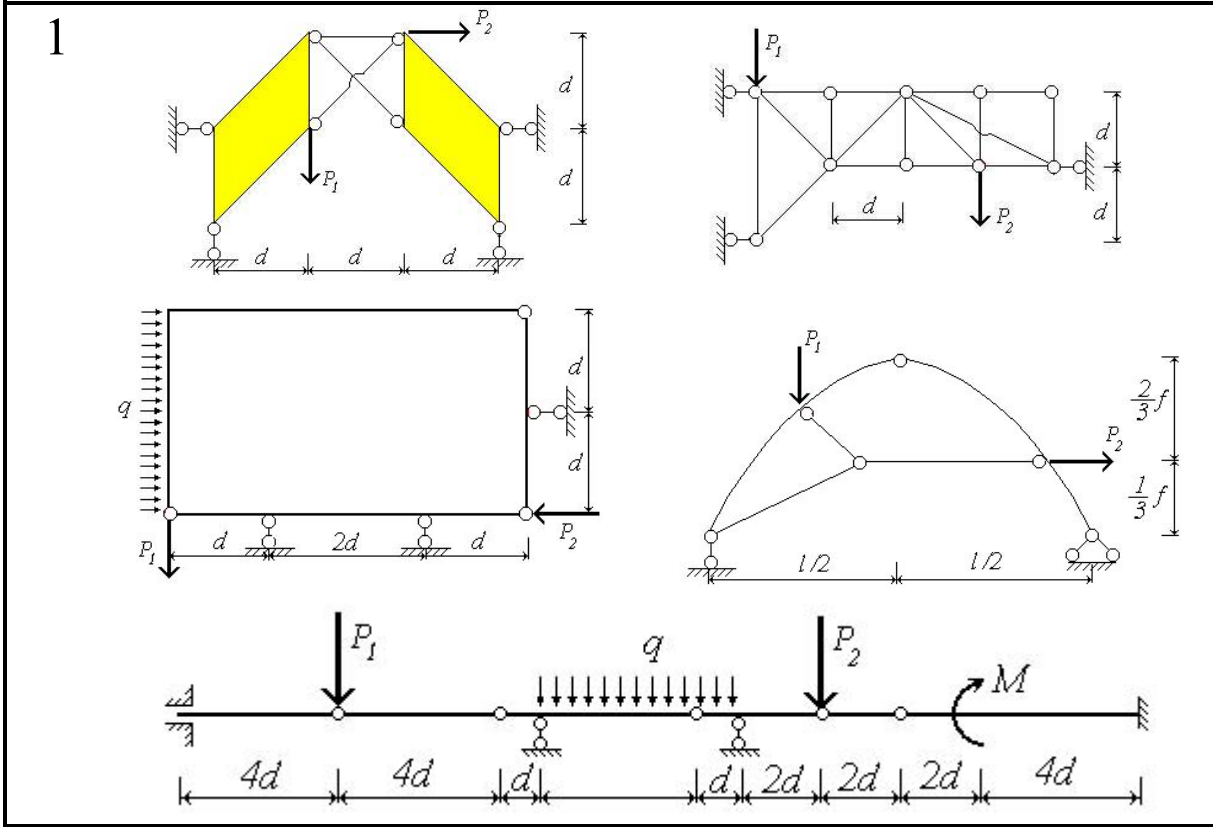
**3. Остаточний висновок** про геометричну незмінюваність, геометричну або миттєву змінюваність розрахункової схеми споруди. Якщо доведено правильне приєднання всіх елементів системи, вся розрахункова схема може вважатись геометрично незмінюваною. Якщо виявляється, що для з'єднання одних елементів використані зайві пристрої, а для інших їх бракує, всю розрахункову схему вважають геометрично змінюваною. Якщо ж хоча б одне з'єднання виконується як у винятку з якогось способу, що відповідає миттєвій змінюваності фрагмента, то миттєво змінюваною вважається вся схема.

Таким чином, для геометричної незмінюваності плоскої розрахункової схеми споруди необхідно додержання двох умов:

- необхідна умова –  $\Gamma \leq 0$ ;
- достатня умова – правильність утворення складеного диска, тобто правильність його геометричної структури..

## 5. Завдання до розрахунково-графічних робіт





### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	0	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	0	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	0	5,0	3,5	27

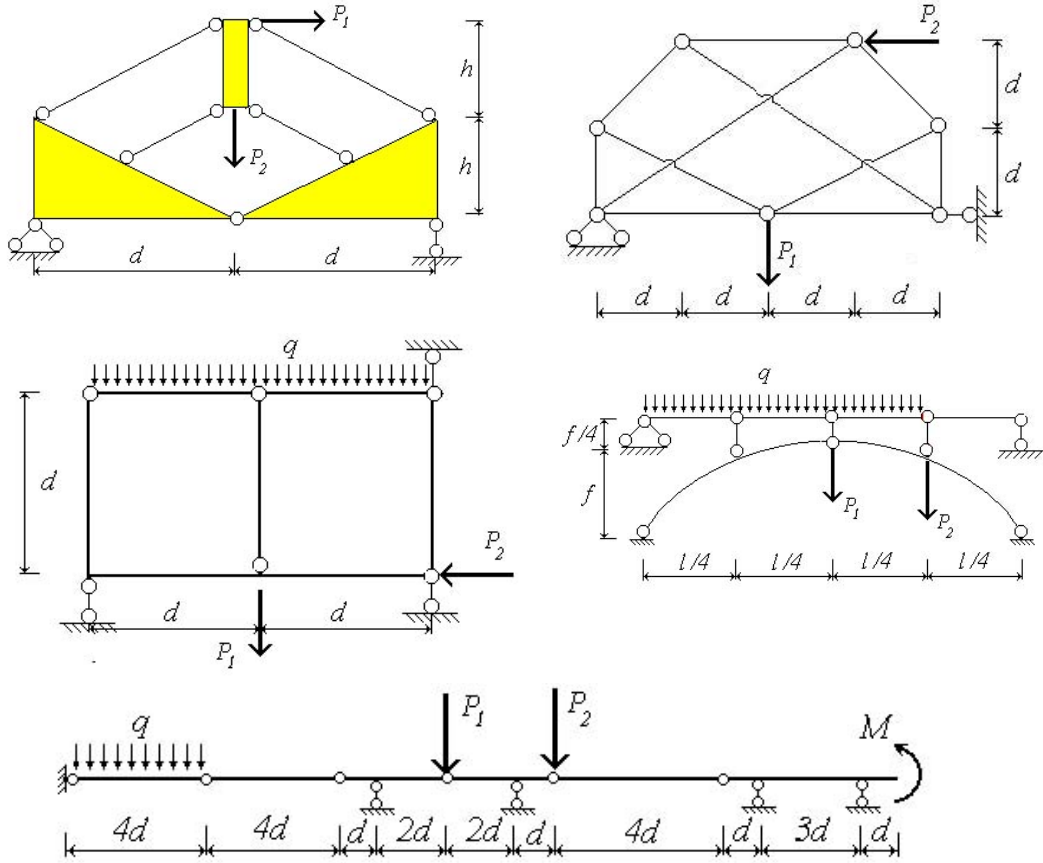
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

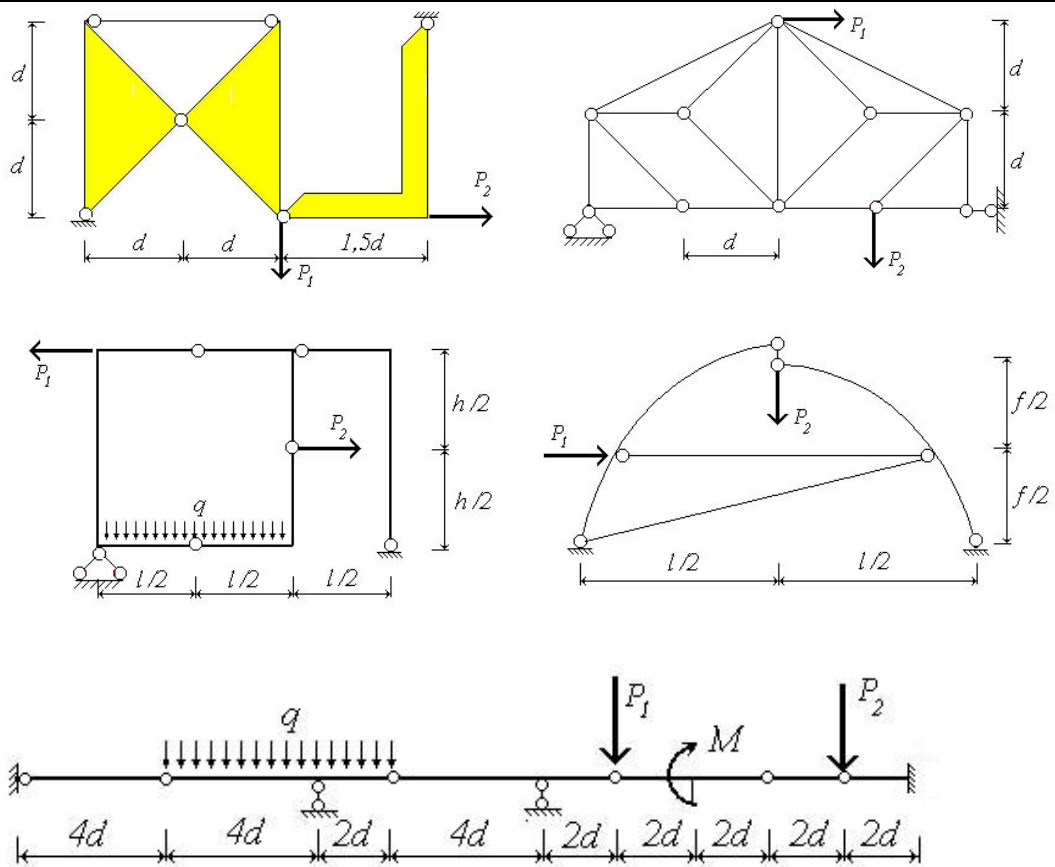
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

3



4



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	0	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	0	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	0	5,0	3,5	27

