МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ НАДІЙНОСТІ МАШИН

Методичні вказівки
до виконання курсової роботи з дисципліни
«Експлуатація і ремонт машин» студентами спеціальності
„Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні,
меліоративні машини і обладнання”

КИЇВ КНУБА 2010

УДК 629.017
ББК 34.41я73

Укладач В.І. Лесько, доцент

Рецензенти: Пелевін Л.Є., доктор техн. наук, професор

Відповідальний за випуск І.І.Назаренко, д.т.н., професор

Затверджено на засіданні кафедри машин і обладнання технологічних процесів, протокол № 2 від 13 вересня 2010 р.

Видається в авторській редакції.

Визначення показників експлуатаційної надійності машин: Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни «Експлуатація і ремонт машин»/ Укладач В.І Лесько.- К.: КНУБА, 2010р. – 36 с.

В методичних вказівках приведені методи та приклади розрахунку показників експлуатаційної надійності машин за статистичними даними.

ЗМІСТ

ВСТУП

Практичне використання теорії надійності, набуття студентами навиків оцінки показників надійності дорожньої та будівельної техніки, транспортних засобів (далі машин або об’єктів), є досить важливим компонентом у визначенні доцільності прийняття інженерних рішень по підтриманню їх експлуатаційної надійності під час експлуатації машин.

У процесі експлуатації і випробовувань машин на надійність накопичується значний статистичний матеріал по наробітках машин та їх складових частин (далі об’єктів, елементів) до відмови, на відмову і строку служби (ресурсу). Отриманий статистичний матеріал може з більшою чи меншою імовірністю забезпечити достовірність того, що напрацювання до відмови або на відмову описується тією чи іншою теоретичною моделлю відмов. Випадковий характер виникнення відмов дозволяє використовувати математичний апарат математичної статистики і теорії імовірності.

Таким чином, для отримання необхідної інформації про надійність системи та її елементів потрібно провести в певному об'ємі випробування в умовах та режимах по можливості близьких до реальних умов експлуатації, а потім, використовуючи методи математичної статистики, обробити дані цих випробовувань.

Мета курсової роботи— вивчити основні, найбільш часто вживані методи статистичної обробки інформації про експлуатаційну надійність машин з використанням положень теорії надійності, математичної статистики та теорії ймовірностей, які приведені в навчальних посібниках [1, 3]. Для кращого розуміння викладеного матеріалу та набуття практичних навиків з обробки статистичної інформації про надійність машин в методичних вказівках приведені приклади обробки статистичної інформації. Завдання для виконання курсової роботи приведені в методичних вказівках [2]. Обсяг курсової роботи складає 40-50 аркушів формату А4. Графічна частина роботи виконується на аркуші формату А1.

Методичні вказівки рекомендіються для студентів всіх форм навчання спеціальності „Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання”. Разом з тим вони можуть бути корисними аспірантам, науковим працівникам та інженерам, які займаються дослідженням та розрахунками надійності машин.

1. ПЕРВИННА ОБРОБКА СТАТИСТИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

1.1. Загальні положення

Результати спостережень за надійністю машин та їх елементів в тому вигляді, в якому їх отримали за даними експлуатуючих організацій, являють собою масиви або ряди невпорядкованих чисел. На першому етапі одержані дані слід розмістити в порядку збільшення числових значень показників, тобто скласти так званий варіаційний ряд. Якщо виникає необхідність поєднати декілька вибірок, зібраних в різних експлуатаційних організаціях, тоді перевіряють однорідність результатів спостережень за одним із відомих методів: за допомогою критерію згоди, критерію χ^2 (Пірсона) або критерію Андерсена [3]. Якщо встановлено, що інформація однорідна, можна почати її обробку.

Обробку інформації слід виконувати у такій *послідовності:*

- підготувати інформацію до статистичної обробки;
- перевірити однорідність результатів спостережень;
- побудувати інтегральний статистичний ряд інформації;
- визначити числові характеристики емпіричного розподілу;
- перевірити інформацію на випадаючі точки;
- побудувати гістограму, графіки *P(t),* інтегральної *F(t)* та диференціальної *f(t)* емпіричних функцій розподілу;
- вибрати найбільш прийнятний теоретичний закон розподілу для вирівнювання дослідної інформації;
- визначити значення параметрів закону розподілу;
- апроксимувати (вирівняти) емпіричну криву розподілу;
- перевірити емпіричний і теоретичний розподіл за критерієм згоди;
- визначити довірчі межі розсіювання одиночних і середніх значень показника надійності;
- провести аналіз отриманих результатів..

1.2. Попередня підготовка інформації до обробки

Низька вірогідність вихідних даних, що є основним недоліком інформації, може привести до грубих помилок при кількісній оцінці надійності. Тому перед статистичною обробкою інформації потрібно провести її попередню обробку та інженерний аналіз.

Попередня обробка інформації має такі етапи як: контроль первинної документації, класифікація відмов і формування масивів інформації для статистичної обробки. *На етапі контролю* первинної документації перевіряють повноту та достовірність відомостей, зафіксованих у формах обліку та накопичувачів. При цьому проводять контроль даних, що особливо відрізняються від іншої зібраної інформації.

В процесі підготовки інформації зібрані статистичні дані *класифікують за різними ознаками* залежно від розв'язуваних завдань. Наприклад, для виявлення елементів, що лімітують надійність машини і для оперативної розробки заходів щодо її підвищення потрібна класифікація за місцем виникнення та причинами відмов. Повинні бути виявлені відмови, причому досить чисельні, що не мають відношення до властивостей надійності внаслідок використання машин не за призначенням, у певних екстремальних умовах функціонування. Потім відмови поділяють на групи залежно від необхідності обліку їх у разі визначення характеристики довговічності, безвідмовності та ремонтопридатності. Така класифікація дає змогу чітко виділяти масиви інформації, які потребують статистичної обробки при визначенні показників надійності.

Заключний етап попередньої обробки - *формування інформаційних масивів (вибірок)* для проведення статистичної обробки.

В процесі формування масивів для визначення показників надійності враховують відмови, викликані процесами втомленості та природного спрацювання, конструкційні та виробничі (технологічні) відмови.

Виробничі та конструкційні відмови, які після проведених доробок не повторюються протягом спостережуваного періоду, не враховуються. Експлуатаційні відмови, виникнення яких пов'язане з неякісними ремонтами, обробляють окремо для розробки пропозицій з усунення їх в експлуатаційних або ремонтних господарствах.

У масивах вихідних даних досить часто трапляються «сумнівні» значення, що різко виділяються від останніх. Тому підготовка інформації включає відсіювання інформації, так звану «чистку», перевірку однорідності інформації та її класифікацію.

У процесі обробки інформації доводиться поєднувати дані, що зафіксовані в різний час із різних джерел. Під час підготовки такої інформації має бути *перевірена однорідність умов і режимів експлуатації* машин.

2. МЕТОДИ ОБРОБКИ СТАТИСТИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

2.1. Побудова статистичного інтервального ряду та визначення його закономірностей.

Для зручності обробки даних в ручному режимі отримана статистична інформація про надійність машин та їх елементів (наробіток або пробіг до відмови, наробіток на відмову, наробіток на поточний або капітальний ремонт) заноситься у неупорядкованому вигляді в таблицю (рекомендується по 10 цифр у кожному рядку).

***Приклад**. Під спостереження поставлено N об'єктів (N=83). План спостережень [NUN]. Необхідно визначити деякі показники надійності.*

Наробіток до відмови (в км пробігу автокрана) характеризується (умовно) даними, які наведені у табл. 2.1. За попереднім аналізом інформації видно, що значення наробітку автокрана до відмови „1251" значно відхиляється (як випадаюча точка) від решти напрацювань до відмови, а тому його не потрібно враховувати в подальших розрахунках. Тоді приймаємо, що N=82.

Таблиця 2.1. Статистичні дані наробітку автокрана до відмови, в км

721	170	602	846	510	520	657	640	378	141
68	686	525	372	759	455	266	471	313	359
268	590	775	634	660	525	529	188	363	437
497	204	567	878	428	538	677	930	356	**1251**
248	966	56	276	596	297	503	942	407	213
868	377	334	490	316	263	753	251	195	681
606	396	679	278	385	688	751	886	848	942
388	709	527	759	791	374	443	978	508	490
375	236	215							

В такому вигляді інформація ще є непридатною для обробки, тому її необхідно записати у вигляді впорядкованої вибірки, тобто $l_1<l_2<l_3<...<l_n$. Але при достатньо великій виборці пошук цифр в неупорядкованій вибірці

та розміщення їх у зростаючому порядку займає велику кількість часу. Тому рекомендується скористатися такою методикою. Спочатку визначають кількість інтервалів (К) з умови виявлення закономірності розподілу значень показника залежно від обсягу вибірки N . Чим більший обсяг інформації, тим більшу приймають кількість інтервалів. Якщо кількість інтервалів велика, то картина розподілу буде спотворена відсутністю дослідних точок в окремих інтервалах, а в разі малої кількості інтервалів будуть згладжені характерні особливості розподілу. Лише правильний вибір інтервалу дає уявлення про закон розподілу випадкової величини.

Приблизну кількість інтервалів (К) при $6 \leq K \leq 20$ визначають за формулою:

$$K = \sqrt{N}\,; \tag{2.1}$$

де: К - кількість інтервалів;

N - кількості даних у виборці.

При $20 \leq K \leq 30$ кількість інтервалів рекомендується визначати за формулою:

$$K=10 \ln N. \tag{2.2}$$

Величину К після обчислення округлюють у бік збільшення до найближчого цілого числа. Однак, у деяких випадках при обробці статистичних даних розподілених досить нерівномірно іноді зручно в області найбільшої густини розподілу вибирати вужчі інтервали, ніж в області найменшої.

