КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

**БАКАЛАВР**

Кафедра . інформаційних технологій проектування

та прикладної математики

.

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

В.о. декана факультету автоматизації і інформаційних технологій

 \_\_\_\_\_\_/ Олександр ТЕРЕНТЬЄВ /

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ

"Дисципліни обов`язкової компоненти"

**«ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА»**

|  |  |
| --- | --- |
| шифр | назва спеціальності, освітньої програми |
| 122 | «Комп’ютерні науки»  |

|  |
| --- |
| Розробники: |
| Серпінська О.І., асистент |  |
| (прізвище та ініціали, науковий ступінь, звання) | (підпис) |
|  |  |
| (прізвище та ініціали, науковий ступінь, звання) | (підпис) |

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

протокол № від « » 2024 року

Завідувач кафедри /Олександр ТЕРЕНТЬЄВ/

 (підпис)

Схвалено гарантом освітньої програми \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Гарант ОП \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ /Олександр ПОПЛАВСЬКИЙ/

 (підпис)

Розглянуто на засіданні науково-методичної комісії спеціальності

протокол № від « » 2024 року

**ВИТЯГ З РОБОЧОГО НАВЧАЛЬНОГО ПЛАНУ**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| шифр |  | Форма навчання: **денна** | Форма контролю | Семестр | Відмітка про погодження заступником декана факультету |
| Назва спеціальності, освітньої програми | Кредитів на сем. | Обсяг годин | Кількість індивідуальних робіт |
| Всього | аудиторних | Сам.роб. |
| Разом | у тому числі |
| Л | Лр | Пз | КП | КР | РГР | Конт.роб |
| 122 | Комп’ютерні науки(в т.ч. скорочений термін навчання) | ***2,0*** | ***60*** | ***30*** | ***16*** |  | ***14*** |  |  |  | 1 |  | ***залік*** | ***1*** |  |
| ***4,0*** | ***120*** | ***60*** | ***30*** |  | ***30*** |  |  |  | 1 |  | ***Екз.*** | ***2*** |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| шифр |  | Форма навчання: **заочна (вечірня)** | Форма контролю | Семестр | Відмітка про погодження заступником декана факультету |
| Назва спеціальності, освітньої програми | Кредитів на сем. | Обсяг годин | Кількість індивідуальних робіт |
| Всього | аудиторних | Сам.роб. |
| Разом | у тому числі |
| Л | Лр | Пз | КП | КР | РГР | Конт.роб |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Мета та завдання освітньої компоненти**

Мета дисципліни:

*Мета дисципліни* – оволодіння студентами математичною мовою і фундаментальними поняттями (і їх основними властивостями й практичними навичками використання) деяких найбільш традиційних розділів дискретної математики, сприяння розвитку логічного і аналітичного мислення студентів.

*Завдання* – розвиток практичних здібностей студентів по використанню математичної мови, побудові математичних моделей і доведень, виконанню математичних перетворень під час розв'язання задач.

**Компетентності здобувачів освітньої програми, що формуються в результаті засвоєння освітньої компоненти**

|  |  |
| --- | --- |
| **Код** | **Зміст компетентності** |
| **Інтегральна компетентність** |
| **ІК** | Здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі комп’ютерних наук або у процесі навчання, щопередбачає застосування теорій та методів інформаційних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов. |
| **Загальні компетентності** |
| ЗК1 | Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. |
| ЗК2 | Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях |
| ЗК3 | Здатність до розуміння предметної області та професійної діяльності |
| **Фахові компетентності** |
| СК1 | Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв’язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп’ютерних наук, аналізу та інтерпретування |
| КС4 | Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об’єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельногорозв’язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв’язування професійних задач. |

**Програмні результати здобувачів освітньої програми, що формуються в результаті засвоєння освітньої компоненти**

|  |  |
| --- | --- |
| **Код** | **Програмні результати** |
| ПР1 | Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук. |
| ПР2 | Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв’язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об’єктівінформатизації. |
| ПР4 | Використовувати методи обчислювального інтелекту, машинного навчання, нейромережевої та нечіткої обробки даних, генетичного таеволюційного програмування для розв’язання задач розпізнавання, прогнозування, класифікації, ідентифікації об’єктів керування тощо. |
| ПР11 | Володіти навичками управління життєвим циклом програмного забезпечення, продуктів і сервісів інформаційних технологій відповідно до вимог і обмежень замовника, вміти розробляти проектну документацію (техніко-економічне обґрунтування, технічне завдання, бізнес-план, угоду, договір, контракт). |
| ПР13 | Володіти мовами системного програмування та методами розробки програм, що взаємодіють з компонентами комп’ютерних систем, знати мережні технології, архітектури комп’ютерних мереж, мати практичні навички технології адміністрування комп’ютерних мереж та їх програмного забезпечення. |
| ПР15 | Застосовувати знання методології та CASE-засобів проектування складних систем, методів структурного аналізу систем, об'єктноорієнтованої методології проектування при розробці і дослідженні функціональних моделей організаційно-економічних і виробничотехнічних систем. |
| ПР17 | Виконувати паралельні та розподілені обчислення, застосовувати чисельні методи та алгоритми для паралельних структур, мови паралельного програмування при розробці та експлуатації паралельного та розподіленого програмного забезпечення. |

**Програма дисципліни**

**Змістовний модуль 1. Теорія множин та відношень**

***Лекція 1*** Множини. Операції над множинами.

**Тема 1.** Основні поняття та визначення теорії множин​.

**Тема 2.** Способи задання множин.

**Тема 3.** Підмножини. Потужність множин. Булеан.

**Тема 4.** Визначення рівності множин.

**Тема 5.** Визначення порожньої і універсальної множини.

Висновки.

- Ознайомлення студентів з основами теорії множин, з основними поняттями і визначеннями теорії множин;

- ознайомлення студентів зі способами задання множин.

***Практичне заняття 1.*** Поняття множини, елементів множини, підмножини. Правила застосування знаків належності і включення. Способи задання множин. Булеан.

Зміст заняття:

1. Виконати тестові завдання на визначення правильності тотожностей із застосуванням знаків належності і включення.
2. Виконати вправи на задання множини всіма можливими способами.
3. Для множини А побудувати множину всіх її підмножин, тобто булеан В(А).

***Лекція 2.*** Теоретико-множинні операції над множинами. Основні закони алгебри множин.

**Тема 1.** Булеві операції над множинами.

**Тема 2.** Основні закони алгебри множин.

**Тема 3**. Діаграми Венна (Ейлера)

Висновки.

* Результатом виконання теоретико-множинних операцій над множинами, також є множина. За допомогою цих операцій можна конструювати нові множини із заданих;
* теоретико-множинні операції можна проілюструвати діаграмою Венна (Ейлера);

***Практичне заняття 2.*** Операції над множинами. Вирішення задач за допомогою діаграм Ейлера-Венна.

Зміст заняття:

1. Виконати операції над множинами.
2. Задати множини, що наведені за допомогою діаграм Ейлера-Венна аналітично.
3. Спростити вираз, використовуючи закони алгебри множин.
4. Довести тотожність, використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна.
5. Вирішити задачу, використовуючи діаграми Ейлера-Венна.