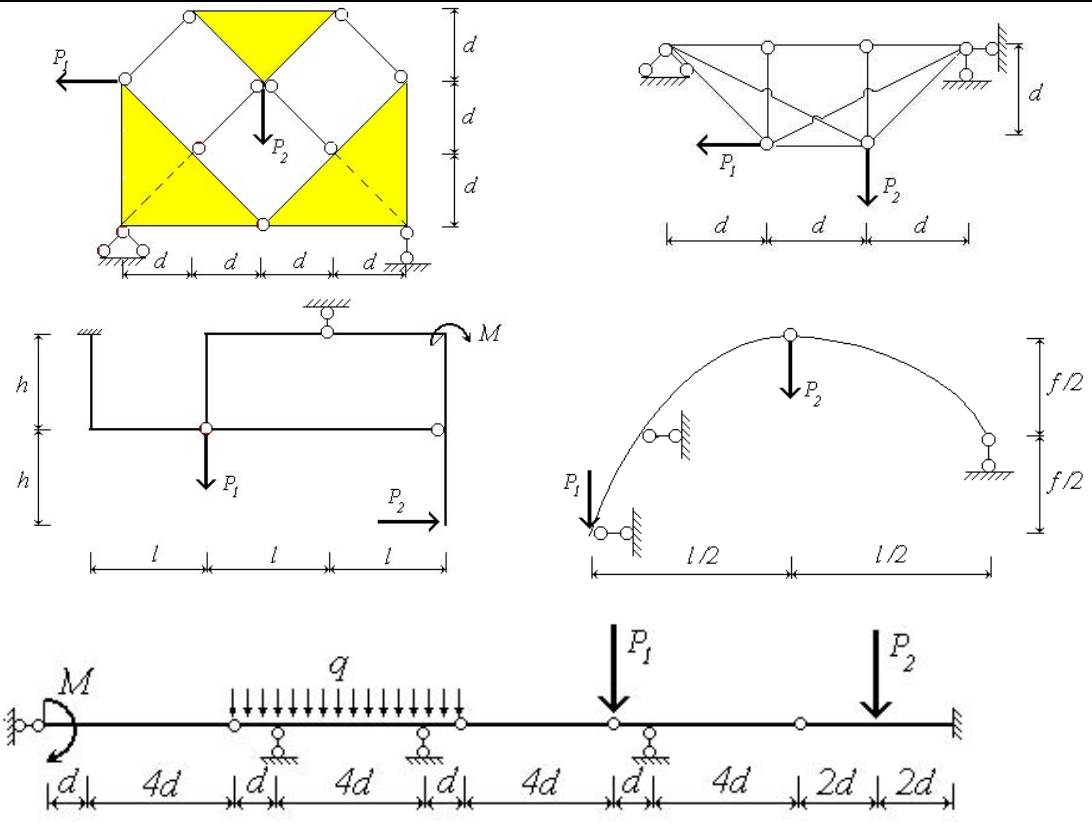
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

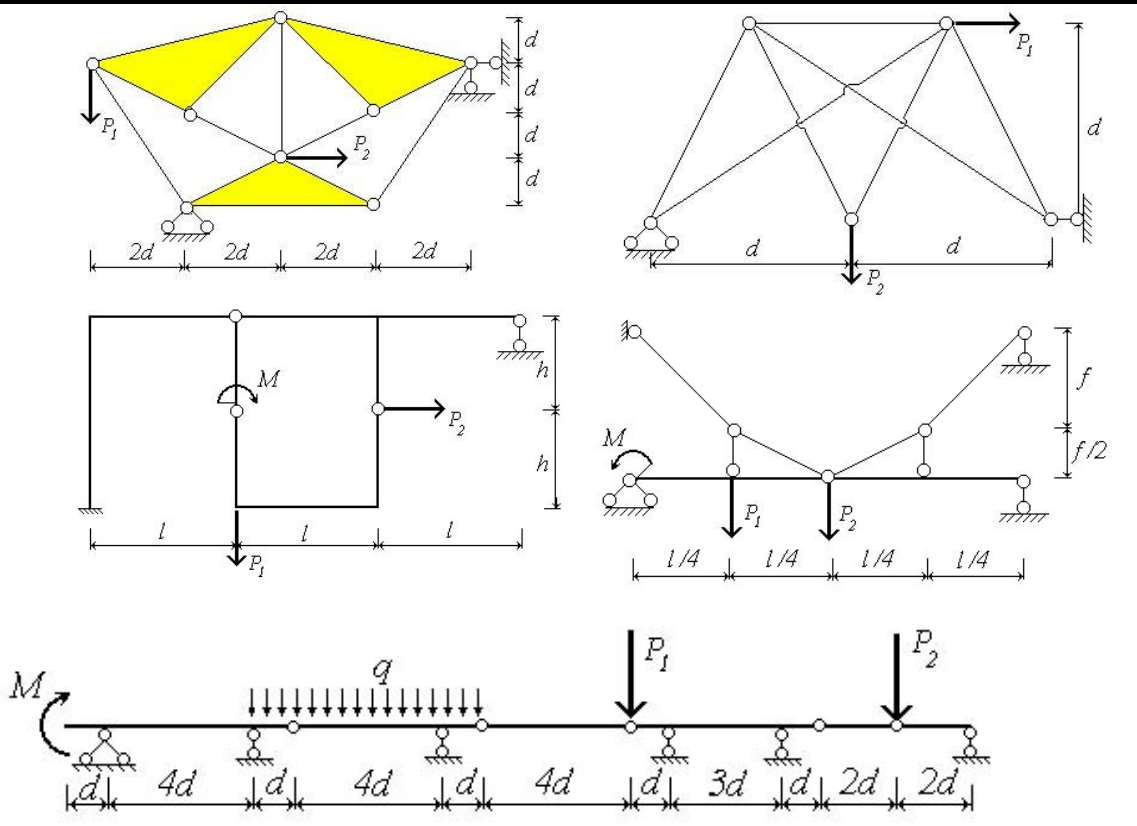
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

5



6



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

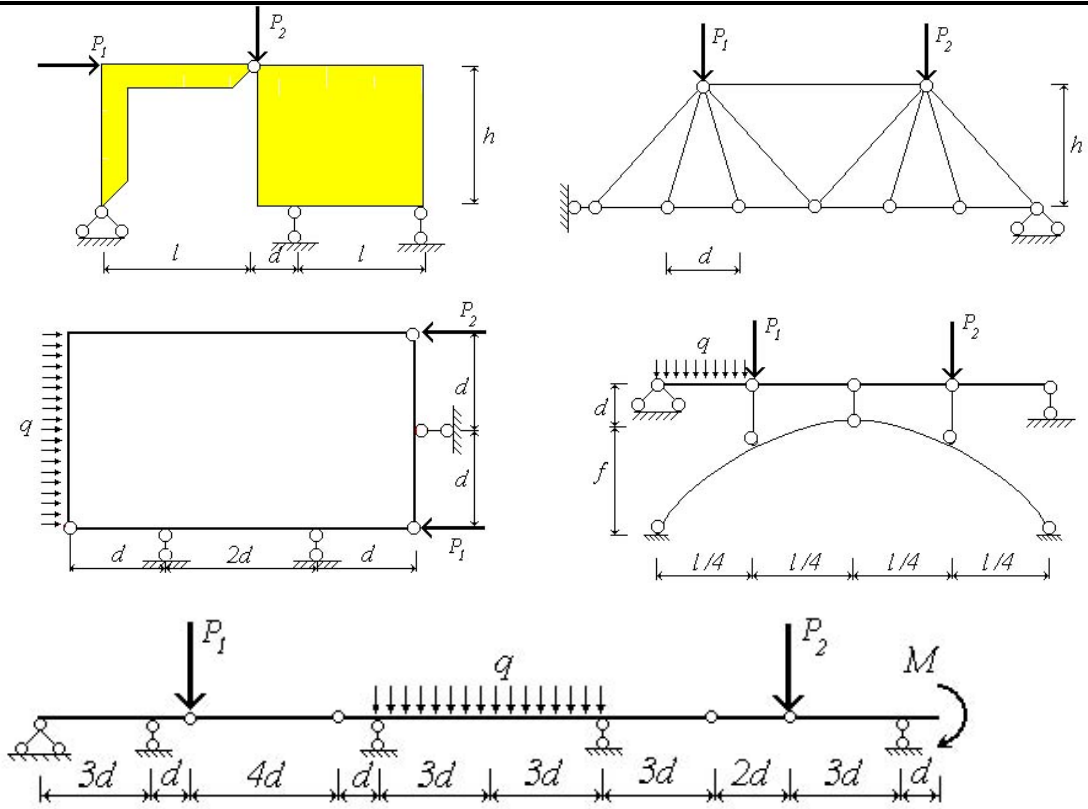
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

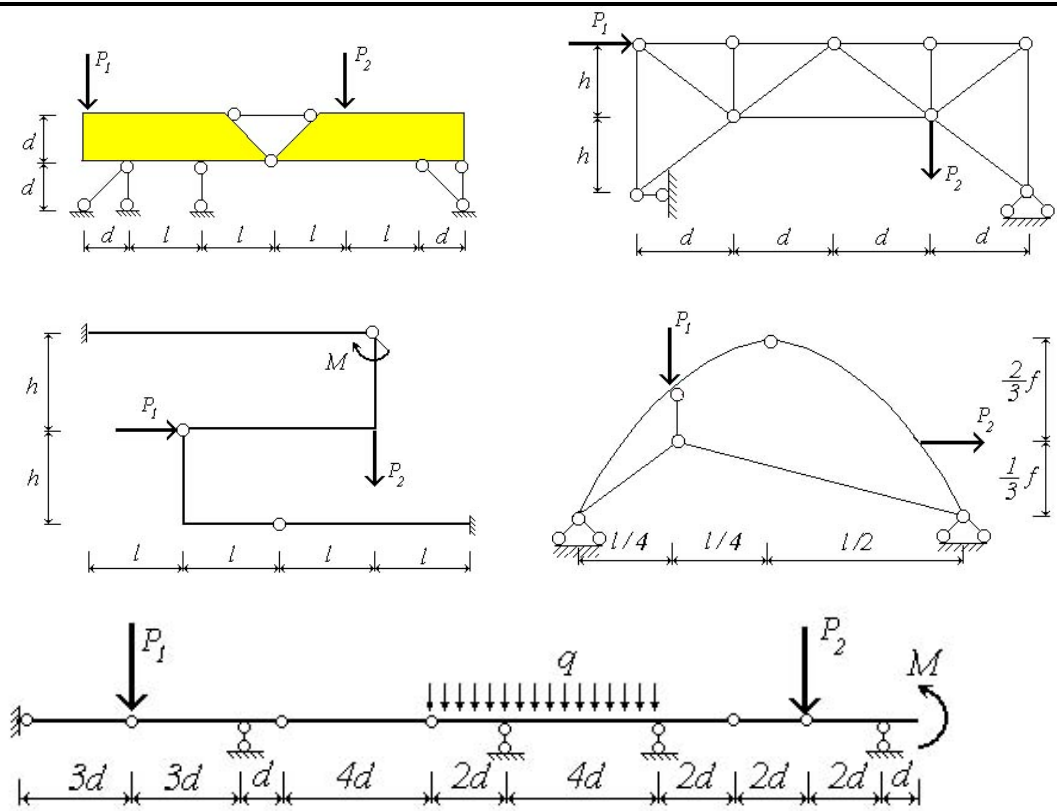
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