При необхідності кількість інтервалів може бути зменшена або збільшена на 1...2 інтервали.

На практиці для вибору кількості інтервалів в основному користуються формулою (2.1).

В даному прикладі кількість даних $N=82$, тоді:

$$K = \sqrt{N} = \sqrt{82} = 9.06 \approx 10;$$

де N - об’єм вибірки.

Далі визначається ширина інтервалу:

$$h = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{K - 1} \tag{2.3}$$

де l_{max} - максимальне значення вибірки (978);

l_{min} - мінімальне значення вибірки (56).

При обсязі вибірки більш як 225 кількість інтервалів, визначених з формули (2.1), виявиться більш як 15. У цьому разі інтервал розряду рекомендується визначати за формулою Старджесса

$$h = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{1 + 3{,}3 \cdot \lg \cdot N}. \qquad (2.4)$$

Користуючись формулою(2.3) і табл. 2.1 вибірки знаходимо :

$$h = \frac{978 - 56}{10 - 1} = 102.4$$

Для зручності (полегшення) подальших розрахунків знайдена величина h за формулою (2.3) округлюється в бік зменшення або збільшення до цілого числа (50, 100, 150, 200, 250, ... , 1000). Отже приймаємо h = 100. Потім знаходять розширення лівої (l_0) і правої (l_k) границь області розподілення на 0,5h:

$$l_0 = l_{min} - 0{,}5h, \qquad (2.5)$$

де l_0 - ліва границя 1-го інтервалу

l_0 = 56 – 50;

Оскільки відмова може з’явитися у будь-який час, приймаємо l_0 = 0.

$$l_k = l_{max} + 0{,}5h \qquad (2.6)$$

де l_k– права границя останнього інтервалу,

l_k = 978 + 50 = 1028.

Приймаємо l_k = 1000.

На підставі отриманих даних можливо скласти допоміжну таблицю для підрахунку частот n_i, що відповідають і-му інтервалу (табл. 2.2).

Таблиця 2.2. Підрахунок n_i в і-тому інтервалі

№ інт.	Межа інтервалів	Вихідні дані табл. 2.1, що відповідають і-му інтервалу	n_i
1	$(0...1)\cdot 10^2$	68, 56	2
2	$(1...2)\cdot 10^2$	170, 141, 188, 195	4
3	$(2...3)\cdot 10^2$	266, 268, 204, 236, 248, 276, 297, 213, 218, 263, 251, 278	12
4	$(3...4)\cdot 10^2$	378, 388, 372, 313, 359, 375, 363, 356, 377, 344, 316, 374, 396, 385	14
5	$(4...5)\cdot 10^2$	455, 471, 437, 443, 497, 428, 490, 407, 490	9

6	$(5...6)\cdot 10^2$	510, 520, 508, 525, 590, 525, 529, 567, 538, 527, 596, 503	12
7	$(6...7)\cdot 10^2$	502, 657, 640, 686, 634, 660, 677, 681, 606, 679, 688	11
8	$(7...8)\cdot 10^2$	721, 759, 709, 775, 759, 753, 791, 751	8
9	$(8...9)\cdot 10^2$	846, 878, 868, 886, 848	5
10	$(9...10)\cdot 10^2$	930, 966, 942, 978	5
$\sum$	-	-	82

На підставі табл.2.2. складається упорядкована вибірка (варіаційний ряд) досліджуваної величини (напрацювання до відмови), записуючи в кожному рядку (див. табл. 2.3) по 10 даних, а за даними табл. 2.2 підраховують частоту n_i , тобто кількість даних у кожному інтервалі, які заносяться в табл. 2.4.

Таблиця 2.3. Упорядкований варіаційний ряд розподілу напрацювання до відмови

56	68	141	170	188	195	204	213	215	236
248	251	263	266	268	276	278	297	313	316
334	356	359	363	372	374	375	377	378	385
388	396	407	428	437	443	455	471	490	490
497	503	508	510	520	525	525	527	529	538
567	590	596	602	606	634	640	657	660	677
679	681	686	688	709	721	751	753	759	759
775	791	846	848	868	878	886	930	942	942
966	978								

Для спрощення подальших розрахунків в табл. 2.4 заносять також проміжні розрахункові значення деяких величин, що будуть використані в формулах:

- значення середини інтервалів $l_{сер\ i}$;
- квадрат величини середини інтервалів ($l^2_{сер\ i}$);
- добуток $n_i\ l_{сер\ i}$;
- добуток $n_i\ l^2_{сер\ i}$.

Далі знаходять суму значень отриманих чисел в колонках 4, 6 і 7 ($\sum n_i$, $\sum n_i\ l_{cepi}$, і $\sum n_i\ l^2_{cepi}$). В нашому випадку отримаємо числа відповідно 82, ($414 \cdot 10^2$) і ($2528{,}5 \cdot 10^4$), які записуємо внизу таблиці 2.4.

Таблиця 2.4. Розрахункові показники

№	Межі інтервалів l_{i-1} - l_i	Середина інтервалу l_{cepi}	Частота n_i	l^2_{cepi}	$n_i\ l_{cepi}$	$n_i\ l^2_{cepi}$
1	2	3	4	5	6	7
1	$(0 – 1) \cdot 10^2$	$0{,}5 \cdot 10^2$	2	$0{,}25 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^2$	$0{,}5 \cdot 10^4$
2	$(1 – 2) \cdot 10^2$	$1{,}5 \cdot 10^2$	4	$2{,}25 \cdot 10^2$	$6 \cdot 10^2$	$9 \cdot 10^4$
3	$(2 – 3) \cdot 10^2$	$2{,}5 \cdot 10^2$	12	$6{,}25 \cdot 10^2$	$30 \cdot 10^2$	$75 \cdot 10^4$
4	$(3 – 4) \cdot 10^2$	$3{,}5 \cdot 10^2$	14	$12{,}25 \cdot 10^2$	$49 \cdot 10^2$	$171{,}5 \cdot 10^4$
5	$(4 – 5) \cdot 10^2$	$4{,}5 \cdot 10^2$	9	$20{,}25 \cdot 10^2$	$40{,}5 \cdot 10^2$	$182{,}25 \cdot 10^4$
6	$(5 – 6) \cdot 10^2$	$5{,}5 \cdot 10^2$	12	$30{,}25 \cdot 10^2$	$66 \cdot 10^2$	$363 \cdot 10^4$
7	$(6 – 7) \cdot 10^2$	$6{,}5 \cdot 10^2$	11	$42{,}25 \cdot 10^2$	$71{,}5 \cdot 10^2$	$464{,}75 \cdot 10^4$
8	$(7 – 8) \cdot 10^2$	$7{,}5 \cdot 10^2$	8	$56{,}25 \cdot 10^2$	$60 \cdot 10^2$	$450 \cdot 10^4$
9	$(8 – 9) \cdot 10^2$	$8{,}5 \cdot 10^2$	5	$72{,}25 \cdot 10^2$	$42{,}5 \cdot 10^2$	$361{,}25 \cdot 10^4$
10	$(9 – 10) \cdot 10^2$	$9{,}5 \cdot 10^2$	5	$90{,}25 \cdot 10^2$	$47{,}5 \cdot 10^2$	$451{,}25 \cdot 10^4$
$\sum$			N = 82		$414 \cdot 10^2$	$2528{,}5 \cdot 10^4$

Сума частот всіх інтервалів (графа 4) дорівнює обсягу вибірки:

$$\sum_{i=1}^{k} n_i = N\ . \qquad (2.7\ )$$

Якщо кількість спостережень в окремих інтервалах дуже мала ($0 \le n_i < 5$), рекомендується об’єднувати інтервали, що стоять поруч. При групуванні спостережувальних значень випадкової величини l може виникнути питання, до якого розряду віднести значення, що знаходяться на межі двох інтервалів. У таких випадках слід вважати, що дане значення належить однаковою мірою до обох суміжних розрядів і його треба розділити порівну і підсумувати з числами n_i суміжних розрядів.

2.2. Графічні характеристики емпіричного розподілу

Статистичний розподіл досліджуваних величин характеризується:

- частістю розподілу $\hat{P_i}(l)$;
- емпіричною функцією розподілу $\hat{F_i}(l)$;
- емпіричною щільністю розподілу $\hat{f_i}(l)$.

Графічно ці характеристики можна подати у вигляді кривих розподілу. Для їх побудови на осі абсцис відкладаються інтервали розподілу (у прикладі їх 10) в будь-якому масштабі, а на осі ординат відповідно значення $\hat{P_i}(l)$; $\hat{F_i}(l)$; $\hat{f_i}(l)$.

$$\hat{P_i}(l) = \frac{n_i}{N}; \tag{2.8}$$

$$\hat{P_i}(l_1) = 2/82 = 0{,}024;$$

$$\hat{P_i}(l_2) = 4/82 = 0{,}049;$$

....

$$\hat{P_i}(l_{10}) = 5/82 = 0{,}06.$$

Емпірична функція розподілу $\hat{F_i}(l)$ в практичних ситуаціях є ступінчастою кривою зі скачками в точках l_1 ; l_2 , а ширина кожного східця відповідатиме довжині інтервалу. При цьому скачок функції розподілу в точках l і дорівнює імовірності $\hat{P_i}(l)$. Значення функції $\hat{F}_1(l)$ (або її висота) для будь-якого *i*-го інтервалу відповідає значенню накопичених частостей, тобто визначається підсумуванням усіх частостей інтервалів, що знаходяться лівіше, включаючи частоту *i*-го інтервалу:

$$\hat{F}_1(l) = \hat{P}_1; \tag{2.9}$$

$$\hat{F}_2(l) = \hat{P}_1 + \hat{P}_2;$$

....

$$\hat{F}_{k-1}(l) = \sum_{i=1}^{k-1} \hat{P}_i;$$

$$\hat{F}_k(l) = \sum_{i=1}^{k} \hat{P}_i.$$

З'єднуючи отримані точки кривою дістанемо наближений графік емпіричної функції розподілу.

$$\hat{F}_1(l) = 0{,}24;$$

$$\hat{F}_2(l) = 0{,}24 + 0{,}049 = 0{,}073, \text{ і так далі.}$$

Щоб отримати повнішу статистичну характеристику вибірки і для кращої наглядності, статистичні дані оформляють у вигляді гістограми або полігону розподілу. *Гістограма є графічним зображенням або графіком диференціальної функції розподілу* ймовірностей випадкової величини, побудованим за статистичною інформацією.