***Лекція 3.*** Декартовий добуток множин. Відповідності та відношення​.

**Тема 1.** Розбиття множин. Покриття множин.

**Тема 2.** Упорядкований набір або кортеж.

**Тема 3.** Декартовий добуток множин.

**Тема 4.** Відповідність. Основні поняття. Типи відповідностей.

**Тема 5.** Поняття відношення. Способи задання бінарних відношень.

**Тема 6.** Операції над відношеннями.

**Тема 7.** Спеціальні властивості відношень.

Висновки.

- Упорядкованимнабором (або кортежем) називають таку сукупність елементів, у послідовності яких кожний елемент займає певне місце;

- декартовим добутком множин А і В (позначається $A×B$) називається множина всіх пар *(a, b)*, у яких перша компонента належить множині А ($a\in A$), а друга – множині В ($b\in B$), тобто $A×B=\left\{\left(a,b\right)|a\in A,b\in B\right\}$. Декартів добуток можна природно узагальнити для довільної скінченної сукупності множин;

-елементи множин *A* і *B* можуть зіставлятися один з одним яким-небудь чином, утворюючи впорядковані пари *(a, b)*. Якщо спосіб такого зіставлення визначений, то говорять, що між множинами *A* і *B* встановлена відповідність. Відповідності можуть бути різних типів: одно-однозначні, одно-багатозначні, багато-однозначні, багато-багатозначні;

- фундаментальним поняттям дискретної математики є поняття «відношення», яке використовують для позначення зв`язку між об’єктами або поняттями;

- оскільки бінарні відношення є множинами, то для їх задання можна використовувати ті самі способи, що і для множин.

 ***Практичне заняття*** **3**. Декартовий добуток множин. Відношення. Способи задання відношень. Спеціальні властивості відношень.

Зміст заняття:

1. Знайти декартовий добуток множин.
2. Довести тотожність виразу, що містить операцію декартового добутку.
3. Задати бінарне відношення множин всіма відомими способами.
4. Визначити властивості заданих відношень.

***Лекція 4.*** Функціональні відношення.

**Тема 1.** Основні визначення.

**Тема 2.** Обернене функціональне відношення.

**Тема 3.** Відображення. Типи відображень.

Висновки.

- Відношення *R* (*R*⊂*A×B*) називають функціональним, якщо для кожного *x*∈*A* переріз *R* по *х* містить не більше одного елемента *y*∈*B* (або один або жодного!);

- якщо відношення водночас є функціональним та всюди визначеним на множені *А*, то воно називається відображенням множини *А* у множину *B: f: А→В*;

- основні типи відображень: ін’єкція, сюр’єкція, бієкція.​

***Практичне заняття*** **4.** Функціональні відношення. Відображення. Типи відображень.

Зміст заняття:

1. Виконати операції над відношеннями: побудувати обернене відношення, знайти прекцію і переріз, побудувати композицію.

2. Для заданих відношень визначити: а) всюди визначеними;

б) функціональними; в) ін.`єктивними; г) сюр`єктивними; д) бієктивними.

***Лекція 5.*** Алгебраїчні структури.

**Тема 1.** Алгебраїчні операції.

**Тема 2.** Властивості алгебраїчних операцій.

**Тема 3**. Алгебраїчні структури.

**Тема 4.** Групи.

**Тема 5.** Кільця.

**Тема 6**. Поля.

Висновки.

- Алгебра вивчає множини, для елементів яких введено відношення, які називаються алгебраїчними операціями;​

- в лекції наведені приклади всіх властивостей алгебраїчних операцій (асоціативності, комутативності, дистрибутивності);​

- алгебраїчною структуроюназивається множина *M* разом із заданими *Q* операціями, визначеними і замкненими на цій множині;​

- групоюназивається множина з визначеною на ній бінарною асоціативною операцією, для якої існує обернена операція;

​- кільцемназивається множина *R*, на якій визначені дві бінарні алгебраїчні операції (додавання та множення), при цьому відносно однієї з цих операцій множина є абелевою групою, а друга операція є дистрибутивна відносно першої;

* поле являє собою єдність двох абелевих груп – адитивної та мультиплікативної.

**Змістовний модуль 2. Комбінаторний аналіз**

***Лекція 1.*** Основи комбінаторики.

**Тема 1.** Проблеми комбінаторного аналізу і методи їх розв’язання.

**Тема 2.** Основні поняття комбінаторики.

**Тема 3.** Вибірка. Упорядкована і неупорядкована вибірка.

**Тема 4.** Вибірки з повтореннями і без повторень.

**Тема 5.** Загальноприйняті назви вибірок.

Висновки.

- Комбінаторика – це розділ математики, який вивчає питання вибору або розміщення елементів множин у відповідності з заданим правилом;

- методи розв’язування задач комбінаторики називають методами комбінаторного аналізу;

- вибіркою називають довільну мультимножину, елементи якої вибирають з елементів множини А, тобто таку множину, яка, у загальному випадку, може містити кілька екземплярів одного і того самого елемента множини А;

- упорядковані вибірки відрізняються порядком слідування одних і тих самих елементів;

- неупорядковані вибірки відрізняються елементами, а непорядком їх слідування;

- Вибірки з повтореннями– це вибірки, які допускають повторення елементів. Вибірки без повторень– це вибірки, які не допускають повторення елементів;

- Загальноприйняті назви вибірок: розміщення, поєднання (комбінації), перестановки.

***Практичне заняття*** **1.** Задачі з комбінаторики. Приклади вирішення.

Зміст заняття:

1. Вирішення задач із застосуванням комбінаторних схем перестановки, розміщення і поєднання без повторень.
2. Вирішення задач із застосуванням комбінаторних схем перестановки, розміщення і поєднання з повтореннями.
3. Застосування алгоритму вибору комбінаторної схеми для вирішення задач.

***Лекція 2.*** Основні правила комбінаторики. Принцип Діріхле.

**Тема 1.** Правило суми.

**Тема 2.** Правило добутку.

**Тема 3.** Правило включень і виключень.

**Тема 4.** Принцип Діріхле.

Висновки.

- Якщо елементи множини *A* можна вибрати *n* способами, а елементи множини *B* можна вибрати *m* способами, то за умови, що *A*∩*B* = , загальне число вибірок становить *n* +*m*;

- кількість способів вибору елементів множини *A,* а потім елементів множини *B* дорівнює *n* *m*;

- потужність об’єднання множин зводиться до послідовного виконання операцій додавання і віднімання. Які чергуються між собою. Звідси випливає назва – правило включень і виключень;

- принцип Діріхле: якщо *nk*+1 предмет розкладено в *n* ящиків, то принаймні в одному з ящиків знаходиться не менше ніж *k*+1 предмет.

***Практичне заняття*** **2.** Застосування основних правил комбінаторики для вирішення задач.

Зміст заняття:

1. Вирішення задач із застосуванням правила суми комбінацій.
2. Вирішення задач із застосуванням правила добутку комбінацій.

***Лекція 3.*** Комбінаторні схеми. Формула бінома Ньютона.

**Тема 1.** Розміщення (з повтореннями, без повторень).

**Тема 2.** Поєднання (комбінація з повтореннями, без повторень).

**Тема 3.** Перестановки (з повтореннями, без повторень).

**Тема 4**. Біноміальна формула.

**Тема 5.** Властивості бінома Ньютона.

**Тема 6.** Поліноміальна формула.

Висновки.