7



8



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

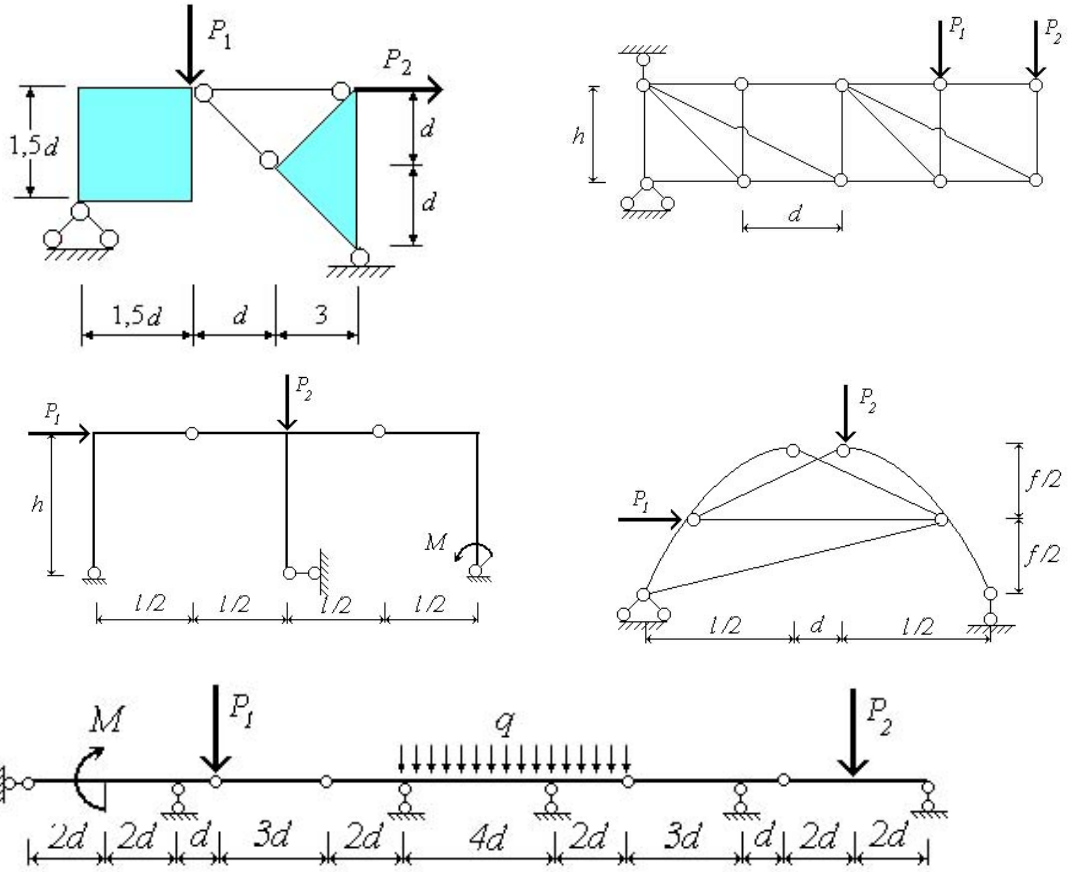
Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

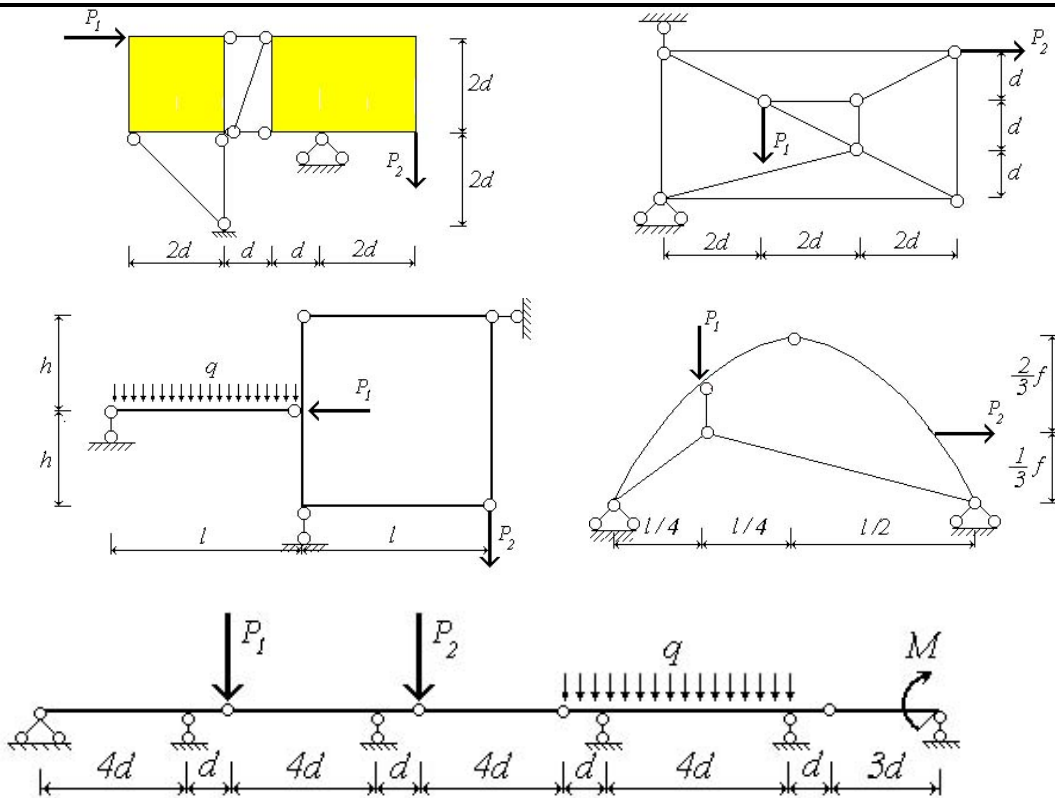
№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0



9



10



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

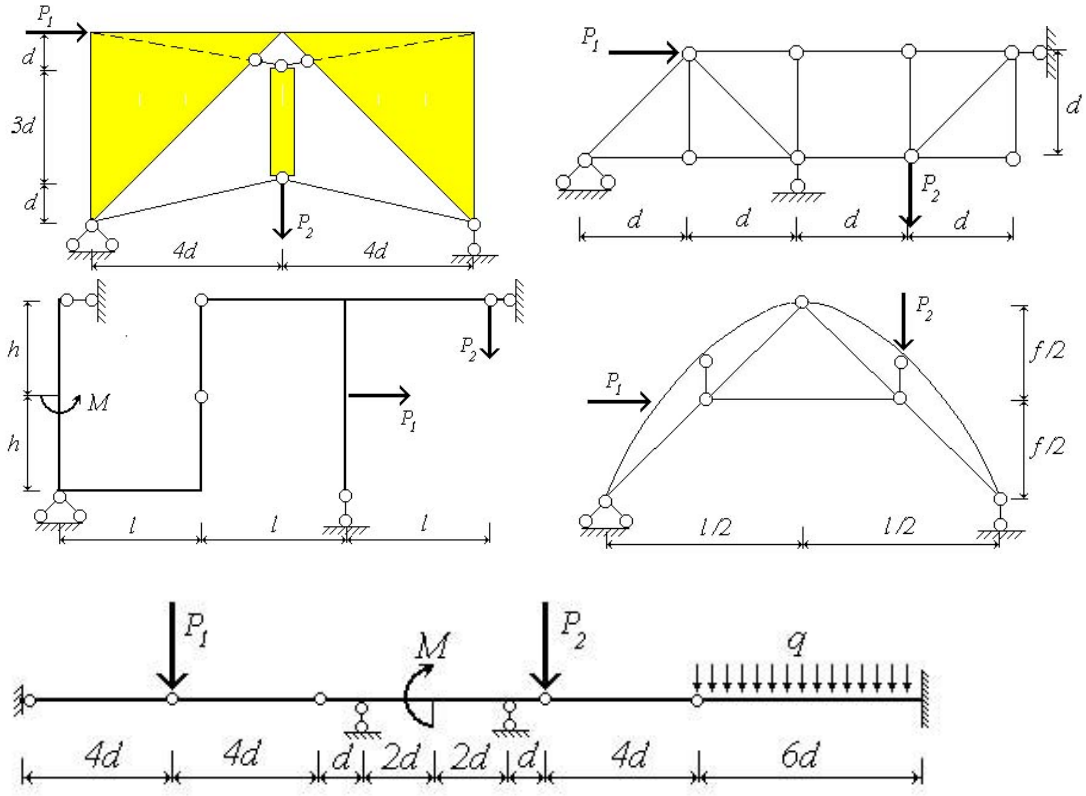
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

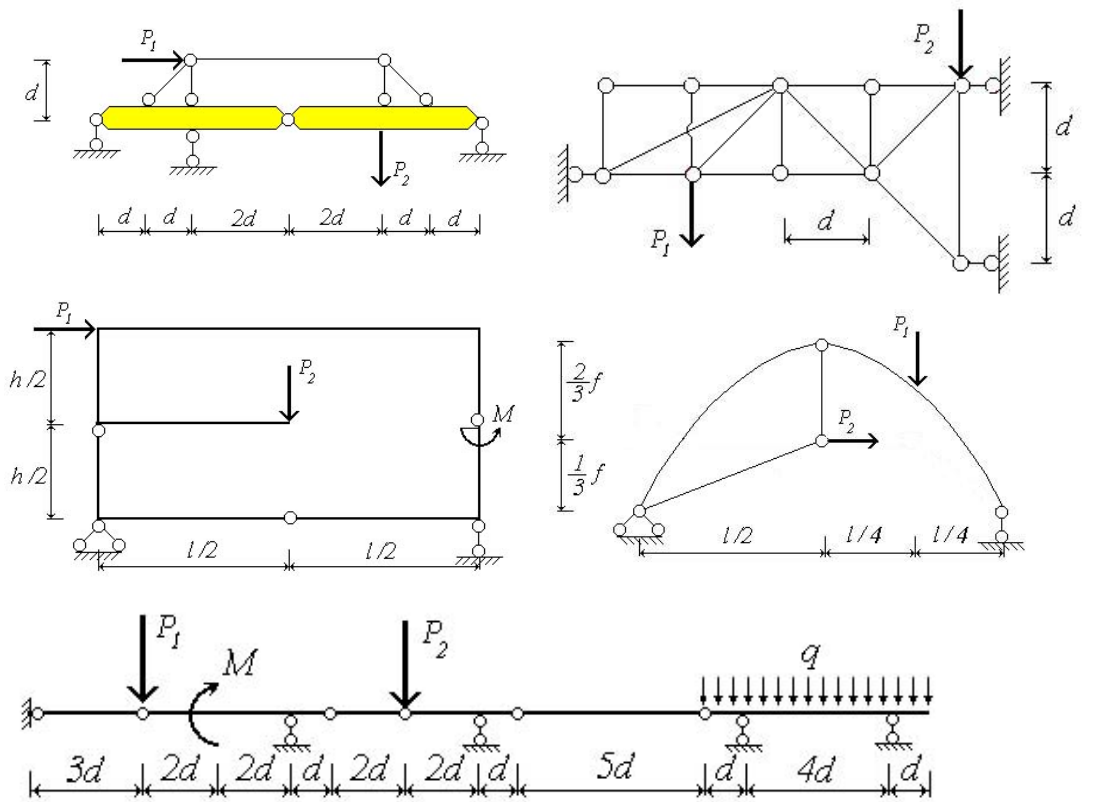
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

