МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

РОЗРАХУНОК ПОСТІВ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ТА ПОТОЧНОГО РЕМОНТУ МАШИН ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання дослідної частини курсової роботи
та практичних занять з дисципліни
«Експлуатація і ремонт машин»

для студентів спеціальностей студентів денної та заочної форм навчання за напрямом освітньої підготовки 6.050502 “Інженерна механіка” спеціальності „ Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання”

Київ 2015

УДК 631.372.004+631.354.2.004.58
ББК 30.6-5
Л

Укладачі: В. І. Лесько, доцент
С. К. Полянський, професор

Рецензент: М. М. Ручинський, доцент

Відповідальний за випуск:
І. І. Назаренко, завідувач кафедри МОТП, д.т.н., професор

РОЗРАХУНОК ПОСТІВ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ТА ПОТОЧНОГО РЕМОНТУ МАШИН ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ. Методичні вказівки до виконання дослідної частини курсової роботи та практичних занять / Укладачі: В.І.Лесько, С.К.Полянський.-К.:КНУБА, 2009.- 24 с.

В методичних вказівках приведено методику розрахунку кількості постів технічного обслуговування та поточного ремонту будівельних машин із застосуванням методів теорії масового обслуговування.

Призначено для студентів спеціальностей студентів денної та заочної форм навчання за напрямами освітньої підготовки 6.050502 “Інженерна механіка” спеціальності „ Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання”.

Вступ

Ефективність використання будівельних машин в експлуатації не в останню чергу буде залежати від того, в якій мірі реальному парку машин відповідають виробничі потужності ремонтно-механічних майстерень баз та управлінь механізації, від правильного та науково - обгрунтованого вибору методів розрахунку при проектуванні ремонтно-профілактичних підприємств та виробничих баз технічного сервісу машин.

До теперішнього часу розрахунки кількості постів поточного ремонту та технічного обслуговування, як правило, ведуться "застарілими", детермінованими методами без урахування імовірного характеру процесу технічного обслуговування і ремонту (ТО і Р) та ігнорування того факту, що такі задачі відносяться до класу задач теорії масового обслуговування.

Існування цих фактів призводить до значних простоїв будівельної техніки в чергах в очікуванні операцій технічного сервісу – технічного обслуговування або ремонту або до простоїв виробничих потужностей (постів технічного обслуговування або ремонту, обладнання, технічного персоналу, тощо).

Позбутися цих недоліків при розрахунках сучасних виробничих баз механізації, їх потреби в постах допоможе широке технічно - грамотне використання математичного апарату теорії масового обслуговування.

Навіть коротке ознайомлення студентів (магістрів, спеціалістів та бакалаврів) в рамках цієї невеличкої брошури із методами теорії масового обслуговування, дасть змогу самостійно використовувати її можливості для розрахунків ремонтно-обслуговуючих підприємств, станцій технічного обслуговування, сервісних підприємств при курсовому та дипломному проектуванні, на практичних заняттях.

1. Основні положення теорії масового обслуговування та її застосування при визначенні числа постів поточного ремонту

Розглянемо процес поточного ремонту будівельних машин, наприклад, автокранів в невеликій станції технічного обслуговування або в ремонтно-профілактичному підприємстві, де для цього досить мати всього один пост поточного ремонту. Нехай час, що затрачується на поточний ремонт одного автокрана, детермінований і складає точно 5 г, а автокрани в РММ поступають на поточний ремонт регулярно через кожні 5 г. При цьому графік роботи поста поточного ремонту буде виглядати так, як показано на рис. 1.

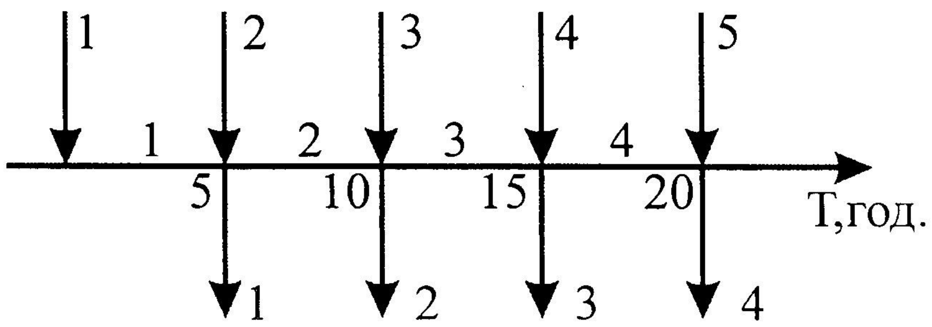

Рисунок 1 - Детермінований графік роботи поста поточного ремонту

Згідно з цим графіком в нульовий (початковий) момент часу на пост надійшов перший автокран. Через 5 г ремонт закінчений, пост поточного ремонту звільняється, але на нього зразу ж надходить другий автокран. Ще через 5 г другий автокран на посту замінюється третім і т.д. Зауважимо, що при цьому пост поточного ремонту автокранів працює безперервно без простоїв. Немає простоїв автокранів і в очікуванні поточного ремонту.

Становище зміниться, якщо хоча б один з двох вихідних параметрів в цій задачі - проміжок часу надходження в ремонт або час, що затрачується на його виконання - виявиться не детермінованим, а стохастичним.

Нехай, в даному випадку, автокрани надходять на ремонт не точно через 5 год, а через випадкові проміжки часу в інтервалі 5 ± 2 год, тобто в межах 3...7 год. Тоді графік роботи поста поточного ремонту може , змінитися і виглядати так, як показано на рис. 2.