- Розглянуто всі типи вибірок: розміщення, комбінації і перестановки (з повтореннями і без повторень);

- розглянуто алгоритм вибору комбінаторної схеми для вирішення задач;

- при розв’язуванні багатьох задач виникає необхідність записати n-й степінь двочлена (бінома) a+b в розгорнутому вигляді. Для цього застосовують формулу бінома Ньютона;

- розглянуто основні властивості бінома Ньютона і використання формули для вирішення рівнянь, систем рівнянь і інших комбінаторних задач.

***Практичне заняття 3*.** Задачі з комбінаторики. Приклади вирішення.

Зміст заняття:

1. Вирішення задач із застосуванням формули бінома Ньютона.
2. Вирішення комбінаторних рівнянь і нерівностей.
3. Вирішення систем комбінаторних рівнянь і нерівностей.

**Змістовний модуль 3. Теорія графів**

***Лекція 1.*** Графи. Основні поняття. Операції над графами.

**Тема 1.** Графи. Основні поняття і визначення.

**Тема 2.** Унарні операції над графами.

**Тема 3.** Бінарні операції над графами.

Висновки.

- Розглянуто типові задачі теорії графів, неорієнтовані графи і термінологія.

- розглянуто абстрактні графи та геометричні реалізації;

- розглянуті унарні і бінарні операції над графами.

***Практичне заняття*** **1.** Задачі з комбінаторики. Приклади вирішення.

Зміст заняття:

1.Побудувати граф відношення «x+y<=7» на множині М={1,2,3,4,5,6}. Визначити його властивості.

2.Визначити степені вершин неорієнтованого графа; визначити додатні і від’ємні півстепені орієнтованого графа.

3.Побудувати довільні графи *G*1 ,*G*2

4.Виконати над графами такі операції: побудувати доповнення до графів *G*1 та *G*2;

побудувати об’єднання графів *G*1 ∪ *G*2; побудувати перетин графів , *G*1 ∩ *G*2; побудувати кільцеву суму (додавання за модулем) графів , ; видалити 4 вершини *Vі*з графа *G*1 ; видалити 6 ребер *lк* з графа *G*1 ;

***Лекція 2.*** Графи. Способи представлення графів. Структурні характеристики графів.

**Тема 1.** Графічне представлення неорієнтованих і орієнтованих графів.

**Тема 2**. Представлення орієнтованих і неорієнтованих графів із застосуванням матриці суміжності.

**Тема 3.** Представлення орієнтованих і неорієнтованих графів із застосуванням матриці інцидентності.

**Тема 4.** Представлення орієнтованих і неорієнтованих графів із застосуванням списку суміжних вершин.

**Тема 5.** Представлення орієнтованих і неорієнтованих графів із застосуванням списку ребер.

**Тема 6.** Структурні характеристики графів.

Висновки.

- Розглянуто всі способи задання орієнтованих і неорієнтованих графів, а також ефективність способу задання графів; ​

- наведено властивості матриць суміжності і інцидентності орієнтованих і неорієнтованих графів;

- розглянуто структурні характеристики орієнтованих і неорієнтованих графів.

***Практичне заняття*** **2.** Способи представлення графів. Структурні характеристики графів.

Зміст заняття:

1.Задати 2 неорієнтованих графи *G*1(*V*1,*E*1) та *G*2(*V*2,*E*2):

*G*1: |*V*1|=15, | *E*1|=20, 2 петлі, 2 ізольовані вершини;

*G*2: |*V*2|=10, | *E*2|=15, 2 петлі, 1 ізольована вершина.

2.Скласти матрицю суміжності для неорієнтованих графів *G*1 *G*2 ;

1. Скласти матрицю інцидентності для графів *G*1 *G*2.
2. Представити графи як список суміжних вершин і список ребер.
3. Записати 5 маршрутів, 4 ланцюги, 2 цикли графа *G*1

***Лекція 3.*** Зв’язність графів.

**Тема 1.** Компоненти зв’язності.

**Тема 2.** Зв’язність орієнтованих графів.

**Тема 3.** Роздільність (сепарабельність) графа.

**Тема 4.** Матриця відстаней графа.

Висновки.

- Доведено, що кожен неорієнтований граф розкладається в єдиний спосіб на пряму суму власних зв’язних компонент;

- зв`язність орієнтованих графів визначається в принципі так само, як і неорієнтованих, тобто без урахування напрямку дуг. Специфічним для орграфа є поняття сильної зв`язності;

- зв’язний граф може бути розділено на незв’язані поміж собою підграфи вилучанням з нього певних вершин і/або ребер. При вилученні вершин вилучаються і всі інцидентні до них ребра, а при вилученні ребер інцидентні до них вершини зберігаються. Вершина, вилучення якої перетворює зв’язний граф на незв’язний, називається точкою зчленування***.*** Ребро, вилучання якого перетворює зв’язний граф на незв’язний, називається мостом.За наявності моста є хоча б дві точки зчленування;

- надано визначення числа вершинної і реберної зв’язності графа, що відображають чуттєвість системи до пошкоджень, а точки зчленування і мости графа системи вказують на найбільш вузькі місця системи;

- розглянуто побудову матриці відстаней графа і визначення діаметра, радіуса і центральної точки графа.

***Практичне заняття*** **3.** Зв’язність графів.

Зміст заняття:

1. Визначити число компонент зв’язності в графі , якщо граф задається графічно.

2. Розкласти орграф , який представлений на рис, на сильно зв’язані компоненти .

3. Знайти такі метричні характеристики графа (рис.): ексцентриситети усіх вершин графа, діаметр графа, радіус графа, периферійні вершини графа, діаметральні ланцюги, центральні вершини графа, центр графа.

***Лекція 4.*** Ізоморфізм графів.Цикломатика графів.

**Тема 1.** Ізоморфізм графів.

**Тема 2**. Алгоритм розпізнавання ізоморфізму графів.

**Тема 3.** Циклові ребра та перешийки.

**Тема 4.** Цикломатичне число.

**Тема 5.** Роздільність (сепарабельність) графа.

**Тема 6.** Матриця відстаней графа.

Висновки.

-Графи, що відрізняються тільки нумерацією вершин, називають ізоморфними графами;

- відображення R називають ізоморфізмом графів *G* і *H*, якщо для будь-яких суміжних вершин $v\_{i},v\_{j}\in G$ їх образи $\left(u\_{k},u\_{m}\right)\in H$ також суміжні;

- наведено алгоритм розпізнавання ізоморфізму графів;

- цикломатика – це вивчення циклів у графі;

- надано визначення і розглянуто приклади циклових ребер і перешийків;

- Цикломатичне число графа вказує кількість ребер, які необхідно видалити, щоб отримати дерево (для зв'язного графа) або ліс (для незв'язного графа), тобто досягнути відсутність циклів. Цикломатичне число графа дорівнює максимальній кількості незалежних циклів.

***Практичне заняття 4.*** Ізоморфізм графів.Цикломатика графів.

1.Довести ізоморфізм заданих графів.

2.Побудувати ізоморфний граф до заданого.

3. Обчислити Цикломатичне число графів *G*1 та *G*2.