11



12



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

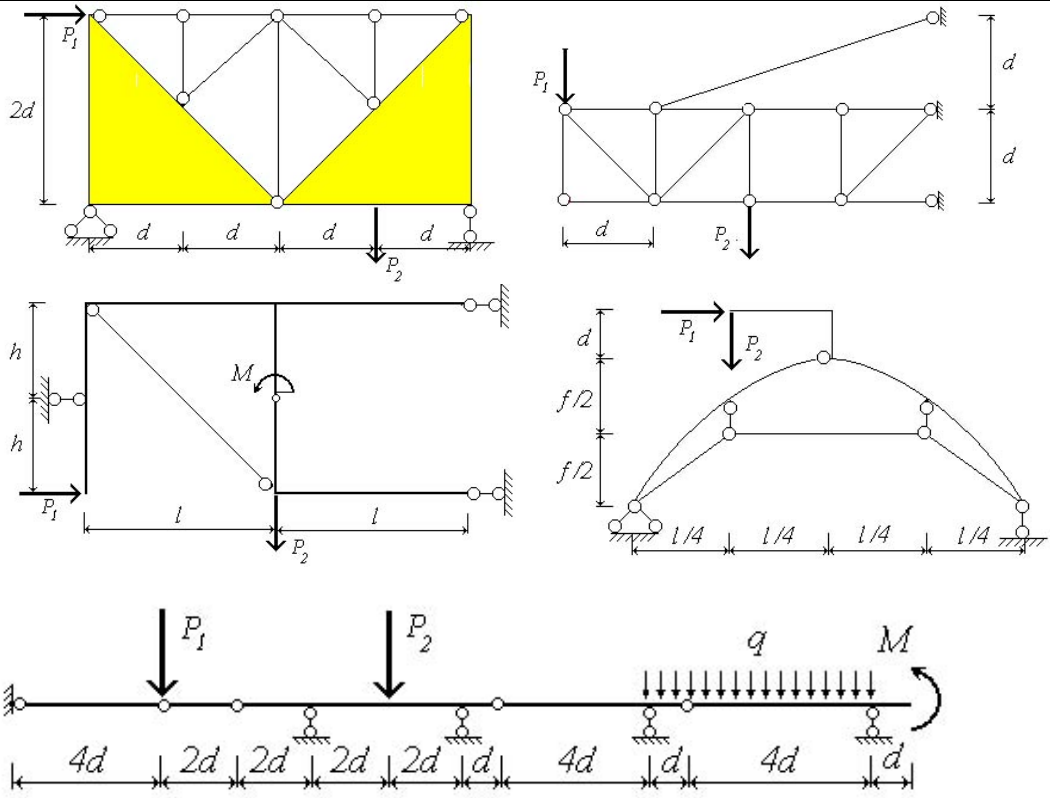
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

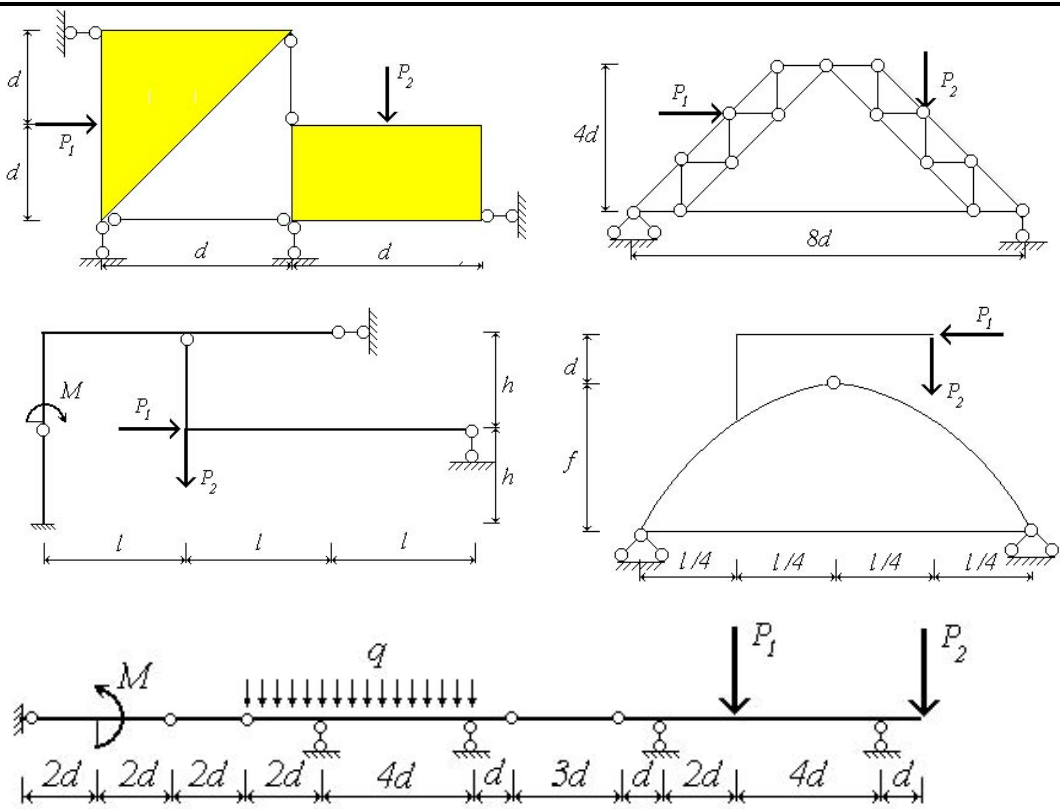
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

13



14



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

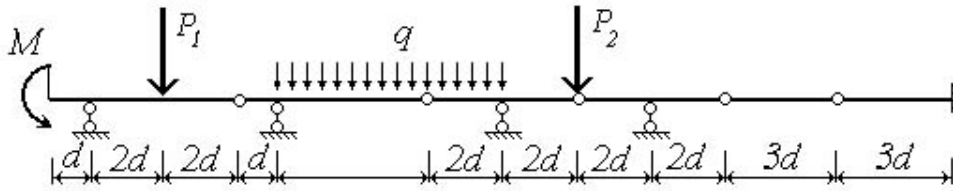
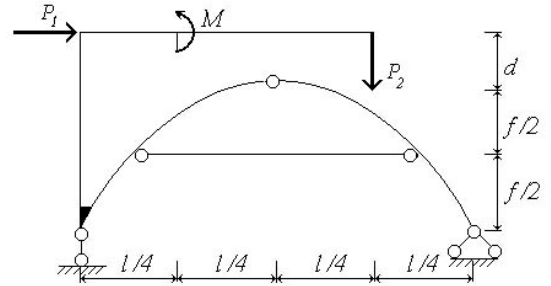
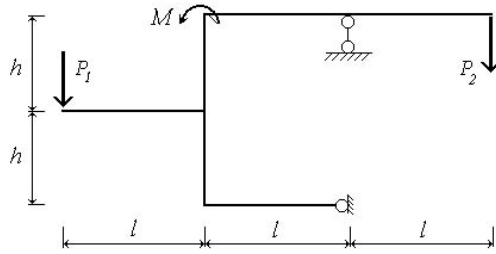
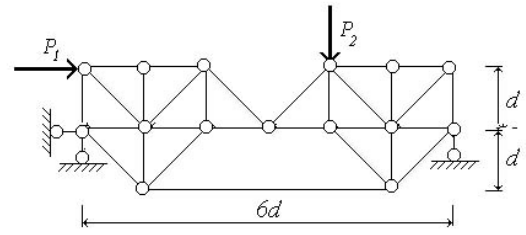
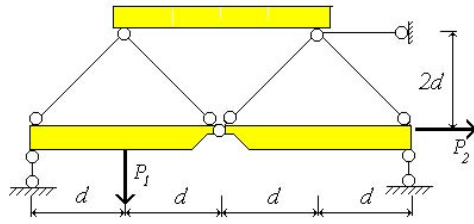
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

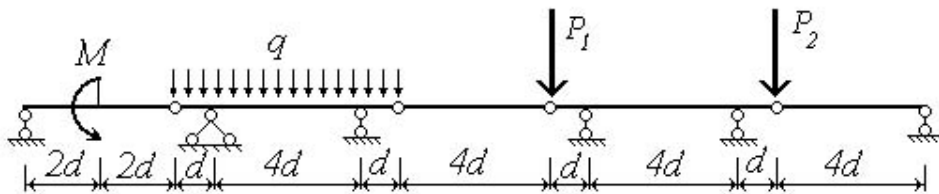
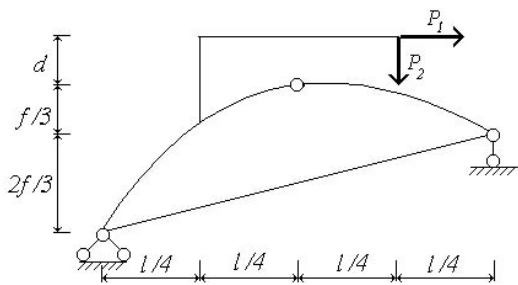
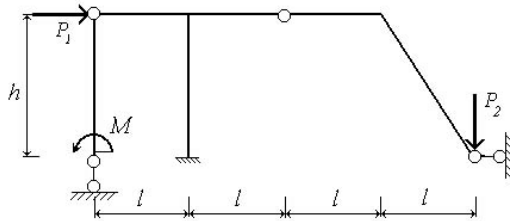
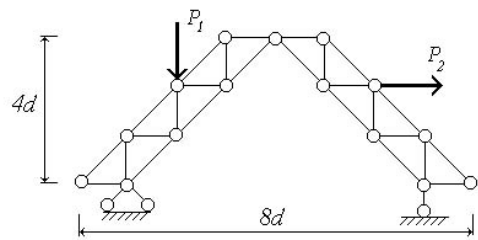
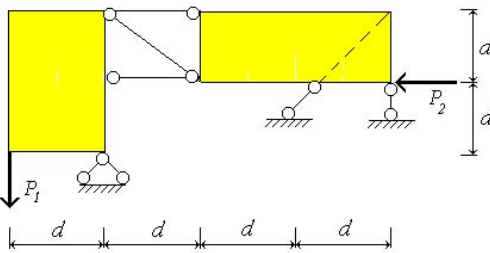
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

