

Практичне заняття № 2. Розрахунок розгалуженого електричного кола постійного струму

Основні закони і формули.

Складним називають розгалужене електричне коло, що містить довільне число джерел і споживачів, яке неможливо звести до комбінації послідовних і паралельних з'єднань.

Для розрахунків складного ланцюга застосовують закони Кірхгофа, при цьому необхідно скласти стільки незалежних рівнянь, скільки гілок у схемі (m).

Перший закон Кірхгофа стосується вузлів електричного ланцюга, визначає баланс струмів у них і формулюється в такий спосіб: «Алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю»:

$$\sum I = 0 \quad (8)$$

Другий закон Кірхгофа стосується будь-яких замкнених контурів, які можна виділити в розгалуженім електричній колі, і визначає баланс напруг у них: «Алгебраїчна сума ЕРС у будь-якому контурі електричного ланцюга дорівнює алгебраїчній сумі падінь напруг на опорах цього контуру»:

$$\sum E = \sum IR \quad (9)$$

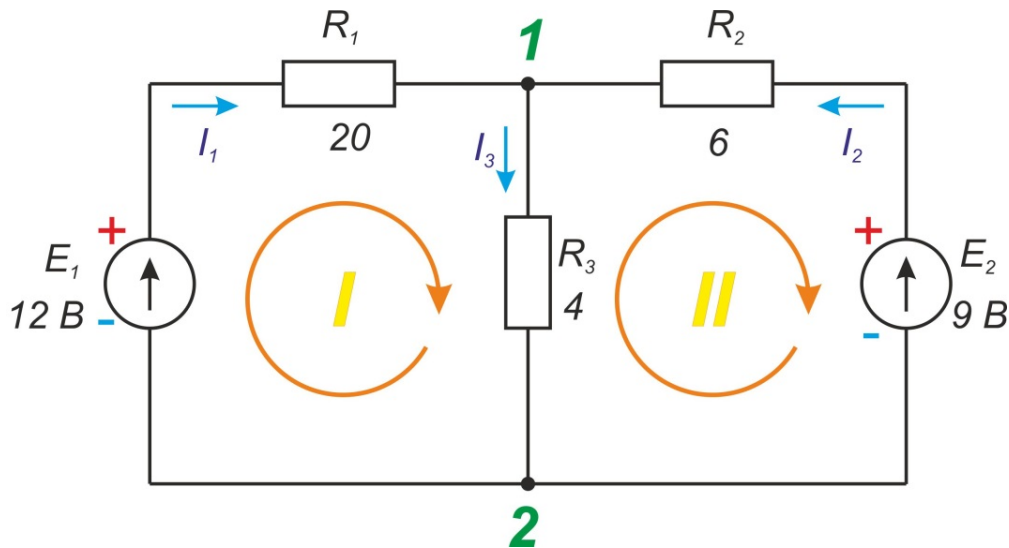
Спочатку складають рівняння за першим законом Кірхгофа. Для цього довільно задаються напрямками струмів і позначають їх стрілками. При цьому якщо схема має n вузлів, те можна скласти тільки $(n-1)$ незалежних рівнянь, тому що рівняння для останнього вузла буде наслідком попередніх. Тому для кожного вузла, крім останнього, записуємо рівняння: у лівій частині – алгебраїчна сума струмів (струми, спрямовані до вузла, тобто «втікають» у вузол, беруться зі знаком «плюс», а струми, які спрямовані від вузла, тобто «витікають» з нього – зі знаком «мінус»), у правій частині – нуль.

Інші рівняння складають за другим законом Кірхгофа. Тут теж треба пам'ятати, що незалежні рівняння можна скласти тільки для тих контурів, які не утворюються в результаті накладення вже розглянутих, тобто кожний новий контур повинен містити принаймні одну нову гілку, яка не входила в рівняння, уже складені для інших контурів. Вибирають напрямок обходу контуру, як правило, за годинниковою стрілкою. Після чого складають рівняння, де в лівій частині – алгебраїчна сума напруг на всіх опорах контуру, а в правій частині – алгебраїчна сума ЕРС. При цьому позитивними (зі знаком «плюс») вважають ті струми й ЕРС, напрямку яких збігаються з напрямком обходу контуру, а

негативними, (зі знаком «мінус») – напрямки яких протилежні напрямку обходу.

Розв’язок отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь дає значення струмів у галузях схеми.

Задача



Мал. 4. Схема складного ланцюга

Так, у схемі на мал. 4 три гілки ($m=3$, тому що необхідно знайти три струми й скласти для цього три рівняння), два вузли ($n=2$), два незалежні контури.

Для вузла 1 рівняння, складене по першому закону Кірхгофа, буде мати вигляд:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (10)$$

Для вузла 2 рівняння складати нема рації.

2 рівняння, що залишилися складаємо за другим законом Кірхгофа.

Виберемо два незалежні контури (на малюнку 5 позначені римськими цифрами I, II) і приймемо їхній обхід за годинниковою стрілкою. Тоді за другим законом Кірхгофа одержимо:

$$\text{для контуру I: } I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1; \quad (11)$$

$$\text{для контуру II: } -I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2; \quad (12)$$

Рівняння (10), (11), (12) становлять систему незалежних лінійних алгебраїчних рівнянь, розв’язок якої дає значення струмів у галузях схеми:

$$\begin{array}{l} \text{для вузла 1} \\ \text{для контуру 1} \\ \text{для контуру 2} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 \\ -I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2 \end{array} \right. \quad (13)$$

Скористаємося методом Гауса. Із третього рівняння виразимо I_3 , із другого I_2 й підставимо їх у перше рівняння.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 20I_1 + 4I_3 = 12 \\ -6I_2 - 4I_3 = -9 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_1 = -\frac{3}{2}\left(\frac{10}{3}I_1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{9}{4} - \frac{10}{3}I_1 + \frac{1}{2} \\ I_2 = \frac{10}{3}I_1 - \frac{1}{2} \\ I_3 = -\frac{3}{2}I_2 + \frac{9}{4} \end{array} \right.$$

Вирішуючи перше рівняння, одержимо $I_1 = \frac{3}{8}(\text{A})$; підставляючи результат у друге рівняння, одержимо $I_2 = \frac{3}{4}(\text{A})$; підставляючи результат у третє рівняння, одержимо $I_3 = \frac{9}{8}(\text{A})$.

При відсутності сучасних засобів обчислювальної техніки розв'язок системи з більшим числом рівнянь методом Гауса, по формулах Крамера й т.п. методами лінійної алгебри був досить трудомістким. У цьому випадку було зручніше скористатися іншими методами розрахунків ланцюгів, так само заснованими на законах Кірхгофа, але таких, що дозволяють зменшити число рівнянь у системі – методами контурних струмів, вузлових напруг і ін.