Для її побудови використовують ширину інтервалів h_i та емпіричну щільність розподілу $\hat{f}(l_i)$, обчислену для кожного інтервалу за формулою:

$$\hat{f}(l_i) = \frac{P_i}{h_i} = \frac{n_i}{Nh_i}; \tag{2.10}$$

$$\hat{f}(l_1) = \frac{0{,}024}{100} = 2{,}4 \cdot 10^5;$$

$$\hat{f}(l_2) = \frac{0{,}049}{100} = 4{,}9 \cdot 10^5;$$

....

$$\hat{f}(l_{10}) = \frac{0{,}061}{100} = 6{,}1 \cdot 10^5.$$

Отримані за формулами 2.8-2.10 дані заносяться у табл.2.5 (гр. 5, 6, 7). Показники в граф. 1, 2, 3, 4 переносяться із табл. 2.4.

Таблиця 2.5. Результати статистичної обробки даних.

№	Межі інтервалів $l_{i-1} - l_i$	Середина інтервалу $l_{серi}$	Частота n_i	Частість, $\hat{P}_i$	Емпірична щільність розподілу, $\hat{f}(l_i)$	Емпірична функція розподілу, $\hat{F}(l_i)$
1	2	3	4	5	6	7
1	$(0 - 1) \cdot 10^2$	$0{,}5 \cdot 10^2$	2	0,024	$2{,}4 \cdot 10^{-5}$	0,024
2	$(1 - 2) \cdot 10^2$	$1{,}5 \cdot 10^2$	4	0,049	$4{,}9 \cdot 10^{-5}$	0,072
3	$(2 - 3) \cdot 10^2$	$2{,}5 \cdot 10^2$	12	0,15	$15 \cdot 10^{-5}$	0,223
4	$(3 - 4) \cdot 10^2$	$3{,}5 \cdot 10^2$	14	0,17	$17 \cdot 10^{-5}$	0,392
5	$(4 - 5) \cdot 10^2$	$4{,}5 \cdot 10^2$	9	0,11	$11 \cdot 10^{-5}$	0,503

6	$(5 – 6) \cdot 10^2$	$5,5 \cdot 10^2$	12	0,15	$15 \cdot 10^{-5}$	0,652
7	$(6 – 7) \cdot 10^2$	$6,5 \cdot 10^2$	11	0,134	$13,4 \cdot 10^{-5}$	0,786
8	$(7 – 8) \cdot 10^2$	$7,5 \cdot 10^2$	8	0,098	$9,8 \cdot 10^{-5}$	0,884
9	$(8 – 9) \cdot 10^2$	$8,5 \cdot 10^2$	5	0,061	$6,1 \cdot 10^{-5}$	0,943
10	$(9 – 10) \cdot 10^2$	$9,5 \cdot 10^2$	5	0,061	$6,1 \cdot 10^{-5}$	1,00

На підставі даних, занесених в таблиці 2.4 та 2.5 будуємо гістограму і криві емпіричної функції розподілу $\hat{F}(l_i)$ емпіричної щільності розподілу $\hat{f}(l_i)$ (рис. 2.1, 2.2, 2.3).

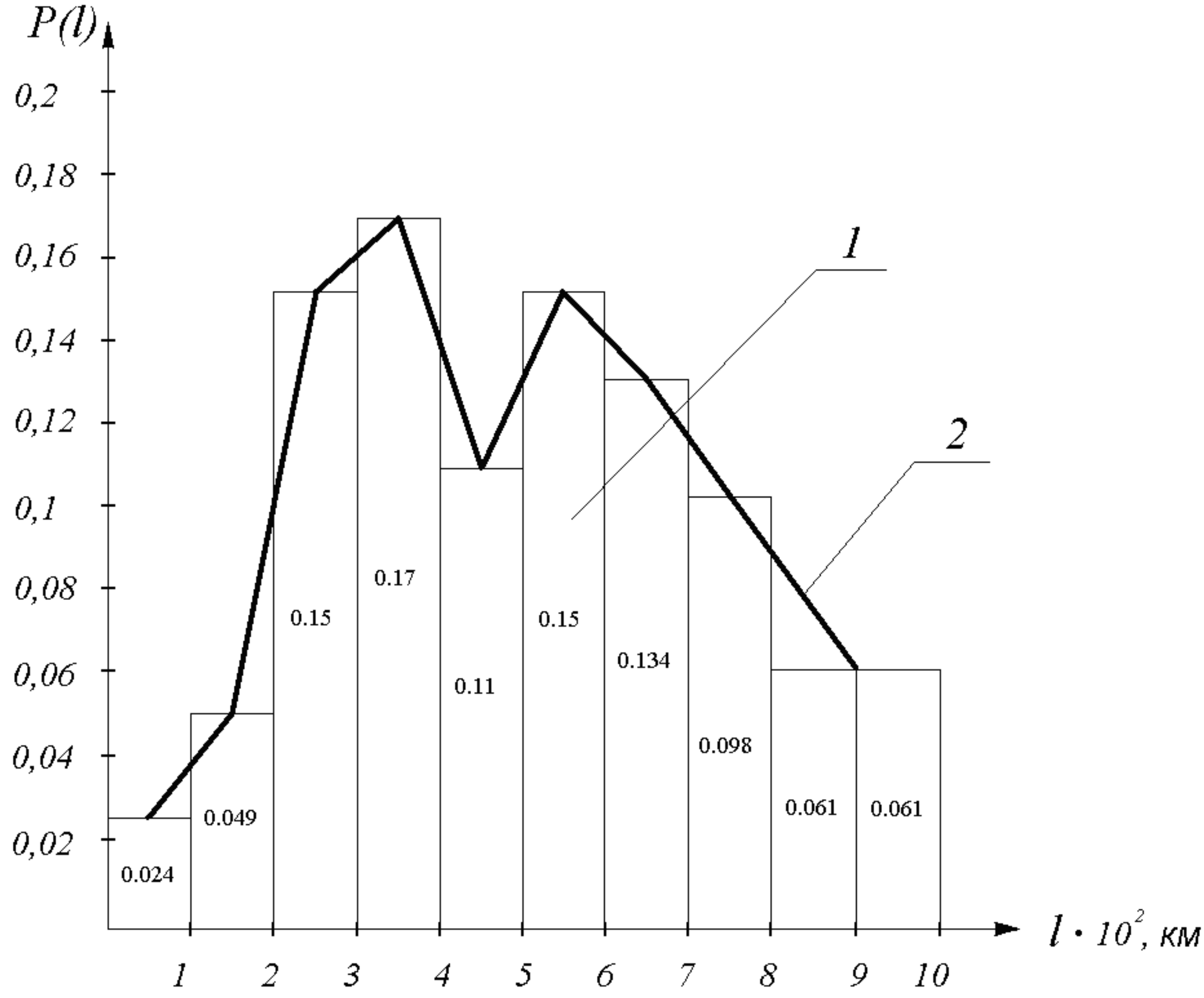

Рис. 2.1. Гістограма (1) і полігон відносних частот (2) емпіричного розподілу.

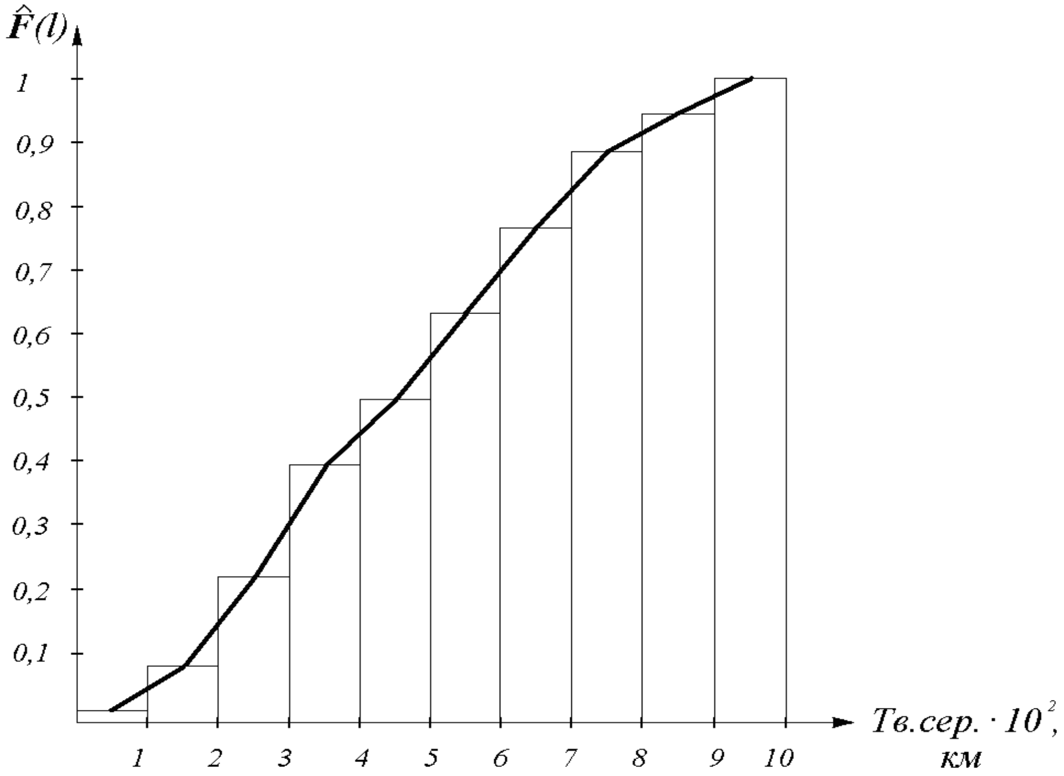

Рис. 2.2 Графік емпіричної функції розподілу $\hat{F}(l_i)$.