***Лекція 5.*** Циклові графи.Гамільтонові і ейлерів графи.

**Тема 1.** Ейлерів цикл. Ейлерів граф.

**Тема 2**. Гамільтоновий цикл. Гамільтоновий граф.

**Тема 3.** Умови існування Гамільтонового графа.

Висновки.

- Якщо існує цикл у графі, в якому кожне ребро графа брало участь один раз, то такий цикл називається Ейлеровим циклом, а граф, який містить такий цикл, – Ейлеровим графом;

- наведено необхідні і достатні умови існування Ейлерового графа;

- наведено алгоритм Флері побудови Ейлерового циклу;

- Гамільтонів граф – граф, що містить Гамільтонів цикл. А Гамільтонів цикл – простий цикл, який містить всі вершини графа і оскільки простий, то повторення вершин– відсутні;

- критерія Гамільтонового графа немає, але є умова існування Гамільтонового графа;

- розглянуто дві найбільш відомі умови існування – умову Дірака і умову Оре.

***Практичне заняття 5.*** Циклові графи.Гамільтоновий і ейлерів графи.

1. Побудувати граф, що має Ейлерів цикл, з застосуванням алгоритму Флері.
2. Довести існування або відсутність Ейлерового циклу в заданому графі.

3. Довести, що заданий граф є Гамільтоновим.

***Лекція 6.*** Дерева та їхні властивості, ліс, цикли.

**Тема 1.** Визначення дерева. Властивості дерев.

**Тема 2**. Бінарні дерева. Бінарні дерева пошуку.

**Тема 3.** Алгоритми вставки, пошуку і видалення елемента.

**Тема 4.** Обхід дерева.

**Тема 5.** Дерева виразів.

Висновки.

- Деревомназивається зв’язний граф без циклів. Дерево не може мати ані кратних ребер, ані петель, ані ізольованих вершин. Кожний ланцюг у дереві є простий;

- висота вузла дерева - це довжина самого довгого шляху з цього вузла до будь-якого листа. Висота дереваспівпадає з висотою кореня. Глибина вузла– це довжина шляху від кореня до цього вузла. Степінь вузла– це кількість дуг, що з нього виходить. Степінь деревадорівнює максимальному степеню вузла, що входить у дерево. Листя в дереві - це вузли, що мають степінь нуль.

- бінарне дерево – це дерево степінь якого дорівнює два;

- бінарне дерево пошуку (binary search tree – BST) – це бінарне дерево в якому:

* Кожен вузол має не більше двох нащадків;
* Кожен вузол має ключ (key) і значення (value);
* Ключі всіх вузлів лівого піддерева менші значення ключа батьківського вузла;
* Ключі всіх вузлів правого піддерева більші значення ключа батьківського вузла;

- розглянуто алгоритми вставки, пошуку і видалення елемента дерева;

- під обходом бінарного дерева розуміють визначений порядок проходження всіх вершин дерева. Розрізняють: прямий, зворотній та симетричний порядки обходу.

***Практичне заняття 6.*** Дерева та їхні властивості.

1. Створити дерево, елементи якого мають цілий тип. Причому для кожного вузла дерева у всіх лівих вузлах повинні перебувати числа менші, а в правих більші, ніж числа, що зберігаються в цьому вузлі. Таке дерево називається деревом пошуку.
2. Здійснити обхід дерева в прямому, зворотньому та симетричному порядках.
3. Виконати операції вставки, пошуку і видалення елемента створеного дерева.

***Лекція 7.*** Остовні дерева. Алгоритми пошуку остовних дерев.

**Тема 1.** Остовні дерева.

**Тема 2**. Алгоритм пошуку вглибину.

**Тема 3.** Алгоритми пошуку в ширину.

**Тема 4.** Алгоритм пошуку максимальної кількості остовних дерев.

Висновки.

-Остовне дерево (підграф) зв’язного графу – це зв’язний ациклічний підграф (дерево), який містить всі вершини графа. Методами пошуку остовного дереваназивають алгоритми обходу вершин графа, при якому кожна вершина отримує унікальний порядковий номер;

- двома основними алгоритмами обходу графа є пошук в глибину (Depth-FirstSearch, DFS) і пошук в ширину (Breadth-FirstSearch, BFS);

- DFS слідує концепції «поринай глибше, головою вперед» («godeep, headfirst»). Ідея полягає в тому, що ми рухаємося від початкової вершини (точки, місця) в заданому напрямку (за заданим шляхом) до тих пір, поки не досягнемо кінця шляху або пункту призначення (шуканої вершини). Якщо ми досягли кінця шляху, але він не є пунктом призначення, то ми повертаємося назад (до точки розгалуження шляхів) і йдемо по іншому маршруту;

- BFS слідує концепції «розширюйся, піднімаючись на висоту пташиного польоту» («gowide, bird’seye-view»). Замість того, щоб рухатися заданим шляхом до кінця, BFS передбачає рух вперед по одному сусіду за раз;

- а-лгоритм пошуку максимальної кількості остовних дерев застосовується для будь-якого зв’язного графа G(V,E) з поміченими вершинами, в якому необхідно знайти всі можливі остовні дерева.

***Практичне заняття 7.*** Остовні дерева. Алгоритми пошуку остовних дерев.

1. Побудувати остовне дерево для зв’язного графа, застосувавши алгоритм пошуку в глибину.

2. Побудувати остовне дерево для зв’язного графа, застосувавши алгоритм пошуку в ширину.

3. Використовуючи алгоритм пошуку максимальної кількості остовних дерев, знайти максимальну кількість остовних дерев для зв’язного графа.

***Лекція 8.*** Остовні дерева. Остовні дерева мінімальної ваги.

**Тема 1.** Остовні дерева мінімальної ваги.

**Тема 2**. Алгоритм Прима.

**Тема 3.** Алгоритми Крускала.

Висновки.

-Остовне дерево мінімальної ваги – це зв’язний ациклічний підграф (дерево) мінімальної ваги;

- методами пошуку остовного дереваназивають алгоритми обходу вершин графа, при якому кожна вершина отримує унікальний порядковий номер;

- алгоритм Прима - жадібний алгоритм побудови мінімального остовного дерева зваженого зв'язного неорієнтованого графу. Побудова починається з дерева, що містить в собі одну (довільну) вершину. Протягом роботи алгоритму дерево розростається, поки не охопить усі вершини початкового графу;

- алгоритм Крускала — алгоритм побудови мінімального остовного дерева зв'язного неорієнтованого графу. Алгоритм Крускала починається з побудови виродженого лісу, що містить V дерев, кожне з яких складається з однієї вершини. Далі виконуються операції об’єднання двох дерев, для чого використовуються найкоротші можливі ребра, поки не утвориться єдине дерево. Це дерево і буде мінімальним кістяковим деревом.

***Практичне заняття 8.*** Остовні дерева. Остовні дерева мінімальної ваги.

1. Побудувати остовне дерево мінімальної ваги для зв’язного графа, застосувавши алгоритм Прима.

2. Побудувати остовне дерево мінімальної ваги для зв’язного графа, застосувавши алгоритм Крускала.

***Лекція 9.*** Алгоритми пошуку найкоротших шляхів у графі.

.**Тема 1** Задачапро найкоротший шлях.