15



16



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

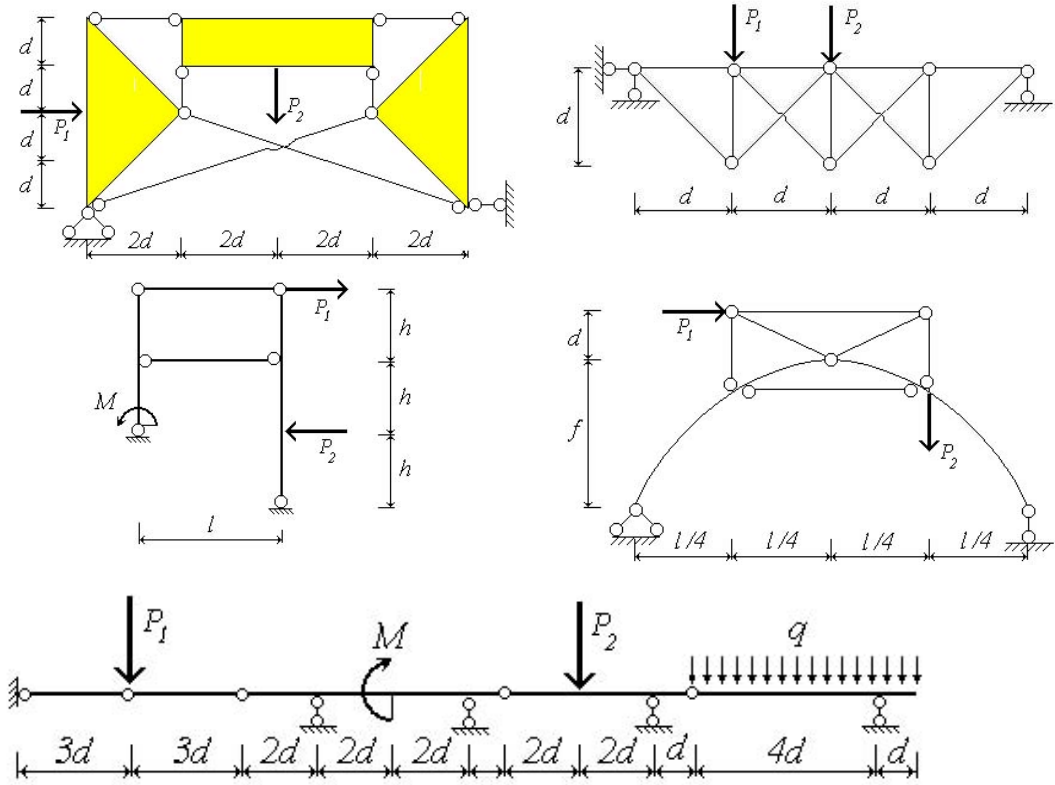
Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

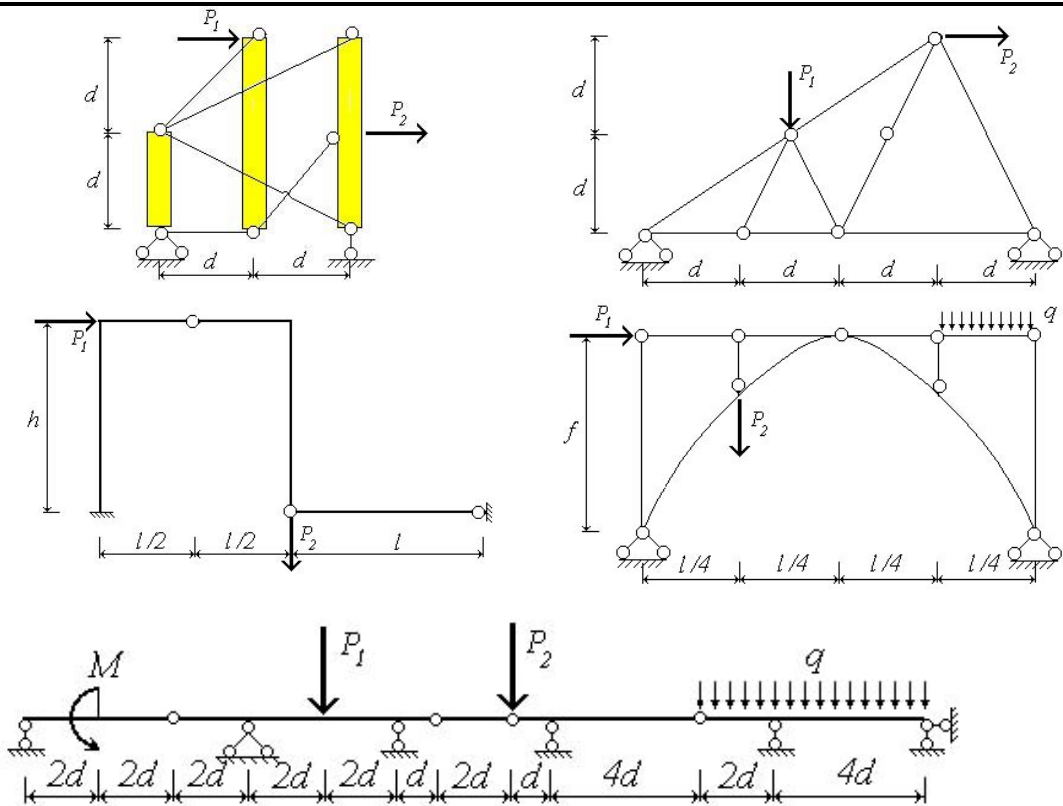
№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0



17



18



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

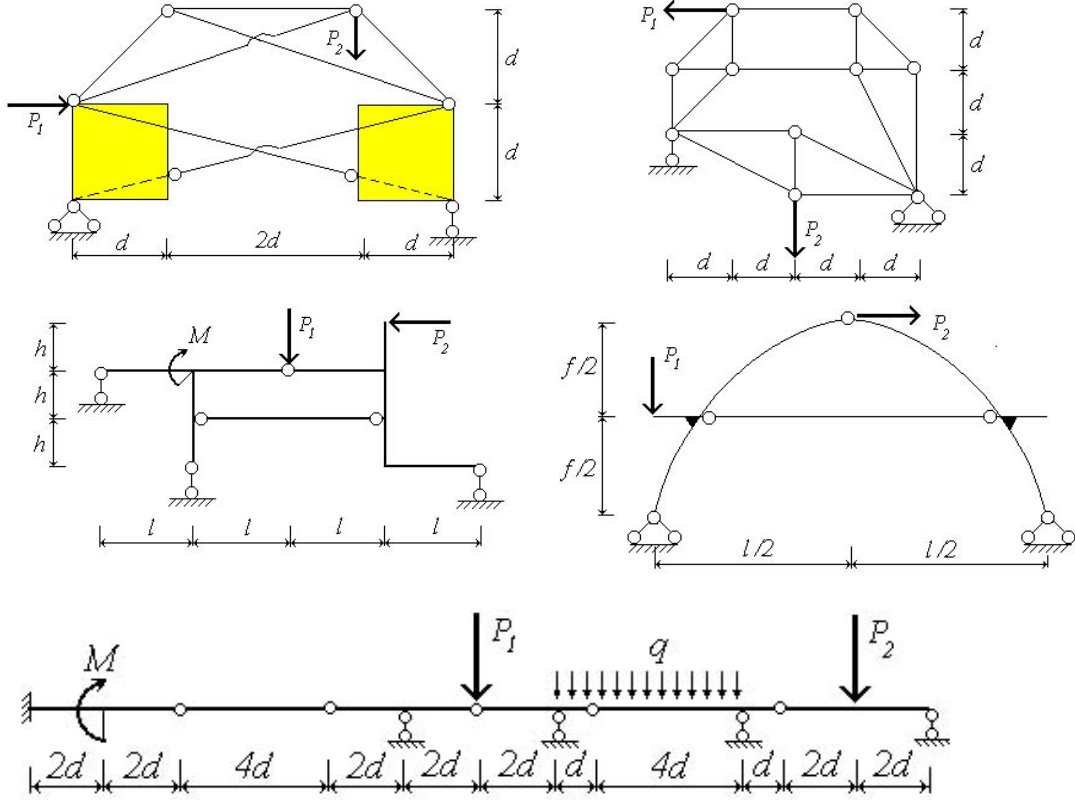
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

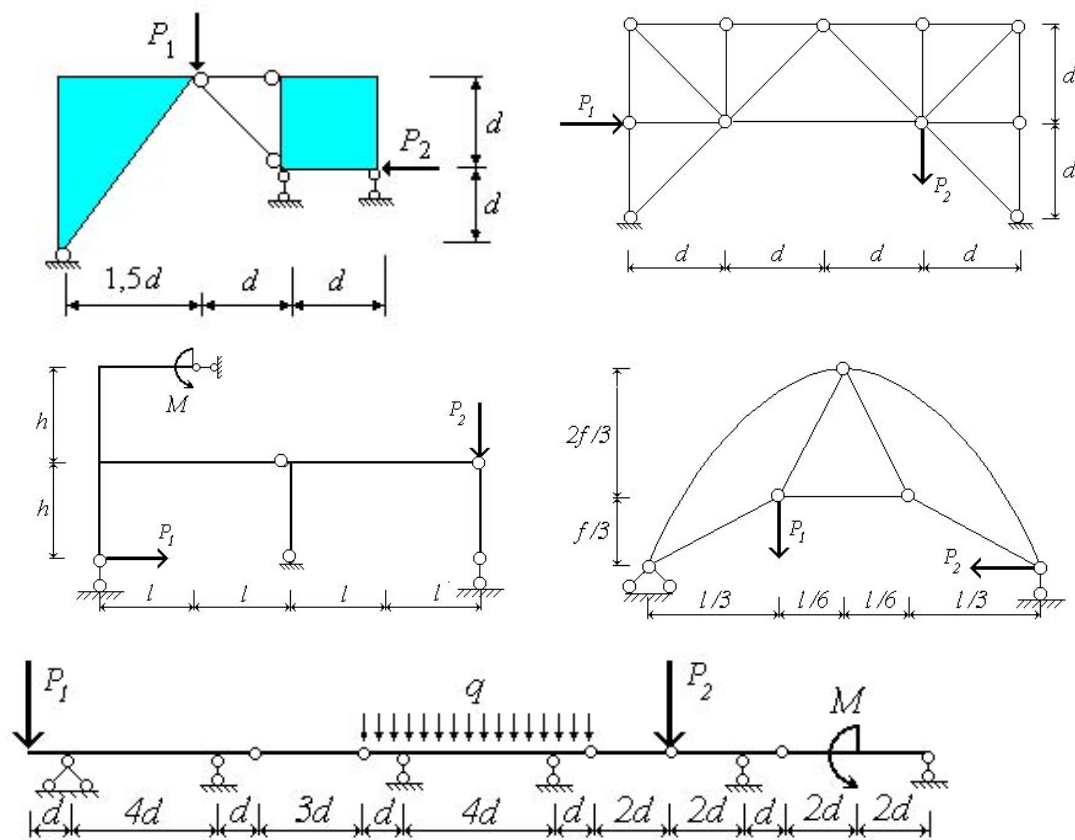
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