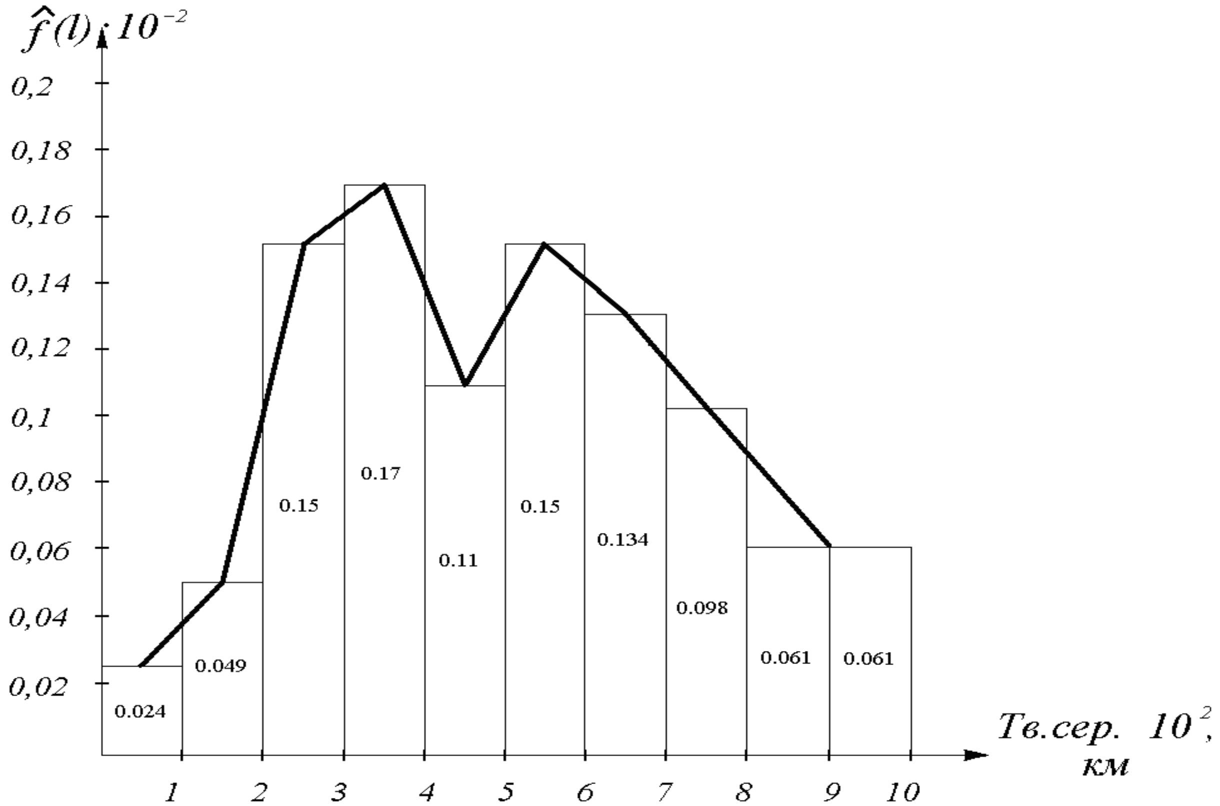

Рис. 2.3. Графік емпіричної щільності розподілу $\hat{f}(l_i)$.

2.3. Визначення числових характеристик емпіричного розподілу

При розв'язанні більшості практичних завдань надійності немає потреби знати всі можливі значення випадкової величини і відповідні їм імовірності, а зручніше користуватися деякими кількісними показниками, які дають достатню інформацію про випадкову величину. Такі показники відтворюють найістотніші особливості статистичного розподілу і називаються числовими характеристиками випадкових величин. До них відносяться: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти, медіана, мода, коефіцієнт асиметрії та ексцесу, коефіцієнт варіації.

Для користування при практичних розрахунках обчислення цілком достатньо найважливіших статистичних характеристик - статистичного середнього значення $L_{сер}$, статистичної дисперсії D і середнього квадратичного відхилення σ та коефіцієнту варіації V, які визначають основні особливості статистичного ряду, що аналізують (досліджують). Для визначення цих характеристик існують декілька методів:

- табличний метод;
- метод сум;
- метод центральних моментів.

2.4. Табличний метод розрахунків

Середнє напрацювання до відмови (**$L_{сер}$**) знаходять за формулою:

$$L_{сер} = \frac{\sum_{i=1}^{k} l_{сер\ i} \cdot n_i}{N}, \tag{2.11}$$

де $\sum_{i=1}^{k} l_{сер\ i}$ - сума значень в гр. 6 (табл. 2.3);

n_i - частота;

N_i – кількість даних у виборці (табл. 2.4)

Підрахувавши, отримаємо:

$$L_{сер} = \frac{414 \cdot 10^2}{82} = 505 \ \ (км).$$

Середнє квадратичне відхилення досліджуваної величини на підставі табл. 2.4 буде дорівнювати:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i t_{cep\ i}^2}{W} - L_{cep}^2}\ ; \qquad (2.12)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2528{,}5 \cdot 10^4}{82} - 505^2} = 23\ .$$

Коефіцієнт варіації *V* підраховується за формулою (2.7):

$$V = \frac{\sigma}{L_{cep}}\ ;$$

$$V = \frac{231}{505} = 0{,}46\ .$$

2.5. Розрахунок показників методом сум

Цей метод використовується при великій кількості інформації або для перевірки розрахунку табличним методом. Він значно простіший від попереднього методу, а розбіжність підрахованих величин дуже мала або майже відсутня.

Для підрахунку заповнюють табл.2.6. В графу 1 записують середини інтервалів, в графу 2 – частість n_i (див. табл. 2.5, графи 3 і 4).

В графі 3 (табл. 2.6) напроти найбільшого значення частоти (у нашому випадку 14) ставиться тире, частота n_1 (n_1 = 2) переноситься в гр. 3. Далі заноситься сума величин за стрілками до тире і аналогічно ведуть підрахунок знизу до тире також за стрілками $n_к$ ($n_к$ = 5) переноситься в гр. 3 і далі записується сума (у нашому випадку : 5+5 = 10; 10+8 і т.д.). Після цього підраховують значення $К_I$ і $Л_I$ як суму цифр графи 4 з верху тобто (в нашому випадку)

$$К_I = \sum К_i = (2 + 6 + 18) = 26;$$

$$Л_I = \sum Л_i = (5 + 10 + 18 + 29 + 41 + 50) = 153.$$

Графа 4 заповнюється на підставі гр. 3 аналогічно. При цьому отримуємо $К_{II}$ = *10,* та $Л_{II}$ = 218 (табл. 2.6).

Середнє значення напрацювання до відмови та середнє квадратичне відхилення знаходимо за формулами:

$$L_{cep} = l_{jcep.} - \frac{h\mu_1}{N} ; \qquad (2.13)$$

Таблиця 2.6. Допоміжна таблиця розрахунків за методом сум.

Середина інтервалів, l_{cpi}	Частоти, n_i	$K_I = 26$	$K_{II} = 10$
1	2	3	4
$0{,}5 \cdot 10^2$	2	2	2
$1{,}5 \cdot 10^2$	4	6	8
$2{,}5 \cdot 10^2$	12	18	-
$3{,}5 \cdot 10^2$	14	-	-
$4{,}5 \cdot 10^2$	9	50	-
$5{,}5 \cdot 10^2$	12	41	103
$6{,}5 \cdot 10^2$	11	29	62
$7{,}5 \cdot 10^2$	8	18	33
$8{,}5 \cdot 10^2$	5	10	15
$9{,}5 \cdot 10^2$	5	5	5
$\sum$	$N = 82$	$Л_I = 153$	$Л_{II} = 218$

$$\sigma = h \cdot \sqrt{\frac{\mu_2 - \mu_1^2 / N}{N}} . \qquad (2.13)$$

де $l_{jcep.}$ - найбільше значення частоти n_i (n_i = 14) проти якого стоїть тире;

h - значення інтервалу;

μ_1 і μ_2 - допоміжні коефіцієнти;

$$\mu_1 = k_I - Л_I = 26 - 153 = 127 ;$$

$$\mu_2 = k_I + Л_I + 2(k_{II} + Л_{II}) = 26 + 153 + 2 \cdot (10 + 218) = 635 .$$

Отже,

$$L_{cep} = 350 - \frac{100 \cdot (-127)}{82} = 505 ;$$

$$\sigma = 100 \sqrt{\frac{635 - (-127)^2 / 82}{82}} = 231 ;$$

$$V = \frac{\sigma}{T_{в.сер.}} = \frac{231}{505} = 0,46 .$$

При підрахунку $L_{сер}$, σ і V методом сум, ми отримали ті ж самі значення, що і при підрахунку табличним методом.

2.6. Перевірка інформації на точки, що випадають

В отриманій статистичній інформації про показники надійності можуть бути помилкові дані, що випадають із варіаційного ряду. Тому перед кінцевою математичною обробкою інформацію перевіряють на так звані точки, що випадають.