**Тема 2**. Алгоритм Дейкстри.

**Тема 3.** Алгоритм Форда – Беллмана знаходження мінімального шляху.

**Тема 4.** Алгоритм Флойда-Воршелла.

**Тема 5.** Алгоритм Джонсона.

Висновки.

-Задачапро найкоротший шлях полягає у знаходженні найкоротшого шляху від заданої початкової вершини *а* до заданої вершини z;

- найефективнішим алгоритмом знаходження довжини найкоротшого шляху від фіксованої вершини до будь-якої іншої є алгоритм Дейкстри. Цей алгоритм застосовується лише у випадку, коли вага кожної дуги додатна;

- алгоритм Форда – Беллмана знаходження мінімального шляху застосовується у випадку, коли орієнтований граф не містить контурів від’ємної довжини;

- метод Флойда-Воршелла безпосередньо ґрунтується на тому факті, що в графі

з додатними вагами ребер будь-який неелементарний (довжиною більше 1 ребра) найкоротший шлях складається з інших найкоротших шляхів;

- алгоритм Джонсона знаходить найкоротший шлях між всіма парами вершин у зваженому графі з від`ємними вагами без негативних контурів. Давайте розглянемо умови задачі частинами.

***Практичне заняття 9.*** Алгоритми пошуку найкоротших шляхів у графі.

1. Навести неорієнтований граф G(V,E).

2. Для заданого графа знайти найкоротший шлях від джерела до всіх інших вершин заданого графа, використовуючи алгоритм Дейкстри.

3. Для заданого графа знайти найкоротші шляхи між усіма парами вершин за допомогою алгоритму Флойда.

***Лекція 10.*** Основні алгоритми розфарбування графів.

.**Тема 1** Базові відомості.

**Тема 2**. Алгоритм неявного перебору.

**Тема 3.** Евристичний алгоритм розфарбування.

**Тема 4.** Рекурсивна процедура послідовного розфарбування.

**Тема 5.** Жадібний алгоритм розфарбування.

Висновки.

-Задачу знаходження хроматичного числа графа називають задачею про розфарбовування (або завданням розфарбовування) графа;

- алгоритм прямого неявного перебору є найпростішим алгоритмом вершинного розфарбування графів. Цей алгоритм дозволяє реалізувати правильне розфарбування графа з вибором мінімальної в рамках даного алгоритму кількості фарб;

- евристичні процедури можуть використовуватися при розфарбовуванні графів з великим числом вершин, де застосування точних методів не виправдане з огляду на високу трудомісткість обчислень;

- жадібне розфарбування  —розфарбування вершин неорієнтованого графа, створене жадібним алгоритмом, який проходить вершини графа в деякій визначеній послідовності та призначає кожній вершині перший доступний колір. Жадібні алгоритми, в загальному випадку, не дають мінімально можливе число кольорів, однак вони використовуються в математиці як техніка доказів інших результатів, що належать до розфарбування, а також у комп'ютерних програмах для отримання розфарбування з невеликим числом кольорів.

***Практичне заняття 10.*** Основні алгоритми розфарбування графів.

1. Знайти хроматичні числа правильних графів.

2. Навести приклади 1-хроматичного, 2-хроматичного і 3-хроматичного графів.

3. Розфарбувати заданий зв’язний граф *G* «жадібним» алгоритмом.

**Змістовний модуль 4. Математична логіка**

***Лекція 1.*** Булева алгебра. Основні поняття та визначення.

**Тема 1** Булеві змінні та булеві функції.

**Тема 2**. Способи задання булевих функцій.

**Тема 3.** Булеві функції однієї та двох змінних.

Висновки.

-Булева алгебра – це алгебраїчна структура (,0,1) з бінарними операціями : , унарною операцією «» : і виділеними елементами 0,1 в носії *А,* які задовольняють властивості комутативності, асоціативності і дистрибутивності;

- змінні, що приймають значення із множин В={0;1},називаються булевимиабо логічними змінними. Значення 0 і 1 булевих змінних називаються булевими константами;

- булевою функцією*n* незалежних змінних називається функція *y = f*(*x*1, *x*2, *...*, *xn*),

*n* ≥ 1, в якій кожна змінна і сама функція набувають власних значень з множини{0;1},тобто 𝑥𝑘𝜖0;1,𝑘=1,𝑛,𝑦=0;1;

- існують такі способи задання булевих функцій: табличний, координатний, числовий, аналітичний;

- булеві функції однієї змінної: константа нуль, константа одиниця, тотожність (повторення), заперечення;

- усі можливі логічні функції  *двох* змінних можна створити за допомогою трьох основних операцій: логічне заперечення(інверсія, операція НІ), логічне додавання(

 , диз’юнкція, операція АБО) двох змінних, логічне множення(, кон’юнкція, операція І) двох змінних.

 ***Практичне заняття 1.*** Булева алгебра. Способи задання булевих функцій.

1. Для функції, що задана аналітично побудувати таблицю істинності.

2. Для функції, що задана аналітично побудувати таблицю істинності.

3. Задати функцію графічно.

4. Задати функцію для трьох змінних числовим способом.

***Лекція 2.*** Реалізація булевих функцій формулами, пріоритет операцій.

**Тема 1** Реалізація булевих функцій формулами, пріоритет операцій.

**Тема 2**. Двоїстість булевих функцій.

**Тема 3.** Закони булевої алгебри.

Висновки.

-Формулою алгебри логікиабо логічним виразомназивається скінчена послідовність булевих змінних, функцій та їх суперпозицій, пов’язаних знаками логічних операцій та круглими дужками. Суперпозицією називається спосіб одержання нових функцій шляхом підстановки значень одних функцій замість значень аргументів інших функцій, при цьому деякі з функцій можуть тотожно співпадати з однією зі змінних;

- якщо у формулі відсутні дужки, то операції виконуються в такій послідовності:

Заперечення, кон’юнкція, диз’юнкція, імплікація, еквівалентність. Для стрілки Пірса і штриха Шеффера пріоритет не визначений;

- основні закони булевої алгебри: закони сталих (констант); закон тотожності; закон подвійного заперечення; закон протиріччя; закон вилученого третього;

 комутативність ∨ та ∧; асоціативність ∨ та ∧; перший дистрибутивний закон;

 другий дистрибутивний закон; перший закон поглинання; другий закон поглинання; ідемпотентність; перший закон склеювання; другий закон склеювання; правила де Моргана; правило твердження, modus ponens; правило спростування, modus tollens.

***Практичне заняття 2.*** Реалізація булевих функцій формулами, пріоритет операцій.

1. Визначити, чи є заданий вираз формулою над множиною функцій (операцій). У тому разі, коли вираз – не формула , чи можна, додавши дужки, перетворити її у формулу.

2. За допомогою стандартного методу з’ясувати, чи є рівносильними дві задані формули.

3. Використовуючи основні закони булевої алгебри, шляхом рівносильних перетворень довести рівносильність заданих формул.

4. Побудувати таблицю істинності булевої функції від трьох змінних.

***Лекція 3.*** ДНФ.КНФ. Алгебра Жегалкіна.

**Тема 1** Диз’юнктивні та кон’юктивні розкладання булевих функцій.

**Тема 2**. Нормальні форми булевих функцій.

**Тема 3.** Алгебра Жегалкіна. Лінійні функції. Монотонні функції.

**Тема 4.** Класи булевих функцій.

**Тема 5.** Повні системи функцій. Базис.

Висновки.