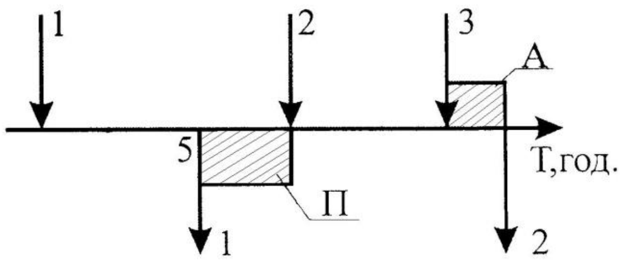

Рисунок 2 - Графік роботи поста поточного ремонту при імовірному характері надходження автокранів в ремонт: П- простої поста, А-простої автокранів.

Перший автокран (рис.2) надійшов на ремонт в початковий момент часу і рівно через 5 год. був відремонтований. Однак другий автокран надійшов на ремонт не через 5 год. після надходження першого, а через 7 год. В результаті пост поточного ремонту в очікуванні ремонтного фонду простояв 2 год. Якщо, тепер третій автокран надійде на ремонт не через 5 год, а через 3 год, то йому прийдеться очікувати в черзі на протязі 2 год, поки звільниться пост, зайнятий ремонтом другого автокрана.

В результаті розсіювання значень одного з вихідних параметрів з'явилися простої як автокранів в очікуванні ремонту, так і ремонтних засобів в очікуванні надходжень автокранів на ремонт. Іншими словами, виникло *явище черг.*

Графік роботи поста поточного ремонту при детермінованих проміжках часу між моментами надходження в момент наступних автокранів (але при розсіюванні часу відновлення) показаний на рис. 3.

Проаналізувавши цей графік, легко впевнитися в тому, що і тут є простої як поста поточного ремонту, так і автокранів. Такі простої за величиною можуть бути ще більшими, якщо розсіюванню підлягають значення не одного, а одночасно двох вихідних параметрів.

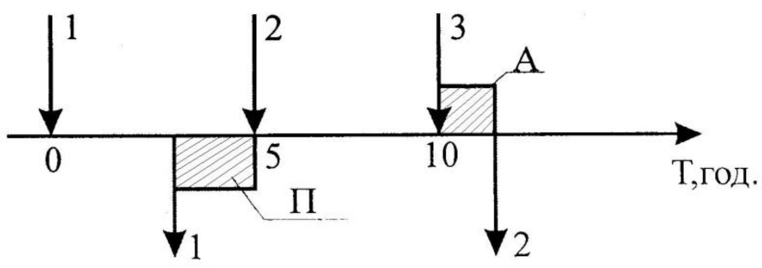

Рисунок 3. Графік роботи поста поточного ремонту автокранів при розсіюванні часу відновлення

Таким чином, і це очевидно, дуже важливий висновок, явище черг - прямий наслідок розсіювання прямих параметрів і стохастичності процесів, що розглядаються.

Слід відмітити, що і зараз часто ведуться дискусії про доцільність введення стохастичних методів розрахунку в тих чи інших областях науки і техніки. Є ряд прихильників детермінованих методів розрахунку. Інші, навпаки, вважають , що старі детерміновані методи розрахунків слід повністю відкинути, замінивши їх новими - імовірнісними.

По цьому запитанню можна висловити такі міркування:

1.Детерміновану величину, очевидно, можна розглядати як випадкову, в якої середнє квадратичне відхилення $\sigma \to 0$. Тому, якщо в формулах для стохастичних розрахунків всі параметри, які характеризують розсіювання, прирівняти до нуля, отримаємо формули для детермінованих розрахунків. Звідси можна зробити висновок про те, що детерміновані розрахунки розглядають окремий випадок, а стохастичні являються більш узагальненими.

2. Детерміновані розрахунки завдяки своїй простоті вимагають менших (затрат) витрат праці людини і часу ЕОМ. Тому можна зробити другий висновок про те, що тоді, коли їм властива достатня точність, то слід застосовувати детерміновані методи розрахунку.

3. Третій висновок заключається в тому, що якщо явище черг є прямим наслідком розсіювання вихідних параметрів, то дослідження черг може виконуватися тільки стохастичними методами.

Більша частина величин і часових оцінок на практиці підлягають більшому або меншому розсіюванню. Тому черги являються неминучим лихом нашої епохи. Але якщо очікування являється неминучим, його можна в деякій мірі контролювати: систему чи організацію, на вході якої утворюється черга, можна перетворити і покращити з тим, щоб із-за черг нести мінімальні втрати.

Дослідженням черг займається спеціальна наука - *теорія черг, або теорія масового обслуговування.* Зараз ця теорія стала необхідною частиною дослідження операцій і пошуку оптимальних техніко-економічних рішень в промисловості, на транспорті, в економіці,торгівлі і ряді інших галузей народного господарства. Багаточислені запитання надійності складних систем базуються в основному на результатах теорії масового обслуговування.

Однак, швидкому втіленню теорії масового обслуговування в практику перешкоджає майже повне незнання цієї теорії інженерами. Все частіше висловлюється думка про те, що теорія масового обслуговування повинна стати стільки ж невід'ємною частиною математичної підготовки інженерів, як диференційне і інтегральне обчислювання.

Щоб в деякій мірі компенсувати цей недолік, спробуємо дуже коротко в стислій формі дати уяву про те, що таке теорія масового обслуговування і про можливості її застосування при проектуванні ремонтно-профілактичних обслуговуючих підприємств.

Теорія масового обслуговування - відносно нова галузь, яка базується на працях російського математика Маркова, що дослідив так названі марковські процеси. На початковий її розвиток особливого впливу надав датський вчений А. К. Ерланг. Велику роль в розвитку цієї науки зіграв видатний радянський вчений-математик А. Я. Хінчін. Його книга "Математичні методи теорії масового обслуговування" явилася першою працею, в якій були сформульовані ідеї і методи цієї теорії.

Одним з основних понять теорії масового обслуговування являється поняття про вхідний потік вимог (заявок) на обслуговування. Потік вимог являє собою імовірний точковий процес. Інакше кажучи, він являє собою послідовність однорідних подій, наприклад виникнення вимог на поточний ремонт будівельних машин, які наступають через випадкові інтервали при безперервному відліку часу. Графічно потік вимог можна зобразити так, як показано на рис.4.