Грубу перевірку інформації проводять за правилом $L_{сер} \pm 3\sigma$, де $L_{сер}$ - середнє значення вибірки. Якщо крайні точки інформації не виходять за межі $\pm$ 3σ, то приймають гіпотезу що всі дані справжні. Однак цей критерій виявиться досить вірогідним тоді, коли розподіл випадкової величини підпорядковується нормальному закону розподілу, що відомо з раніше проведених досліджень.

Виходячи з теореми Ляпунова про те, що розподіл середнього значення, яке дістали з N незалежних випробувань відносно однієї і тієї самої випадкової величини, завжди прямує до нормального закону розподілу, яким би не був сам розподіл випадкової величини, перевірку приналежностей найбільших (найменших) значень до генеральної сукупності можна розрахувати за формулою

$$P = \left[0,5 + \Phi_0 \left(\gamma \sqrt{\frac{N}{N-1}} \right) \right]; \qquad (2.14)$$

де Φ_o - функція Лапласа, значення якої подаються в спеціальній літературі,

γ - коефіцієнт, що визначається за формулою:

$$\gamma = \frac{l_1 - l_{сер}}{\sigma} .$$

Якщо імовірність P нижча прийнятого рівня значимості, то значення l_n вилучають з розгляду. За рівень значимості можна прийняти значення порядку 0,05 і навіть менше, якщо це доцільно.

При оцінці найменшого і найбільшого із значень l_n беруть

$$\gamma_H = \frac{L_{сер} - l_1}{\sigma}; \qquad (2.15)$$

$$\gamma_B = \frac{l_{max} - L_{cep}}{\sigma}. \tag{2.16}$$

Якщо закон розподілу невідомий, перевірку як крайніх, так і будь-яких інших суміжних точок інформації на їхню належність до вибірки можна проводити за критерієм Ірвина (критерій λ).

Теоретичні значення критерію λ_T при різних значеннях інформації залежно від довірчої імовірності γ подано в табл. 2.7.

Таблиця 2.7.Коефіцієнт Ірвина λ_T

Обсяг інформації N	10	20	30	50	100	400
λ_T при β = 0,95	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9
λ_T при β = 0,99	2,0	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3

Фактичне (розрахункове) значення критерію λ_P визначають за рівнянням:

$$\lambda_H = \frac{1}{\sigma}(l_{i+1} - l_i);$$

$$\lambda_B = \frac{1}{\sigma}(l_K - l_{K-1}), \qquad J = \overline{1, N}. \tag{2.17}$$

де l_{i+1} і l_1 — суміжні точки числа інформації.

При цьому має бути дотримана умова $\lambda_P < \lambda_T$. Якщо в результаті перевіряння ряд точок інформації виключається з вибірки, то середнє досліджуване значення і середнє квадратичне відхилення слід перерахувати за уточненою вибіркою.

Приклад: Для вибірки, що застосовують у прикладі, визначити належність до неї крайніх членів.

а). При використанні рівностей 2.15 і 2.16 перевіряємо належність до вибірки $t_{(N)} = t_{max}$.

Визначаємо значення γ_B за формулою

$$\gamma_B = \frac{978 - 505}{231} = 2{,}05.$$

Тоді

$$\Phi_0\left(\gamma\sqrt{\frac{N}{N-1}}\right) = \Phi_0\left(2{,}05\sqrt{\frac{82}{82-1}}\right) = \Phi_0(2{,}06) = 0{,}98.$$

Значення Р = 0,98 > 0,05, тому t_{max} = 978 вилучати не слід. Для перевірки належності найменшого значення вибірки «56» знаходимо:

$$\gamma_H = \frac{505-56}{231} = 1{,}94;$$

$$\Phi_0\left(\gamma\sqrt{\frac{N}{N-1}}\right) = \Phi_0\left(1{,}94\sqrt{\frac{82}{82-1}}\right) = \Phi_0(1{,}95) = 0{,}97.$$

Значення Р = 0,97> 0,05, тому значення t_{min} = 56 вилучати теж не слід.

б). При використанні критерію Ірвина $\lambda_р$ за формулою (2.17)

Для найбільшого значення:

$$\lambda_B \frac{978-966}{231} = 0{,}05.$$

Для найменшого значення:

$$\lambda_H = \frac{68-56}{231} = 0{,}05.$$

Теоретичне значення $\lambda_Т$ при N = 82 і β = 0,95 за табл. 2.7 становить 1,0.

Отже, $\lambda_Н = 0{,}05 < \lambda_Т = 1{,}0$ і $\lambda_В = 0{,}05 < \lambda_Т = 1{,}0$, тобто і за критерієм Ірвина обидві крайні точки також вірогідні.

2.7. Попередній вибір теоретичного закону розподілу

Одним з основних завдань при статистичній обробці результатів спостережень є апроксимація емпіричних розподілів будь-яким теоретичним законом розподілу, який найкращим чином відтворював би характерні ознаки емпіричного ряду.

В процесі вибору функції розглядають не будь-які довільні розподіли, а такі, що однозначно визначаються невеликою кількістю параметрів. Звичайно перевагу віддають одно-, двопараметричним розподілам.

Під час аналізу надійності виробів використовують різноманітні неперервні і дискретні розподіли, які детально описані в технічній літературі по теорії надійності. Найчастіше в практиці досліджень показників надійності машин використовують такі теоретичні закони розподілу як: нормальний, логарифмічно нормальний, експоненціальний, розподіл Вейбулла, гамма-розподіл, тощо.

Вибір одного з вищезгаданих теоретичних законів розподілу для вирівнювання емпіричного розподілу та перевірки гіпотези про узгодженість їх на першій стадії здійснюється, виходячи з теоретичних міркувань, пов'язаних з суттю завдання або з аналогічних завдань, досвіду, інтуїції, основних відомостей про закони розподілу. В деяких випадках теоретичну криву вибирають, враховуючи зовнішній вигляд статистичного розподілу (гістограми, кривої емпіричної щільності розподілу). Зручним показником для орієнтовної оцінки теоретичного закону розподілу є коефіцієнт варіації *V*.

- Так, якщо коефіцієнт варіації V знаходиться в межах $0 < V \leq 0{,}33$, то дані, які дістали в результаті розрахунків, звичайно, відповідають *нормальному закону розподілу*. При цьому законі додатковими критеріями можуть бути коефіцієнти асиметрії: А = 0 та коефіцієнт ексцеса Е = 3.
- Якщо $0{,}33 \leq V \leq 0{,}8$, то розсіювання випадкової величини може підкорятися як нормальному закону розподілу, так і *закону Вейбулла-Гнеденко.* Тому допустимість несуперечливості того чи іншого закону слід ураховувати за критеріями погоджуванності
- Якщо дисперсія D випадкової величини дорівнює її математичному сподіванню, то можна чекати появи закону Пуассона.
- Якщо $0{,}8 < V < 1{,}0$, то діє закон Вейбулла-Гнеденко, який в окремому випадку переходить в закон Реллея при $V = 0{,}52$ і $b = 2{,}0$ (b - параметр розподілу Вейбулла) і в експоненціальний закон при $V = 1{,}0$ і $b = 1{,}0$.

За критерій вибору закону розподілу, як правило, беруть найкраще узгоджені теоретичний і статистичний розподіли. В разі доброї згоди із декількома розподілами перевагу відають законам розподілу, що мають мінімальну кількість параметрів і простоту визначення їх, а також відповідають фізичній суті досліджуваних явищ (з урахуванням раніше проведених досліджень).

Якщо вибрано передбачуваний теоретичний закон розподілу, то на наступному етапі (на підставі статистичних даних) визначають значення його параметрів, які входять до формули диференціальної f(x) та інтегральної F(x) функції розподілу. Якщо висувається не одна а декілька гіпотез, то оцінюються параметри декількох законів розподілу. Методика та формули для визначення параметрів закону розподілу приведена в розділі 4. На цьому етапі проводиться так зване вирівнювання кривої розподілу. Для цього в формули щільності розподілу підставляються отримані значення параметрів передбачуваного закону (або декількох) розподілу і отримують теоретичні значення вирівняної кривої розподілу.

2.8. Визначення параметрів законів розподілу за даними розрахунку наведеного прикладу.

Зовнішній вигляд гістограми, величина коефіцієнта варіації та інші практичні міркування та рекомендації, викладені вище, дають підстави зробити попередній висновок, що розподіл напрацювання на відмову може одночасно підкорятися як нормальному закону так і закону Вейбулла. Висуваючи дві гіпотези про вид теоретичної функції визначимо параметри обох передбачуваних законів розподілів.

2.8.1. Визначення параметрів нормального закону розподілу

$$f(l_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(l_i - L_{cep})^2}{2\sigma^2}}; \qquad (2.18)$$

$$f(l_1) = \frac{1}{231\sqrt{2\cdot 3{,}14}} 2{,}7183^{-\frac{(50-505)^2}{2\cdot 231^2}} = 2{,}44\cdot 10^{-4};$$

$$f(l_2) = \frac{1}{231\sqrt{2\cdot 3{,}14}} 2{,}7183^{-\frac{(150-505)^2}{2\cdot 231^2}} = 5{,}22\cdot 10^{-4} \$$$

....

$$f(l_{10}) = \frac{1}{231\sqrt{2\cdot 3{,}14}} 2{,}7183^{-\frac{(950-505)^2}{2\cdot 231^2}} = 2{,}65\cdot 10^{-4}.$$

Підраховані дані диференціальної функції *f(l)* за формулою 2.18 заносимо в табл. 2.8.