- Елементарною диз’юнкцією (кон’юнкцією) називається диз’юнкція (кон’юнкція) скінченного числа булевих змінних, у якій кожна змінна зустрічається не більше одного разу в прямому чи інверсному вигляді;

-диз’юнктивною нормальною формою (кон’юнктивною нормальною формою) називається формула, яка містить диз’юнкцію (кон’юнкцію) скінченного числа різних елементарних кон’юнкцій (диз’юнкцій);

- алгеброю Жегалкінаназивається множина логічних функцій з операціями кон’юнкція, додавання за модулем 2 і константа 1, тобто алгебра, базисом якої є система функцій {1, $∧,⊕$};

- система функцій алгебри логіки {** } називається повною, якщо кожна інша функція алгебри логіки може бути виражена за допомогою суперпозицій цих функцій. При цьому стверджують, що повна система функцій утворює базис у логічному просторі;

- мінімальним базисомє такий базис, вилучення з якого будь-якої функції порушує його повноту;

- класами Постаназивають такі п’ять множин булевих функцій: клас функцій, що зберігає 0; клас функцій, що зберігає 1; клас самодвоїстих функцій; клас монотонних функцій; клас лінійних функцій. Булева функція  може належати одному або декільком класам Поста, та не належати до жодного.

***Практичне заняття 3.*** ДНФ.КНФ. Алгебра Жегалкіна.

1. Перевірити на повноту систему булевих функцій $\left\{x\_{1}∨x\_{2},x\_{1}\rightarrow x\_{2}\right\}$.

2. Перевірити, чи є повною система $J=\left\{x\rightarrow \overline{y},\overline{x}∧y\right\}$.

3. Для заданої логічної функції $F=(\overline{\overline{A}∨B⋅\overline{C}})⋅((\overline{\overline{B\downright C})⋅D})$ знайти ДНФ; скласти таблицю істинності; від мінімальної ДНФ перейти до КНФ.

***Лекція 4.*** Поліном Жегалкіна.

**Тема 1** Способи побудови полінома Жегалкіна.

**Тема 2**. Метод еквівалентних перетворень.

**Тема 3.** Метод трикутника Паскаля.

**Тема 4.** Метод невизначених коефіцієнтів.

Висновки.

- Функція алгебри Жегалкіна, подана у вигляді суми за модулем 2 добутків незалежних змінних, називається канонічним многочленом, або поліномом Жегалкіна;

- способи побудови полінома Жегалкіна: методи еквівалентних перетворень, метод трикутника Паскаля, метод невизначених коефіцієнтів;

-метод еквівалентних перетворень - для функції  записують ДДНФ, потім виражають диз’юнкцію та заперечення через операції кон’юнкції та суми за модулем 2. Використовуючи тотожності алгебри Жегалкіна, отримують поліном.

***Практичне заняття 4.*** Способи побудови полінома Жегалкіна.

1. Скласти поліном Жегалкіна методом невизначених коефіцієнтів і за допомогою трикутника Паскаля для $F=\overline{A}(A∧B)\rightarrow (A∧B\rightarrow B)$.

2. Побудувати поліном Жегалкіна для функції ~*y* методом еквівалентних перетворень.

3. Побудувати поліном Жегалкіна для функціїметодом еквівалентних перетворень.

***Лекція 5.*** Мінімізація булевих функцій.

**Тема 1** Метод Карно-Вейча мінімізації булевих функцій.

**Тема 2**. Метод Куайна мінімізації булевих функцій.

**Тема 3.** Метод Мак-Класкі мінімізації булевих функцій.

Висновки.

- Якщо число змінних логічних функцій мале , знаходження мінімальних форм можна проводити за допомогою спеціальних таблиць, які називаються діаграмами Вейча або картами Карно;

- За методом Куайна прості імпліканти знаходяться по доскональній диз`юнктивній нормальній формі (ДДНФ) булевої функції в результаті застосування до неї закону неповного склеювання та операції поглинання;

-Метод Мак-Класкі застосовують тоді, коли булева функція задана нормальною формулою.

***Практичне заняття 5.*** Мінімізація булевих функцій.

1. Мінімізувати задану булеву функцію методом Карно-Вейча.

2. Мінімізувати задану булеву функцію методом Куайна.

3. Мінімізувати задану булеву функцію методом Мак-Класкі.

**Змістовий модуль 5. Розрахунково-графічна робота.**

**Тематика і зміст розрахунково-графічних робіт**

**Частина 1. Множини і відношення**

1. Задати множину *A* всіма можливими способами.
2. Побудувати булеан для множини *А.*
3. Розв’язати задачу теорії множин.
4. Виконати задані дії над множинами.
5. Задати множини аналітично.
6. Спростити вираз.
7. Довести тотожність, використовуючи закони алгебри множин та за допомогою діаграм Ейлера-Венна.
8. Задати бінарне відношення всіма можливими способами.
9. Довести тотожність або твердження (відношення).

**Частина 2. Графи**

Задати 2 неорієнтованих графи *G*1 та *G*2: *G*1 : 15 вершин та 20 ребер; *G*2 : 10 вершин та 15 ребер (5 з яких однакові (спільні) з G1). Виконати над графами такі операції:

1) визначити степінь d(Хі ) кожної вершини графів G1 та G2 ;

2) навести 5 підграфів графа G2 (кількість вершин від 3 до 6);

3) навести 2 остовних підграфи графа G2;

4) навести 5 циклів графа G1 ;

5) побудувати доповнення до графів G1 та G2;

6) побудувати об’єднання графів G1 ∪ G2;

7) побудувати перетин графів , G1 ∩ G2;

8) побудувати кільцеву суму (додавання по модулю) графів , ;

9) видалити 4 вершини Хі з графа G1 ;

10) видалити 6 ребер lк з графа G1 ;

11) ототожнити вершин (з Х1 по Х7 у вершину Х’;
з Х8 по Х15 у вершину Х’’)в графі G1 ;

12) представити граф G2 як n-дольний граф (n = 3 або n = 4);

13) побудувати ізоморфний граф графу G2 ;

14) записати 5 маршрутів, 4 ланцюги, 2 цикли графа G1;

15) скласти матрицю суміжності для неорієнтованого графа G2 ;

16) скласти матрицю інцидентності для графа G2 ;

17) знайти діаметр та радіус графів *G*1 та *G*2;

18) обчислити цикломатичне число графів *G*1 та *G*2.

**Частина 3. Комбінаторний аналіз**

1)Розв’язати пряму задачу комбінаторики.

2) Розв’язати рівняння або систему рівнянь.

3) Виконати завдання з використанням бінома Ньютона.

**Частина 4. Математична логіка**

1. Скласти таблицю істинності для заданої формули.
2. Встановити еквівалентність формул за допомогою таблиць істинності та за допомогою формул перетворень.
3. Знайти ДНФ, ДДНФ, КНФ, ДКНФ.
4. Знайти поліном Жегалкіна за допомогою трикутника Паскаля та методом невизначених коефіцієнтів.
5. Перевірити систему на повноту за теоремою Поста.
6. Знайти мінімальну ДНФ булевої функції методами Куайна, Карнау-Вейча та Мак-Класкі. Навести скорочену і всі тупикові ДНФ.