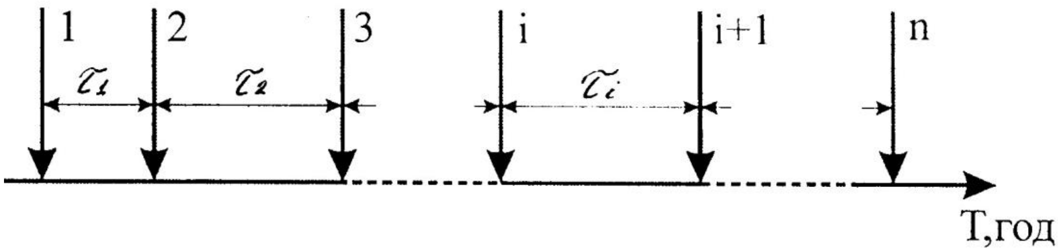

Рисунок 4 - Потік вимог (заявок) на обслуговування

Потік вимог називається *ординарним,* якщо імовірність появи двох або більше заявок в один і цей же ж момент часу настільки мала, що практично можна рахувати неможливими поєднанням двох або більше подій в один і цей же ж момент часу. Практично ця вимога майже завжди спостерігається. Тому теорія масового обслуговування, як правило, розглядає ординарні потоки заявок.

Головна характеристика вхідного потоку - його основний параметр λ (t), або *інтенсивність потоку вимог* в системі. *Параметр потоку вимог* визначає середню кількість заявок на обслуговування, які поступають в одиницю часу. Він зв'язаний з середнім проміжком часу $\bar{\tau}$ (t) між двома черговими обслуговуваннями в момент часу і співвідношенням:

$$\lambda(t) = \frac{1}{\bar{\tau}(t)}. \qquad (1)$$

Потік заявок називається *стаціонарним,* якщо його імовірний режим не змінюється в часі, тобто інтенсивність потоку заявок постійна:

$$\lambda(t) = const = \lambda = \frac{1}{\bar{\tau}}. \qquad (2)$$

Важливе значення в теорії масового обслуговування мають потоки вимог, в яких інтервали між послідовно виникаючими вимогами τ розподіляються за експоненціальним (показниковим) законом розподілу, щільність імовірності якого:

$$f(\tau) = \lambda\, e^{-\lambda\tau}. \qquad (3)$$

або

$$f(\tau) = \lambda \exp(-\lambda\tau), \qquad (4)$$

де: $\exp(x) = e^x$.

Такий потік називається *пауссонівським потоком вимог.* Щільність імовірності при експоненціальному законі розподілу характеризується кривою, показаною на рис.5. З цього рисунку видно, що менших проміжків часу між моментами виникнення заявок більше, чим більших, і імовірність виникнення заявки через інтервал *τ* зменшується по мірі збільшення інтервалу *τ*.

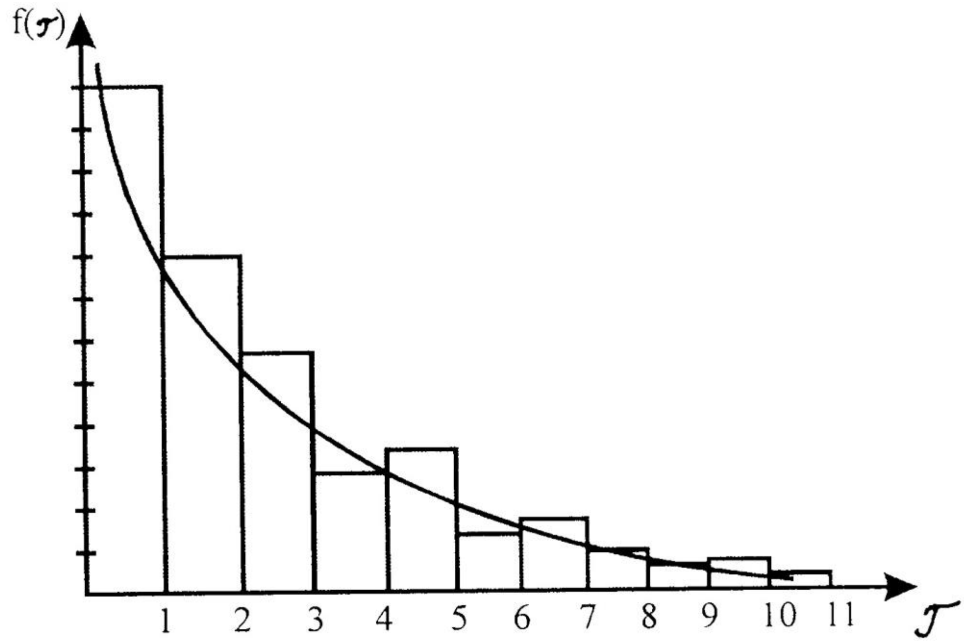

Рисунок 5 - Гістограма і щільність імовірності f(τ) при експоненціальному законі розподілу.

Пуассонівські потоки вимог стаціонарні при λ = *const* і нестаціонарні при $\lambda \neq$ *const*.

В деяких реальних потоках число вимог, тих що поступили в систему після довільного моменту часу *t,* не залежить від того, яке число вимог надійшло в систему до моменту t. Ця властивість незалежності характеру потоку вимог від числа раніше потрапивших вимог і моментів часу їх надходження називається *відсутністю наслідків.* Потоком з *обмеженим наслідком* називається потік, в якому величини τ_1, τ_2, τ_3,... взаємно незалежні.

Потік являється простішим, якщо він одночасно ординарний, стаціонарний і без наслідків. Існує теорема, згідно з якою в простішому потоці вимог проміжки часу між сусідніми заявками розподіляються по експоненціальному закону.