Таблиця 2.8. Значення функції *f(l)* для нормального закону

№ інтервалу	Середина інтервалу l_i	Диференціальна функція, *f(l)*
1	$0{,}5 \cdot 10^{12}$	$2{,}44 \cdot 10^{-4}$

2	1,5 · 10^{12}	5,22 · 10^{-4}
3	2,5 · 10^{12}	9,24 · 10^{-4}
4	3,5· 10^{12}	13,5 · 10^{-4}
5	4,5 · 10^{12}	16,5 · 10^{-4}
6	5,5 · 10^{12}	16,7 · 10^{-4}
7	6,5 · 10^{12}	14 · 10^{-4}
8	7,5 · 10^{12}	9,71 · 10^{-4}
9	8,5 · 10^{12}	5,55 · 10^{-4}
10	9,5 · 10^{12}	2,65 · 10^{-4}

2.8.2. Визначення параметрів закону розподілу Вейбулла.

$$f(l_i) = \frac{b}{a}\left(\frac{l_i}{a}\right)^{b-1} \cdot e^{\left(\left(\frac{l_i}{a}\right)^b\right)}, \qquad (2.19)$$

де $a = \dfrac{\sigma}{Cв}$

За таблицею Додатку 2: при V =0,461 $Cв$ = 0,408; $в$ = 2,3.

Отже, $a = \frac{231}{0,408} = 566,2$.

$$f(l_1) = \frac{2,3}{566,2}\left(\frac{50}{566,2}\right)^{2,3-1} \cdot 2,7183^{\left[-\left(\frac{50}{566,2}\right)^{2,3}\right]} = 1,73 \cdot 10^{-4};$$

$$f(l_2) = \frac{2,3}{566,2}\left(\frac{150}{566,2}\right)^{2,3-1} \cdot 2,7183^{\left[-\left(\frac{150}{566,2}\right)^{2,3}\right]} = 6,96 \cdot 10^{-4};$$

……………………………………………………………..

$$f(l_{10}) = \frac{2,3}{566,2}\left(\frac{150}{566,2}\right)^{2,3-1} \cdot 2,7183^{\left[-\left(\frac{950}{566,2}\right)^{2,3}\right]} = 3 \cdot 10^{-4}.$$

Значення диференціальної функції розподілу $f(l_i)$ для закону Вейбулла заносимо у табл. 2.9.

Таблиця 2.9. Значення функції *f(l)* для закону Вейбулла

№ інтервалу	Середина інтервала l_i	Диференціальна функція, *f(l)*
1	$0{,}5 \cdot 10^{12}$	$1{,}73 \cdot 10^{-4}$
2	$1{,}5 \cdot 10^{12}$	$6{,}96 \cdot 10^{-4}$
3	$2{,}5 \cdot 10^{12}$	$12{,}2 \cdot 10^{-4}$
4	$3{,}5 \cdot 10^{12}$	$15{,}8 \cdot 10^{-4}$
5	$4{,}5 \cdot 10^{12}$	$16{,}9 \cdot 10^{-4}$
6	$5{,}5 \cdot 10^{12}$	$15{,}6 \cdot 10^{-4}$
7	$6{,}5 \cdot 10^{12}$	$12{,}1 \cdot 10^{-4}$
8	$7{,}5 \cdot 10^{12}$	$8{,}8 \cdot 10^{-4}$
9	$8{,}5 \cdot 10^{12}$	$5{,}7 \cdot 10^{-4}$
10	$9{,}5 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^{-4}$

Теоретичні точки *f(l)* за нормальним законом розподілу і розподілом Вейбулла наносимо на графік вже отриманого графіку емпіричної щільності розподілу $\hat{f}(l_i)$ (див. рис. 2.3) і з'єднуємо ці точки плавною кривою. Це і будуть теоретичні криві розподілу диференціальної функції *f(l)* за нормальним законом і законом Вейбулла (рис.2.4).

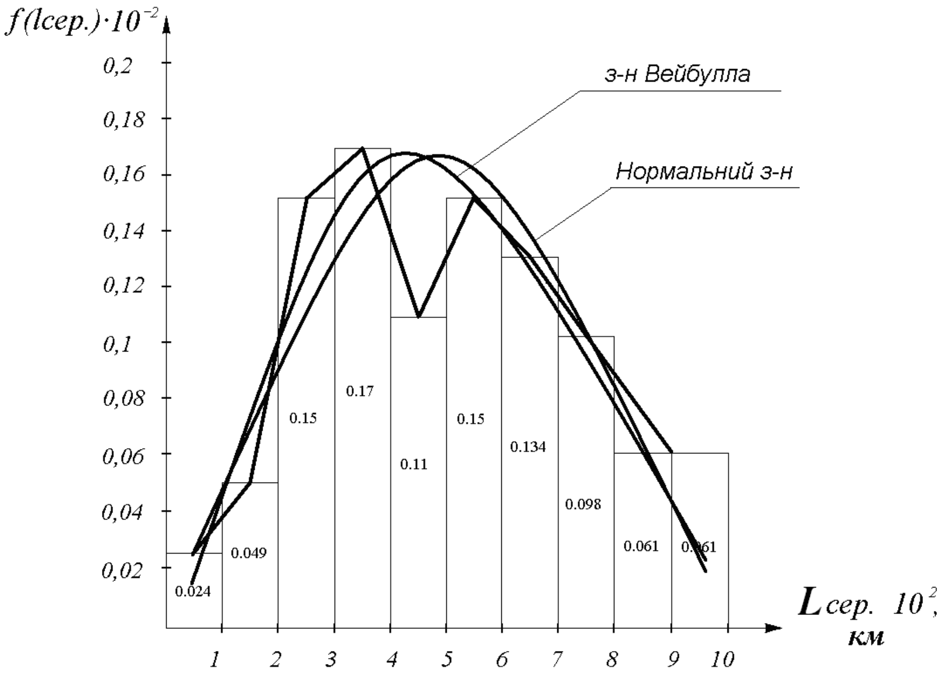

Рис. 2.4. Криві розподілу *f(l)*

Побудувавши і візуально співставивши графіки теоретичної та емпіричної кривих розподілу можна лише приблизно оцінити їх схожість та належність емпіричного розподілу до одного із теоретичних законів розподілу. Але більш точну та науково обґрунтовану узгодженість із емпіричним розподілом проводять за одним із критеріїв (Пірсона – χ^2, Колмогорова та інш.).

2.9. Перевірка узгодженості емпіричного та теоретичного розподілів

Після вирівнювання емпіричної кривої визначають її відповідність вибраному теоретичному закону розподілу так як навіть при добре підібраній теоретичній кривій розподілу завжди між останньою та статистичним розподілом є деякі розходження.

Хоча в математичній статистиці й існують різні критерії згоди між ними, однак слід мати на увазі, що процедура перевіряння гіпотези про вид функції розподілу з будь-якого з критеріїв є перевіркою на відкидання, а не на прийняття гіпотези. Ця процедура дає змогу дістати лише одну відповідь із двох:

1) немає досить серйозних підстав відкинути гіпотезу;

2) є досить серйозні підстави відкинути гіпотезу.

Стосовно до показників надійності сучасних машин для перевірки узгодженості теоретичного та статистичного розподілів найчастіше використовують критерії χ^2 Пірсона або Колмогорова.

Критерій χ^2 Пірсона при великій кількості спостережень зводить помилки до мінімуму, чим вигідно відрізняється від інших критеріїв згоди.

Обчислювальна схема визначення згоди за критерієм χ^2 зводиться до наступних дій.

Визначають міру розбіжності за формулою

$$\chi^2 = Nh_i \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[\hat{f}(l_{cepi}) - f(l_{cepi}) \right]^2}{f(l_{cepi})}, \qquad (2.20)$$

де N - загальна кількість спостережень;

h_i - ширина i-го інтервалу;

k - кількість інтервалів;

$\hat{f}(l_{cepi})$ *та* $f(l_{cepi})$ - відповідно емпірична та теоретична щільність імовірності розподілу;

χ_{cep} – середина *i*-го інтервалу для неперервної випадкової величини або можливі значення для дискретної.

Інтервали, в яких значення частоти n_i < 5, слід об'єднувати з інтервалами, що стоять поруч.

Після знаходження χ^2 визначають кількість ступенів вільності:

$$r = k - S - 1 \tag{2.21}$$

де S - кількість параметрів теоретичної функції розподілу.

За отриманими значеннями r і χ^2 визначають імовірність згоди $P(r, \chi^2)$. Значення функції $P(r, \chi^2)$ приведені в Додатках [3]. Якщо $P(r, \chi^2) \geq 0{,}05$ то вважають, що немає достатньої підстави відхиляти висунуту гіпотезу, а статистичний розподіл в достатній мірі узгоджується з теоретичним. Якщо $P(r, \chi^2) < 0{,}05$, то зазначені розбіжності будуть невипадковими, а обраний теоретичний закон розподілу відхиляється на досить серйозній підставі.

Критерій Колмогорова відрізняється від критерію χ^2 Пірсона своєю простотою, однак дає свідомо завищені значення імовірності $P(\lambda)$. Його слід застосовувати лише тоді, коли закон розподілу завчасно відомий.

Обчислювальна схема використання критерію згоди Колмогорова містить кілька етапів. Визначають емпіричні та теоретичні значення функції розподілу $\hat{F}(l_{cepi})$ *і* $F(l_{cepi})$. Обчислюють абсолютні значення різниці між теоретичною та емпіричною функціями розподілу при однакових значеннях аргументу, а потім вибирають найбільшу:

$$D_{\max} = \max\left|\hat{F}(l_{cepi}) - F(l_{cepi})\right|. \tag{2.22}$$

На наступному етапі визначають значення критерію Колмогорова:

$$\lambda = D_{\max}\sqrt{N}\ . \tag{2.23}$$

Для обчислення значення λ за даними табл.2.9 визначають імовірність згоди $P(\lambda)$.

Якщо $P(\lambda)$ >0,3 , то згода буде доброю, при $P(\lambda)$ <0,2...0,3 гіпотеза відхиляється.