**Вимоги до розрахунково-графічних робіт**

Розрахунково-графічні роботи з дисциплін «Дискретна математика» охоплюють основні розділи: теорія множин, теорія графів, комбінаторика і математична логіка.

У результаті виконання розрахунково-графічних робіт студенти повинні:

*– знати*: математичний апарат дискретної математики, основи математичної логіки, алгоритми та засоби пошуку оптимальних розв'язань типових задач;

*– уміти*: знаходити найбільш ефективний для розв’язання конкретної задачі математичний апарат, моделювати та досліджувати елементарні логічні та дискретні схеми.

**Структура пояснювальної записки**

Пояснювальна записка повинна містити:

1. Титульний лист.

2. Завдання до розрахунково-графічної роботи.

3. Розв’язок завдань.

4. Список використаної літератури.

Пояснювальна записка оформлюється на листах формату А4, всі листи нумеруються та скріплюються.

**Оформлення пояснювальної записки**

До захисту роботу подають у вигляді спеціально підготовленого рукопису в прошитому вигляді.

Роботу друкують за допомогою комп’ютера на одній стороні аркуша білого паперу формату А4 (210х297 мм), дотримуючись таких вимог: Шрифт Times New Roman, Розмір шрифту 14 пунктів, Відстань між рядками 1,5 інтервали, Параметри сторінки Формат А4, Розташування Книжне.

Розміри поля: верхнє та нижнє – 20 мм, ліве – 20 мм, праве – 15 мм.

Абзацний відступ повинен бути однаковим впродовж усього тексту та дорівнювати п‘яти знакам (1,27 см). Формули та умовні знаки повинні бути введені до тексту за допомогою редакторів формул Microsoft Equation, Myth Type і т.п.

Ілюстрації (креслення, рисунки, графіки, схеми, діаграми, фотознімки) слід розміщувати в пояснювальній записці безпосередньо після тексту, де вони згадуються вперше, або на наступній сторінці. На всі ілюстрації мають бути посилання в пояснювальній записці. Посилання на ілюстрації роботи вказують порядковим номером ілюстрації, наприклад, «рис. 1.2».

Ілюстрації можуть мати назву, яку розміщують під ілюстрацією. За необхідності під ілюстрацією розміщують пояснювальні дані (підрисунковий текст). Ілюстрація позначається словом ”Рисунок \_\_\_ ”, яке разом з назвою ілюстрації розміщують після пояснювальних даних, наприклад ”Рисунок 3.1 Схема розміщення”.

На всі таблиці повинні бути посилання у тексті. Таблицю розміщують після першого згадування про неї в тексті, таким чином, щоб її можна було читати без повороту переплетеного блоку роботи або з поворотом за годинниковою стрілкою. Таблиця відокремлюється від тексту вільним рядком. Після назви таблиці вільний рядок не залишається.

Таблиці нумерують послідовно в межах розділів (таблиця 2.1 – перша таблиця другого розділу). Назва таблиці має бути стислою і відображати зміст.

Таблиця\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

назва таблиці

**Методи контролю та оцінювання знань**

Загальне оцінювання здійснюється через вимірювання результатів навчання у формі пpoмiжнoгo (модульного) та підсумкового контролю (залік, захист розрахунково-графічної роботи тощо) відповідно до вимог зовнішньої та внутрішньої системи забезпечення якості вищої освіти.

**Політика щодо академічної доброчесності**

Тексти індивідуальних завдань (в т.ч. у разі, коли вони виконуються у формі презентацій або в інших формах) можуть перевірятись на плагіат. Для цілей захисту індивідуального завдання оригінальність тексту має складати не менше 70%. Виключення становлять випадки зарахування публікацій Здобувачів у матеріалах наукових конференціях та інших наукових збірниках, які вже пройшли перевірку на плагіат.

Списування під час тестування та інших опитувань, які проводяться у письмовій формі, заборонені (в т.ч. із використанням мобільних девайсів). У разі виявлення фактів списування з боку здобувача він отримує інше завдання. У разі повторного виявлення призначається додаткове заняття для проходження тестування.

**Політика щодо відвідування**

Здобувач, який пропустив аудиторне заняття з поважних причин, має продемонструвати викладачу та надати до деканату факультету документ, який засвідчує ці причини.

За об’єктивних причин (хвороба, міжнародне стажування, наукова та науково-практична конференція (круглий стіл) тощо) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу.

**Методи контролю**

Основні форми участі Здобувачів у навчальному процесі, що підлягають поточному контролю: виступ на практичних заняттях; доповнення, опонування до виступу, рецензія на виступ; участь у дискусіях; аналіз першоджерел; письмові завдання (тестові, індивідуальні роботи у формі рефератів); та інші письмові роботи, оформлені відповідно до вимог. Кожна тема курсу, що винесена на лекційні та практичні заняття, відпрацьовується Здобувачами у тій чи іншій формі, наведеній вище. Обов’язкова присутність на лекційних заняттях, активність впродовж семестру, відвідування/відпрацювання усіх аудиторних занять, виконання інших видів робіт, передбачених навчальним планом з цієї дисципліни.

При оцінюванні рівня знань Здобувача аналізу підлягають:

- характеристики відповіді: цілісність, повнота, логічність, обґрунтованість, правильність;

- якість знань (ступінь засвоєння фактичного матеріалу): осмисленість, глибина, гнучкість, дієвість, системність, узагальненість, міцність;

- ступінь сформованості уміння поєднувати теорію і практику під час розгляду ситуацій, практичних завдань;

- рівень володіння розумовими операціями: вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, абстрагувати, узагальнювати, робити висновки з проблем, що розглядаються;

- досвід творчої діяльності: уміння виявляти проблеми, розв’язувати їх, формувати гіпотези;

- самостійна робота: робота з навчально-методичною, науковою, допоміжною вітчизняною та зарубіжною літературою з питань, що розглядаються, уміння отримувати інформацію з різноманітних джерел (традиційних; спеціальних періодичних видань, ЗМІ, Internet тощо).

**Тестове опитування** може проводитись за одним або кількома змістовими модулями. В останньому випадку бали, які нараховуються Здобувачу за відповіді на тестові питання, поділяються між змістовими модулями.

**Розрахунково-графічна робота** підлягає захисту Здобувачем на заняттях, які призначаються додатково.

Література, що рекомендується для виконання індивідуального завдання, наведена у цій робочій програмі, а в електронному вигляді вона розміщена на Освітньому сайті КНУБА, на сторінці кафедри.

Також як виконання індивідуального завдання за рішенням викладача може бути зарахована участь Здобувача у міжнародній або всеукраїнській науково-практичній конференції з публікацією у матеріалах конференції тез виступу (доповіді) на одну з тем, дотичних до змісту дисципліни, або публікація статті на одну з таких тем в інших наукових виданнях.

Текст індивідуального завдання подається викладачу не пізніше, ніж за 2 тижні до початку залікової сесії. Викладач має право вимагати від Здобувача доопрацювання індивідуального завдання, якщо воно не відповідає встановленим вимогам.