Ще одне основне поняття теорії масового обслуговування - час обслуговування (величина, що характеризує затрати часу одним обслуговуючим апаратом, наприклад постом поточного ремонту, на обслуговування заявки, що надійшла).

В зв'язку з цим, що в силу ряду причин час обслуговування не детерміновано, а змінюється від однієї вимоги до (іншої) другої, час обслуговування розглядається як величина випадкова.

Часто час обслуговування t_0 розподіляється по експоненціальному закону розподілення зі щільністю імовірності:

$$f(t_0)=\mu \cdot e^{-\mu \cdot t_0}, \qquad (5)$$

де: μ - інтенсивність обслуговування, або середнє число обслуговувань, в одиницю часу. Дуже близько до експоненціального закону розподіляється час, що затрачується на поточний ремонт автокранів, при якому на усуненні цілого ряду дрібних технічних несправностей затрачується порівняно мало часу, а поточні ремонти великої тривалості зустрічаються дуже рідко. Однак, слід мати на увазі, що в ряді практичних випадків дуже часто зустрічаються нормальний та інші закони розподілення часу обслуговування (затрати часу на капітальний ремонт автокранів і т.д.).

Теорія масового обслуговування розглядає різні системи масового обслуговування. Всі вони складаються з трьох основних елементів: *джерела вимог, накопичувана* і *вузла обслуговування.*

Якщо вузол обслуговування складається з одного обслуговуючого приладу (апарата, лінії), така система називається *одноканальною.*

При великій кількості обслуговуючих апаратів система масового обслуговування називається *багатоканальною.* Наприклад, зону поточного ремонту автокранів, яка включає в себе декілька тупікових постів поточного ремонту, можна розглядати як багатоканальну систему масового обслуговування (рис.6).

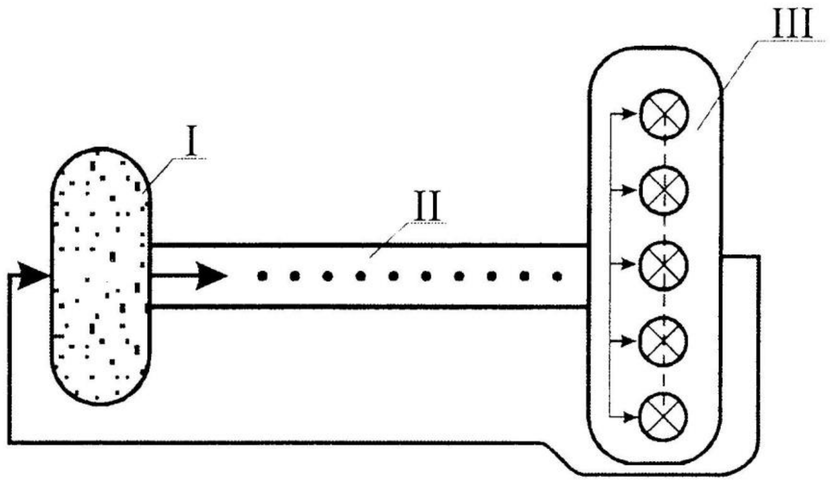

Рисунок 6. - Багатоканальна система масового обслуговування: 1-джерело вимог; 2-накопичувач (черга); 3-обслуговуючі прилади.

Розрізняють *замкнені* і *розімкнені* системи масового обслуговування. Часто число вимог, які можуть надходити в систему, необмежене або по крайній мірі таке припущення зручне.

До розімкненої системи - положення що обслужені вимоги не залишають систему, а повертаються до джерела вимог так, як це показано на рис.6. При цьому від кількості вимог, що знаходяться в системі (в накопичувачі і вузлі обслуговування), залежить інтенсивність вхідного потоку. Тому в замкненій системі вхідний потік вимог, як правило, не стаціонарний.

Пояснимо це на прикладі. Нехай в невеликому управлінні механізації є $A_{СП}$ автокранів, які періодично вимагають поточного ремонту. Якщо інтенсивність елементарного потоку вимог на поточний ремонт одного автокрана постійна, то цього не можна сказати про інтенсивність сумарного потоку вимог Λ, що виходить від усіх автокранів. Невірно було б вважати, що:

$$\Lambda = \lambda A_{сп}. \qquad (6)$$

Вимоги на поточний ремонт можуть виходити не від усіх, а тільки від справних автокранів, які знаходяться в експлуатації. Несправний автокран, який раніше вимагав проведення ремонту, може знову вимагати ремонт тільки після того, як буде відремонтований (повернеться до джерела вимог) і знову почне експлуатуватися. Тому інтенсивність шукаючого потоку буде:

$$\Lambda = A_{спр}\lambda. \qquad (7)$$

Однак $A_{спр}$ величина не постійна, а змінюється в часі. Наприклад сьогодні з 10 автомобілів справних 7, завтра 9, післязавтра 8 і т.д. Звідси і Λ не постійна, а змінюється в часі. Тому (7) правильніше записати у вигляді:

$$\Lambda(t) = A_{спр}(t)\lambda\,. \qquad (8)$$

Таким чином, інтенсивність вхідного потоку вимог для замкнених систем не постійна величина, а ступенева функція часу, яка стрибкоподібно змінюється кожен раз, коли буде вимагати ремонту автокранів буде відремонтований. Зміна інтенсивності вхідного потоку характеризується графіком, зображеним на рис.7.

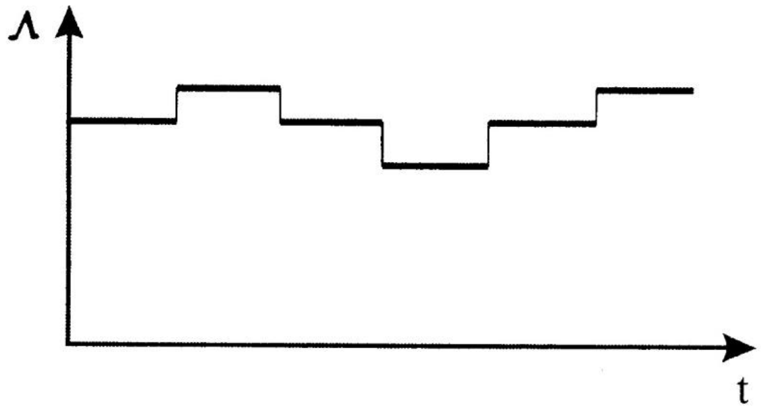

Рисунок 7. - Зміна інтенсивності вхідного потоку в часі.