Якщо вибраний теоретичний закон розподілу відхиляється, тобто $P(r, \chi^2)$<0,05 або $P(\lambda)$ <0,2...0,3 , для описання статистичних даних треба знайти більш підхожий закон розподілу. Якщо декілька теоретичних кривих не дають істотної розбіжності із емпіричною, - за вихідну беруть ту, яка відображає найбільшу імовірність згоди.

В разі рівних або близьких за значенням імовірностей згоди перевагу слід віддавати розподілам з меншою кількістю параметрів.

Таблиця 2.10. Критерій Колмогорова P(λ)

λ	*P(λ)*	λ	*P(λ)*	λ	*P(λ)*
0,30	1,000	0,50	0,964	0,64	0,807
0,35	0,999	0,55	0,923	0,65	0,792
0,40	0,997	0,58	0,890	0,70	0,744
0,45	0,987	0,60	0,864	0,75	0,627
0,80	0,544	1,10	0,178	1,60	0,012
0,85	0,465	1,20	0,112	1,70	0,006
0,90	0,393	1,30	0,068	1,80	0,003
0,95	0,328	1,40	0,040	1,90	0,002
1,00	0,270	1,50	0,022	2,00	0,001

Продовжуючи розглядати приведений вище приклад проведемо перевірку узгодженості статистичного та теоретичних (нормального та закону Вейбулла) розподілів за критерієм χ^2 Пірсона.

Міру розбіжності теоретичного та емпіричного розподілу визначаємо за формулою 2.20.

$$\chi^2 = Nh_i \sum_{i=1}^{k} \frac{\left[\hat{f}(l_{сepi}) - f(l_{сepi})\right]^2}{f(l_{сep\ i})}.$$

Для нормального закону розподілу:

$$\chi^2 = 82 \cdot 100 \sum_{i=1}^{k} \left[\frac{\left(2,4 \cdot 10^{-4} - 2,44 \cdot 10^{-4}\right)^2}{2,44 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(4,9 \cdot 10^{-4} - 5,22 \cdot 10^{-4}\right)^2}{5,22 \cdot 10^{-4}} + \right.$$

$$+ \frac{\left(15 \cdot 10^{-4} - 9,24 \cdot 10^{-4}\right)^2}{9,24 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(17 \cdot 10^{-4} - 13,5 \cdot 10^{-4}\right)^2}{13,5 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(11 \cdot 10^{-4} - 16,5 \cdot 10^{-4}\right)^2}{16,5 \cdot 10^{-4}} +$$

$$+ \frac{\left(15 \cdot 10^{-4} - 16,7 \cdot 10^{-4}\right)^2}{16,7 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(13,4 \cdot 10^{-4} - 14 \cdot 10^{-4}\right)^2}{14 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(9,8 \cdot 10^{-4} - 9,71 \cdot 10^{-4}\right)^2}{9,71 \cdot 10^{-4}} +$$

$$\left. + \frac{\left(6,1 \cdot 10^{-4} - 5,55 \cdot 10^{-4}\right)^2}{5,55 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(6,1 \cdot 10^{-4} - 2,65 \cdot 10^{-4}\right)^2}{2,65 \cdot 10^{-4}} \right] = 9,02.$$

Кількість ступенів вільності:

$$r = k - S - 1,$$

де S - кількість параметрів теоретичної функції розподілу, (S=2);

k - кількість інтервалів.

Отже , $r = 10 - 2 - 1 = 7$.

Для закону розподілу Вейбулла

$$\chi^2 = 82 \cdot 100 \sum_{i=1}^{k} \left[\frac{\left(2{,}4 \cdot 10^{-4} - 1{,}73 \cdot 10^{-4}\right)^2}{1{,}73 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(4{,}9 \cdot 10^{-4} - 6{,}96 \cdot 10^{-4}\right)^2}{6{,}96 \cdot 10^{-4}} + \right.$$

$$+ \frac{\left(15 \cdot 10^{-4} - 12{,}2 \cdot 10^{-4}\right)^2}{12{,}2 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(17 \cdot 10^{-4} - 15{,}8 \cdot 10^{-4}\right)^2}{15{,}8 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(11 \cdot 10^{-4} - 16{,}9 \cdot 10^{-4}\right)^2}{16{,}9 \cdot 10^{-4}} +$$

$$+ \frac{\left(15 \cdot 10^{-4} - 15{,}6 \cdot 10^{-4}\right)^2}{15{,}6 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(13{,}4 \cdot 10^{-4} - 12{,}1 \cdot 10^{-4}\right)^2}{12{,}1 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(9{,}8 \cdot 10^{-4} - 8{,}8 \cdot 10^{-4}\right)^2}{8{,}8 \cdot 10^{-4}} +$$

$$\left. + \frac{\left(6{,}1 \cdot 10^{-4} - 5{,}7 \cdot 10^{-4}\right)^2}{5{,}7 \cdot 10^{-4}} + \frac{\left(6{,}1 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 10^{-4}\right)^2}{3 \cdot 10^{-4}} \right] = 5{,}9.$$

Кількість ступенів вільності

$$r = 10 - 2 - 1 = 7.$$

Імовірність згоди P(r, χ^2) теоретичних та емпіричного розподілів визначаємо за таблицею додатку 3.

- для нормального закону $P(r, \chi^2) = 0{,}25$;
- для закону Вейбулла $P(r, \chi^2) = 0{,}6$.

На підставі результатів перевірки узгодженості ми не маємо підстав відхилити гіпотезу, що статистичний розподіл напрацювання до відмови не узгоджується за цими законами. Розподіл в достатній мірі узгоджується з нормальним теоретичним законом ($P(r, \chi^2) = 0{,}25$) і набагато краще - із законом розподілу Вейбулла ($P(r, \chi^2) = 0{,}6$).

Тому в подальших розрахунках будемо вважати, що напрацювання до відмови підпорядковується закону Вейбулла.

3. Оцінка деяких показників надійності за даними дослідження.

На основі отриманих результатів статистичної обробки даних про напрацювання до відмови оцінюємо такі показники надійності, як імовірність безвідмовної роботи *P(l),* та імовірність відмови *Q(l),* гамавідсоткове напрацювання на відмову L_γ та інтенсивність відмов $\lambda(l_i)$ об’єктів.

Оскільки прийнято рішення, що емпіричний розподіл найкращим чином узгоджується із законом Вейбулла, то розрахунки показників надійності необхідно проводити за відповідними моделями надійності для цього закону.

Імовірність безвідмовної роботи *P(l),* та і імовірність відмови *Q(l),* визначаємо для середин інтервалів за наступними моделями:

$$Q(l_i) = 1 - e^{\left[-\left(\frac{l_{cep}}{a}\right)^b\right]}; \tag{3.1}$$

$$P(l_i) = e^{\left[-\left(\frac{l_{cep}}{a}\right)^b\right]}; \tag{3.2}$$

$$Q(l_1) = 1 - 2{,}7183^{\left[-\left(\frac{50}{566{,}2}\right)^{2,3}\right]} = 0{,}004 \text{ і т.д.;}$$

$$P(l_1) = 2{,}7183^{\left[-\left(\frac{50}{566{,}2}\right)^{2,3}\right]} = 0{,}996 \text{ .і т.д.;}$$

Отримані результати заносяться в таблицю 3.1 і за ними будуються графіки функцій *P(l)* і *Q(l)* (див. рис 3.1).

Таблиця 3.1. Значення функцій *P(l),* і *Q(l)*

№	Середина інтервалів l_{cpi}, км	$Q(l_{cpi})$	$P(l_{cpi})$,	$\lambda(l_{cep.})$, від./км
1	50	0,004	0,996	1,429
2	150	0,05	0,95	5,961
3	250	0,14	0,86	11,581
4	350	0,28	0,72	17,935
5	450	0,45	0,55	24,865
6	550	0,61	0,39	32,276
7	650	0,75	0,25	40,106
8	750	0,85	0,15	48,332
9	850	0,92	0,08	56,841
10	950	0,96	0,04	65,684

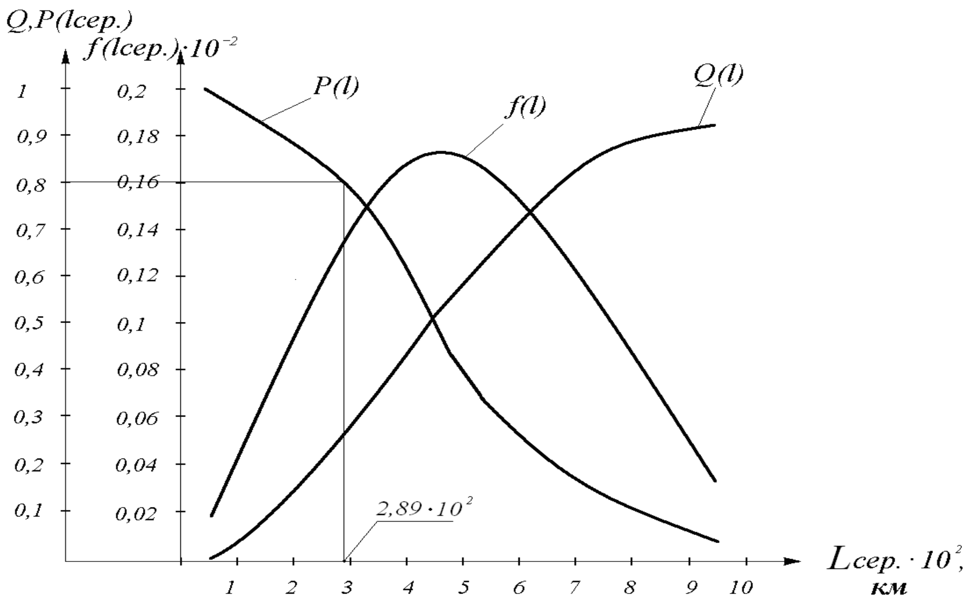

Рис. 3.1. Графіки імовірності відмов та імовірності безвідмовної роботи.