19



20



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

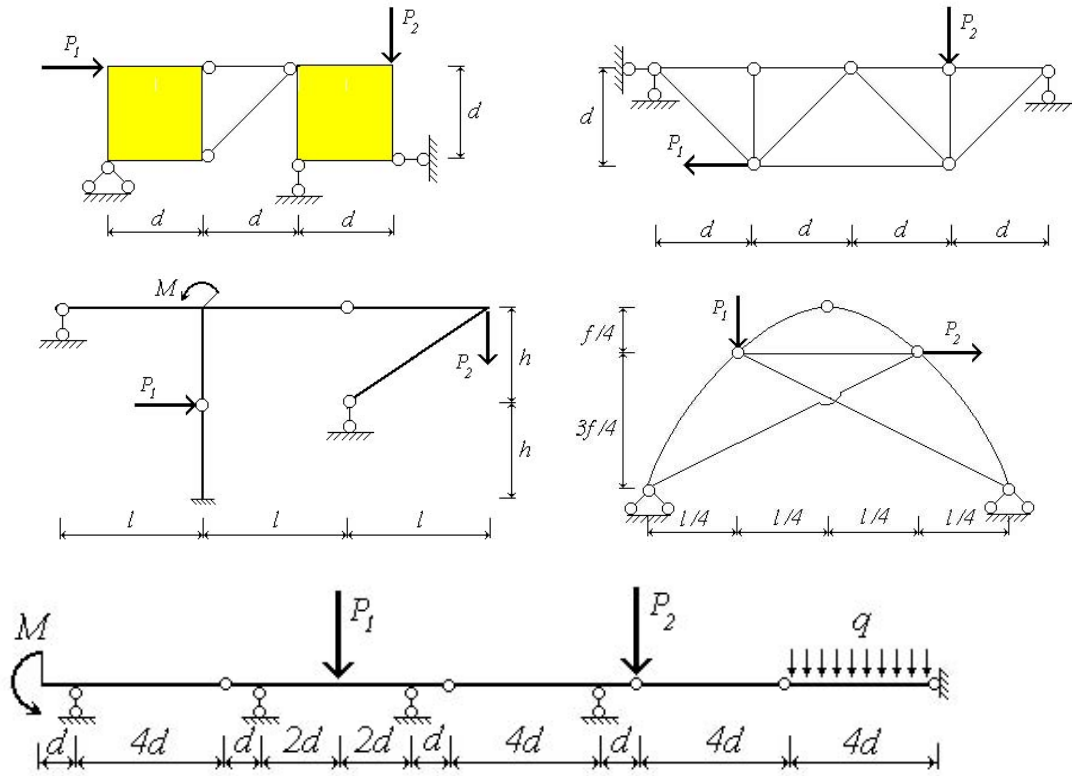
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

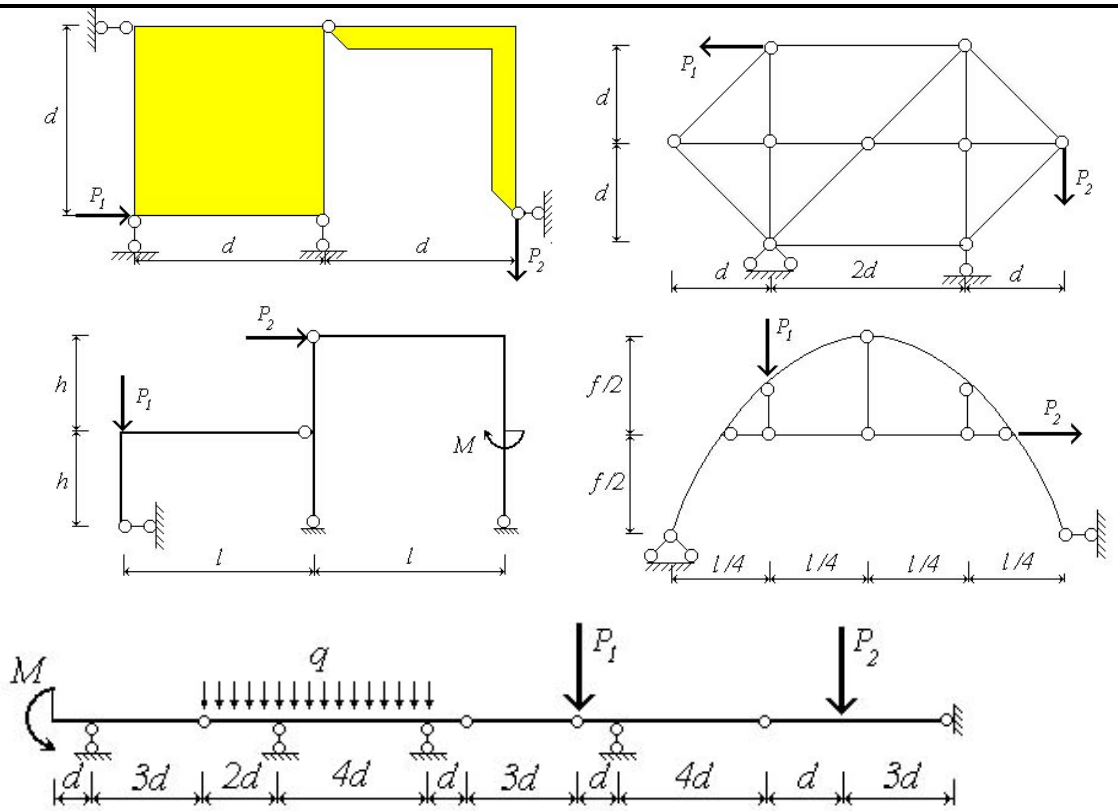
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

21



22



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

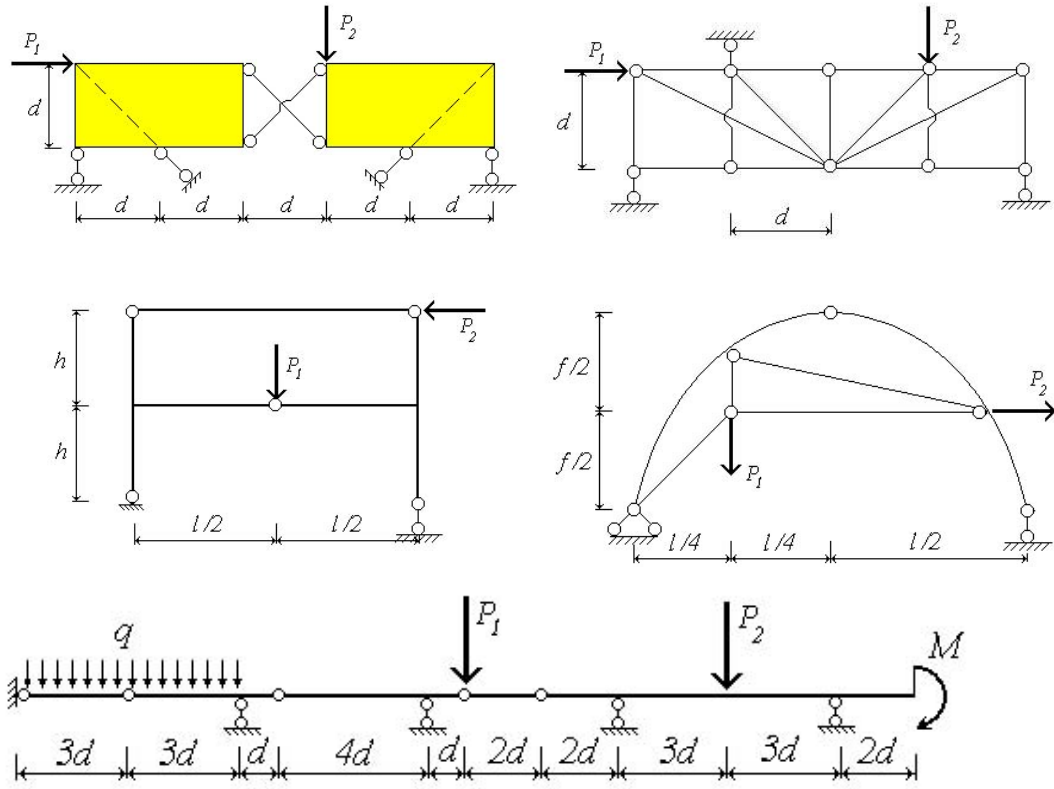
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