Межі змін дуже широкі: від $A_{cn}\lambda$, коли всі автокрани справні, до 0, коли всі вони несправні, ні один з них не експлуатується і нових вимог на ремонт не виникає.

Розрізняють ще системи *масового обслуговування з втратами і без них.* Перша група систем характеризується тим, що вимога не може чекати початку обслуговування, або, що те ж саме, система обслуговування відмовляє вимозі, якщо усі обслуговуючі апарати зайняті.

Системи без втрат називаються також *системами з необмеженим очікуванням.* Існують ще *системи з обмеженим. очікуванням,* в яких вимоги можуть очікувати обслуговування тільки обмежений час, по закінченні якого, якщо до цього часу не звільниться хоч один обслуговуючий апарат, вони залишають систему.

Розрізняють також *системи з пріоритетом і без нього.* В системах без пріоритету вимоги обслуговуються почергово в порядку їх надходження.

Якщо деякі з вимог користуються пріоритетом і надходять на обслуговування в першу чергу без залежності від того, коли вони надійшли в накопичувач, такі системи називаються системами масового обслуговування з пріоритетом.

Наприклад, якщо раніше надійшли на поточний ремонт три автокрани КС-2577А, а потім автокран КС-5473, то КС-5473 може бути поставлений в ремонт раніше, так як він користується пріоритетом тому, що має велику вантажопідйомність і в його справності більш зацікавлене управління механізації та споживачі.

Такі, в основному, досліджені в теперішній час системи масового обслуговування. Розглянемо більш розімкнену систему з очікуванням з декількома обслуговуючими приладами (багатоканальну), - як одну із двох систем, які найбільш повніше відповідають умовам задач, що вирішаються при плануванні і організації технічного обслуговування і ремонту будівельних машин на ремонтно-обслуговуючих підприємствах (РММ управлінь механізації, ремонтних заводах, сервісних центрах, СТО і т.п.).

2. Розімкнена система масового обслуговування з декількома приладами

Розімкнена система масового обслуговування з декількома приладами також, як і усі системи масового обслуговування, може знаходитися в безлічі різних станах. Позначимо E_n стан, при якому в системі (в накопичувачі і вузлі обслуговування) знаходиться n вимог. За час dt в системі можливі такі наступні переходи із стану в стан:

$$\left.\begin{array}{l} E_0 \to E_0 \\ E_0 \to E_1 \\ E_1 \to E_0 \\ E_n \to E_n \\ E_n \to E_{n-1} \\ E_n \to E_{n+1} \end{array}\right\} n \geq 1$$

Імовірності таких переходів будуть мати вигляд:

Зміна стану:	Імовірність переходу:
$E_0 \to E_0$	$1-dt$
$E_0 \to E_1$	dt
$E_1 \to E_0$	$\frac{\mu}{s}dt$

$$n \leq \mathrm{S} \begin{cases} E_n \to E_n \\ E_n \to E_{n+1} \\ E_n \to E_{n-1} \end{cases}$$

$$n \geq \mathrm{S} \begin{cases} E_n \to E_n \\ E_n \to E_{n+1} \\ E_n \to E_{n-1} \end{cases}$$

де: λ - інтенсивність потоку вимог; μ - загальна інтенсивність; обслуговування S - приладами ; S - число обслуговуючих приладів. Графік переходів системи масового обслуговування, яка розглядається, показаний на рис.8.

Із рис.8. виходить, що:

$$P_0(t+dt) = P_0(t)(1-\lambda dt) + P_1(t)\frac{\mu}{S}dt;$$

(9)

$$P_n(t+dt) = P_n(t)\left[1-\left(\lambda + \frac{n\mu}{S}\right)dt\right] + P_{n-1}(t)\lambda dt + P_{n+1}(t)\frac{n+1}{S}\mu dt$$ (при n ≤ S)

(10)

$$P_n(t+dt) = P_n(t)\left[1-(\lambda+\mu)dt\right] + P_{n-1}(t)\lambda dt + P_{n+1}(t)\mu dt$$ (при n ≥ S)

(11)

Рівняння (9) можна перетворити наступним чином:

$$P_0(t+dt) = P_0(t) - \lambda P_0(t)\alpha dt + \frac{\mu}{S}P_1(t)dt$$

$$\frac{P_0(t+dt) - P_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \frac{\mu}{S}P_1(t)$$

Нехай тепер *dt* прямує до нуля, тоді:

$$\frac{d}{dt}P_0(t) + \frac{\mu}{S}P_1(t)$$

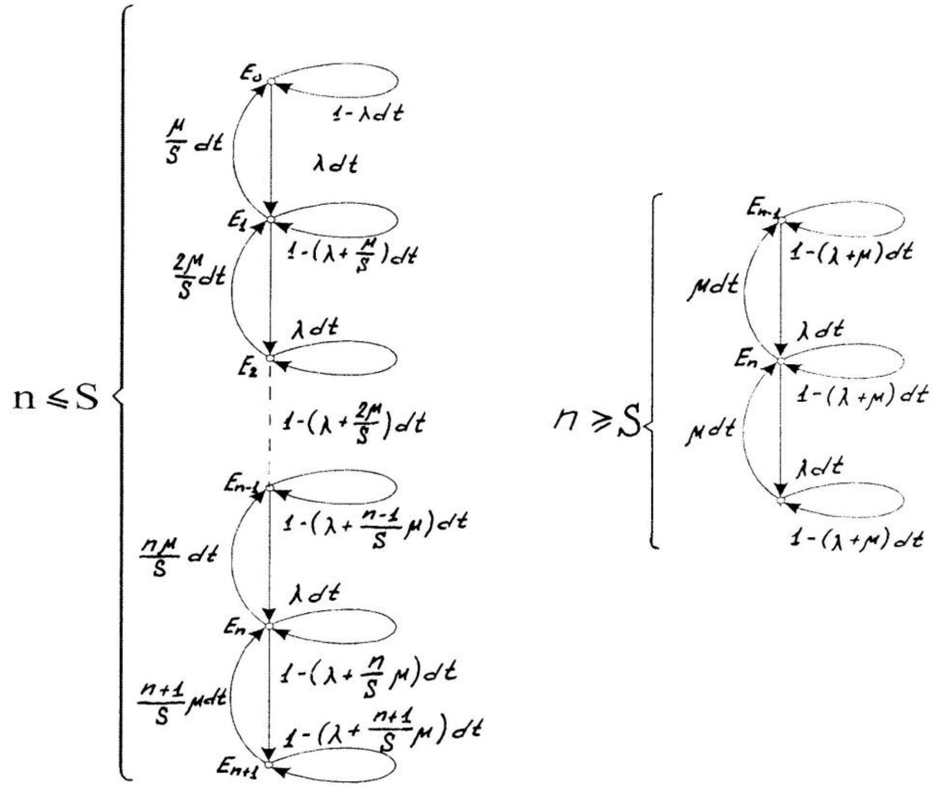

Рисунок 8. - Граф переходів розімкненої системи масового обслуговування.

Виконавши такі ж перетворення рівнянь (10), (11) в кінцевому вигляді отримаємо дифференційні рівняння станів системи масового обслуговування:

$$\frac{d}{dt}P_0(t) = -\lambda P_0(t) + \frac{\mu}{S}P_1(t) \qquad (12)$$

$$\frac{d}{dt}P_n(t) = -(\lambda + \frac{n\mu}{S})P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu\frac{n+1}{S}P_{n+1}(t) \qquad \text{(при n} \leq \text{S) (13)}$$

$$\frac{d}{dt}P_n(t) = -(\lambda + \mu)P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t) \qquad \text{(при n} \geq \text{S) (14)}$$

Розв'язок цієї системи рівнянь дуже складний. Тому для стислого викладення наведемо тільки кінцевий результат розв'язку, отриманий при умові, що інтервали часу між вимогами і час обслуговування розподіляються за експоненціальними законами розподілену:

$$P_n = P_0 \frac{S^n \psi^n}{n!} \qquad \text{(при } n \le S) \qquad (15)$$

$$P_n = P_0 \frac{S^s \psi^n}{S} \qquad \text{(при } n \ge S) \qquad (16)$$

де: $-\psi = \frac{\lambda}{\mu}$.

Величина ψ відіграє дуже важливу роль. Вона визначає степінь насиченості системи і називається *коефіцієнтом використання системи* або *завантаження системи.* При ψ>1 встановленого режиму роботи системи і черга буде зростати необмежено, так як інтенсивність обслуговування μ буде менше інтенсивності надходження вимог λ. Тому при розв'язанні задач масового обслуговування приймаємо $\psi \le 1$.

Для практичного використання (15) і (16) необхідно знати імовірність нульового стану системи P_0 . Цю імовірність можна знайти виходячи з умови:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_{n=1} .$$

Така умова очевидна, так як з повною вірогідністю можна сказати, що система в якомусь із п станів ($0 \le n \le \infty$) обов'язково знаходиться.

Відповідно:

$$\sum_{n=0}^{S-1} P_0 \frac{S^n \psi^n}{n!} + \sum_{n=S}^{\infty} P_0 \frac{S^S \psi^n}{S!} = 1.$$

Або:
$$P_0 \left[\sum_{n=0}^{S-1} \frac{S^n \psi^n}{n!} + \sum_{n=S}^{\infty} \frac{S^S \psi^n}{S!} \right] = 1.$$

Звідси:
$$P_0 = \frac{1}{\frac{S^S \psi^S}{S!(1-\psi)} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{S^n \psi^n}{n!}} \qquad (17)$$

так як ряд $\psi^S + \psi^{S+1} + \psi^{S+2} + \ldots + \psi^{\infty} = \psi^S(1 + \psi + \psi^2 + \psi^3 + \ldots + \psi^n)$ при $\psi \le 1$ сходиться і сума його членів дорівнює $\frac{\psi^S}{1-\psi}$.

Використавши (15)–(17), визначимо середнє число вимог, очікуючих початок обслуговування, або середню довжину черги і коефіцієнт використання обслуговуючих апаратів. Цих показників досить, щоб визначити ефективність системи масового обслуговування і вибрати оптимальне число обслуговуючих апаратів.

Середня довжина черги $\bar{\upsilon}$ визначається наступним чином. Вимога може знаходитися в черзі, якщо кількість вимог, що знаходяться в системі *n*, буде перевищувати число обслуговуючих апаратів **S**. При $n=S+1$ в черзі буде знаходитися одна вимога, при $n=S+2$ − два і т.д. В загальному випадку число вимог в черзі:

$\bar{\upsilon} = n - S$

Середня довжина черги:

$$\bar{\upsilon} = \sum_{n=S+1}^{\infty}(n-S)P_n = \sum_{n=S+1}^{\infty}(n-S)\frac{S^S\psi^n}{S!}P_0 = \frac{S^S}{S!}P_0\sum_{n=S+1}^{\infty}(n-S)\psi^n = \frac{S^S}{S!}P_0(\psi^{S+1}+2\psi^{S+2}+3\psi^{S+3}+...) =$$
$$= \frac{S^S\psi^S}{S!}P_0(\psi+2\psi^2+3\psi^3+...)$$

Ряд $\psi+2\psi^2+3\psi^3+...$збігається при $\psi<1$ і сума його членів дорівнює $\frac{\psi}{(1-\psi)}$, тому:

$$\bar{\upsilon} = \frac{S^S\psi^{S+1}}{S!(1-\psi)^2}P_0 \qquad (20)$$

Таким чином отримано формулу (20) для визначення середньої довжини черги або середнього числа вимог, що знаходяться в накопичувачі.