Результати поточного контролю заносяться до журналу обліку роботи. Позитивна оцінка поточної успішності Здобувачів за відсутності пропущених та невідпрацьованих практичних занять та позитивні оцінки за індивідуальну роботу є підставою для допуску до підсумкової форми контролю. Бали за аудиторну роботу відпрацьовуються у разі пропусків.

**Підсумковий контроль** здійснюється під час проведення залікової сесії з урахуванням підсумків поточного та модульного контроля. Під час семестрового контролю враховуються результати здачі усіх видів навчальної роботи згідно зі структурою кредитів.

Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.

**Розподіл балів для дисципліни з формою контролю залік**

|  |
| --- |
| **Семестр 1 (Модуль 1,2)** |
| Поточне оцінювання (кількість балів) | Залік | Сума |
| Модуль № 3 | Модуль № 4 | РГР |
| 20 | 10 | 60 | 10 | 100 |
| **Семестр 2 (Модуль 3,4)** |
| Поточне оцінювання (кількість балів) | Іспит | Сума |
| Модуль № 3 | Модуль № 4 | РГР |
| 10 | 10 | 60 | 20 | 100 |

**Шкала оцінювання індивідуальної роботи**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оцінка за національною шкалою** | **Кількість** **балів** | **Критерії** |
| **відмінно** | 30 | відмінне виконання (розкриття теми, посилання та цитування сучасних наукових джерел (не старше 2017 року), **дотримання норм доброчесності**) |
| 25 | відмінне виконання з незначною кількістю помилок виконання (розкриття теми, посилання та цитування сучасних наукових джерел (більшість з яких не старше 2017 року), **дотримання норм доброчесності**) |
| **добре** | 22 | виконання вище середнього рівня з кількома помилками (розкриття теми в межах об`єкту та завдань роботи, посилання та цитування сучасних наукових джерел (серед яких є такі, що не старше 2017 року), **дотримання норм доброчесності**) |
| 20 | виконання з певною кількістю помилок (розкриття теми в межах об`єкту та завдань роботи, наявність посилань та цитувань наукових джерел, **дотримання норм доброчесності**) |
| **задовільно** | 18 | виконання роботи задовольняє мінімальним критеріям помилок (розкриття теми в основному в межах об`єкту роботи, наявність концептуального апарату роботи, присутність не менше 5 посилань та цитувань наукових джерел, **дотримання норм доброчесності**) |

**Шкала оцінювання: національна та ECTS**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сума балів за всі види навчальної діяльності | ОцінкаECTS | Оцінка за національною шкалою |
| 90 – 100 | **А** | Зараховано |
| 82-89 | **В** |  |
| 74-81 | **С** |
| 64-73 | **D** |
| 60-63 | **Е**  |
| 35-59 | **FX** | Не зараховано з можливістю повторного складання |
| 0-34 | **F** | Не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни |

**Умови допуску до підсумкового контроля**

Здобувачу, який має підсумкову оцінку за дисципліну від 35 до 59 балів, призначається додаткова залікова сесія. В цьому разі він повинен виконати додаткові завдання, визначені викладачем.

Здобувач, який не виконав вимог робочої програми по змістових модулях, не допускається до складання підсумкового контролю. В цьому разі він повинен виконати визначене викладачем додаткове завдання по змісту відповідних змістових модулів в період між основною та додатковою сесіями.

Здобувач має право на опротестування результатів контроля (апеляцію). Правила подання та розгляду апеляції визначені внутрішніми документами КНУБА, які розміщені на сайті КНУБА та зміст яких доводиться Здобувачам до початку вивчення дисципліни.

**Методичне забезпечення дисципліни**

**Підручники:**

1. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика: підручник. – Львів: Магнолія-2006, 2010.- 431с.
2. Міхайленко В.М., Федоренко Н.Д., Демченко В.В. Дискретна математика. Підручник. К. ЄУ., 2003., 318 с.
3. Бардакові Юрій Миколайович, Соколова Надія Андріївна, Ходакові Віктор Єгорович. Дискретна математика: підручник для студ. вищ. техн. закл./ Ю.М. Бардакові [та ін.]; за ред. В.Є.Ходакова .-2-е вид., перероб. і доп.-Київ: Вища шк., 2007 .-383 с.
4. Бондаренко Михайло Федорович, Білоус Наталія Валентинівна, Руткас Анатолій Георгійович. Комп’ютерна дискретна математика: підручник для вищ. навч. закл./М.Ф.Бондаренко [ та інш.] .-Харків: Компанія СМІТ,2004 .-479 с.

**Навчальні посібники:**

1. Федоренко Наталія Дмитрівна, Білощицька С.В., Демченко В.В., Баліна О.І. Задачі з теорії множин, теорії графів та комбінаторики: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закл./Київськ. нац. ун-т буд-ва і архіт.-Київ:КНУБА,2004 .-103 с.
2. Федоренко Наталія Дмитрівна, Білощицька Світлана Василівна, Білощицький Андрій Олександрович, Баліна І.О., Безклубенко І.С., Буценко Ю.П. Дискретна математика: навч. посібник для студ. інженерно-техніч. спец. вищ. навч. закладів: : у 2 ч./Київ. нац. ун-т буд-ва і архітектури,Ч.1 .-Київ:КНУБА,2014 .-103 с.
3. Трохимчук Р. М. Дискретна математика: Навч. посібник для студ. вищ. навч. закл. – К.: ДП «Видавничий дім «Персонал», 2010. 528 с.
4. Матвієнко Микола Павлович. Дискретна математика XXI століття: навч. посібник для студ. вищ. навч. закл./М.П.Матвієнко; Мін-во освіти і науки, молоді та спорту України .-Київ:Ліра-К,2013 .-347 с.

**Конспекти лекцій:**

**Методичні роботи:**

1. Федоренко Наталія Дмитрівна, Білощицька Світлана Василівна, Білощицький Андрій Олександрович. Дискретна математика: мет. вказ. до викон. Курсових робіт : для студ., які навч. за напрямом підготовки 6.050101 "Комп’ютерні науки"/Київ. нац. ун-т буд-ва і архітектури .-Київ:КНУБА,2014 .-12 с.
2. Білощицька С.В., Федоренко Н.Д., Білощицький А.О. Дискретна математика Методичні вказівки до виконання практичних та розрахунково-графічних робіт для студентів спеціальностей 122 «Комп’ютерні науки» та 126 «Інформаційні системи і технології». – Київ: КНУБА, 2019. – 48с. (електронний варіант).

 **Інформаційні ресурси:**

1. https://teams.microsoft.com/l/channel/19%3aa97c47703d504f979b17e090a9702d53%40thread.tacv2/%25D0%2594%25D0%25B8%25D1%2581%25D0%25BA%25D1%2580%25D0%25B5%25D1%2582%25D0%25BD%25D0%25B0%2520%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D0%25B5%25D0%25BC%25D0%25B0%25D1%2582%25D0%25B8%25D0%25BA%25D0%25B0%2520%25D0%25B4%25D0%25BB%25D1%258F%2520%25D0%259A%25D0%259D%2520%25D1%2596%2520%25D0%2586%25D0%25A1%25D0%25A2?groupId=9c21a290-e2a8-46e8-b83e-546d90979797&tenantId=53accf99-0147-476b-a787-42337aeb7273
2. http://org2.knuba.edu.ua/course/view.php?id=887