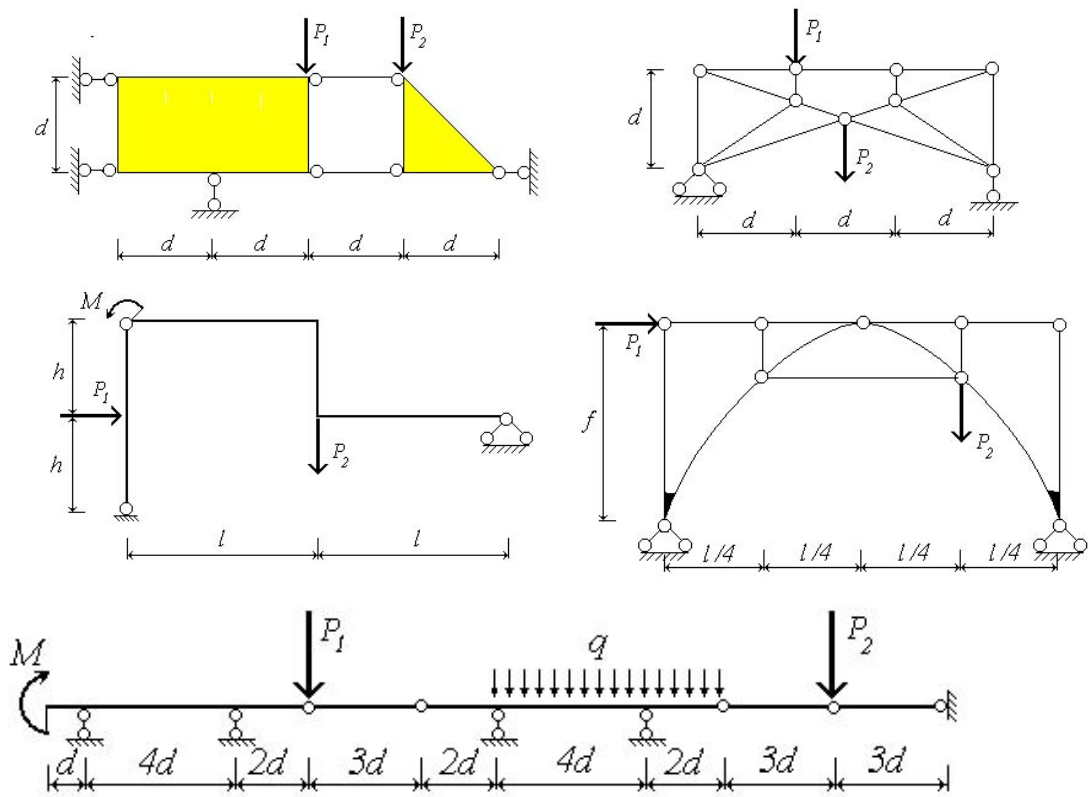
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

23



24



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

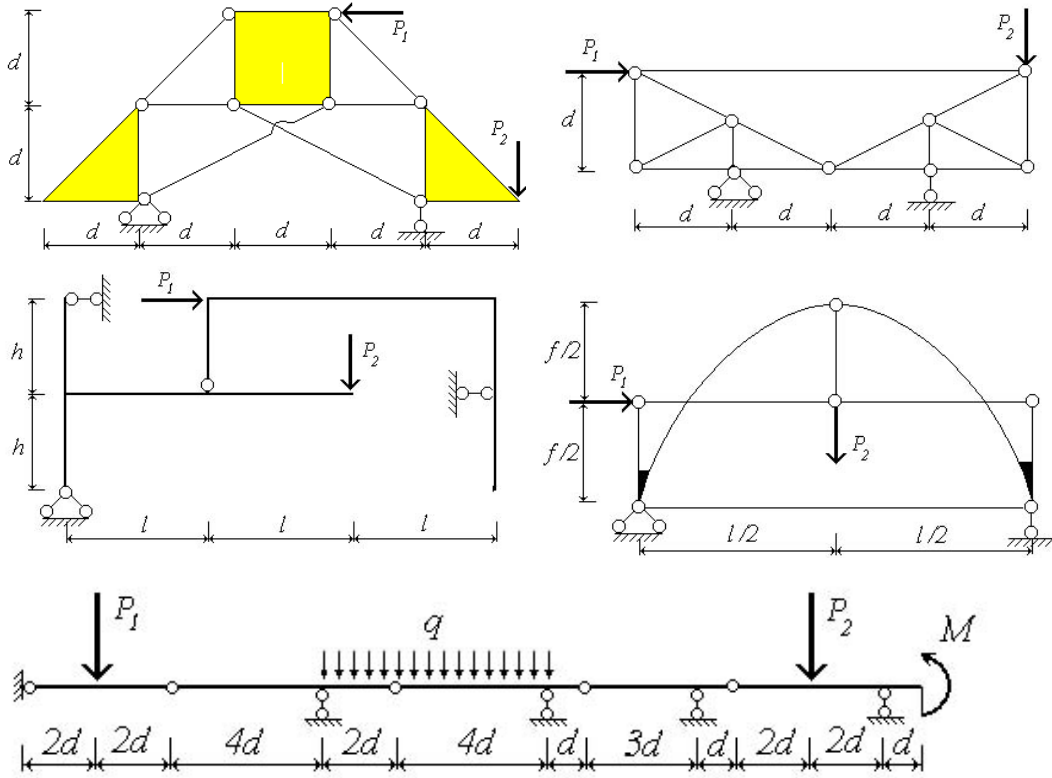
Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

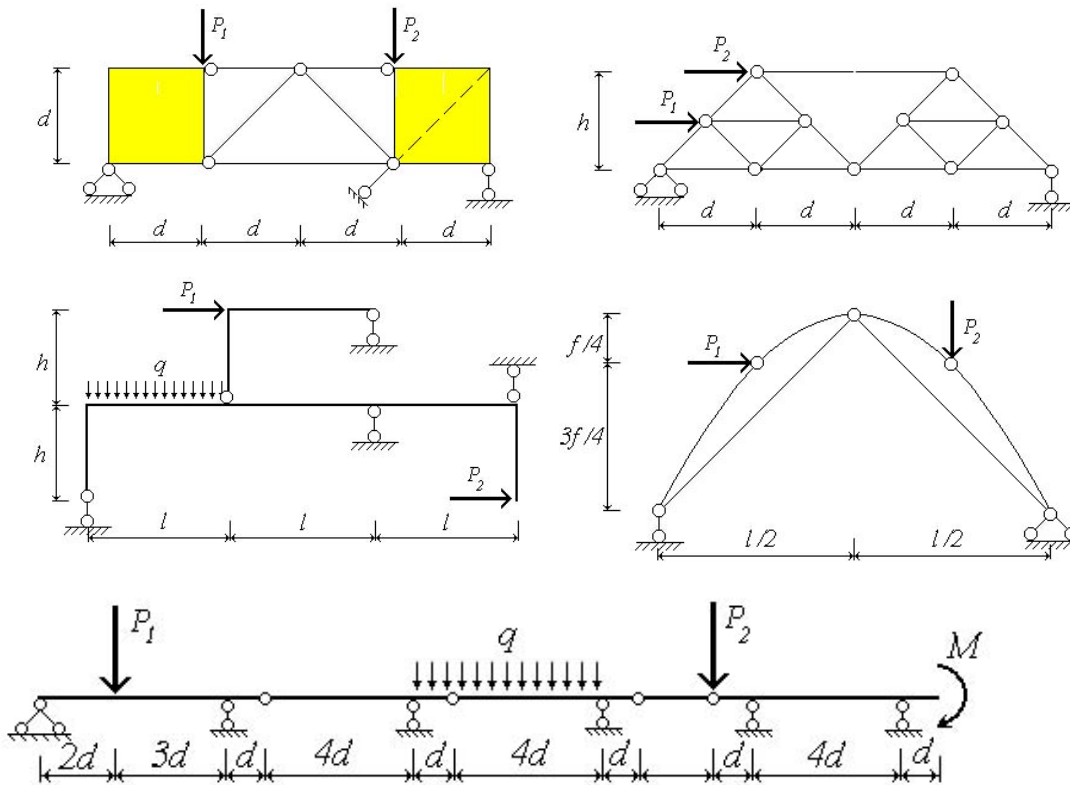
№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0



25



26



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

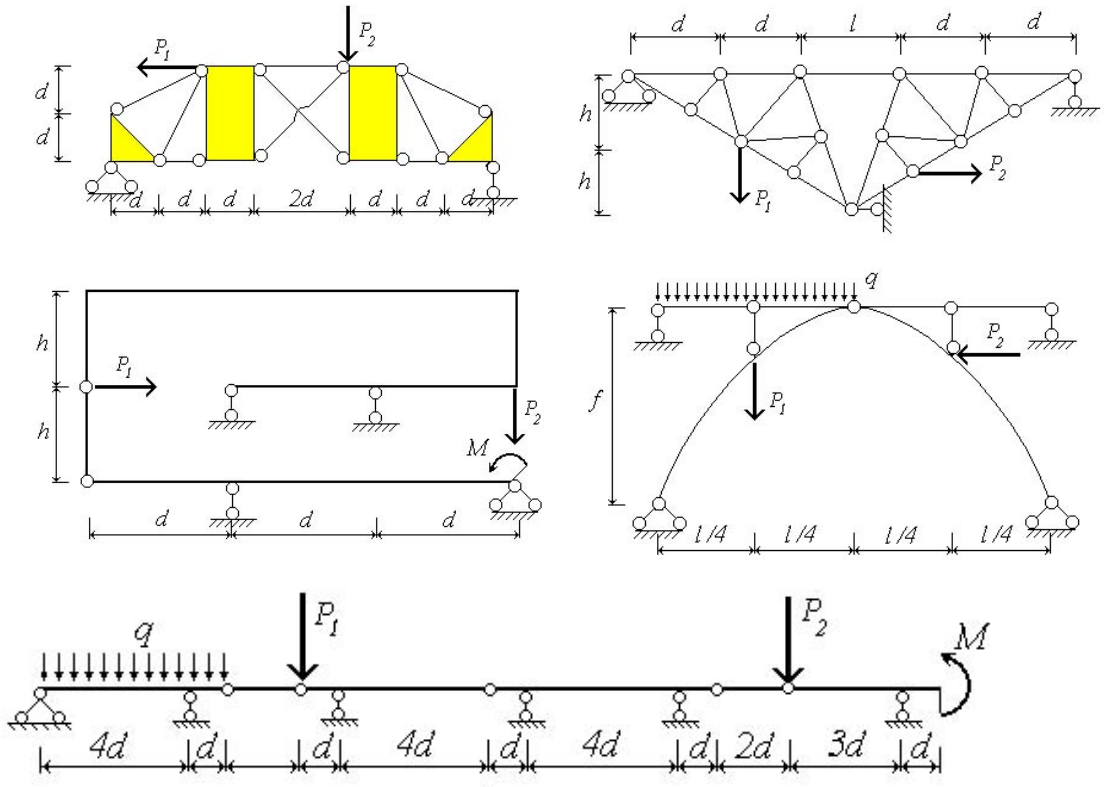
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