Коефіцієнт використання по часу обслуговуючих апаратів у випадку, що розглядається, визначити дуже просто. Розглянемо досить великий інтервал часу *Т*. На протязі цього ж часу при повному завантаженні обслужуючі апарати змогли б обслужити μT вимог. Коефіцієнт використання по часу обслужуючих апаратів:

$$K_a = \frac{\lambda T}{\mu T} = \frac{\lambda}{\mu} = \psi \qquad (21)$$

Відповідно, коефіцієнт використання по часу обслужуючих апаратів дорівнює завантаженню системи. Знаючи, як визначити по (17) − (21) $P_0, \bar{\upsilon}, K_a$, переходимо до розв'язання практичних прикладів в області проектування ремонтно-обслуговуючих підприємств.

3. Приклади визначення числа постів поточного ремонту та основних характеристик системи обслуговування

Розглянемо наступний приклад. Нехай до РММ в середньому щоденно надходить 9 автокранів, що вимагають поточного ремонту *(λ = 9* заявок/добу). Один пост поточного ремонту за добу може відремонтувати 2 автокрани. Вимагається визначити отримане число постів поточного ремонту S_{onm}.

Здавалося б, для того, щоб обслужити усі ці автокрани достатньо мати 5 постів поточного ремонту (μ=10 обслуговувань/добу). Такий результат отриманий при детермінованому методі розрахунків, що не дозволяє враховувати явища черг. Зразу визначимо, що коефіцієнт використання обслуговуючих апаратів (постів) в цьому випадку буде достатньо високим:

$$K_a = \psi = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{9}{10} = 0.90 .$$

Визначимо тепер методами теорії масового обслуговування середню довжину черги або, яка кількість автокранів при *S*=5 постах поточного ремонту буде в середньому знаходитися в черзі в очікуванні ремонту. Як відмічалося, згідно дослідним даним інтервали між моментами надходження автокранів на ремонт і час, який затрачується на поточний ремонт автокрана розподіляються по законам, дуже близьким до експоненціального закону розподілення. Це дає змогу використовувати (17) і (20).

Спочатку по (17) визначимо імовірність того, що в зоні поточного ремонту взагалі не буде знаходитися ні одного автокрана:

$$P_0 = \frac{1}{\dfrac{5^5 \cdot 0.9^5}{5!(1-0.9)} + \sum\limits_{n=0}^{4} \dfrac{5^n \cdot 0.9^n}{n!}} = 0.00496$$

Потім по (20) визначимо середню величину черги:

$$\bar{\upsilon} = \frac{5^5 \cdot 0.9^6}{5!(1-0.9)^2} \cdot 0.00496 = 7 \text{ (автокрана);}$$

Таким чином отримані наступні основні характеристики системи обслуговування при S=5 обслуговуючих апаратах:

1) коефіцієнт використання обслуговуючих апаратів: K_a =0,90;
2) середня довжина черги: υ = 7 автокрана.

Вибраний варіант системи (5 постів) можна оцінити і одним параметром - *критерієм оптимальності системи.* В даному випадку в якості критерію оптимальності зручно прийняти *сумарні витрати,* зумовлені неповним використанням постів поточного ремонту і простоями автокранів в очікуванні ремонту.

Для цього спочатку потрібно визначити середнє число обслуговуючих апаратів, не зайнятих обслуговуванням:

$$\overline{\rho} = (1-\psi)S \qquad (22)$$

В даному випадку середнє число постів початкового ремонту, не зайнятих ремонтом, згідно (22):

$\overline{\rho} = (1-0.9)\cdot 5 = 0.5$ (поста).

Критерій оптимальності системи, як домовилися, можна знайти з рівняння:

$$U = C_1\overline{\upsilon} + C_2\overline{\rho} \qquad (23)$$

де: C_1-витрати, пов'язані з простоєм в очікуванні ремонту одного автокрана на протязі доби;

C_2-витрати, зв'язані з простоєм одного поста поточного ремонту на протязі доби.

Величини C_1 і C_2 можна точно визначити калькуляцією. В даному прикладі умовно будемо вважати, що C_1 = *30грн;* C_2 = *50грн.* Тоді при 5 постах:

$U_5 = 30\cdot 6{,}9 + 50\cdot 0{,}5 = 232$ (грн)

Природно, що критерій оптимальності *U* буде залежати від вибраного числа постів поточного ремонту. Із збільшенням числа постів втрати, зв'язані з їх повним використанням, будуть збільшуватися, а втрати зв'язані з простоєм автокранів, зменшуються. Зміну *U* по мірі збільшення *S* можна подати у вигляді кривої, показаної на рис. 9.