Гамма-відсоткове напрацювання до відмови (L_γ) для закону Вейбулла визначається за формулою:

$$L_\gamma = L_{сер}\left(-\ln\frac{\gamma}{100}\right)^{\frac{1}{b}}; \qquad (3.3)$$

де γ - імовірність не виникнення відмови, виражена у відсотках (γ = 80%);

b - коефіцієнт (параметр) закону Вейбулла (*b* = 2,3) (див. розділ 2.8.2).

Тоді:

$$L_\gamma = 505\left(-\ln 0{,}8\frac{80}{100}\right)^{\frac{1}{2,3}} = 289\ (км). \qquad (10.4)$$

Величину гамма-відсоткового напрацювання до відмови можна знайти графічно за графіками функцій рис.3.1. Для цього із точки на осі ординат *P(l)* (для механічних систем *P(l)* = 0,8) проводимо лінію паралельно осі абсцис до перетину з кривою *P(l)* і опускаємо перпендикуляр на вісь абсцис. Отже, відносно до нашого прикладу *L*γ = 289 (км), що свідчить про безпомилковість розрахунків.

Інтенсивність відмов для закону Вейбулла визначається за формулою:

$$\lambda(l_i) = \frac{b}{a^b}\cdot l_{сер\ i}^{b-1}. \qquad (3.5)$$

де *a* і *b* - параметри розподілу закону Вейбулла.

Отже:

$$\lambda(l_1) = \frac{2,3}{260,2} \cdot 50^{2,3-1} = 1.42\,;$$

$$\lambda(l_2) = \frac{2,3}{260,2} \cdot 150^{2,3-1} = 5.94\text{ .і т.д.;}$$

Отримані результати, які розраховані за формулою 3.5, також заносимо у табл.3.1 і за ними будуємо графік інтенсивності відмов $\lambda(l_{сер})$ (рис. 3.2).

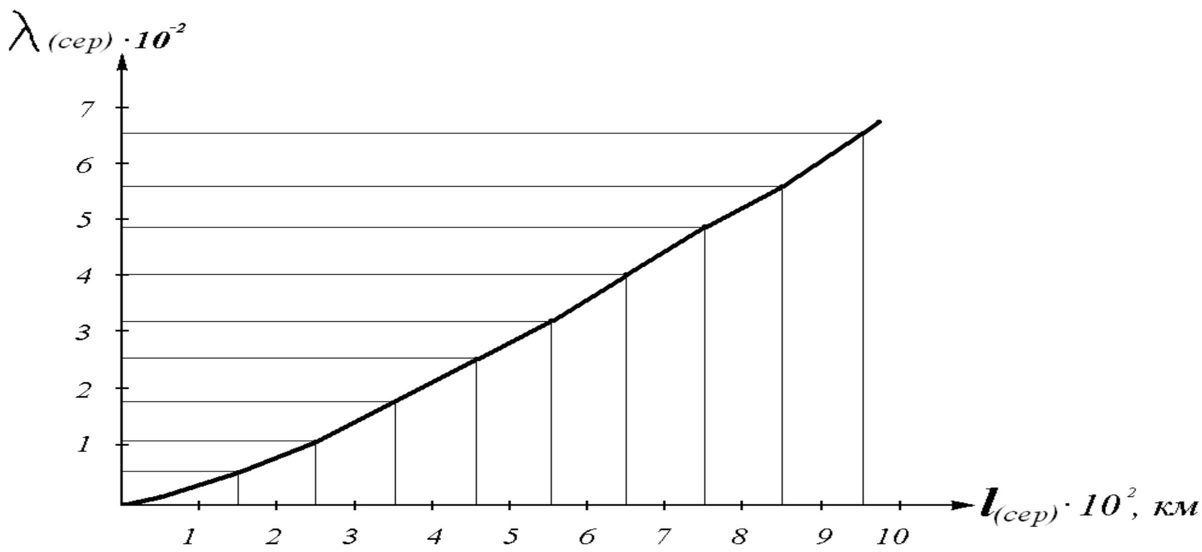

Рис. 3.2. Графік інтенсивності відмов $\lambda(l_{сер})$.

Як уже зазначалось вище, показники надійності є випадковими величинами і мають значне розсіювання. Тому при статистичній обробці сукупності значень (вибірки) отримані вище результати мають лише наближені точкові оцінки показників, що визначаються.

Безумовною перевагою точкових оцінок є їх наочність та відносна простота одержання. Ці оцінки можуть бути знайдені навіть за досить незначним (порядку 15...20) статистичним матеріалом. Однак будь-яка точкова оцінка має принциповий недолік, не даючи уявлення про похибки визначення показника. Насамперед точкова оцінка „нечутлива” до обсягу спостереження. Тому при статистичній обробці, як тільки закон розподілу встановлено, слід намагатися поряд з точковими оцінками знаходити довірчі межі визначуваних показників надійності та, насамперед, довірчого інтервалу значень математичного сподівання.

4. Визначення довірчих інтервалів розсіювання досліджуваних показників

При цьому використовують два види оцінок:

- точкові оцінки, що дають наближене значення шуканого показника;
- інтервальні оцінки, що вказують на межі інтервалу, в границях, яких з певною (заданою) імовірністю знаходиться шуканий показник.

При інтервальних оцінках вказуються межі інтервалу, в границях якого з певною заданою імовірністю знаходиться шуканий показник надійності. Цей інтервал призначається довірчим інтервалом, а його нижня та верхня межі - відповідно нижньою і верхньою довірчими межами. Чим вужчий довірчий інтервал, тим вірогідніша оцінка показника.

Для нормального закону розподілу в загальних випадках за довірчий інтервал беруть інтервал, що відрізняється від середнього показника на значення ±3σ, а при законі розподілу Вейбулла – від 0,1 до 2,5*a* (*a* – параметр розподілу Вейбулла).

Площа між диференціальною кривою та віссю абсцис, обмежена значенням ±3σ, що становить 0,997 або 99,7% всієї площі. Тобто, в 997 випадках із 1000 значень одиночного показника (точкової оцінки) надійності знаходитиметься в інтервалі ±3σ.

Така висока ступінь довіри розрахунку, що охоплює 99,7% усіх можливих варіантів, є зайвим при визначенні показників надійності сучасних машин та їх елементів.

Задаючись наперед меншими значеннями площі охоплення γ відповідно зближують межі розсіювання точкової оцінки показника надійності і тим самим зменшують можливу похибку розрахунку.

Площа обхвату β (в частках одиниці або в відсотках) дорівнює кількості точкової оцінки показників надійності, числові значення яких вкладаються в межі відповідного цій площі інтервалу.

За іншими рівними умовами вибрана наперед площа обхвату β характеризує ступінь довіри розрахунку і гарантує імовірність попадання показника надійності у відповідний інтервал його значень. Тому вона називається довірчою імовірністю β. Інтервал, в який при заданій довірчій імовірності попадає 100 β % *N* називається довірчим.

Межі, в яких може коливатися значення показника надійності при заданому значенні β, називають довірчою межею. Відхилення від середнього значення ліворуч називається нижньою довірчою межею $l_н$, а праворуч – верхньою довірчою межею $l_в$.

Для визначення граничних значень довірчого інтервалу (укрупнено) використовують такі формули:

$$l_H = L_{сер} - l_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \tag{4.1}$$

$$l_B = L_{сер} + l_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \tag{4.2}$$

де l_β - коефіцієнт розподілу Стьюдента, який визначають з табл. 4.1 залежно від кількості ступенів вільності r і прийнятого рівня довірчої імовірності β:

$$r = S' - 1. \tag{4.3}$$

Довірчий інтервал

$$J_\beta = l_B - l_H. \tag{4.4}$$

Таблиця 4.1. Коефіцієнт розподілу Стьюдента l_β

r	β			r	β		
	0,80	0,90	0,95		0,80	0,90	0,95
16	1,337	1,746	2,120	28	1,313	1,701	2,048
20	1,325	1,725	2,086	30	1,310	1,697	2,042
22	1,321	1,717	2,074	40*	1,303	1,684*	2,021
24	1,318	1,711	2,064	60	1,296	1,671	2,000
26	1,315	1,705	2,056	120	1,289	1,658	1,980

Довірчу імовірність добирають із ряду 0,80; 0,90; 0,95; 0,99. Для машин, що розглядаються, достатньо вибрати значення 0,80; 0,90.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Полянський С.К., Лесько В.І., Чернега Г.К. Розрахунок показників надійності иашин за статистичними даними. Навчальний посібник. – К.: КНУБА, 2010.- 124с.
2. Полянський С. К., Лесько В. І. Визначення показників надійності машин та обладнання на стадії експлуатації за статичними даними: Методичні вказівки. – К. КНУБА, 2003. – 58 с.
3. Канарчук В.Є., Полянський С.К., Дмитрієв М.М., Лесько В.І. Надійність машин: Підручник. – К.: Либідь, 2003. – 424 с.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. 10-е изд. – М.: Наука, 2003, – 576 с.
5. Полянський С. К. Методические рекомендации по определению показателей надежности строительных машин на стадии эксплуатации. – К. : КИСИ, 1980. – 59 с.
6. Полянський С. К., Білякович О.Т. Експлуатація будівельно-дорожних машин: Підручник. – К.: Вища школа, 2007. – 751 с.
7. ДСТУ 2862-94. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги. К.: Держстандарт України,1995.- 38 с.

Навчально- методичне видання

РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ НАДІЙНОСТІ МАШИН

Методичні вказівки до виконання курсової роботи студентами спеціальност і„Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання”

Укладач **Лесько** Віталій Іванович

Тираж 60 прим.