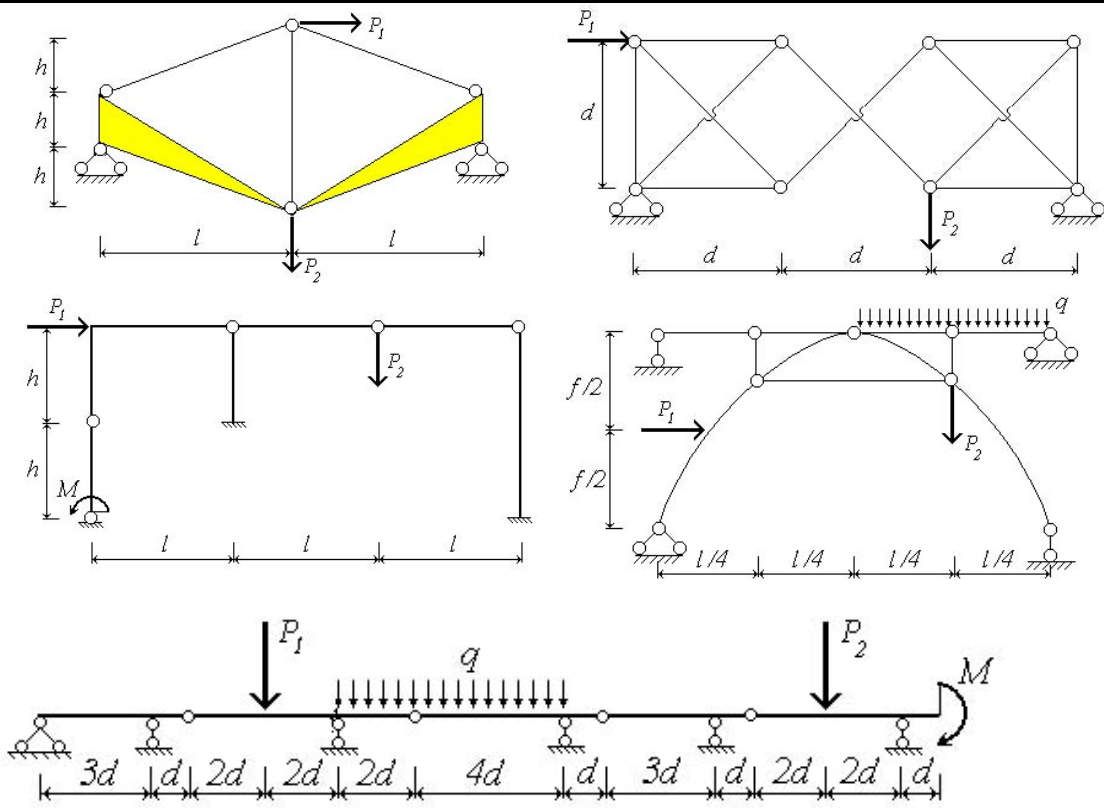
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

27



28



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

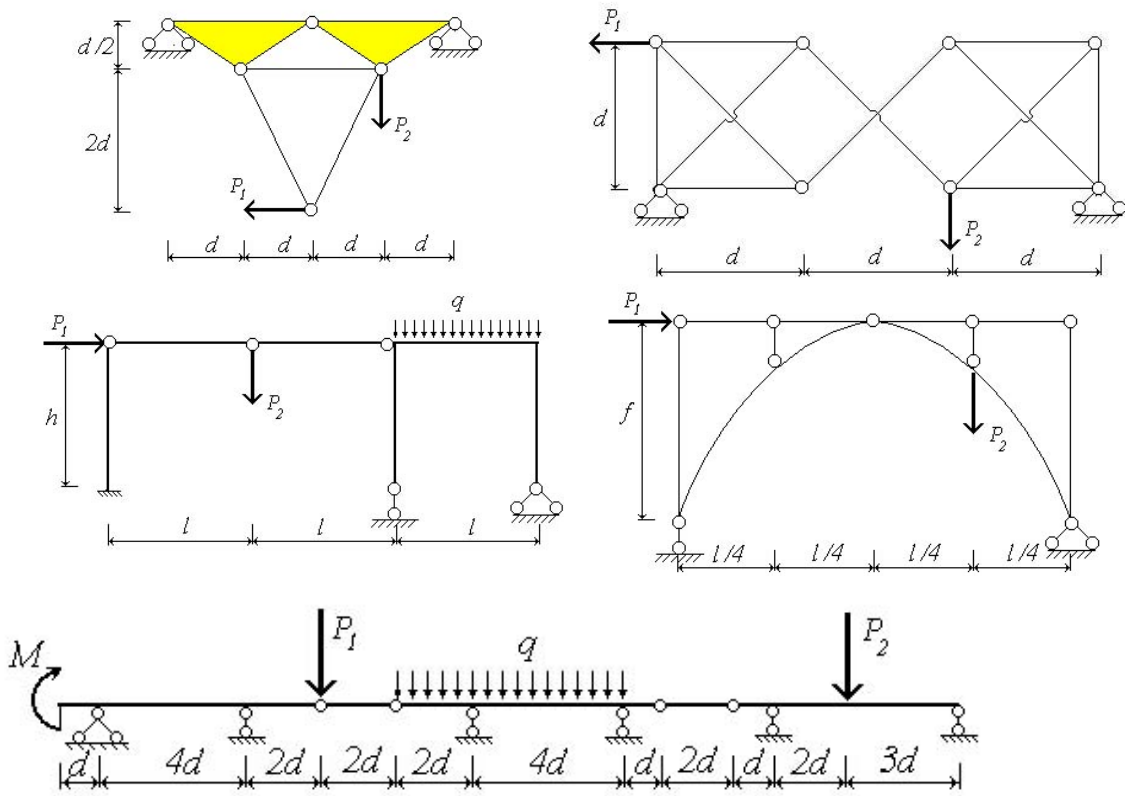
### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

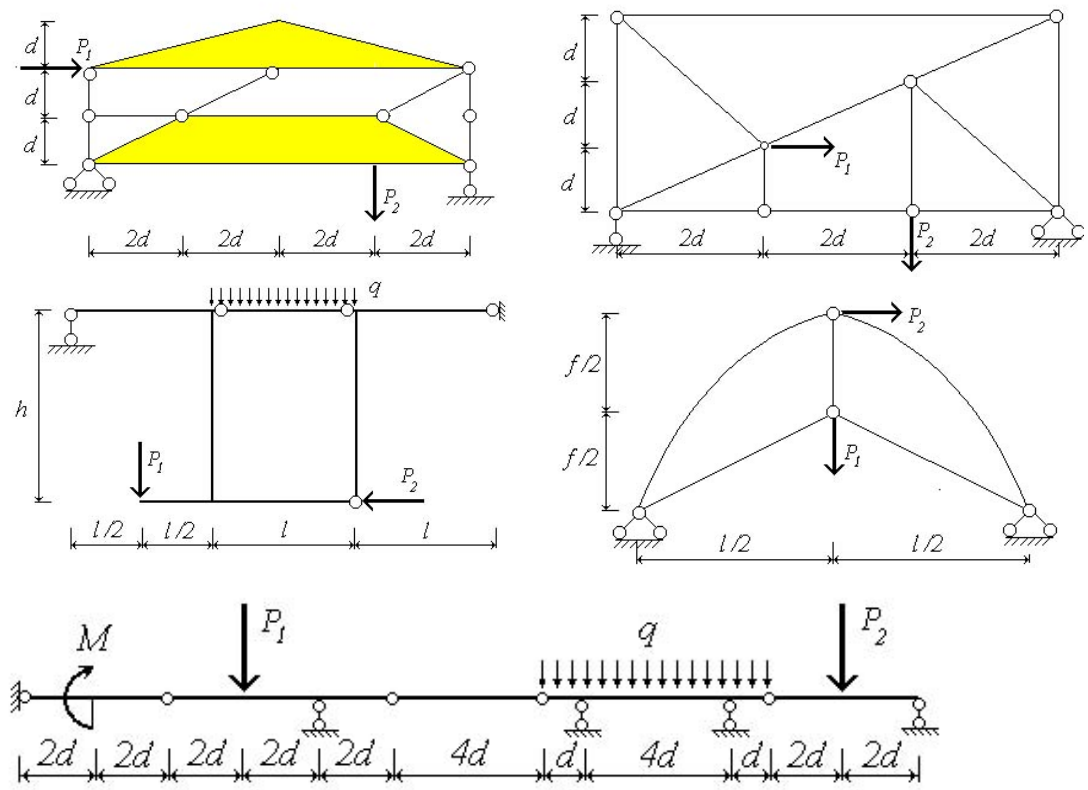
- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

29



30



### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	1,0	4,0	1,6	2,0	3,0	6,0	1,0	12
2	1,2	4,5	2,0	2,5	5,0	4,2	1,5	15
3	1,4	5,0	2,4	3,0	4,2	3,0	2,0	18
4	1,6	5,5	3,0	3,5	2,4	4,6	2,5	21
5	1,8	6,0	3,6	4,0	5,4	3,6	3,0	24
6	2,0	6,5	4,0	4,5	2,4	5,0	3,5	27

### МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для кожної розрахункової схеми:

- Виконати кінематичний аналіз:
  - провести кількісний аналіз (визначити ступінь геометричної змінюваності за формулою Чебишова), зробити висновок;
  - провести якісний аналіз (визначити геометричну структуру);
  - у разі необхідності внести зміни в розрахункову схему для перетворення її на геометрично незмінювану і статично визначувану.
- Обчислити опорні реакції, а також реакції у позначених з'єднаннях.

№	$d$	$l$	$f$	$h$	$P_1$	$P_2$	$q$	$M$
1	2,4	9,0	4,0	6,0	2,4	6,0	1,2	20,0
2	2,2	8,4	3,5	5,4	12,0	7,2	1,6	18,0
3	2,0	7,8	3,0	4,8	9,0	4,8	2,0	16,0
4	1,8	7,2	2,5	3,6	8,0	4,0	2,4	15,0
5	1,6	6,6	2,0	3,0	5,4	3,6	3,0	12,0
6	1,4	6,0	1,5	2,4	5,0	3,0	3,6	9,0

## 6. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. **Баженов В.А., Гранат С.Я., Шишов О.В.** Будівельна механіка. Комп'ютерний курс: Підручник. – К.:, 1999.
2. **Баженов В.А., Шишов О.В.** Будівельна механіка. Електронний підручник. – [www.knuba.edu.ua](http://www.knuba.edu.ua):, 2008.
3. **Баженов В.А., Шишов О.В.** Будівельна механіка. Комп'ютерні технології: Підручник. – К.:, Каравела, 2009.
4. **Баженов В.А., Перельмутер А.В., Шишов О.В.** Будівельна механіка. Комп'ютерні технології і моделювання: Підручник. – К.:, ВІПОЛ, 2013.
5. **Баженов В.А., Іванченко Г.М., Шишов О.В., Пискунов С.О.** Будівельна механіка. Розрахункові вправи. Задачі. Комп'ютерне тестування. Навчальний посібник. – К.: Каравела, 2006, 2007.

Навчально-методичне видання

ШИШОВ Олег Володимирович  
СВЕШНІКОВ Олег Гаврилович

## **КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ І ОБЧИСЛЕННЯ РЕАКЦІЙ У В'ЯЗЯХ**

Індивідуальні завдання і методичні вказівки  
до виконання розрахунково-графічної роботи  
для студентів спеціальності 7.06010101  
“Промислове і цивільне будівництво”

Видається в авторській редакції

Комп'ютерна верстка О.В.Шишова