Із рис. 9 виходить, що сумарні втрати від простоїв автокранів і постів по мірі збільшення *S* спочатку зменшується, а потім знову збільшується. Наша мета - знайти мінімальне значення сумарних втрат U_{min} і відповідає цьому значенню оптимальне число постів поточного ремонту $S_{опт}$. Тому функції типу (23) часто називаються також *цільовими функціями* або *функціями цілі.*

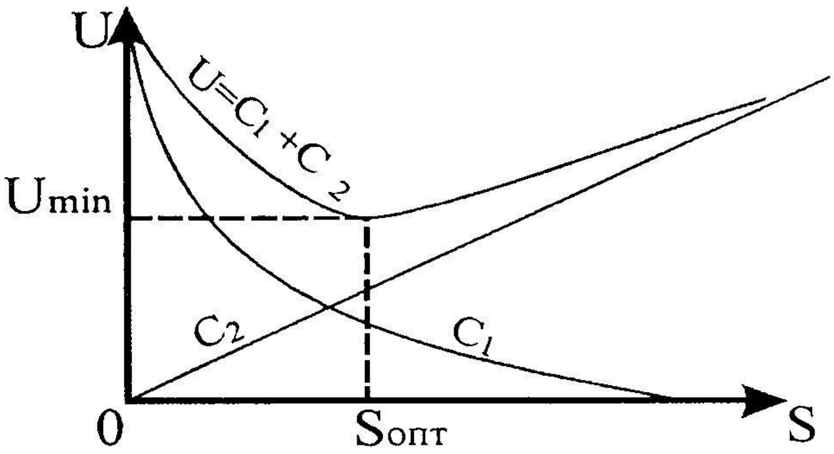

Рисунок 9. - Зміна цільової функції U в залежності від числа обслуговуючих приладів S.

Для розв'язання поставленої задачі будемо мінімізувати цільову функцію методом простого перебору. Визначимо, наприклад, значення критерію оптимальності U не при 5, а при 6 постах поточного ремонту. Замітимо, що зменшувати число постів менше 5 неможна,

так як при цьому $\psi = \frac{9}{8} > 1$ і черга буде необмежено зростати.

При 6 постах: $\psi = \frac{9}{6 \cdot 2} = 0{,}75$;

$$P_0 = \frac{1}{\frac{6^6 \cdot 0.75^6}{6!(1-0.75)} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{6^n \cdot 0.75}{n!}} = 0.00914;$$

$$\bar{\upsilon} = \frac{6^6 \cdot 0.75^7}{6!(1-0.75)^2} \cdot 0.01 = 1.3;$$

$$\bar{\rho} = (1-0.75) \cdot 6 = 1.5 \text{ (поста)}$$

Критерій оптимальності при 6 постах поточного ремонту:

$U_6 = 30 \cdot 1.3 + 50 \cdot 1.5 = 112.5$ (грн).

При 5 постах, яких, здавалося, більш чим достатньо, будемо мати, як показують детерміновані розрахунки, витрати U=232 грн. за добу. При 6 постах витрати скоротилися до 112,5 грн. за добу. Другий варіант хоч і відрізняється гіршим використанням постів поточного ремонту (простоює в середньому 1,5 поста замість 0,5 поста), але це окупується меншими простоями автокранів в очікуванні поточного ремонту (1,3 автокрана замість 7). Тепер необхідно перевірити, чи варто і дальше збільшувати число постів поточного ремонту автокранів. Для цього визначимо критерій оптимальності при S = 7 постів:

$$\psi = \frac{9}{14} = 0{,}643$$

$$P_0 = \frac{1}{\dfrac{7^7 \cdot 0.643^7}{7!(1-0.643)} + \sum_{n=0}^{6} \dfrac{7^n \cdot 0.643^n}{n!}} = 0.01045;$$

$$\bar{\upsilon} = \frac{7^7 \cdot 0.643^8}{7!(1-0.643)^2} 0.01045 \cong 0.4 \text{ (автокрана)};$$

$$\bar{\rho} = (1-0.64)\cdot 7 = 2.5 \text{ (поста)};$$

$$U_7 = 30\cdot 0.4 + 50\cdot 2.5 = 137 \text{ (грн)}.$$

Очевидно, подальше збільшення числа постів поточного ремонту до 7 економічно недоцільно. При цьому спостерігається більший збиток (137 грн. за добу), ніж при 6 постах (112,5 грн. за добу). Таким чином, мінімальні витрати будуть мати місце при 6 постах поточного ремонту. Це число постів слід вважати оптимальним ($U_{опт}$=6 постів), що і являється відповіддю на поставлену задачу. Якщо б розрахунок був виконаний не методами теорії масового обслуговування, ми обмежилися б класичними детермінованим методом розрахунку, і кожну добу були б збитки:

$U_5 - U_{onm}$ =232-112,5 = 119,5(грн.)

На протязі року мали б місце втрати в розмірі ≈36 тис.грн. Крім цього, спостерігалися б великі черги автокранів, очікуючих ремонт. Ці цифри ще раз показують, як важливі для господарств сучасні економіко-математичні методи розрахунку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Гнеденко Б.В. Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. -М.: Наука- 1987, 336 с.
2. Шуенкин В.А., Донченко В.С. Прикладные модели теории массового обслуживания - К.:НМК ВО, 1992. - 398 с.
3. Хинчин А. Я. Работы по математической тсории массового обслуживания - М.: Физматгиз, 1963.
4. Розенберг В.Я., Прохоров А.И. Что такое теория массового обслуживания? -М.: Сов.радио, 1962.
5. Падня В.А. Применение теории массового обслуживания на транспорте - М: Транспорт, 1968.
6. Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. Пер. с англ. - М.: Мир, 1965.
7. Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание. Теория и приложения. Пер. с франц. - М.: Мир, 1965.
8. Техническое обслуживание, ремонт и хранение автотранспортних средств.: Підручник в 3-х кн. - Вища шк., 1991. - кн. 2. "Организация, планирование и управление" В.Є. Канарчук и др. - 406с.
9. Применение зкономико-математических методов и моделей при проектированй технологического процесса обслуживания и ремонта автомобилей : Уч. пособие/ Луйк И.А. - К.: УМК ВО, 1989. - 80с.

Навчально-методичне видання

РОЗРАХУНОК ПОСТІВ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ТА ПОТОЧНОГО РЕМОНТУ МАШИН ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання дослідної частини курсової роботи
та практичних занять з дисципліни
«Експлуатація і ремонт машин»

для студентів спеціальностей студентів денної та заочної форм навчання за напрямами освітньої підготовки 6.050502 “Інженерна механіка” спеціальності „ Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання”.

Укладачі: **Лесько** Віталій Іванович
Полянський Станіслав Костянтинович

Київ 2015